



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Escola Politécnica
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DO TABULEIRO DE UMA OBRA
RODOVIÁRIA ESCONSA CONSIDERANDO O EFEITO DA TORÇÃO.**

RICARDO NASCIMENTO DESLANDES JUNIOR

Projeto Final de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Francisco Costa Reis
Prof. Assistente, M.Sc., EP/UFRJ (Orientador)

Ricardo Valeriano Alves
Prof. Adjunto, D.Sc., EP/UFRJ (Co-orientador)

Cláudia Ribeiro Éboli
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ

Novembro / 2009

RESUMO

Resumo da Dissertação apresentada ao DME/POLI/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DO TABULEIRO DE UMA OBRA ESCONSA CONSIDERANDO O EFEITO DA TORÇÃO.

Ricardo Nascimento Deslandes Junior

Novembro/2009

Orientador: Francisco Costa Reis

Co-orientador: Ricardo Valeriano Alves

Curso: Engenharia Civil

A engenharia estrutural está cada vez mais utilizando recursos computacionais para resolver problemas complexos. A esconsidade do tabuleiro de uma obra rodoviária normalmente é um problema em termos de determinação de esforços, dimensionamento e detalhamento.

O objetivo deste trabalho é elaborar uma rotina de modelagem da estrutura como um todo e de dimensionamento do tabuleiro esconso, inserindo a questão do detalhamento mais interessante do ponto de vista da execução.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Ricardo Nascimento Deslandes e Ana Maria Pascotto de Barros Deslandes, por terem sido meus grandes exemplos na vida. Tenho enorme orgulho de ser filho de vocês. Saibam que estiveram e estarão sempre por traz de todas as minhas conquistas.

Aos meus irmãos Rodrigo e Aline Deslandes, pela atenção e compreensão. Fico tranquilo, pois tenho a certeza de que estarão sempre ao meu lado quando precisar. Estarei ao lado de vocês também.

Ao meu amigo Ricardo Caldeira de Oliveira, por todo o incentivo e colaboração ao longo da faculdade, e principalmente nesta reta final, quando foi fundamental para que eu conseguisse terminar este trabalho.

Ao meu amigo Rafael Macena de Souza Costa, por ter sido um de meus maiores companheiros ao longo da faculdade.

Aos meus colegas de trabalho, Alexandre Cordeiro e Leonardo Moura. Alexandre, obrigado pela ajuda imprescindível no trabalho em geral e na interface com o programa SAP2000, foi um dos meus orientadores neste projeto. Leonardo, primeiramente obrigado pelo “pen-drive” que carregou meu trabalho esse tempo todo, e por ter me substituído com tanta competência no escritório nas duas ocasiões em que precisei me ausentar para concluir meu projeto final de curso. Obrigado também pelas piadas, risadas, almoços e caronas, muito importantes em nosso dia a dia.

À Silvia Leal e Fernanda Cristina, por todos os cadernos impecáveis, e por nunca terem deixado com que eu me esquecesse de nenhuma data de prova ou entrega de trabalho.

Aos professores que me ensinaram muito ao longo do curso de Engenharia Civil. Um agradecimento especial ao professor Francisco Costa Reis pela orientação neste trabalho.

À professora Cláudia Ribeiro Éboli, por ter sido tão atenciosa ao longo do curso e por ter tanta vontade e capacidade de passar parte de seus conhecimentos.

Por fim, a todos os meus companheiros de turma, que estiveram junto comigo nesta caminhada. Orgulho-me de ter feito parte desta turma e espero que nos encontremos novamente em outras jornadas.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	6
INTRODUÇÃO	6
I.1. Motivação	6
I.2. Objetivo	6
I.3. Organização do Texto	7
CAPÍTULO II.....	9
OBRA A SER ESTUDADA.....	9
II.1. Descrição	9
II.2. Materiais	9
II.3. Desenhos de forma	11
CAPÍTULO III.....	14
MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	14
III.1. Introdução.....	14
III.2. Modelo Estrutural.....	17
III.3. Condições de Contorno	25
III.4. Carregamentos Básicos	29
CAPÍTULO IV.....	39
EFEITO DA ESCONSIDADE NA LAJE DO TABULEIRO.....	39
IV.1. Introdução	39
IV.2. Direções Principais	39
IV.3. Consideração da Torção na laje	41
CAPÍTULO V	46
RESULTADOS DA ANÁLISE.....	46
V.1. Introdução.....	46
V.2. DEAD.....	47
V.1. Empuxo de Terra	47

V.1. Pav + Rec. + Barreira	48
V.1. Empuxo de Sobrecarga.....	49
V.2. Temperatura (+).....	50
V.1. Temperatura (-).....	50
V.1. Carga Móvel.....	51
CAPÍTULO VI.....	60
DIMENSIONAMENTO	60
VI.1. Normas	60
VI.2. Materiais	60
VI.3. Combinações.....	60
VI.4. Modelagem x Detalhamento	62
VI.5. Dimensionamento ao momento fletor.....	63
VI.6. Dimensionamento ao cisalhamento.....	71
VI.7. Dimensionamento à fadiga.....	80
VI.8. Cálculo das armaduras na região 5 variando o ângulo α	100
CAPÍTULO VII	102
CONCLUSÕES	102
VII.1. Conclusões.....	102
VII.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1. Motivação

Hoje em dia a engenharia de projetos vem utilizando, cada vez mais, ferramentas computacionais para resolver problemas. Este trabalho surgiu da idéia de se utilizar uma dessas ferramentas para avaliar um problema comum da engenharia estrutural e que, em certas ocasiões, não é avaliado da maneira correta.

A análise citada é de um tabuleiro rodoviário esconso que possui, além das particularidades inerentes a uma obra de arte rodoviária, a questão da esