



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas



**ANÁLISE SÍSMICA DE UM EDIFÍCIO CONSIDERANDO EFEITOS DE
INTERAÇÃO SOLO – ESTRUTURA**

CAROLINA VAZ DE CARVALHO

Projeto de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos (Orientador)
Professor associado, D. Sc., EP/UFRJ

Silvio de Souza Lima (Co-orientador)
Professor associado, D. Sc., EP/UFRJ

Luiz Eloy Vaz
Professor titular, Dr. - Ing., EP/UFRJ

Setembro / 2009

*Dedico este trabalho
Ao meu pai Marco Antônio*

*Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo
Quem acredita sempre alcança.*

Renato Russo.

*Queira, basta ser sincero e desejar profundo
Você será capaz de sacudir o mundo
Tente outra vez.*

Raul Seixas

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Sergio Hampshire de Carvalho Santos e ao Co-orientador Silvio de Souza Lima pela orientação, apoio, confiança, paciência e dedicação a este trabalho e aos alunos da Escola.

Ao professor e orientador de Iniciação Científica Webe João Mansur pela confiança, apoio e orientação durante os três anos de pesquisa na COPPE e por ter me incentivado e me dado gosto pela Análise Dinâmica.

Ao co-orientador de Iniciação Científica e agora Doutor Cid da Silva Garcia Monteiro pela incansável paciência, apoio, conselhos e dedicação ao longo desses cinco anos de jornada da graduação.

Ao primo e grande amigo Ivan Abdalla Teixeira por toda a amizade, incentivo e conselhos de sempre.

Aos companheiros de graduação pela ajuda e incentivo.

Aos amigos e família.

ÍNDICE

1. Introdução	2
2. Análise Sísmica segundo a Norma Brasileira NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento	6
2.1. Definição das Forças Sísmicas de Projeto	6
2.1.1. Zoneamento Sísmico Brasileiro	7
2.1.2. Definição da Classe do Terreno	8
2.1.3. Definição das Categorias de Utilização	9
2.1.4. Definição das Categorias Sísmicas	11
2.1.5. Definição dos Espectros de Resposta de Projeto	11
2.2. Métodos de Análise Sísmica	13
2.2.1. Método das Forças Horizontais Estáticas Equivalentes	14
2.2.2. Método Dinâmico: Análise por Espectro de Resposta	19
3. Análise Sísmica segundo a Norma Americana ASCE 7-05	21
3.1. Período efetivo da estrutura	21
3.2. Amortecimento efetivo do sistema estrutura – fundação – solo	24
3.3. Cálculo da redução das forças sísmicas em função do aumento do período e do amortecimento, segundo a Norma Americana ASCE 7-05	26
4. Cálculo analítico da fração de amortecimento crítico do sistema estrutura – fundação – solo	29
4.1. Parâmetros do sistema fundação – solo	31
4.2. Parâmetros da estrutura	31

4.3.	Representação gráfica da resposta em função da frequência _____	32
5.	Rigezas do sistema fundação-solo para uma fundação direta retangular e coeficientes de amortecimento _____	34
5.1.	Rigezas da fundação _____	34
5.2.	Coefficientes de amortecimento _____	36
5.2.1.	Raios equivalentes _____	36
5.2.2.	Coefficientes de amortecimento _____	36
6.	Exemplo _____	38
6.1.	Descrição da estrutura estudada _____	38
6.2.	Modelagem da estrutura com base fixa _____	40
6.2.1.	Descrição do modelo _____	40
6.2.2.	Arquivo de entrada no programa _____	41
6.2.3.	Arquivo de saída do programa _____	42
6.3.	Cálculo do período efetivo da estrutura pela Norma Brasileira NBR-15421:2006 _____	43
6.4.	Cálculo do período efetivo da estrutura pela Norma Americana ASCE 7-05 _____	44
6.5.	Modelagem da estrutura com interação solo – estrutura _____	45
6.5.1.	Arquivo de entrada no programa _____	46
6.5.2.	Arquivo de saída do programa _____	47
6.6.	Comparação dos resultados _____	48
6.7.	Espectro de resposta e Análise espectral _____	49
6.8.	Cálculo do amortecimento efetivo do sistema estrutura-fundação segundo a Norma Americana ASCE 7-05 _____	52

6.9. Cálculo da redução das forças sísmicas segundo a Norma Americana ASCE 7-05	54
6.10. Cálculo analítico da fração de amortecimento crítico do sistema	58
6.10.1. Parâmetros do sistema fundação – solo	58
6.10.2. Parâmetros da estrutura	59
6.10.3. Parâmetros da força sísmica	59
6.10.4. Representação gráfica da resposta em função da frequência	60
6.10.5. Verificação da frequência no pico	61
7. Conclusões	63
Referências e Bibliografia	64
ANEXO A. Dedução da equação da Norma Americana ASCE 7-05, que define o período efetivo de uma estrutura, considerando sua interação com o solo através de molas lineares e rotacionais.	65
ANEXO B. Dedução da relação entre o amortecimento viscoso e o amortecimento hysterético.	70
ANEXO C. Dedução da equação que define o período de uma estrutura considerando sua interação com o solo, através de molas lineares apenas.	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Histórico de ocorrência de sismos no Brasil. _____	4
Figura 2.1 – Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da Classe B (“Rocha”). _____	7
Figura 2.2 – Variação do espectro de resposta de projeto S_a/a_{gs0} em função do período do sismo. _____	13
Figura 3.1 – Espectro de resposta de projeto com os parâmetros S_{D1} e S_{DS} . _____	23
Figura 3.2 – Fator de amortecimento da fundação (figura 19.2-1 da ASCE 7-05). _____	24
Figura 3.3 – Redução do Espectro de Resposta de Projeto. _____	28
Figura 4.1 – Sistema <i>massa – mola – amortecedor</i> com dois graus de liberdade. _____	29
Figura 4.2 – Deslocamento em função da frequência de excitação. _____	32
Figura 5.1 – Fundação direta retangular. _____	34
Figura 6.1 – Disposição em planta das colunas (dimensões em m). _____	39
Figura 6.2 – Modelo da edificação, feito na direção y , com base fixa. _____	40
Figura 6.3 – Modelo da edificação, feito na direção y , com base elástica. _____	46
Figura 6.4 – Espectro de resposta de projeto em termos de aceleração dividido pela aceleração da gravidade. _____	49
Figura 6.5 – Redução do Espectro de Resposta de Projeto. _____	55
Figura 6.6 – Gráfico do deslocamento em função da frequência de excitação para o problema. _____	60

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes de ponderação usados nas combinações excepcionais no ELU. ____	6
Tabela 2.2 – Definições das zonas sísmicas. _____	8
Tabela 2.3 – Definição da classe do terreno. _____	9
Tabela 2.4 – Definição das categorias de utilização e dos fatores I de importância de utilização. _____	10
Tabela 2.5 – Definição da categoria sísmica. _____	11
Tabela 2.6 – Definição dos fatores C_a e C_v de amplificação sísmica no solo. _____	12
Tabela 2.7 – Coeficiente de projeto para os diversos sistemas básicos sismo-resistentes. ____	16
Tabela 2.8 – Coeficiente de limitação do período. _____	18
Tabela 3.1 – Valores de G/G_0 e v_s/v_{s0} . _____	22
Tabela 6.1 – Relatório de frequências e períodos retirados do SALT para o modelo com base fixa. _____	42
Tabela 6.2 – Relatório de frequências e períodos retirados do SALT para o modelo com base elástica. _____	47
Tabela 6.3 – Quadro-resumo dos períodos da estrutura obtidos. _____	48
Tabela 6.4 – Relatório de forças na base retirados do SALT para o modelo com base fixa, após análise espectral. _____	50
Tabela 6.5 – Relatório de forças na base retirados do SALT para o modelo com base elástica, após análise espectral. _____	50
Tabela 6.6 – Relatório de deslocamentos nos nós retirados do SALT para o modelo com base fixa, após análise espectral. _____	51
Tabela 6.7 – Relatório de deslocamentos nos nós retirados do SALT para o modelo com base elástica, após análise espectral. _____	51

Tabela 6.8 – Forças na base para o modelo com base fixa, após redução. _____	55
Tabela 6.9 – Forças na base para o modelo com base elástica, após redução. _____	55
Tabela 6.10 – Deslocamentos nos nós para o modelo com base fixa, após redução. _____	56
Tabela 6.11 – Deslocamentos nos nós para o modelo com base elástica, após redução. _____	56

RESUMO

O presente trabalho faz uma abordagem de análise sísmica, segundo os critérios da Norma Brasileira ABNT NBR 15421:2006 e da Norma Norte-Americana ASCE 7-05, voltada para a aplicação em estruturas de edificações.

É sabido que a Análise Dinâmica, além de estar usualmente afastada dos projetos de Engenharia Civil, se faz muito pouco presente na análise sísmica de edificações no Brasil, talvez devido ao fato de as ocorrências de sismos no nosso país serem baixas. Entretanto, não é desprezível, o que trouxe motivação à execução deste trabalho à autora.

A Norma Brasileira NBR 15421:2006 é muito recente e ainda precisa de estudos e pesquisas para aprimoramento. Por isso, este trabalho utiliza os critérios da Norma Americana ASCE 7-05 para comparações.

Neste trabalho foi escolhida uma edificação pequena e simples para ser feita a análise sísmica segundo os critérios das duas Normas mencionadas. A escolha de uma estrutura simples para análise se deve ao fato de um dos objetivos deste projeto ser a verificação dos critérios das Normas. Portanto, a análise de uma estrutura complexa não seria obrigatoriamente necessária para tal.

Foram utilizadas ambas as Normas para o cálculo do período efetivo da estrutura, levando em conta a interação solo – estrutura. Foi demonstrada analiticamente a expressão proposta pela Norma Americana para este cálculo. Fez-se uso de um programa de análise estrutural computacional para a obtenção do período natural da estrutura, bem como para a análise dinâmica modal por espectro de resposta. Foi calculado o amortecimento do sistema *estrutura – fundação – solo* pela Norma Americana e também analiticamente (porém sem prever rigidez à rotação, apenas à translação). E finalmente foi calculada a redução das forças sísmicas, proposta pela Norma Americana, devido tanto à consideração da interação solo – estrutura quanto ao amortecimento, o que leva a uma redução dos gastos para o projeto de estruturas resistentes a sismos.

1. Introdução

A análise dinâmica tem extensa aplicação em projetos de engenharia civil. Nas construções em geral, destacam-se como relevantes ações ou cargas de natureza dinâmica a ação do vento, dos sismos, explosões, operação de máquinas e equipamentos, tráfego de veículos, deslocamentos de pessoas e multidão, dentre outros. Tais ações dinâmicas podem afetar não só a segurança das estruturas, como também sua funcionalidade e o conforto das pessoas que a ocupam. No presente trabalho, será feito um estudo de análise dinâmica apenas dos sismos.

As forças sísmicas têm grande poder destrutivo, representando um elevado risco de perdas materiais e de vida humana. A tecnologia atual prevê a ocorrência e grandeza de um sismo através de estudos probabilísticos. Através dessas previsões, busca-se, ao máximo, projetar construções que suportem os efeitos provocados pelo sismo no sistema estrutural.

Alguns conceitos básicos sobre os sismos serão apresentados para o entendimento de certos aspectos abordados no presente trabalho. Em termos de nomenclatura, é denominado de hipocentro ou foco o ponto onde se origina o sismo, ficando geralmente em camadas profundas da crosta terrestre. O ponto na superfície da Terra diretamente acima do hipocentro é denominado de epicentro. A onda sísmica liberada, ao viajar do hipocentro ao epicentro, é afetada pelas características do terreno, de forma que, quanto mais resistente ele for, mais estas ondas são enfraquecidas ao chegar à superfície. Os sismos são medidos pela quantidade de energia que liberam. Esta medida é denominada de magnitude do sismo.

Em 1935, Charles F. Richter apresentou a Escala Richter de Magnitude, calculada como o logaritmo decimal da amplitude máxima do registro sísmico, em micrometro 10^{-6} m, registrada por sismógrafo do tipo Wood-Anderson, a uma distância de 100 Km do epicentro do sismo. Como, em geral, não se tem sismógrafo exatamente nessa distância, faz-se uma correção, para calcular a magnitude M , definida como $M = \log_{10} A - \log_{10} A_0$, segundo Souza Lima e Santos [1], sendo A a amplitude máxima do registro sísmico e A_0 um fator de correção que corresponde a uma leitura do sismógrafo produzida por um sismo padrão. Geralmente, adota-se $A_0 = 0,001$ mm. A energia E liberada por um sismo, na escala Richter,

em Joules, é avaliada empiricamente como $\log_{10} E = 11,4 + 1,5M$. Quanto maior a energia liberada pelo sismo, maior é sua magnitude.

Embora tais equações forneçam tanto a magnitude quanto a energia liberada, elas não quantificam os danos causados pelo sismo. A intensidade do sismo é a medida que representa os danos causados e como o local foi afetado. No projeto de estruturas tanto a magnitude quanto a intensidade não fornecem grandes informações úteis. A característica mais importante em termos de projeto é o histórico no tempo das acelerações provocadas pelos sismos. Mede-se a aceleração em três direções. São elas: Norte-Sul (NS), Leste-Oeste (LO) e Vertical. Neste trabalho, para quantificar e qualificar os sismos, serão apresentados gráficos do tipo espectros de respostas de projeto, que mostram as acelerações máximas em função do período do sismo e, conseqüentemente, as forças sísmicas despertadas na estrutura.

No Brasil, o estudo sísmico é recente e ainda está em desenvolvimento, através de um conjunto de Normas, relativas à resistência sísmica das estruturas de edifícios. A maior parte do território brasileiro não apresenta um histórico muito significativo de sismo, ocorrendo apenas em maior parte na região próxima ao estado do Acre, conforme pode ser visto na Figura 1.1, a seguir.

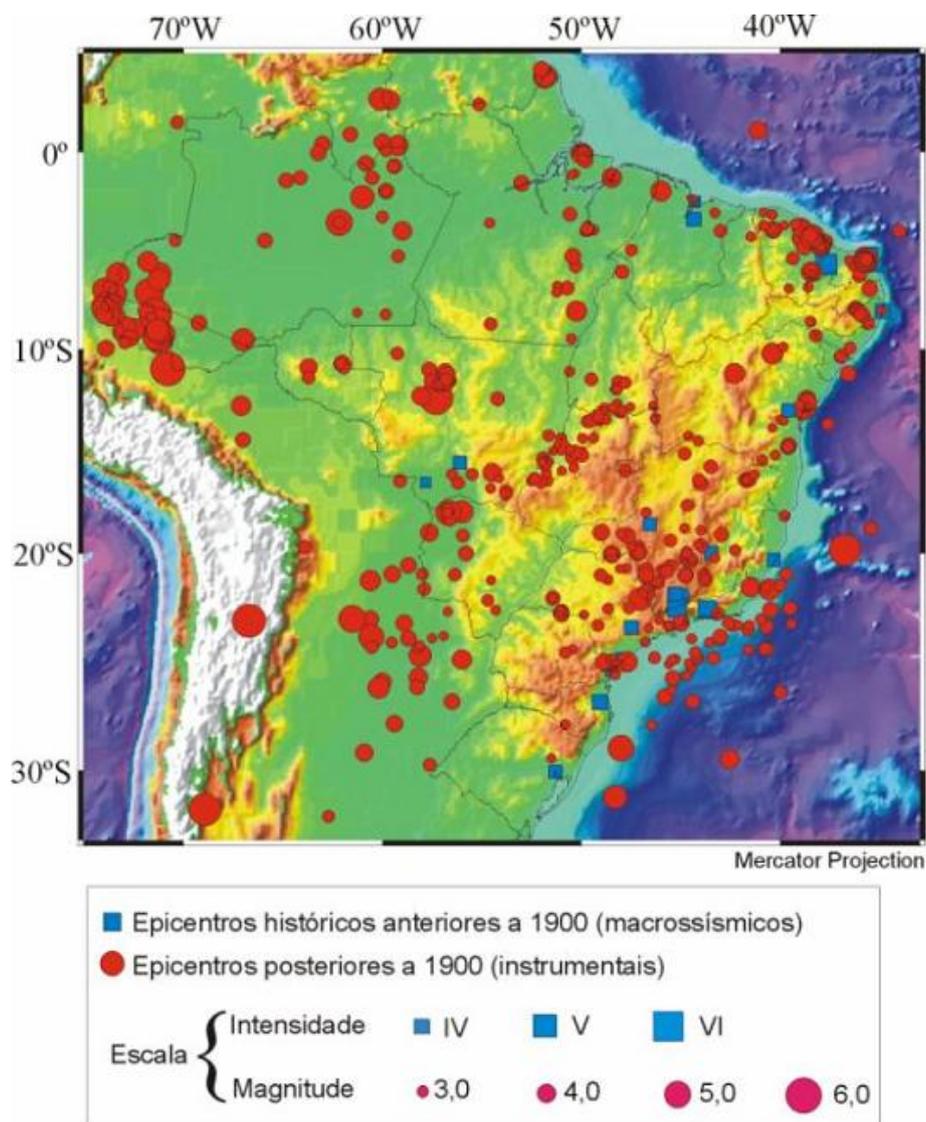


Figura 1.1 – Histórico de ocorrência de sismos no Brasil.

A primeira abordagem deste trabalho é sobre a análise sísmica segundo a Norma Brasileira NBR 15421:2006 [12], que propõe dois métodos de análise. Um método é fazer uma análise estática equivalente, chamado de Método Estático Equivalente, onde as forças sísmicas são representadas por um conjunto de forças estáticas equivalentes. O outro método é fazer uma análise dinâmica, podendo ser uma análise por espectro de resposta de projeto ou por históricos de acelerações, que são registros de eventos reais, compatíveis com as características sismológicas do local da estrutura ou ainda, poderão ser gerados artificialmente. No presente trabalho, apenas a análise por espectro de resposta de projeto será abordada.

A segunda abordagem deste trabalho é sobre a análise sísmica segundo a Norma Americana ASCE 7-05 [13]. Esta Norma propõe uma formulação para o cálculo do período efetivo da estrutura considerando interação solo – estrutura e também um cálculo para o amortecimento do sistema estrutura – solo. E finalmente é proposta uma formulação para o cálculo da redução das forças sísmicas atuante no sistema estrutural, devido tanto à consideração da interação solo – estrutura quanto ao amortecimento. Neste trabalho, as forças sísmicas foram retiradas de uma análise modal no programa de Análise Estrutural SALT - UFRJ [8].

Como o cálculo do amortecimento segundo a ASCE 7-05 é empírico, fez-se neste trabalho um cálculo analítico da fração de amortecimento crítico do sistema estrutura – fundação – solo para comparação, porém sem considerar a rigidez à rotação da estrutura, apenas à translação. Esses cálculos foram feitos através de expressões já demonstradas em Santos, S.H.C. [5].

Para fazer os cálculos acima mencionados, faz-se necessário calcular a rigidez e o amortecimento da fundação da estrutura. Esses parâmetros foram obtidos através das formulações propostas por Gazetas [3], Wolf [4] e Richart [10] para uma fundação direta.

O exemplo a ser estudado é uma estrutura simples, com três pavimentos, situada em uma região do Brasil onde a ocorrência de sismo é significativa em relação às outras. Foram feitas as análises sísmicas segundo as Normas NBR 15421:2006 e ASCE 7-05. A estrutura foi modelada no programa de Análise Estrutural SALT - UFRJ [8], para se obter o período natural e o período considerando interação com o solo, para se fazer uma comparação com aqueles obtidos com as Normas mencionadas. O programa também foi utilizado para se fazer a análise dinâmica modal por espectro de resposta de projeto, que foi obtido pelas expressões propostas pela NBR 15421, que são similares às da ASCE 7-05. O amortecimento foi obtido através da ASCE 7-05 e comparado com o cálculo analítico da fração de amortecimento crítico. E finalmente foi calculada a redução das forças sísmicas segundo a ASCE 7-05.

2. Análise Sísmica segundo a Norma Brasileira NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento

2.1. Definição das Forças Sísmicas de Projeto

Para definir as cargas sísmicas de projeto e os procedimentos que serão adotados para a análise sísmica, a Norma Brasileira NBR 15421:2006 [12] leva em consideração os seguintes fatores, principalmente:

- zona sísmica em que a estrutura se encontra;
- tipo de ocupação;
- sistema estrutural;
- regularidade e ductilidade da estrutura.

Para definir a carga sísmica de projeto, a Norma também considera a capacidade de dissipação de energia, no regime inelástico, da estrutura.

De acordo com a NBR 8681:2003 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento [11], as ações sísmicas são consideradas ações excepcionais. Também, com o objetivo de diminuir os danos causados pelo sismo na edificação, são feitas verificações no estado limite de serviço de deformações excessivas (ELS-D). De acordo com essa Norma, os coeficientes de ponderação que devem ser usados para cargas excepcionais são:

Coeficiente	Tabela (s) na Norma	Tipo de ação	Combinação
γ_g	1 e 2	permanente	última excepcional
$\gamma_g = 1,2$		sendo o efeito desfavorável	última excepcional
$\gamma_a = 0,0$	3	recalque de apoio e retração	última excepcional
$\gamma_q = 1,0$	4 e 5	ações variáveis	última excepcional
$\gamma_{exc} = 1,0$	item 5.1.4.3	ações excepcionais	última excepcional

Tabela 2.1 – Coeficientes de ponderação usados nas combinações excepcionais no ELU.

2.1.1. Zoneamento Sísmico Brasileiro

A NBR 15421:2006 [12] divide o território nacional em regiões, chamadas de zonas sísmicas, para se obter informações necessárias para a determinação da carga sísmica. A Figura 2.1 a seguir mostra essa divisão do território.

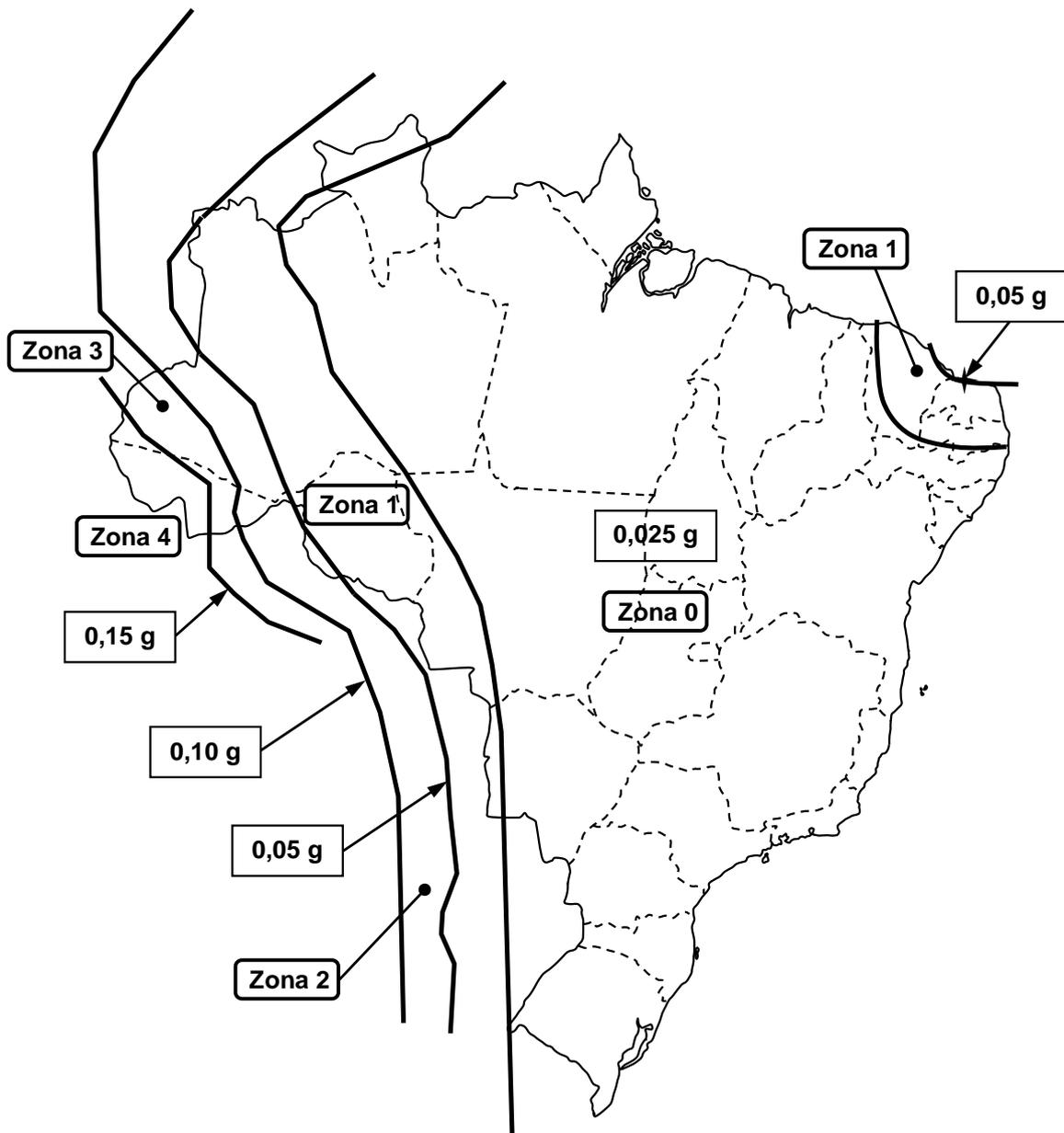


Figura 2.1 – Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da Classe B (“Rocha”).

São definidas cinco zonas sísmicas, e para cada uma delas é atribuída uma aceleração sísmica horizontal máxima a_g , sendo padronizado para terrenos de Classe B (“Rocha”).

A Tabela 2.2 mostra a variação de a_g , de acordo com a zona sísmica.

Zona sísmica	Valores de a_g
0	$a_g = 0,025g$
1	$0,025g \leq a_g \leq 0,05g$
2	$0,05g \leq a_g \leq 0,10g$
3	$0,10g \leq a_g \leq 0,15g$
4	$a_g = 0,15g$

Tabela 2.2 – Definições das zonas sísmicas.

Pode-se ainda, fazer uma interpolação nas curvas para se obter os valores de a_g , em zonas sísmicas de 1 a 3.

2.1.2. Definição da Classe do Terreno

Os efeitos de um sismo dependem também das características do terreno que está na superfície. Ao chegar à superfície, as ondas sísmicas são afetadas pelas características de rigidez e amortecimento das camadas superficiais.

Quanto mais fraco é o terreno, maiores são as amplificações das ondas, principalmente em suas componentes de menor frequência.

A Norma leva em conta esses efeitos, aplicando-se fatores ao espectro de resposta de projeto. Vale destacar que esses fatores foram definidos de forma aproximada. Os fatores estão expostos na Tabela 2.3.

Classe do terreno	Designação da Classe do terreno	Propriedades médias para os 30 m superiores do terreno	
		\bar{v}_s	\bar{N}
A	Rocha sã	$\bar{v}_s \geq 1\ 500$ m/s	(não aplicável)
B	Rocha	$1\ 500$ m/s $\geq \bar{v}_s \geq 760$ m/s	(não aplicável)
C	Rocha alterada ou solo muito rígido	760 m/s $\geq \bar{v}_s \geq 370$ m/s	$\bar{N} \geq 50$
D	Solo rígido	370 m/s $\geq \bar{v}_s \geq 180$ m/s	$50 \geq \bar{N} \geq 15$
E	Solo mole	$\bar{v}_s \leq 180$ m/s	$\bar{N} \leq 15$
	-	Qualquer perfil, incluindo camada com mais de 3 m de argila mole	
F	-	Solo exigindo avaliação específica, como: 1. Solos vulneráveis à ação sísmica, como solos liquefazíveis, argilas muito sensíveis e solos colapsíveis fracamente cimentados; 2. Turfa ou argilas muito orgânicas; 3. Argilas muito plásticas; 4. Estratos muito espessos (≥ 35 m) de argila mole ou média.	

Tabela 2.3 – Definição da classe do terreno.

São definidas seis Classes de terrenos, de acordo com as propriedades médias para os 30 m superiores do terreno. A classificação pode ser feita pela velocidade média de propagação da onda de cisalhamento \bar{v}_s (preferencial) ou ainda pelo número médio de golpes \bar{N} , do ensaio SPT (Standard Penetration Test).

2.1.3. Definição das Categorias de Utilização

Em função da importância de utilização da estrutura, ela é categorizada, definindo-se assim os critérios de resistência do sistema estrutural. Basicamente, a categoria II corresponde a estruturas cuja ruptura pode implicar em um risco substancial para a vida humana e a categoria III inclui as estruturas consideradas essenciais no caso de ocorrência de um sismo. A categoria I representa as edificações usuais e todas as demais estruturas não incluídas nas categorias II e III.

Categoria de utilização	Natureza da ocupação	Fator I
I	Todas as estruturas não classificadas como de categoria II ou III	1,0
II	<p>Estruturas de importância substancial para a preservação da vida humana no caso de ruptura, incluindo, mas não estando limitadas às seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Estruturas em que haja reunião de mais de 300 pessoas em uma única área; – Estruturas para educação pré-escolar com capacidade superior a 150 ocupantes; – Estruturas para escolas primárias ou secundárias com mais de 250 ocupantes; – Estruturas para escolas superiores ou para educação de adultos com mais de 500 ocupantes; – Instituições de saúde para mais de 50 pacientes, mas sem instalações de tratamento de emergência ou para cirurgias; – Instituições penitenciárias; – Quaisquer outras estruturas com mais de 5 000 ocupantes; – Instalações de geração de energia, de tratamento de água potável, de tratamento de esgotos e outras instalações de utilidade pública não classificadas como de categoria III; – Instalações contendo substâncias químicas ou tóxicas cujo extravasamento possa ser perigoso para a população, não classificadas como de categoria III. 	1,25
III	<p>Estruturas definidas como essenciais, incluindo, mas não estando limitadas, às seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Instituições de saúde com instalações de tratamento de emergência ou para cirurgias; – Prédios de bombeiros, de instituições de salvamento e policiais e garagens para veículos de emergência; – Centros de coordenação, comunicação e operação de emergência e outras instalações necessárias para a resposta em emergência; – Instalações de geração de energia e outras instalações necessárias para a manutenção em funcionamento das estruturas classificadas como de categoria III; – Torres de controle de aeroportos, centros de controle de tráfego aéreo e hangares de aviões de emergência; – Estações de tratamento de água necessárias para a manutenção de fornecimento de água para o combate ao fogo; – Estruturas com funções críticas para a Defesa Nacional; – Instalações contendo substâncias químicas ou tóxicas consideradas altamente perigosas, conforme classificação de autoridade governamental designada para tal. 	1,50

Tabela 2.4 – Definição das categorias de utilização e dos fatores I de importância de utilização.

2.1.4. Definição das Categorias Sísmicas

Em função da zona sísmica, é definida uma categoria sísmica para cada estrutura, de acordo com a tabela a seguir. Essa categoria define os sistemas estruturais permitidos para o projeto, limitações nas suas irregularidades e o tipo de análise sísmica que deve ser feita.

Zona sísmica	Categoria Sísmica
0 e 1	A
2	B
3 e 4	C

Tabela 2.5 – Definição da categoria sísmica.

2.1.5. Definição dos Espectros de Resposta de Projeto

A partir dos espectros de resposta, pode-se definir as solicitações sísmicas da estrutura.

Segundo a NBR 15421:2006 [12], o espectro de resposta de projeto $S_a T$, para acelerações horizontais, corresponde à resposta elástica máxima de um sistema de um grau de liberdade, com uma fração de amortecimento crítico igual a 5%.

São definidas as acelerações espectrais a_{gs0} para o período de 0,0s e a_{gs1} para o período de 1,0s, a partir da aceleração sísmica de projeto a_g , definida na Tabela 2.2, de acordo com as equações abaixo:

$$a_{gs0} = C_a a_g \rightarrow \text{aceleração para o período de 0,0s} \quad (2.1)$$

$$a_{gs1} = C_v a_g \rightarrow \text{aceleração para o período de 1,0s} \quad (2.2)$$

Sendo C_a e C_v os fatores de amplificação sísmica no solo, para os períodos de 0,0s e 1,0s, respectivamente, conforme definidos na Tabela 2.5.

Classe do terreno	C_a		C_v	
	$a_g \leq 0,10g$	$a_g = 0,15g$	$a_g \leq 0,10g$	$a_g = 0,15g$
A	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,2	1,2	1,7	1,7
D	1,6	1,5	2,4	2,2
E	2,5	2,1	3,5	3,4

Tabela 2.6 – Definição dos fatores C_a e C_v de amplificação sísmica no solo.

As equações a seguir expressam graficamente o espectro de resposta de projeto, definido em três faixas de períodos:

$$S_a T = a_{gs0} \left(18,75T \frac{C_a}{C_v} + 1,0 \right), \text{ para } 0 \leq T \leq 0,08 \frac{C_v}{C_a} \quad (2.3)$$

$$S_a T = 2,5 a_{gs0}, \text{ para } 0,08 \frac{C_v}{C_a} \leq T \leq 0,4 \frac{C_v}{C_a} \quad (2.4)$$

$$S_a T = \frac{a_{gs1}}{T}, \text{ para } T \geq 0,4 \frac{C_v}{C_a} \quad (2.5)$$

A Figura 2.2 é a representação gráfica de um espectro de resposta de projeto.

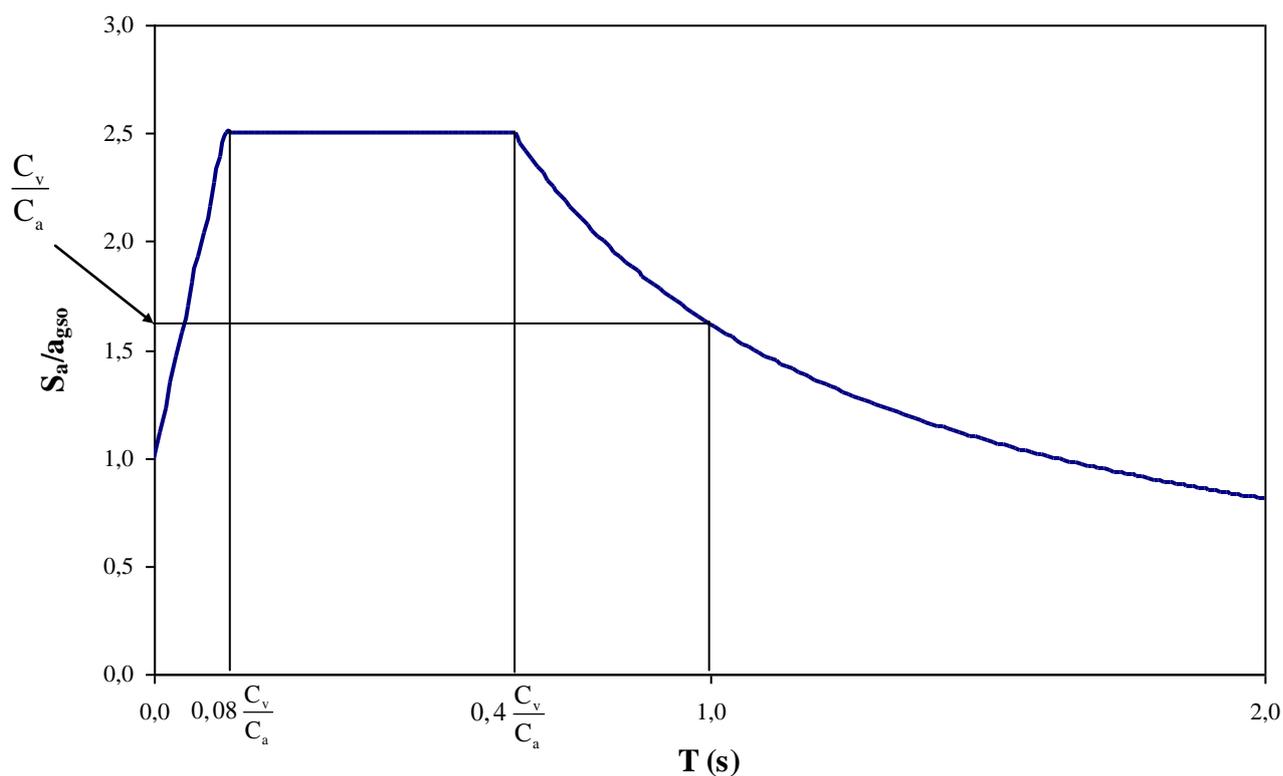


Figura 2.2 – Variação do espectro de resposta de projeto S_a/a_{gs0} em função do período do sismo.

O espectro de resposta de projeto para acelerações verticais tem valores iguais à metade dos valores dos espectros de resposta definido para acelerações horizontais.

2.2. Métodos de Análise Sísmica

Nessa seção, são inicialmente apresentados os critérios e métodos para a análise sísmica de estruturas de edifícios.

De acordo com a NBR 15421:2006 [12], as estruturas de categoria sísmica A, que abrange a maior parte do território nacional, possuem critérios de resistência bem simplificados. As estruturas localizadas na zona sísmica 0, não possuem requisito de resistência sísmica. Já as localizadas nas zonas sísmicas 1, devem resistir a cargas horizontais aplicadas simultaneamente nos pisos, em ambas as direções ortogonais; essa força possui valor de 1% do peso total correspondente aos pisos.

As estruturas de categoria sísmica B e C, objetos de estudo deste trabalho, possuem critérios de resistência sísmica mais elaborados. Esses critérios serão colocados a seguir.

2.2.1. Método das Forças Horizontais Estáticas Equivalentes

2.2.1.1. Força Horizontal Total na Base

As estruturas de categorias sísmicas B e C, podem ser calculadas por este método, ou ainda, pelo método dinâmico que será apresentado mais adiante.

Neste método, as ações sísmicas são representadas por um conjunto de *forças estáticas equivalentes* proporcionais às cargas gravitacionais atuantes na estrutura.

A força horizontal na base da estrutura, numa determinada direção, é dada de acordo com a expressão:

$$H = C_s W \quad (2.6)$$

onde:

– W é o peso total, da estrutura, considerando todas as cargas permanentes, incluindo o peso operacional de equipamentos fixados na estrutura e reservatórios. Em área de armazenamento e estacionamento, uma parcela de 25% da carga acidental deve ser incluída;

– C_s é o coeficiente de resposta sísmica, definido por.

$$C_s = \frac{2,5 a_{gs0}/g}{R/I} \quad (2.7)$$

sendo:

– a_{gs0} é a aceleração espectral para o período de 0,0s, conforme definida na equação (2.1);

– g é a aceleração da gravidade;

– R é o coeficiente de modificação de resposta, definido na Tabela 2.7;

– I é o fator de importância de utilização, definido na Tabela 2.4.

Da equação (2.7) pode-se concluir que estruturas com maior R , ou seja, com maior capacidade de dissipação de energia terão menores forças estáticas equivalentes. Estruturas com maior importância em relação à utilização terão forças estáticas maiores.

O valor mínimo de C_s é de 0,01. Pode-se adotar um valor máximo para esse coeficiente:

$$C_s = \frac{a_{gs0}/g}{T R/I} \quad (2.8)$$

sendo,

– T o período natural da estrutura, definido em 2.2.1.2.

Sistema básico sismo-resistente	Coefficiente de modificação da resposta R	Coefficiente de sobre-resistência Ω_0	Coefficiente de amplificação de deslocamentos C_d
Pilares-parede de concreto com detalhamento especial	5	2,5	5
Pilares-parede de concreto com detalhamento usual	4	2,5	4
Pórticos de concreto com detalhamento especial	8	3	5,5
Pórticos de concreto com detalhamento intermediário	5	3	4,5
Pórticos de concreto com detalhamento usual	3	3	2,5
Pórticos de aço momento-resistentes com detalhamento especial	8	3	5,5
Pórticos de aço momento-resistentes com detalhamento intermediário	4,5	3	4
Pórticos de aço momento-resistentes com detalhamento usual	3,5	3	3
Pórticos de aço contraventados em treliça, com detalhamento especial	6	2	5
Pórticos de aço contraventados em treliça, com detalhamento usual	3,25	2	3,25
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento especial e pilares-parede de concreto com detalhamento especial	7	2,5	5,5
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento especial e pilares-parede de concreto com detalhamento usual	6	2,5	5
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento especial e pórticos de aço contraventados em treliça com detalhamento especial	7	2,5	5,5
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento intermediário e pilares-parede de concreto com detalhamento especial	6,5	2,5	5
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento intermediário e pilares-parede de concreto com detalhamento usual	5,5	2,5	4,5
Sistema dual, composto de pórticos com detalhamento usual e pilares-parede de concreto com detalhamento usual	4,5	2,5	4
Estruturas do tipo pêndulo invertido e sistemas de colunas em balanço	2,5	2	2,5

Tabela 2.7 – Coeficiente de projeto para os diversos sistemas básicos sismo-resistentes.

2.2.1.2. Determinação do Período da Estrutura

O período natural da estrutura pode ser obtido por um processo analítico de extração modal, que considera as características mecânicas e de massas da estrutura.

O período da estrutura tem valor máximo de:

$$T_{max} = C_{up} T_a \quad (2.9)$$

onde:

- C_{up} é o coeficiente de limitação do período, definido na Tabela 2.8;
- T_a é o período natural aproximado da estrutura, definido abaixo.

$$T_a = C_T h_n^x \quad (2.10)$$

onde:

- h_n é a altura, em m, da estrutura acima da base;
- os coeficientes C_T e x são definidos por:

$C_T = 0,0724$ e $x = 0,8$ para estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de aço momento-resistentes, não sendo estes ligados à sistemas mais rígidos que impeçam sua livre deformação quando submetidos à ação sísmica;

$C_T = 0,0466$ e $x = 0,9$ para as estruturas em que as forças sísmicas horizontais são 100% resistidas por pórticos de concreto, não sendo estes ligados à sistemas mais rígidos que impeçam sua livre deformação quando submetidos à ação sísmica;

$C_T = 0,0731$ e $x = 0,75$ para as estruturas em que as forças sísmicas horizontais são resistidas em parte por pórticos de aço contraentados com treliças;

$C_T = 0,0488$ e $x = 0,75$ para todas as outras estruturas.

Zona sísmica	Coefficiente de limitação do período C_{up}
2	1,7
3	1,6
4	1,5

Tabela 2.8 – Coeficiente de limitação do período.

2.2.1.3. Distribuição Vertical das Forças Sísmicas

A força horizontal na base H , calculada em 2.2.1.1, deve ser distribuída verticalmente ao longo das elevações da estrutura. Em cada elevação x , deve ser aplicada uma força F_x , definida por:

$$F_x = C_{vx} H \quad (2.11)$$

onde:

$$C_{vx} = \frac{w_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n w_i h_i^k} \quad (2.12)$$

sendo:

- C_{vx} é o coeficiente de distribuição vertical;
- w_x é a parcela do peso efetivo total correspondente a elevação x ;
- w_i é a parcela do peso efetivo total correspondente a elevação i ;
- h_x é a altura entre a base e a elevação x ;
- h_i é a altura entre a base e a elevação i ;
- n é o número total de andares da edificação;

– k é o expoente de distribuição, relacionado ao período natural da estrutura, de acordo com as expressões:

para estruturas com $T < 0,5\text{ s}$: $k = 1$;

para estruturas com $0,5\text{ s} < T < 2,5\text{ s}$: $k = \frac{T+1,5}{2}$;

para estruturas com $T > 2,5\text{ s}$: $k = 2$.

Desta forma, nota-se que, estruturas mais rígidas, ou seja, com períodos menores, possuem expoente 1, expressando uma variação linear de acelerações. Estruturas mais flexíveis, ou seja, com períodos maiores, possuem expoente 2, expressando uma variação quadrática para as acelerações, o que busca capturar uma importância relativamente maior do momento na base, com relação à força horizontal.

2.2.2. Método Dinâmico: Análise por Espectro de Resposta

De acordo com o que foi colocado no item 2.1.5, obtém-se o espectro de resposta de projeto. Na análise espectral, devem ser considerados todos os modos que tenham contribuição significativa na resposta da estrutura. A Norma exige que o número de modos usado para o cálculo da resposta seja suficiente para capturar pelo menos 90% da massa total em cada direção ortogonal considerada na análise.

Os espectros de resposta devem ser aplicados nas direções ortogonais analisadas.

Todas as respostas modais obtidas em termos de forças, momentos e reações de apoio devem ser multiplicadas pelo fator $\frac{I}{R}$, sendo I definido na Tabela 2.4 e R definido na Tabela 2.7.

Todas as respostas obtidas em termos de deslocamentos absolutos e relativos devem ser multiplicadas pelo fator $\frac{C_d}{R}$, cujos coeficientes estão definidos na Tabela 2.7.

As respostas elásticas finais são combinadas pelo critério da Combinação – Quadrática - Completa (CQC – “Quadratic – Complete – Combination”), segundo Souza Lima e Santos [1]. Este critério é considerado automaticamente pelo programa de análise dinâmica utilizado, que no caso é o SALT-UFRJ [8].

3. Análise Sísmica segundo a Norma Americana ASCE 7-05

A Norma Americana ASCE 7-05 [13] , no capítulo 19, propõe uma análise sísmica considerando interação solo – estrutura. É feita uma análise prévia do modelo da estrutura considerando sua base fixa, ou seja, sem interação com o solo. Após isso, são inseridos os parâmetros de rigidez do solo para que a interação solo – estrutura seja finalmente considerada na análise.

A seguir será descrito como a ASCE 7-05 [13] coloca os parâmetros do solo no cálculo do período efetivo da estrutura e no amortecimento efetivo. O estudo do amortecimento é importante, pois ele é um fator favorável à economia do projeto, já que a sua consideração reduz os efeitos do sismo em uma estrutura.

É importante destacar que todas as variáveis que estiverem com barra em cima dizem respeito à consideração da interação solo – estrutura.

3.1. Período efetivo da estrutura

A ASCE 7-05, no item 19.2.1.1, estabelece que o período efetivo da estrutura pode ser determinado pela equação (3.1) a seguir, que está demonstrada no Anexo A deste trabalho.

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y} \left(1 + \frac{K_y \bar{h}^2}{K_\theta} \right)} \quad (3.1)$$

sendo:

– T o período fundamental (ou natural) da estrutura, ou seja, o período, estando a estrutura com base fixa, onde não se considera a interação solo – estrutura;

– \bar{k} a rigidez da estrutura, estando ela com base fixa, definido a seguir:

$$\bar{k} = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{gT^2} \right) \quad (3.2)$$

sendo:

– \bar{W} o peso efetivo da estrutura que pode ser tomado como $0,7W$, sendo W o peso total da estrutura, exceto para estruturas onde o peso está concentrado em um único andar, quando o peso efetivo pode ser considerado igual a W ;

– g a aceleração da gravidade;

– K_y a rigidez horizontal da fundação, definida como a força necessária, no nível da fundação, para produzir um deslocamento unitário na direção da força. Essa direção deve ser a direção que a estrutura será analisada;

– K_θ a rigidez à rotação da fundação, definida como o momento necessário para produzir uma rotação unitária na fundação. O momento e a rotação devem estar na direção que a estrutura será analisada;

– \bar{h} a altura efetiva da estrutura que pode ser tomado como $0,7h$, sendo h a altura total da estrutura, exceto para estruturas onde o peso está concentrado em um único andar, quando a altura efetiva pode ser considerado igual a h .

Na equação (3.1) pode-se notar que a raiz quadrada expressa a interação solo – estrutura no cálculo do período efetivo.

A tabela 19.2-1 da ASCE 7-05 [13] estabelece a relação a ser utilizada entre o módulo de cisalhamento real do solo e o módulo de cisalhamento médio do solo a ser considerado na análise sísmica. O mesmo acontece para a velocidade da onda cisalhante. A tabela está representada a seguir, onde o parâmetro S_{D1} está definido na Figura 3.1.

	Spectral Response Acceleration, S_{D1}			
	≤ 0.10	≤ 0.15	≤ 0.20	≤ 0.30
Value of G/G_0	0.81	0.64	0.49	0.42
Value of v_s/v_{s0}	0.9	0.8	0.7	0.65

Tabela 3.1 – Valores de G/G_0 e v_s/v_{s0} .

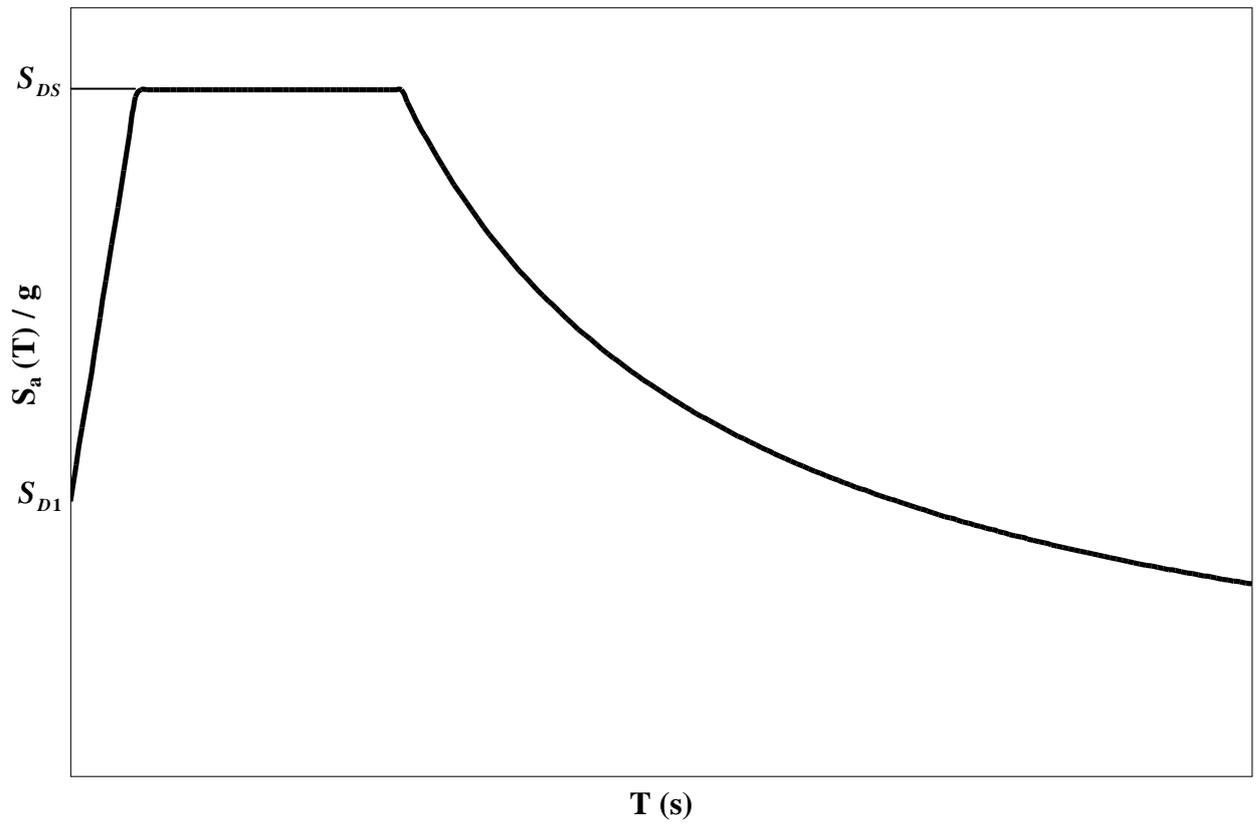


Figura 3.1 – Espectro de resposta de projeto com os parâmetros S_{D1} e S_{DS} .

3.2. Amortecimento efetivo do sistema estrutura – fundação – solo

A ASCE 7-05, no item 19.2.1.2, estabelece que o fator de amortecimento do sistema estrutura – fundação – solo pode ser calculado como:

$$\bar{\beta} = \beta_0 + \frac{0,05}{\left(\frac{\bar{T}}{T}\right)^3} \quad (3.3)$$

onde:

– β_0 é o fator de amortecimento da fundação, definido na figura a seguir (figura 19.2-1 da Norma);

– \bar{T} é o período da estrutura considerando a interação solo – estrutura;

– T é o período da estrutura sem considerar a interação solo – estrutura.

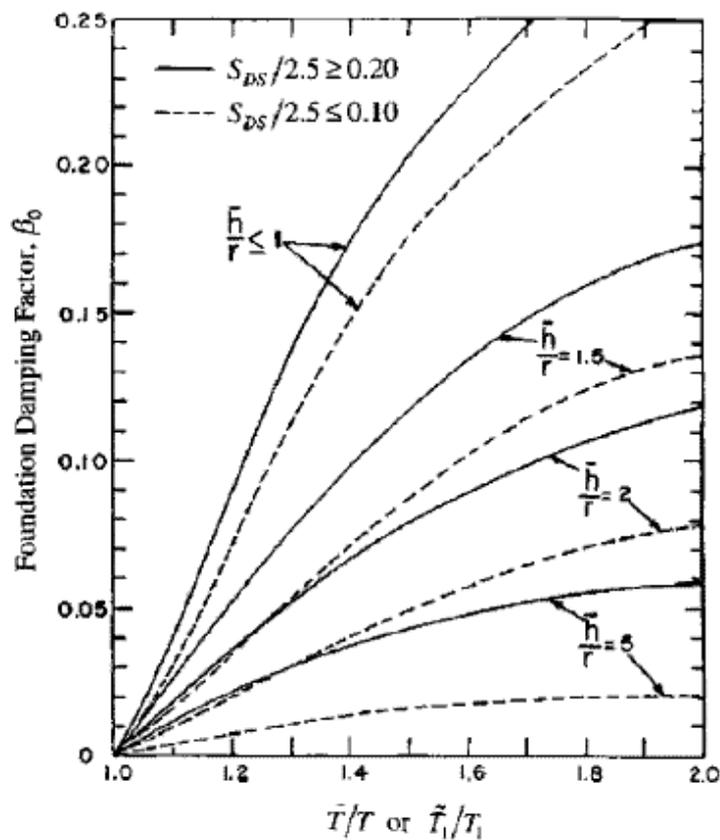


Figura 3.2 – Fator de amortecimento da fundação (figura 19.2-1 da ASCE 7-05).

Na Figura 3.2, tem-se que:

- S_{DS} é o parâmetro de aceleração espectral de projeto para períodos curtos de sismos, sendo o valor do patamar do espectro de resposta;
- \bar{h} é a altura efetiva da estrutura conforme definido em 3.1;
- r é o comprimento característico da fundação obtido diretamente por (3.4) ou (3.5) ou por interpolação linear.

Para valores de $\frac{\bar{h}}{L_0} \leq 0,5$ tem-se que $r = r_a$ e para valores de $\frac{\bar{h}}{L_0} \geq 1$ tem-se que $r = r_m$,

onde:

$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} \quad (3.4)$$

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}} \quad (3.5)$$

sendo:

- L_0 o comprimento da fundação na direção a ser analisada;
- A_0 a área da fundação em contato com o solo;
- I_0 o momento de inércia da fundação, em torno do eixo perpendicular à direção analisada.

Para valores intermediários de $\frac{\bar{h}}{L_0}$, a Norma permite que seja feita uma interpolação linear para se obter o valor de r .

3.3. Cálculo da redução das forças sísmicas em função do aumento do período e do amortecimento, segundo a Norma Americana ASCE 7-05

De acordo com a Norma Americana ASCE 7-05, Capítulo 19, item 19.2-1, as forças sísmicas podem sofrer redução devido aos dois fatores já avaliados. São eles: aumento do período devido à consideração da interação solo – estrutura e o amortecimento.

A equação que define a redução da força cortante V na base (e que também será usada para o momento fletor), segundo a Norma é:

$$\Delta V = \left[C_s - \bar{C}_s \left(\frac{0,05}{\beta} \right)^{0,4} \right] \bar{W} \leq 0,3V \quad (3.6)$$

E a nova força \bar{V} fica:

$$\bar{V} = V - \Delta V \quad (3.7)$$

onde:

– C_s é a aceleração sísmica retirada do espectro de resposta de projeto, usando o período natural da estrutura;

– \bar{C}_s é a aceleração sísmica retirada do espectro de resposta de projeto, usando o período efetivo da estrutura;

– β_0 é o fator de amortecimento da fundação;

– \bar{W} o peso efetivo da estrutura que pode ser tomado como $0,7W$, sendo W o peso total da estrutura, exceto para estruturas onde o peso está concentrado em um único andar, quando o peso efetivo pode ser considerado igual a W .

A força sísmica V vale:

$$V = C_s \bar{W} \quad (3.8)$$

Das equações anteriores, substituindo o ΔV da equação (3.6) e V da equação (3.8), na equação (3.7), tem-se:

$$\bar{V} = C_s \bar{W} - \left[C_s - \bar{C}_s \left(\frac{0,05}{\bar{\beta}} \right)^{0,4} \right] \bar{W} \quad (3.9)$$

Simplificando a equação acima, tem-se o valor da força sísmica \bar{V} após a redução:

$$\bar{V} = \bar{C}_s \left(\frac{0,05}{\bar{\beta}} \right)^{0,4} W \quad (3.10)$$

Essa redução de forças pode ser feita aplicando-se o fator $\left(\frac{0,05}{\bar{\beta}} \right)^{0,4}$ nos valores de aceleração do espectro de resposta de projeto, passando assim, a denominar tal espectro de espectro de resposta de projeto reduzido. É então refeita a análise dinâmica modal para que sejam retiradas novamente as forças sísmicas solicitantes na estrutura, que estarão também reduzidas.

O gráfico a seguir representa a redução do espectro de resposta de projeto.

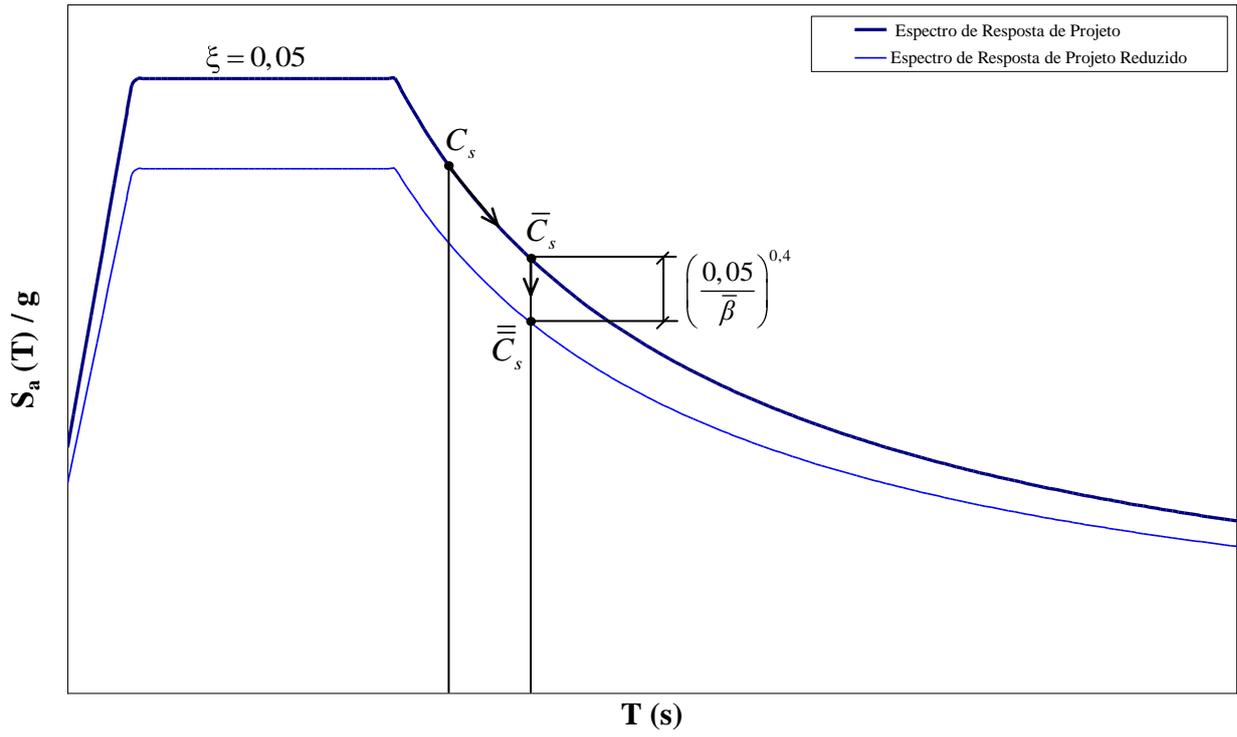


Figura 3.3 – Redução do Espectro de Resposta de Projeto.

4. Cálculo analítico da fração de amortecimento crítico do sistema estrutura – fundação – solo

O sistema *estrutura – fundação – solo* pode ser representado por um sistema *massa – mola – amortecedor* com dois graus de liberdade, sendo um a estrutura e o outro a fundação. As rigezas e o amortecimento envolvidos são os da estrutura e os do sistema fundação – solo. Nesta formulação, para simplificar, não foi considerada a rigidez à rotação da fundação. Considera-se a carga sísmica como uma carga harmônica, conforme o esquema a seguir.

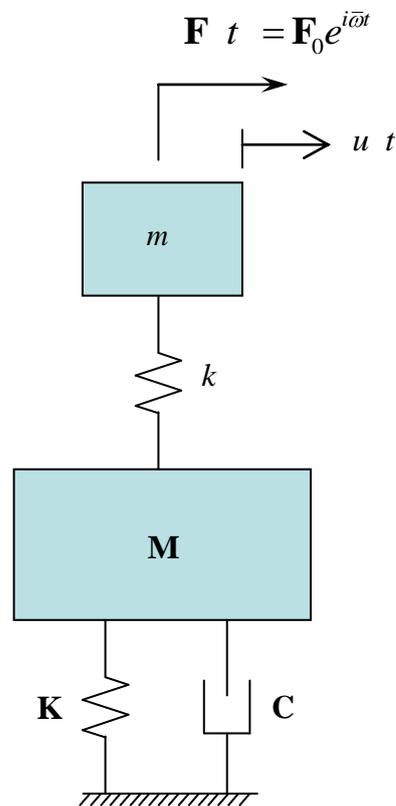


Figura 4.1 – Sistema *massa – mola – amortecedor* com dois graus de liberdade.

A consideração de uma carga harmônica não representa perda de generalidade, já que qualquer carregamento pode ser expresso por uma série harmônica, através de uma transformação de Fourier.

Pode-se demonstrar que (Santos [5]) o deslocamento $u(t)$ da estrutura é dado por:

$$u(t) = \mathbf{F}_0 \left[\frac{\mathbf{K} + k - \mathbf{M}\bar{\omega}^2 + \bar{\omega}^2 \mathbf{C}}{\left[\left[\mathbf{K} + k - \mathbf{M}\bar{\omega}^2 \quad k - m\bar{\omega}^2 \quad -k^2 \right]^2 + \bar{\omega}^2 \left[\mathbf{C} \quad k - m\bar{\omega}^2 \right]^2} \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

onde:

- m é a massa da estrutura;
- k é a rigidez complexa da estrutura, definida na equação 4.2;
- \mathbf{M} é a massa da fundação;
- \mathbf{K} é a rigidez do sistema fundação – solo (cálculo no item 5.1);
- \mathbf{C} é o amortecimento do sistema fundação – solo (cálculo no item 5.2);
- $\mathbf{F}(t)$ representa o carregamento externo harmônico aplicado ao sistema no instante t ;
- \mathbf{F}_0 é a amplitude do carregamento harmônico;
- $\bar{\omega}$ é a frequência angular do carregamento harmônico;
- t é o instante de tempo no qual é estabelecido o equilíbrio dinâmico;
- i é a unidade imaginária.

A força de amortecimento que atua no sistema está associada à perda de energia do sistema. A estrutura e o solo têm amortecimentos diferentes, assim como as rigezas, portanto cada um será abordado individualmente. Apesar de cada um ter um tipo de amortecimento diferente é possível fazer uma relação entre eles, o que é proposto pela Norma Americana ASCE 7-05 [13] , e também demonstrado no Anexo B deste trabalho.

4.1. Parâmetros do sistema fundação – solo

O amortecimento do solo é proporcional à velocidade e é denominado de *amortecimento viscoso* (Souza Lima e Santos [1]).

O amortecimento e a rigidez do sistema solo – fundação dependem do tipo e geometria da fundação envolvida e dos parâmetros do solo, como módulo de deformação transversal e coeficiente de Poisson. Estes cálculos estão explicitados separadamente no item 5.

4.2. Parâmetros da estrutura

O amortecimento dos materiais, que no caso é a estrutura, é proporcional ao deslocamento e é denominado de *amortecimento de histerese* (Souza Lima e Santos [1]).

O módulo de deformação complexo dos materiais (Santos [5]), dado por:

$$\mathbf{E} = E (1 + 2\xi i) \quad (4.2)$$

onde:

- E é o módulo de deformação do material;
- ξ é a fração de amortecimento crítico do material.

Analogamente a rigidez complexa dos materiais é dada por:

$$k = k_m (1 + 2\xi i) \quad (4.3)$$

onde:

- k_m é rigidez do material.

No presente trabalho, a rigidez do material é a rigidez da estrutura estando ela em base fixa. A fração de amortecimento crítico da estrutura pode ser considerada como 5% .

4.3. Representação gráfica da resposta em função da frequência

Calculados todos os parâmetros anteriormente definidos, a equação (4.1) fornece o deslocamento $u t$ em função da frequência $\bar{\omega}$ da carga sísmica. Como o deslocamento é uma variável complexa, o gráfico é plotado calculando seu módulo. O perfil do gráfico está exposto abaixo.

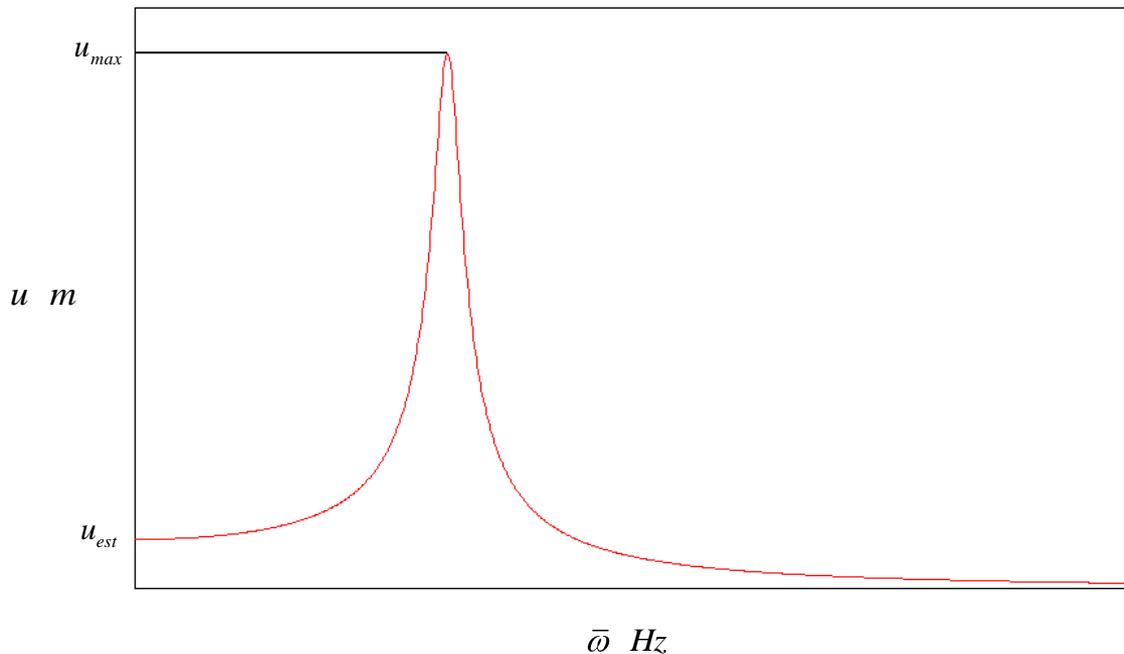


Figura 4.2 – Deslocamento em função da frequência de excitação.

Analisando o gráfico acima, quando a frequência é nula é obtém-se a deformação estática, que pode ser calculada através da equação (4.1), inserindo $\bar{\omega} = 0$, obtendo-se:

$$u_{est} = \frac{\mathbf{F}_0}{\mathbf{K}} \quad (4.4)$$

Sendo K a rigidez do sistema, que é constituído de molas em série:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k} + \frac{1}{\mathbf{K}} \quad (4.5)$$

Define-se como fator de amplificação dinâmica (Souza Lima e Santos [1]), a expressão:

$$\mathbf{A}_D = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 + 2\xi\beta^2}} \quad (4.6)$$

Sendo a frequência excitadora igual à frequência natural (estado de ressonância), tem-se o fator de amplificação dinâmica com a seguinte expressão:

$$\mathbf{A}_D = \frac{1}{2\xi} \quad (4.7)$$

O produto do fator de amplificação dinâmica pela deformação estática fornece o deslocamento máximo:

$$u_{max} = \mathbf{A}_D u_{est} \quad (4.8)$$

Da equação acima, pode-se obter o fator de amplificação dinâmica \mathbf{A}_D , retirando-se do gráfico plotado o deslocamento estático e o máximo. Assim, através da equação (4.7), finalmente calcula-se analiticamente a fração de amortecimento crítico do sistema estrutura – fundação – solo.

5. Rigezas do sistema fundação-solo para uma fundação direta retangular e coeficientes de amortecimento

5.1. Rigezas da fundação

A fundação abordada neste trabalho, que será descrita a seguir, é direta e retangular. Como o método da Norma Americana exige que sejam calculadas as rigezas em três direções, fez-se necessário recorrer a Wolf [4] e Gazetas [3], onde tais rigezas são definidas.

De acordo com Wolf e Gazetas, uma fundação direta retangular, desenhada de acordo com a figura abaixo, possui seis rigezas (3 para a translação nas direções x, y e z e 3 para a rotação em x, y e z).

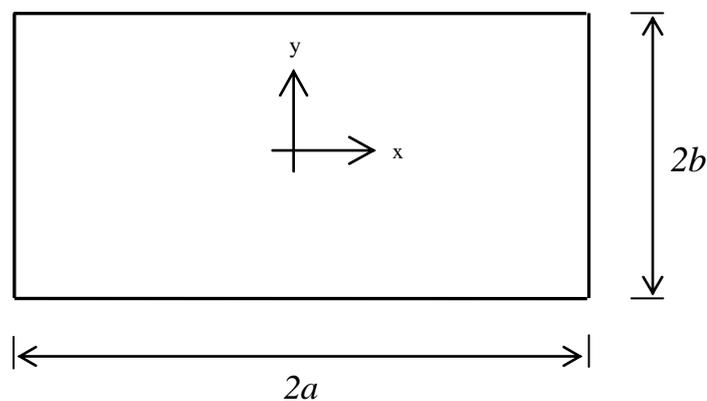


Figura 5.1 – Fundação direta retangular.

Rigezas para a translação:

$$K_x = \frac{G_s b}{2 - \nu_s} \left[6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right] \quad (5.1)$$

$$K_y = \frac{G_s b}{2 - \nu_s} \left[6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \frac{a}{b} + 1,6 \right] \quad (5.2)$$

$$K_z = \frac{G_s b}{1-\nu_s} \left[3,1 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right] \quad (5.3)$$

Rigezas para a rotação:

$$K_{xx} = \frac{G_s b^3}{1-\nu_s} \left[3,2 \frac{a}{b} + 0,8 \right] \quad (5.4)$$

$$K_{yy} = \frac{G_s b^3}{1-\nu_s} \left[3,73 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,4} + 0,27 \right] \quad (5.5)$$

$$K_{zz} = G_s b^3 \left[4,25 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,45} + 4,06 \right] \quad (5.6)$$

onde:

- a e b são metade das dimensões da fundação, mostradas na Figura 5.1;
- G_s é o módulo de deformação transversal do solo;
- ν_s é o coeficiente de Poisson do solo.

5.2. Coeficientes de amortecimento

Segundo Richart [10] , os coeficientes de amortecimento de uma fundação circular são dados pelas equações descritas em 5.2.2. Para o caso de uma fundação retangular, pode-se calcular os raios equivalentes conforme as equações no item 5.2.1 .

5.2.1. Raios equivalentes

Raio equivalente para as translações em x, y e z:

$$r_t = \left(\frac{4ab}{\pi} \right)^{1/2} \quad (5.7)$$

Raio equivalente para a rotação em torno de x:

$$r_r = \left(\frac{16ab^3}{3\pi} \right)^{1/4} \quad (5.8)$$

Raio equivalente para a torção em torno de z:

$$r_{tor} = \left(\frac{16ab(a^2 + b^2)}{6\pi} \right)^{1/4} \quad (5.9)$$

5.2.2. Coeficientes de amortecimento

Assim, as expressões de amortecimento podem ser calculadas:

Amortecimento vertical:

$$C_z = \frac{3,4r_t}{1-\nu} \sqrt{\rho G} \quad (5.10)$$

Amortecimento horizontal:

$$C_x = \frac{18,4}{7-8\nu} \frac{1-\nu}{r_t^2} \sqrt{\rho G} \quad (5.11)$$

Amortecimento rotacional:

$$C_\psi = \frac{0,8 r_r^4}{1-\nu} \frac{1+B_\psi}{1+B_\psi} \sqrt{\rho G} \quad (5.12)$$

sendo:

$$B_\psi = \frac{3}{8} \frac{1-\nu}{\rho r_r^5} I_\psi \quad (5.13)$$

onde:

$$I_\psi = \frac{M r_r}{4} \quad (5.14)$$

– M é a massa total

Amortecimento torcional:

$$C_\theta = \frac{1}{1+2B_\theta} \sqrt{\frac{16G r_{tor}^3 I_\theta}{3}} \quad (5.15)$$

sendo:

$$B_\theta = \frac{I_\theta}{\rho r_{tor}^5} \quad (5.16)$$

onde:

$$I_\theta = 2 I_\psi \quad (5.17)$$

6. Exemplo

6.1. Descrição da estrutura estudada

O exemplo a ser mostrado neste trabalho é de um edifício de três andares com ocupação prevista para escritórios, com estrutura em concreto armado, localizado na cidade de Rio Branco, Estado do Acre, Brasil. Será feita uma análise sísmica da estrutura. A direção a ser analisada é a y , mostrada na Figura 6.1. Os dados do edifício, fundação e solo estão a seguir. Considerou-se a aceleração da gravidade com o valor de $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

(i) Geometria da edificação:

- Colunas: retangulares, seção transversal de $0,40 \text{ m} \times 0,50 \text{ m}$;
- Altura entre os andares: 4 m ;
- Vãos: $11 \text{ m} \times 27,5 \text{ m}$.

(ii) Características do concreto:

- Módulo de elasticidade: $E_c = 2,5 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$;
- Coeficiente de Poisson: $\nu_c = 0,20$.

(iii) Carregamento:

- Carga permanente por andar: avaliada em $q_a = 6,3 \text{ kN/m}^2$.

(iv) Geometria da fundação:

– Fundação em radier: foram acrescentados 0,50m em cada lado do edifício para a fundação, ficando esta com as dimensões de 12 m x 28,5 m .

(v) Características do solo:

– Módulo de deformação transversal: $G_s = 3,0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$;

– Massa específica: $\rho_s = 1,8 \text{ t/m}^3$;

– Coeficiente de Poisson: $\nu_s = 0,35$;

– Velocidade da onda cisalhante: $v_s = 129 \text{ m/s}$;

– SPT médio nos 30 m superiores do terreno: $\bar{N} = 4$;

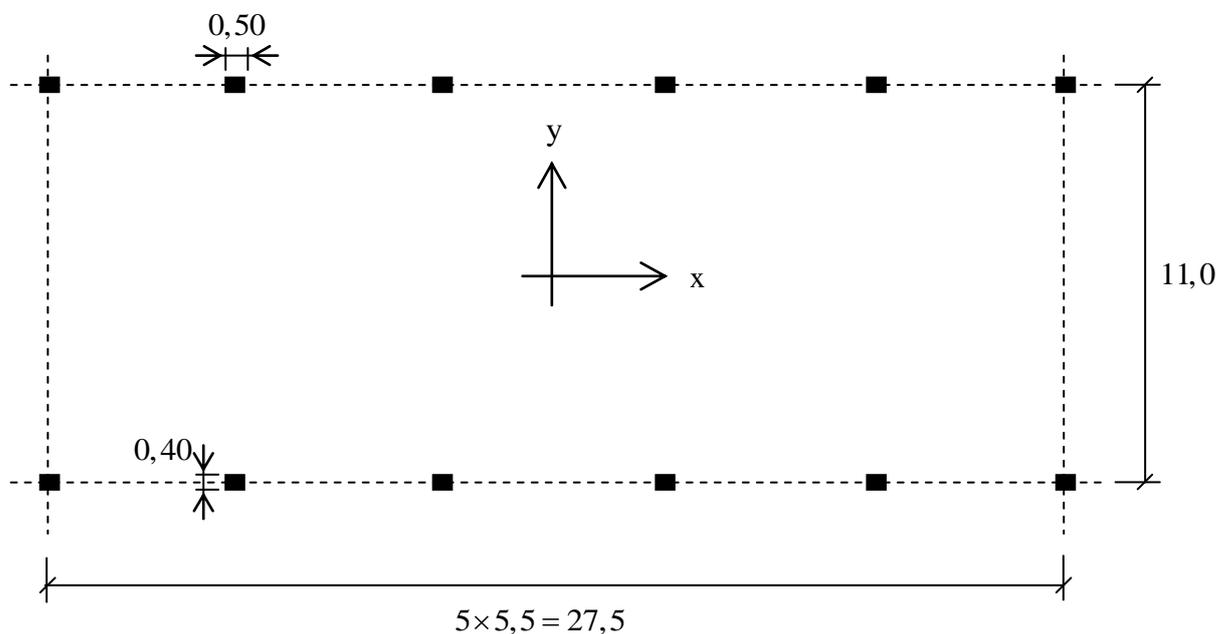


Figura 6.1 – Disposição em planta das colunas (dimensões em m).

6.2. Modelagem da estrutura com base fixa

6.2.1. Descrição do modelo

O edifício foi modelado na direção a ser analisada, direção y da Figura 6.1, considerando as características nesta direção, porém sem desconsiderar as dimensões na direção x , de forma que o modelo tenha um comportamento equivalente ao da edificação como um todo.

A Figura 6.2 mostra o modelo utilizado. O modelo possui base fixa, para que seja assim extraído seu período natural e possa ser calculado o período considerando a interação solo – estrutura, tanto pelo método estático das forças equivalentes da Norma Brasileira conforme o item 2.2.1.2, quanto pelo método da Norma Americana conforme o item 3.1.

Toda a modelagem foi feita no programa de análise estrutural SALT-UFRJ [8] .

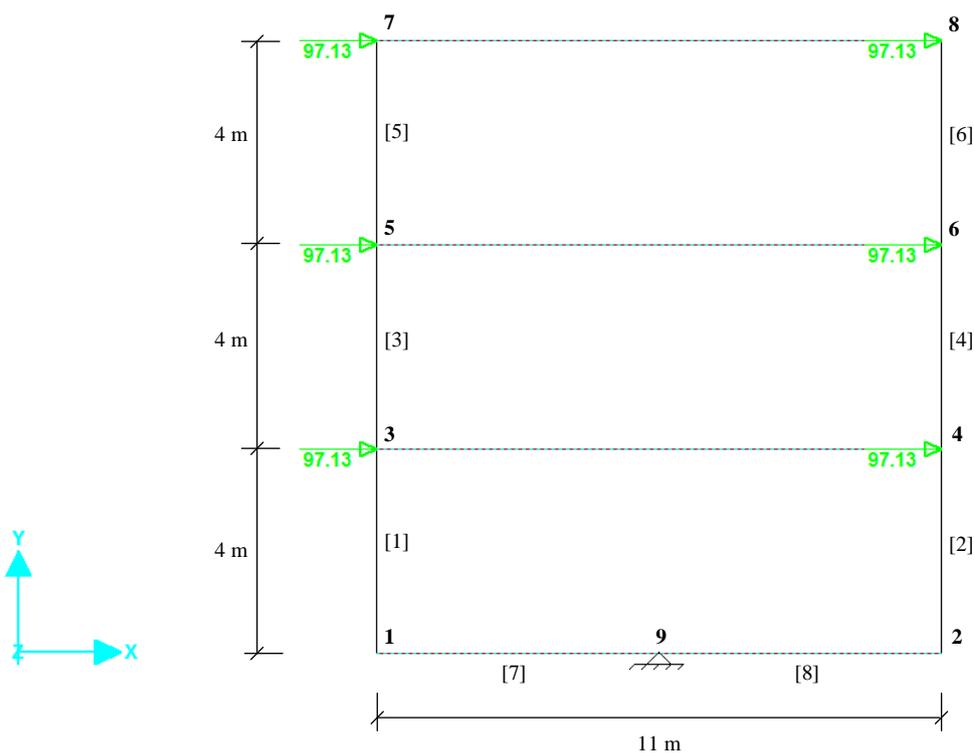


Figura 6.2 – Modelo da edificação, feito na direção y , com base fixa.

Como a edificação não possui vigas, os pontos que representam o encontro da laje nos pilares foram modelados de forma a considerar que os pontos sobre uma mesma horizontal

possuem mesmo deslocamento, já que a laje foi considerada infinitamente rígida nesta direção. Para isso esses pontos foram modelados como nó-mestre (os pontos da direita) e nó-escravo (os pontos da esquerda). A representação dessa ligação é feita pelo programa através de uma linha pontilhada, conforme mostra a figura.

Para representar os pilares, como o modelo foi feito apenas na direção a ser analisada (direção y), a seção da coluna é de 40cm na direção y e de 300cm na direção x , que vem a ser 6×50 cm, já que são 6 pilares.

Para representar a fundação em radier foi colocado um elemento muito mais rígido que os pilares.

6.2.2. Arquivo de entrada no programa

Foi feita uma análise modal para retirada dos períodos e frequências da estrutura. Na análise modal é necessário inserir as respectivas massas no modelo.

Sendo a carga permanente por andar avaliada em $q_a = 6,3 \text{ kN/m}^2$, a massa por andar, já multiplicada pela área da laje, vale:

$$m_a = \frac{q_a}{g} = \frac{6,3 \text{ kN/m}^2 \cdot 11,0 \times 27,5}{9,81 \text{ m/s}^2} = 194,266 \text{ t} \quad (6.1)$$

Como o modelo, na direção y possui 2 pilares, essa massa foi dividida e aplicada em cada pilar, ficando então com valor de:

$$m = \frac{m_a}{2} = \frac{194,266}{2} = 97,13 \text{ t} \quad (6.2)$$

6.2.3. Arquivo de saída do programa

Conforme pode ser visto no arquivo de saída do programa representado no quadro abaixo, o período da estrutura para o seu 1º modo de vibração é de $T = 0,5653$ s .

Relatório: Frequências e Períodos			
Modo	Período(s)	Freq.(hertz)	Freq.(rad/s)
1	0,565268	1,769073	11,115411
2	0,201459	4,96378	31,188349
3	0,13892	7,198406	45,22892

Tabela 6.1 – Relatório de frequências e períodos retirados do SALT para o modelo com base fixa.

6.3. Cálculo do período efetivo da estrutura pela Norma Brasileira NBR-15421:2006

Segundo os critérios e classificações da NBR-15421:2006 [12] , para este caso, tem-se:

- Zona sísmica: zona 3, $a_g = 0,10g$ (ver Figura 2.1 e Tabela 2.2);
- Classe do terreno: E (ver Tabela 2.3);
- Categoria de utilização: I e fator de importância de utilização: 1,0 (ver Tabela 2.4);
- Coeficientes $C_T = 0,0466$ e $x = 0,9$;
- Altura da estrutura acima da base: $h_n = 12$;
- Coeficiente de limitação do período: $C_{up} = 1,4$ (ver Tabela 2.8);

Período natural aproximado da estrutura (equação (2.10)):

$$T_a = C_T h_n^x = 0,0466 \times 12^{0,9} = 0,4362 \text{ s} \quad (6.3)$$

Período máximo estrutura da estrutura (equação (2.9)):

$$T_{max} = C_{up} T_a = 1,4 \times 0,4362 = 0,6107 \text{ s} \quad (6.4)$$

6.4. Cálculo do período efetivo da estrutura pela Norma Americana ASCE 7-05

Conforme já mencionado, a ASCE 7-05 [13] calcula o período efetivo da estrutura através do período da estrutura com base fixa. Desta forma, o período utilizado será o extraído da modelagem no SALT, que vale $T = 0,5653$ s .

O peso total da estrutura vale:

$$W = 3 q_a \times 11,0 \times 27,5 = 3 \cdot 6,3 \times 11,0 \times 27,5 \quad \therefore W = 5717,25 \text{ kN} \quad (6.5)$$

O peso efetivo da estrutura vale:

$$\bar{W} = 0,7W = 0,7 \times 5717,25 \quad \therefore \bar{W} = 4002,075 \text{ kN} \quad (6.6)$$

A rigidez da estrutura com base fixa fica então:

$$\bar{k} = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{gT^2} \right) = 4\pi^2 \left(\frac{4002,075}{9,81 \times 0,5653^2} \right) \quad \therefore \bar{k} = 50398,54 \text{ kN/m} \quad (6.7)$$

A altura efetiva da estrutura vale:

$$\bar{h} = 0,7h = 0,7 \times 12,0 \quad \therefore \bar{h} = 8,4 \text{ m} \quad (6.8)$$

De acordo com a Tabela 3.1 (Tabela 19.2-1 da ASCE 7-05) para valores de $S_{D1} \leq 0,20$, o valor do módulo de deformação transversal G do solo deve ser multiplicado por 0,49 e para $S_{D1} \geq 0,25$ deve ser multiplicado por 0,42. Como neste caso o valor de $S_{D1} = 0,25$ (ver gráfico do espectro de resposta apresentado na Figura 6.4) e a Norma não faz nenhuma recomendação para que seja feita interpolação linear, foi utilizado o fator 0,42.

Como a estrutura está sendo analisada na direção y , a rigidez horizontal que importa é K_y , a rigidez vertical K_z e a rigidez rotacional K_{xx} . Desta forma, de acordo com as equações (5.2), (5.3) e (5.4) as rigezas valem:

$$\begin{aligned}
K_y &= \frac{Gb}{2-\nu} \left[6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \frac{a}{b} + 1,6 \right] \\
&= \frac{0,42 \times 30000 \times 6,0}{2-0,35} \left[6,8 \left(\frac{14,25}{6,0} \right)^{0,65} + 0,8 \frac{14,25}{6,0} + 1,6 \right] \quad \therefore K_y = 707035,25 \text{ kN/r} \quad (6.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_z &= \frac{Gb}{1-\nu} \left[3,1 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right] \\
&= \frac{0,42 \times 30000 \times 6,0}{2-0,35} \left[3,1 \left(\frac{14,25}{6,0} \right)^{0,75} + 1,6 \right] \quad \therefore K_z = 875883,82 \text{ kN/m} \quad (6.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{xx} &= \frac{Gb^3}{1-\nu} \left[3,2 \frac{a}{b} + 0,8 \right] \\
&= \frac{0,42 \times 30000 \times 6,0^3}{1-0,35} \left[3,2 \frac{14,25}{6,0} + 0,8 \right] \quad \therefore K_{xx} = 35171446,15 \text{ kN/m} \quad (6.11)
\end{aligned}$$

Assim, o período efetivo da estrutura vale:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y} \left(1 + \frac{K_y \bar{h}^2}{K_\theta} \right)} = 0,5653 \sqrt{1 + \frac{50398,61}{707037,25} \left(1 + \frac{707037,25 \times 8,4^2}{35171446,15} \right)} \quad (6.12)$$

$$\bar{T} = 0,6121 \text{ s}$$

O aumento do período, devido à interação solo – estrutura que a ASCE 7-05 faz, em relação ao calculado no item 6.2 da modelagem com base fixa vale:

$$\frac{0,6121 - 0,5653}{0,5653} = 0,083 = 8,3 \% \quad (6.13)$$

6.5. Modelagem da estrutura com interação solo – estrutura

Através dos cálculos já feitos, sabendo as rigezas da fundação, a estrutura foi remodelada, com a fundação sobre um apoio elástico, onde as rigezas das molas são as

calculadas em (6.9), (6.10) e em (6.11), que são, respectivamente na horizontal (direção y), vertical e rotacional (segundo o eixo x).

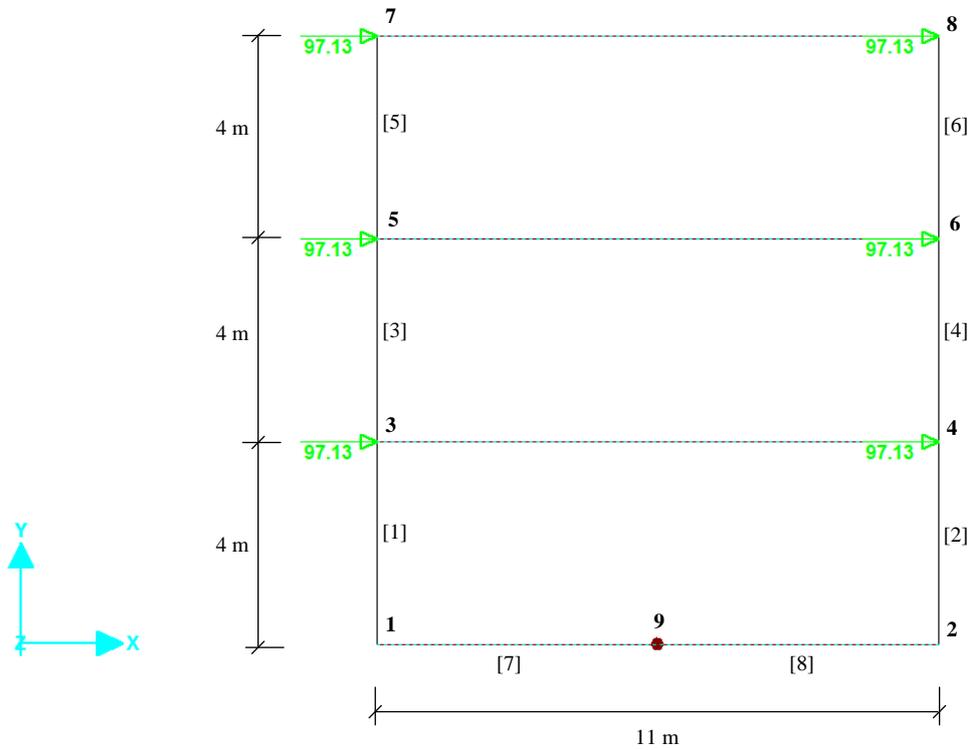


Figura 6.3 – Modelo da edificação, feito na direção y , com base elástica.

6.5.1. Arquivo de entrada no programa

Foi feita uma análise modal para retirada dos períodos e frequências da estrutura. Foram inseridas as mesmas massas nodais que as do outro modelo.

6.5.2. Arquivo de saída do programa

Conforme pode ser visto no arquivo de saída do programa representado no quadro abaixo, o período da estrutura para o seu 1º modo de vibração é de $T = 0,6306$ s.

Relatório: Frequências e Períodos			
Modo	Período(s)	Freq.(hertz)	Freq.(rad/s)
1	0,630595	1,585804	9,963902
2	0,208642	4,792903	30,114695
3	0,140051	7,140252	44,86353

Tabela 6.2 – Relatório de frequências e períodos retirados do SALT para o modelo com base elástica.

O aumento do período, devido à interação solo – estrutura, em relação ao obtido no item 6.2 da modelagem com base fixa, vale:

$$\frac{0,6306 - 0,5653}{0,5653} = 0,12 = 12 \% \quad (6.14)$$

6.6. Comparação dos resultados

Para comparar os resultados obtidos na análise do período da estrutura, com e sem a consideração da interação solo – estrutura foi feito um quadro-resumo dos valores encontrados nos métodos de avaliação feitos.

Período da estrutura			
	Método de avaliação	Valor encontrado	Aumento do período em relação ao modelo com base fixa
Período natural	Modelagem no SALT com base fixa	T = 0,5653 s	-
Período com interação solo - estrutura	Norma Brasileira NBR 15421:2006	T = 0,4362 s	Não houve
	Norma Americana ASCE 7-05	T = 0,6121 s	8,3 %
	Modelagem no SALT com base elástica	T = 0,6306 s	12 %

Tabela 6.3 – Quadro-resumo dos períodos da estrutura obtidos.

A consideração da interação solo – estrutura gerou um aumento do período da estrutura em relação ao seu período natural. Porém, apenas o período obtido pela Norma Brasileira NBR 15421:2006 não apresentou um aumento.

6.7. Espectro de resposta e Análise espectral

A obtenção do espectro de resposta de projeto neste trabalho foi feita utilizando as expressões propostas pela NBR 15421, que possui critérios semelhantes ao da ASCE 7 para a descrição do espectro.

Para terrenos de classe E, sendo $a_g = 0,10g$, de acordo com a Tabela 2.6, tem-se $C_a = 2,5$ e $C_v = 3,5$.

As acelerações espectrais, de acordo com as equações (2.1) e (2.2) ficam:

$$a_{gs0} = C_a a_g = 2,5 \times 0,10g = 0,25g \quad (6.15)$$

$$a_{gs1} = C_v a_g = 3,5 \times 0,10g = 0,35g \quad (6.16)$$

O espectro de resposta de projeto, obtido através das equações (2.3), (2.4) e (2.5), dividindo essas expressões pela aceleração da gravidade, está representado abaixo:

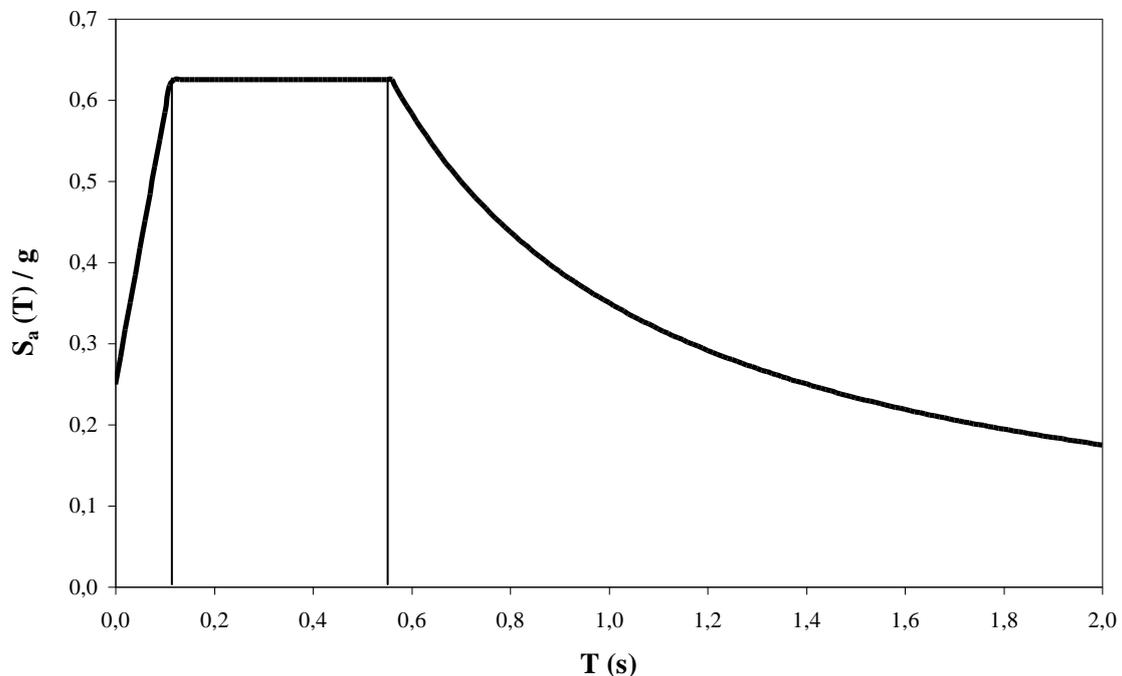


Figura 6.4 – Espectro de resposta de projeto em termos de aceleração dividida pela aceleração da gravidade.

Do gráfico do espectro de resposta de projeto, tem-se que $S_{D1} = 0,25$ e $S_{DS} = 0,625$.

Os dois pontos que definem a mudança de equação são respectivamente:

$$0,08 \frac{C_v}{C_a} = 0,08 \frac{3,5}{2,5} = 0,11 \text{ s} \quad (6.17)$$

$$0,4 \frac{C_v}{C_a} = 0,4 \frac{3,5}{2,5} = 0,56 \text{ s} \quad (6.18)$$

Foi feita uma análise espectral no programa SALT-UFRJ [8] para os dois modelos desenvolvidos, descritos em 6.2 e em 6.5. O espectro foi inserido no programa, utilizando o critério da Combinação – Quadrática – Completa (CQC). Foram retiradas do programa as forças na base e os deslocamentos nos nós após tal análise.

Para este caso, foram tomados valores de fator de importância $I = 1,0$ (estrutura usual) e de coeficiente de resposta $R = 1,0$ (resposta elástica). Então as respostas, em termos de forças, devem ser multiplicadas por 1,0, não havendo assim alteração nos valores.

Relatório: Forças na Base (kN/kNm)							
Carreg./Comb.	Sistema	Força X (*)	Força Y	Força Z (**)	Momento X (*)	Momento Y	Momento Z (**)
Espectro	Global	31832,89	0,00	0,00	0,00	0,00	285189,36

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.4 – Relatório de forças na base retirados do SALT para o modelo com base fixa, após análise espectral.

Relatório: Forças na Base (kN/kNm)							
Carreg./Comb.	Sistema	Força X (*)	Força Y	Força Z (**)	Momento X (*)	Momento Y	Momento Z (**)
Espectro	Global	28786,86	0,00	0,00	0,00	0,00	256551,47

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.5 – Relatório de forças na base retirados do SALT para o modelo com base elástica, após análise espectral.

Relatório: Deslocamentos Nodais (m)								
Nó	Sistema	Carreg./Comb.	Transl. X (*)	Transl. Y	Transl. Z (**)	Rot. X (*)	Rot. Y	Rot. Z (**)
1	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	Global	Espectro	0,2611	0,0032	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006
4	Global	Espectro	0,2611	0,0032	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006
5	Global	Espectro	0,4707	0,0048	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009
6	Global	Espectro	0,4707	0,0048	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009
7	Global	Espectro	0,5898	0,0052	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009
8	Global	Espectro	0,5898	0,0052	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009
9	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.6 – Relatório de deslocamentos nos nós retirados do SALT para o modelo com base fixa, após análise espectral.

Relatório: Deslocamentos Nodais (m)								
Nó	Sistema	Carreg./Comb.	Transl. X (*)	Transl. Y	Transl. Z (**)	Rot. X (*)	Rot. Y	Rot. Z (**)
1	Global	Espectro	0,0407	0,0401	0,0000	0,0000	0,0000	0,0073
2	Global	Espectro	0,0407	0,0401	0,0000	0,0000	0,0000	0,0073
3	Global	Espectro	0,3058	0,0430	0,0000	0,0000	0,0000	0,0078
4	Global	Espectro	0,3058	0,0430	0,0000	0,0000	0,0000	0,0078
5	Global	Espectro	0,5225	0,0444	0,0000	0,0000	0,0000	0,0081
6	Global	Espectro	0,5225	0,0444	0,0000	0,0000	0,0000	0,0081
7	Global	Espectro	0,6585	0,0448	0,0000	0,0000	0,0000	0,0081
8	Global	Espectro	0,6585	0,0448	0,0000	0,0000	0,0000	0,0081
9	Global	Espectro	0,0407	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0073

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.7 – Relatório de deslocamentos nos nós retirados do SALT para o modelo com base elástica, após análise espectral.

6.8. Cálculo do amortecimento efetivo do sistema estrutura-fundação segundo a Norma Americana ASCE 7-05

Conforme explicitado em 3.2, a ASCE 7-05 [13] propõe um cálculo do amortecimento efetivo do sistema estrutura-fundação, definido na equação (3.3).

Da relação entre a altura efetiva e o comprimento da fundação, obtém-se:

$$\frac{\bar{h}}{L_0} = \frac{8,4}{11} = 0,764 \quad (6.19)$$

Os comprimentos característicos da fundação ficam:

$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} = \sqrt{\frac{11,0 \times 27,5}{\pi}} = 9,813 \text{ m} \quad (6.20)$$

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 27,5 \times 11,0^3 / 12}{\pi}} = 7,894 \text{ m} \quad (6.21)$$

Como o valor de $\frac{\bar{h}}{L_0}$ está entre $0,5 < \frac{\bar{h}}{L_0} = 0,764 < 1,0$ foi feita uma interpolação linear para que seja calculado o comprimento característico da fundação. Fazendo essa interpolação obtém-se:

$$r = 8,801 \quad (6.22)$$

A razão entre os períodos fica:

$$\frac{\bar{T}}{T} = \frac{0,6121}{0,5653} = 1,083 \quad (6.23)$$

Entrando no gráfico da Figura 3.2 obtém-se: $\beta_0 = 0,035$, sendo $\frac{S_{DS}}{2,5} = \frac{0,625}{2,5} = 0,25$.

Finalmente, calcula-se o amortecimento efetivo do sistema, em que a primeira parcela representa o amortecimento do solo (amortecimento viscoso, ver Anexo B) e a segunda parcela representa o amortecimento da estrutura (amortecimento de histerese):

$$\bar{\beta} = \beta_0 + \frac{0,05}{\left(\frac{\bar{T}}{T}\right)^3} = 0,035 + \frac{0,05}{1,083^3} = 0,074 = 7,4 \% \approx 7,5 \% \quad (6.24)$$

6.9. Cálculo da redução das forças sísmicas segundo a Norma Americana ASCE 7-05

Do gráfico do espectro de resposta de projeto, na Figura 6.4, o fator que multiplica a aceleração da gravidade (sendo, portanto, adimensional) para o período natural da estrutura, $T = 0,5653\text{ s}$, obedece à terceira equação do espectro, e tem valor de:

$$C_s = \frac{a_{gs1}/g}{T} = \frac{0,35}{0,5653} = 0,6191 \quad (6.25)$$

O fator para o período efetivo da estrutura calculado pela ASCE 7-05, $\bar{T} = 0,6121\text{ s}$, também obedece à terceira equação do espectro, valendo:

$$\bar{C}_s = \frac{a_{gs1}/g}{\bar{T}} = \frac{0,35}{0,6121} = 0,5718 \quad (6.26)$$

E fator para o período efetivo da estrutura calculado pela modelagem com base elástica, $T = 0,6306\text{ s}$, fica:

$$\bar{C}_s = \frac{a_{gs1}/g}{T} = \frac{0,35}{0,6306} = 0,5550 \quad (6.27)$$

Como o período mais exato da estrutura é o retirado da análise da modelagem com base elástica, será utilizado este para o cálculo das reduções das forças.

O fator que multiplica o espectro de resposta de projeto, de acordo com a equação (3.10), vale:

$$\left(\frac{0,05}{\bar{\beta}}\right)^{0,4} = \left(\frac{0,05}{0,0744}\right)^{0,4} = 0,8530 \quad (6.28)$$

O gráfico a seguir representa o espectro de resposta de projeto e sua redução.

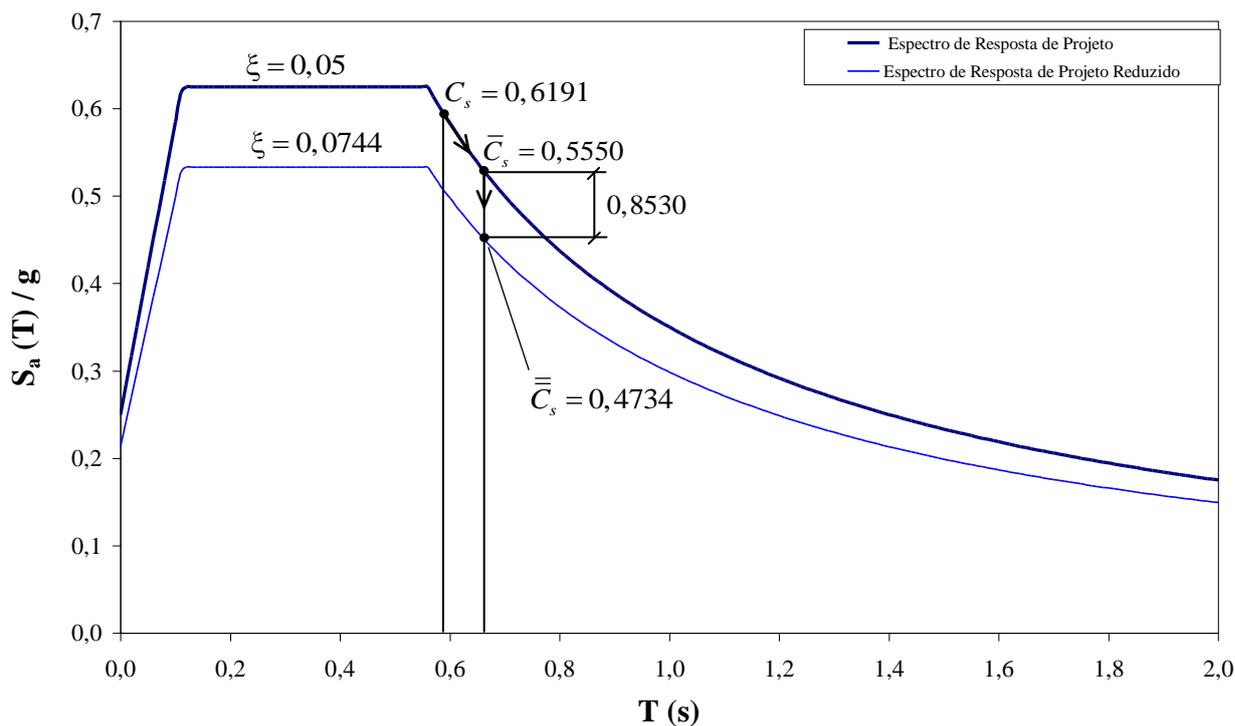


Figura 6.5 – Redução do Espectro de Resposta de Projeto.

As novas forças na base após essa redução ficaram:

Relatório: Forças na Base (kN/kNm)							
Carreg./Comb.	Sistema	Força X (*)	Força Y	Força Z (**)	Momento X (*)	Momento Y	Momento Z (**)
Espectro	Global	27153,62	0,00	0,00	0,00	0,00	243268,05

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.8 – Forças na base para o modelo com base fixa, após redução.

Relatório: Forças na Base (kN/kNm)							
Carreg./Comb.	Sistema	Força X (*)	Força Y	Força Z (**)	Momento X (*)	Momento Y	Momento Z (**)
Espectro	Global	24555,45	0,00	0,00	0,00	0,00	218840,69

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.9 – Forças na base para o modelo com base elástica, após redução.

Os deslocamentos obtidos foram:

Relatório: Deslocamentos Nodais (m)								
Nó	Sistema	Carreg./Comb.	Transl. X (*)	Transl. Y	Transl. Z (**)	Rot. X (*)	Rot. Y	Rot. Z (**)
1	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	Global	Espectro	0,2227	0,0027	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005
4	Global	Espectro	0,2227	0,0027	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005
5	Global	Espectro	0,4015	0,0041	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007
6	Global	Espectro	0,4015	0,0041	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007
7	Global	Espectro	0,5031	0,0044	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008
8	Global	Espectro	0,5031	0,0044	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008
9	Global	Espectro	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.10 – Deslocamentos nos nós para o modelo com base fixa, após redução.

Relatório: Deslocamentos Nodais (m)								
Nó	Sistema	Carreg./Comb.	Transl. X (*)	Transl. Y	Transl. Z (**)	Rot. X (*)	Rot. Y	Rot. Z (**)
1	Global	Espectro	0,0347	0,0342	0,0000	0,0000	0,0000	0,0062
2	Global	Espectro	0,0347	0,0342	0,0000	0,0000	0,0000	0,0062
3	Global	Espectro	0,2608	0,0367	0,0000	0,0000	0,0000	0,0067
4	Global	Espectro	0,2608	0,0367	0,0000	0,0000	0,0000	0,0067
5	Global	Espectro	0,4457	0,0379	0,0000	0,0000	0,0000	0,0069
6	Global	Espectro	0,4457	0,0379	0,0000	0,0000	0,0000	0,0069
7	Global	Espectro	0,5617	0,0382	0,0000	0,0000	0,0000	0,0069
8	Global	Espectro	0,5617	0,0382	0,0000	0,0000	0,0000	0,0069
9	Global	Espectro	0,0347	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0062

(*) a coordenada x do modelo corresponde à coordenada y da Figura 6.1.

(**) a coordenada z do modelo corresponde à coordenada x da Figura 6.1.

Tabela 6.11 – Deslocamentos nos nós para o modelo com base elástica, após redução.

Calculando em termos percentuais a redução das forças, assim como dos deslocamentos, para os dois modelos, tem-se uma redução de 14,7 %, representando um valor significativo no projeto estrutural, podendo trazer economias ao projeto.

6.10. Cálculo analítico da fração de amortecimento crítico do sistema

Conforme mostrado no item 3.3, a fração de amortecimento crítico do sistema pode ser obtida analiticamente, plotando-se o gráfico da Figura 4.2, definido pela equação (4.1). Porém vale destacar que tal formulação não leva em conta a existência de rigidez rotacional, que seria a rigidez à rotação em torno de x (ver Figura 6.1). Apesar disso, este cálculo será feito para comparações.

As forças sísmicas despertam forças verticais e horizontais em uma estrutura. Porém, como as forças verticais apenas aumentam ou diminuem o peso da estrutura, estas não têm grande relevância. Já na direção horizontal as forças sísmicas devem ser analisadas, pois podem provocar deslocamentos e rotações significativas. As rigezas e amortecimentos calculados nessa verificação são apenas os na direção horizontal.

6.10.1. Parâmetros do sistema fundação – solo

Massa da fundação:

$$M = \frac{28,5 \times 12,0 \times 0,60 \times 25,0}{9,81} = 522,94 \text{ t} \quad (6.29)$$

Rigidez na direção y (calculado na equação (6.9)):

$$K_y = 707037,25 \text{ kN/m} \quad (6.30)$$

Raio equivalente para translação em y (de acordo com a equação (5.7)):

$$r_t = \left(\frac{4ab}{\pi} \right)^{1/2} = \left(\frac{4 \times 14,25 \times 6,0}{\pi} \right)^{1/2} \therefore r_t = 10,434 \text{ m} \quad (6.31)$$

Amortecimento na direção y (de acordo com a equação (5.8)):

$$C_x = \frac{18,4 \cdot 1 - \nu \cdot r_t^2}{7 - 8\nu} \sqrt{\rho G} = \frac{18,4 \cdot 1 - 0,35 \cdot 10,434^2}{7 - 8 \times 0,35} \sqrt{1,8 \times 30000}$$

$$C_x = 72036,9 \frac{\text{kN.s}}{\text{m}}$$
(6.32)

6.10.2. Parâmetros da estrutura

Massa da estrutura:

$$m = \frac{\bar{W}}{g} = \frac{0,7 \times W}{9,81} = \frac{5717,25}{9,81} \quad \therefore \quad m = 407,96 \text{ t}$$
(6.33)

Considerou-se a fração de amortecimento crítico da estrutura sendo $\xi = 5\%$. A rigidez da estrutura com base fixa já foi calculada, utilizando o período obtido da modelagem no SALT e vale $k = 50398,54 \text{ kN/m}$.

A rigidez complexa da estrutura vale:

$$k^* = k \cdot 1 + 2\xi i = 50398,54 \cdot 1 + 0,1i$$
(6.34)

6.10.3. Parâmetros da força sísmica

Conforme já dito, a força sísmica pode ser considerada uma força harmônica, dada pela equação:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 e^{i\bar{\omega}t}$$
(6.35)

Mesmo que a força não seja harmônica a equação acima pode ser utilizada, pois qualquer solicitação não-harmônica pode ser transformada em harmônica por série de Fourier, através da superposição de componentes harmônicas.

A amplitude da força sísmica considerada foi de $F_0 = 100 \text{ kN}$.

6.10.4. Representação gráfica da resposta em função da frequência

Calculados todos os parâmetros acima, a equação (4.1) fornece o deslocamento $u(t)$ em função da frequência $\bar{\omega}$ da carga sísmica. Como o deslocamento é uma variável complexa, o gráfico é plotado calculando seu módulo. O gráfico foi obtido inserindo a equação no programa Mathcad [7], e está representado abaixo:

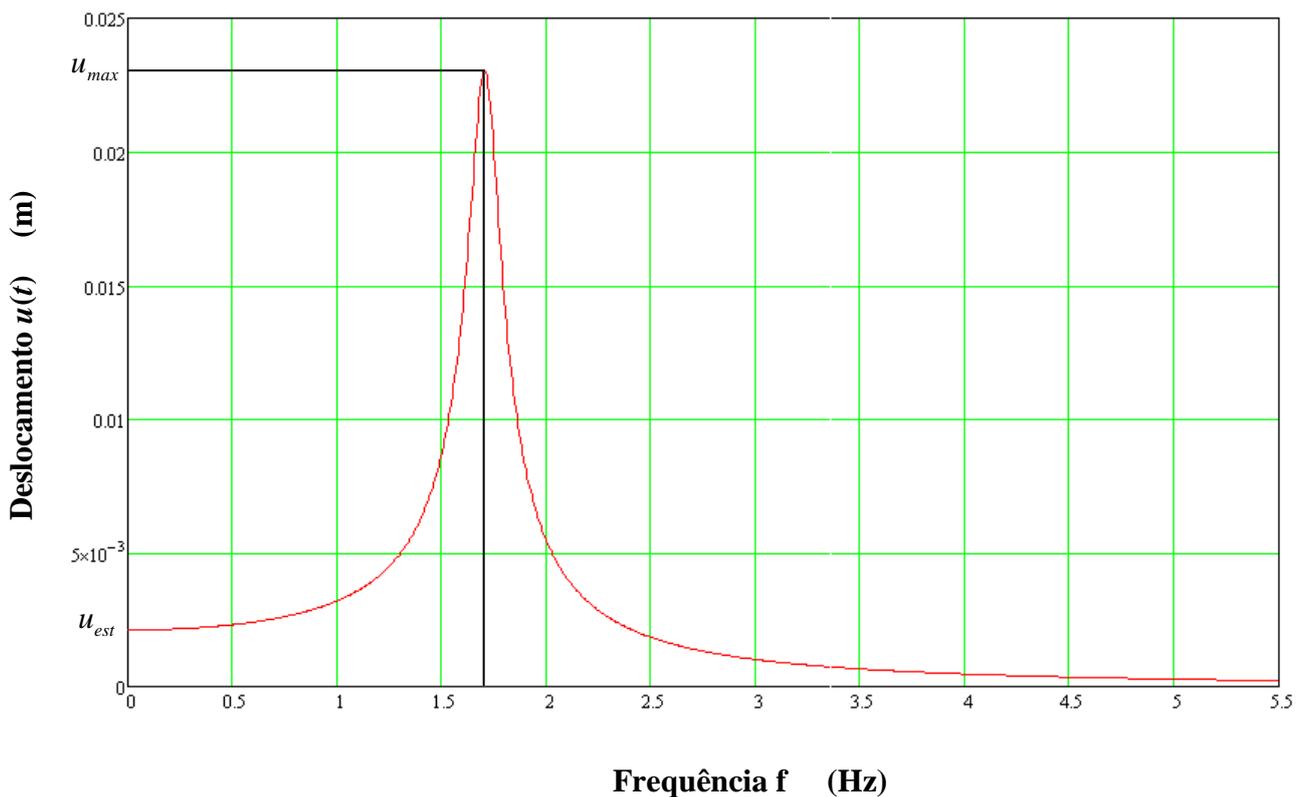


Figura 6.6 – Gráfico do deslocamento em função da frequência de excitação para o problema.

Analisando o gráfico acima, o valor da deformação estática é:

$$u_{est} = 2,115 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (6.36)$$

E o valor do deslocamento máximo é:

$$u_{max} = 0,023 \text{ m} \quad (6.37)$$

Assim, tem-se de acordo com a equação (4.8):

$$u_{max} = \mathbf{A}_D u_{est} \quad \therefore \quad 0,023 = \mathbf{A}_D \times 2,115 \times 10^{-3} \quad \therefore \quad \mathbf{A}_D = 10,87 \quad (6.38)$$

Finalmente da equação (4.7), obtém-se a fração de amortecimento crítico do sistema:

$$\mathbf{A}_D = \frac{1}{2\xi} \quad \therefore \quad 10,87 = \frac{1}{2\xi} \quad \therefore \quad \xi = 0,046 = 4,6\% \quad (6.39)$$

Este valor de fração de amortecimento crítico seria o equivalente ao $\beta = 7,4\%$, calculado pela Norma Americana ASCE 7-05 (equação (6.24) deste trabalho). Tal de diferença pode se dar pelo fato do cálculo da Norma Americana não ser um cálculo analítico, mas sim empírico. Além disso, o cálculo analítico agora feito não leva em consideração a mola rotacional.

6.10.5. Verificação da frequência no pico

Conforme demonstrado no Anexo C, o período da estrutura, sem a consideração de mola rotacional vale para este caso:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y}} = 0,5653 \sqrt{1 + \frac{50398,54}{707037,25}} \quad \therefore \quad \bar{T} = 0,5851 \text{ s} \quad (6.40)$$

Neste caso, T vai ser o período da estrutura com base fixa, que vale $T = 0,5653 \text{ s}$.

Então a frequência vale:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5851} \quad \therefore \quad f = 1,709 \text{ Hz} \quad (6.41)$$

Este valor condiz com aquele encontrado no gráfico.

7. Conclusões

A primeira análise feita neste trabalho foi a do período da estrutura considerando sua interação com o solo. Desta análise pode-se notar que os cálculos pela Norma Brasileira NBR 15421:2006 e pela modelagem com base elástica trouxeram valores próximos ao obtido pela Norma Americana ASCE 7-05.

A consideração da interação solo – estrutura deve gerar um aumento do período da estrutura em relação ao seu período natural, já que ela ficaria mais flexível naquela condição. Porém apenas o período obtido pela Norma Brasileira não apresenta um aumento, conforme pôde ser visto.

O amortecimento do sistema calculado pela Norma Americana, em termos fracionários, foi de $\beta = 7,4\%$. Já no cálculo analítico sem a consideração da rigidez rotacional, feito no último item, obteve-se $4,6\%$. Tal diferença pode se dar pelo fato do cálculo da Norma Americana não ser um cálculo analítico, mas sim empírico. Além disso, a não consideração da mola rotacional é mais um fator divergente entre os dois cálculos.

A redução das forças sísmicas traz consequentemente redução das solicitações da estrutura, representando assim um parâmetro de interesse a ser calculado pelo projetista. Essa redução se deve tanto ao aumento do período devido à interação solo – estrutura, quanto ao amortecimento. A redução total obtida pelo método da Norma Americana foi de $14,7\%$, representando uma redução significativa ao projeto estrutural, podendo trazer economias ao projeto de estruturas resistentes a sismos.

Referências e Bibliografia

- [1] **Análise Dinâmica das Estruturas**, Souza Lima, S., Santos, S.H.C., Ed. Ciência Moderna, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.
- [2] **Dynamics of Structures**, Clough, R.W, Penzien, J., McGraw – Hill Kogahuska,1975.
- [3] **Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations**, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 5, Gazetas, G., Tassoulas, May 1987.
- [4] **Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models**, Wolf, J.P., Prentice Hall, 1994.
- [5] **Fundação de Máquinas**, Santos, S.H.C., Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.
- [6] **Mechanical Vibrations**, Rao, S.S., Addison-Wesley Publishing Company Inc, Third Edition, USA, 1995.
- [7] **Programa Mathcad**, Mathcad user's guide, Mathsoft Engineering & Education, Cambridge, USA, 1999.
- [8] **Programa SALT – Sistema de Análise de Estruturas**, Manual do Usuário, Versão 11, Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.
- [9] **Structural Dynamics**, Theory and Computation, Mario Paz, Chapman & Hall, Third Edition, 1991.
- [10] **Vibrations of Soils and Foundation**, Richart, F.E., Woods, R.D., Hall Jr, J.R., 1970.

Normas técnicas:

- [11] **ABNT NBR 8681:2003 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento.**
- [12] **ABNT NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento.**
- [13] **ASCE 7-05 – Minimum Design for Buildings and Other Structures.**

ANEXO A. Dedução da equação da Norma Americana ASCE 7-05, que define o período efetivo de uma estrutura, considerando sua interação com o solo através de molas lineares e rotacionais.

Considerando o sistema massa – molas linear e rotacional abaixo:

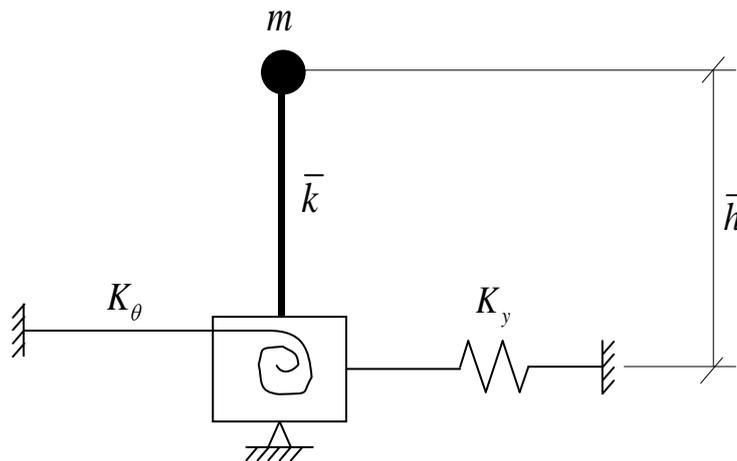


Figura A.1 – Sistema massa – molas linear e rotacional.

onde:

- m representa a massa do sistema, sendo no caso a massa da estrutura;
- \bar{k} e K_y representam as molas lineares do sistema;
- K_θ representa a mola rotacional do sistema;
- \bar{h} a altura efetiva da estrutura.

É possível representá-lo através de um sistema massa – molas lineares equivalente, conforme a seguir.

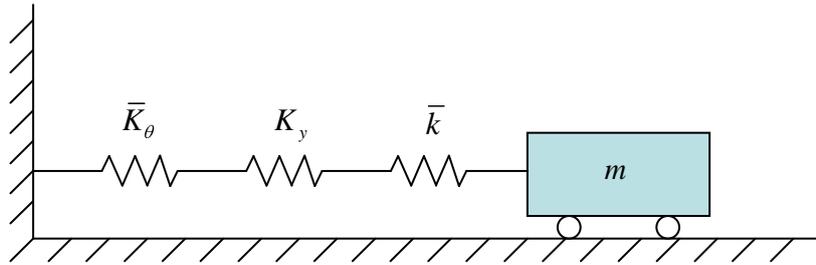


Figura A.2 – Sistema massa – molas lineares equivalente.

onde:

– \bar{K}_θ é a representação de uma mola linear equivalente à mola rotacional K_θ .

Para estabelecer uma relação entre \bar{K}_θ e K_θ será igualada a energia fornecida em cada mola.

Trabalho da mola rotacional, provocando uma rotação unitária:

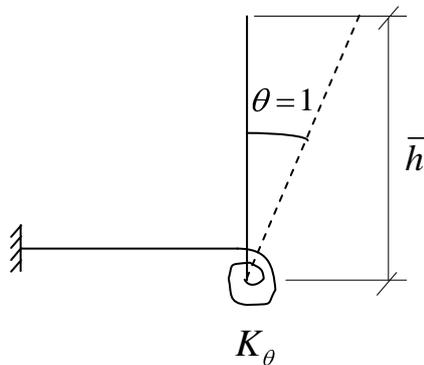


Figura A.3 – Mola rotacional com rotação unitária.

$$W_R = \frac{1}{2} K_\theta \theta^2 = \frac{1}{2} K_\theta \quad (\text{a.1})$$

Trabalho da mola linear, provocando uma translação devido à rotação unitária:

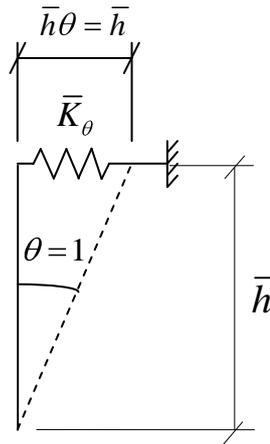


Figura A.4 – Mola linear equivalente com deslocamento devido à rotação unitária.

$$W_L = \frac{1}{2} \bar{K}_\theta \bar{h} \theta^2 = \frac{1}{2} \bar{K}_\theta \bar{h}^2 \quad (a.2)$$

Igualando os trabalhos das molas expressos:

$$\frac{1}{2} K_\theta = \frac{1}{2} \bar{K}_\theta \bar{h}^2 \therefore \bar{K}_\theta = \frac{K_\theta}{\bar{h}^2} \quad (a.3)$$

O sistema equivalente representado na Figura A.2 possui molas distribuídas em série. Desta forma, a rigidez total equivalente às três molas em série obedece à relação:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{\bar{K}_\theta} + \frac{1}{K_y} + \frac{1}{k} \quad (a.4)$$

Que pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{\bar{h}^2}{K_\theta} + \frac{1}{K_y} + \frac{1}{k} \therefore \frac{1}{K_{eq}} = \frac{\bar{h}^2 K_y k + K_\theta k + K_\theta K_y}{K_\theta K_y k} \quad (a.5)$$

Assim, a rigidez equivalente fica:

$$K_{eq} = \frac{K_\theta K_y \bar{k}}{\bar{h}^2 K_y \bar{k} + K_\theta \bar{k} + K_\theta K_y} \quad (\text{a.6})$$

E o período do sistema pode ser obtido por:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{m \frac{\bar{h}^2 K_y \bar{k} + K_\theta \bar{k} + K_\theta K_y}{K_\theta K_y \bar{k}}} \quad (\text{a.7})$$

Re-escrevendo a equação acima:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m \bar{h}^2 K_y \bar{k} + K_\theta \bar{k} + K_\theta K_y}{\bar{k} K_\theta K_y}} \quad (\text{a.8})$$

Simplificando:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\bar{k}} \left(\frac{\bar{h}^2 \bar{k}}{K_\theta} + \frac{\bar{k}}{K_y} + 1 \right)} \quad (\text{a.9})$$

Chamando de ω a frequência angular e T o período do sistema massa – mola \bar{k} engastado, representado na figura abaixo:

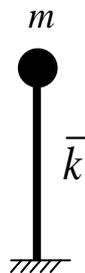


Figura A.5 – Sistema massa – mola \bar{k} engastado.

$$\omega = \sqrt{\frac{\bar{k}}{m}} \quad (\text{a.10})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{a.11})$$

Inserindo a equação a.10 na equação a.9, tem-se:

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{\bar{h}^2 \bar{k}}{K_\theta} + \frac{\bar{k}}{K_y} + 1} \quad (\text{a.12})$$

E inserindo a equação a.11 na equação a.12:

$$\bar{T} = T \sqrt{\frac{\bar{h}^2 \bar{k}}{K_\theta} + \frac{\bar{k}}{K_y} + 1} \quad (\text{a.13})$$

Reorganizando a equação acima, tem-se o período do sistema massa – molas linear e rotacional, da Figura A.1:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y} \left(1 + \frac{\bar{h}^2 \bar{k}}{K_\theta} \right)} \quad (\text{a.14})$$

ANEXO B. Dedução da relação entre o amortecimento viscoso e o amortecimento histerético.

A força de amortecimento que atua no sistema está associada à perda de energia do sistema.

O amortecimento do solo é proporcional à velocidade e é denominado de *amortecimento viscoso*. Sua representação está mostrada na figura abaixo:

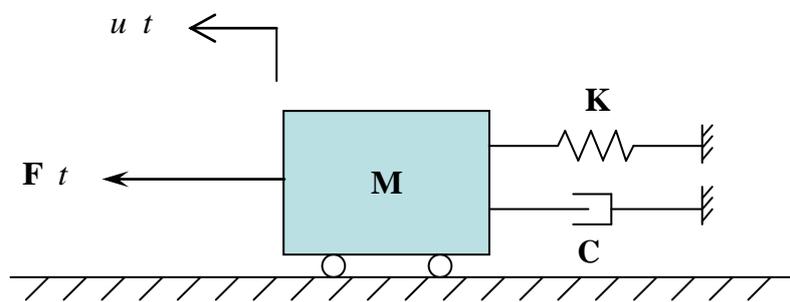


Figura B.1 – Sistema *massa – mola – amortecedor* (viscoso).

A equação de equilíbrio dinâmico que define o movimento é:

$$\mathbf{M}\ddot{u}(t) + \mathbf{C}\dot{u}(t) + \mathbf{K}u(t) = \mathbf{F}(t) \quad (\text{b.1})$$

sendo:

$$\ddot{u}(t) = \frac{d^2u(t)}{dt^2} \quad (\text{b.2})$$

$$\dot{u}(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad (\text{b.3})$$

onde:

– t é o instante de tempo no qual é estabelecido o equilíbrio;

– \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são, respectivamente, as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez do sistema;

– $u(t)$, $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ são, respectivamente, os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações dos graus de liberdade do sistema no instante t ;

– $\mathbf{F}(t)$ representa o vetor de carregamentos externos aplicados ao sistema no instante t .

O amortecimento da estrutura é proporcional ao deslocamento e é denominado de *amortecimento de histerese*. Sua representação está mostrada na figura abaixo:

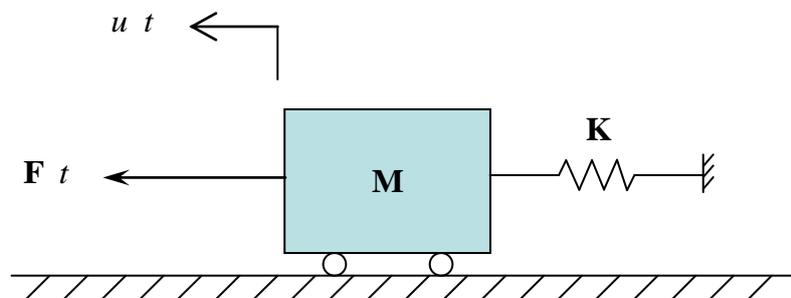


Figura B.2 – Sistema massa – mola – amortecedor (de histerese).

A equação de equilíbrio dinâmico que define o movimento é:

$$\mathbf{M}\ddot{u}(t) + \mathbf{K}(1 + 2\xi i)u(t) = \mathbf{F}(t) \quad (\text{b.4})$$

onde:

– ξ é a fração de amortecimento crítico do sistema;

Em ambos os casos, a força excitadora pode ser escrita da seguinte forma, considerando excitação harmônica:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 e^{i\bar{\omega}t} \quad (\text{b.5})$$

onde:

- \mathbf{F}_0 é a amplitude da força;
- $\bar{\omega}$ é a frequência angular da força;
- i é a unidade imaginária.

O mesmo para a expressão do deslocamento:

$$u(t) = u_0 e^{i\bar{\omega}t} \quad (\text{b.6})$$

onde:

- u_0 é a amplitude do deslocamento.

O amortecimento da estrutura é do tipo histerético. Mas como o amortecimento do solo é viscoso, para que seja possível representar ambos os amortecimentos, que são de tipos diferentes, no sistema, é necessário estabelecer uma relação que compatibilize um com outro. Pode-se determinar um amortecimento viscoso equivalente ao amortecimento histerético. Define-se como amortecimento viscoso equivalente aquele que fornece a mesma amplitude de deslocamento em ambos os casos. Para isso, igualam-se as energias dissipadas em cada caso. Desta forma, tem-se:

$$\mathbf{C}\dot{u}(t) = 2\mathbf{K}\xi_{hist} u(t) \quad (\text{b.7})$$

A derivada primeira em relação ao tempo da resposta é:

$$\dot{u}(t) = i\bar{\omega}u_0 e^{i\bar{\omega}t} = i\bar{\omega} u(t) \quad (\text{b.8})$$

O valor da derivada primeira do deslocamento máximo fica:

$$\dot{u}_{max} = \bar{\omega} u_{max} i \quad (b.9)$$

Sendo $u(t) = u_{max}$ na equação b.7, com sua derivada primeira definida da equação b.9, substituindo-a na equação b.7, tem-se:

$$C \bar{\omega} u_{max} i = 2K \xi_{hist} u_{max} i \quad (b.10)$$

Que simplificando fica:

$$C \bar{\omega} = 2K \xi_{hist} \quad (b.11)$$

Por definição, o fator de amortecimento crítico (Souza Lima e Santos [1]), em um amortecimento viscoso vale:

$$\xi_{visc} = \frac{C}{C_c} \quad (b.12)$$

onde:

– C_c é o amortecimento crítico e vale:

$$C_c = 2\sqrt{KM} \quad (b.13)$$

Substituindo a equação b.13 na equação b.12, o amortecimento viscoso pode então ser re-escrito da seguinte forma:

$$C = 2\xi_{visc} \sqrt{KM} \quad (b.14)$$

Então substituindo a equação b.14 obtida acima, na equação b.11:

$$2\xi_{visc} \sqrt{KM} \bar{\omega} = 2K \xi_{hist} \quad (b.15)$$

Que simplificando fica:

$$\xi_{visc} \bar{\omega} = \sqrt{\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}} \xi_{hist} \quad (\text{b.16})$$

Chamando de $\omega = \sqrt{\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}}$ a frequência angular do sistema:

$$\xi_{visc} \bar{\omega} = \omega \xi_{hist} \quad (\text{b.17})$$

Denominando de β a razão entre a frequência da força e a frequência do sistema, tem-se finalmente:

$$\xi_{visc} \beta = \xi_{hist} \quad (\text{b.18})$$

Da equação acima, nota-se que para o valor da frequência do sistema igual ao valor da frequência da força, ou seja, havendo ressonância (o que representa a situação de interesse de análise), tem-se $\beta = 1$, e assim, a fração de amortecimento crítico viscoso é igual à do histerético.

ANEXO C. Dedução da equação que define o período de uma estrutura considerando sua interação com o solo, através de molas lineares apenas.

Considerando o sistema massa – molas lineares abaixo:

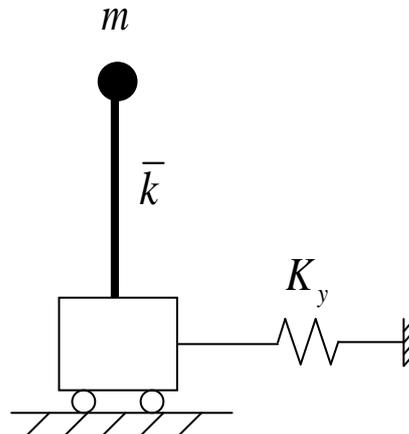


Figura C. 1 – Sistema massa – molas lineares.

onde:

- m representa a massa do sistema;
- \bar{k} e K_y representam as molas lineares do sistema.

É possível representá-lo através de um sistema massa – molas lineares equivalente, conforme a seguir.

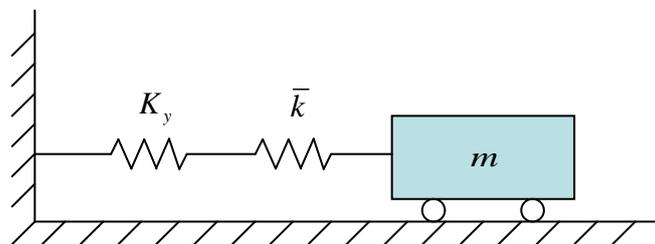


Figura C. 2 – Sistema massa – molas lineares equivalente.

O sistema equivalente representado na Figura C.2 possui molas distribuídas em série. Desta forma, a rigidez total equivalente às duas molas em série obedece à relação:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_y} + \frac{1}{\bar{k}} \quad (c.1)$$

Que pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_y} + \frac{1}{\bar{k}} \quad \therefore \quad \frac{1}{K_{eq}} = \frac{\bar{k} + K_y}{K_y \bar{k}} \quad (c.2)$$

Assim, a rigidez equivalente fica:

$$K_{eq} = \frac{K_y \bar{k}}{\bar{k} + K_y} \quad (c.3)$$

E o período do sistema pode ser obtido por:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{m \frac{\bar{k} + K_y}{K_y \bar{k}}} \quad (c.4)$$

Re-escrevendo a equação acima:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m \bar{k} + K_y}{\bar{k} K_y}} \quad (c.5)$$

Simplificando:

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\bar{k}} \left(\frac{\bar{k}}{K_y} + 1 \right)} \quad (c.6)$$

Chamando de ω a frequência angular e T o período do sistema massa – mola \bar{k} engastado, representado na figura abaixo:

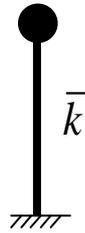


Figura C. 3 – Sistema massa – mola \bar{k} engastado.

$$\omega = \sqrt{\frac{\bar{k}}{m}} \quad (\text{c.7})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{c.8})$$

Inserindo a equação c.7 na equação c.6, tem-se:

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{\bar{k}}{K_y} + 1} \quad (\text{c.9})$$

E inserindo a equação c.8 na equação c.9:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y}} \quad (\text{c.10})$$

Tem-se assim, o período do sistema massa – molas lineares, da Figura C.1.

Vale ainda destacar que, fazendo $K_\theta \rightarrow \infty$ na equação a.14, demonstrada no Anexo A, ou seja, sendo a rigidez à rotação muito grande, a equação acima pode também ser deduzida:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y} \left(1 + \frac{\bar{k}^2 \bar{k}}{K_y} \right)} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y}} \quad (\text{c.11})$$

Novamente chegando-se à equação c.10 demonstrada neste anexo.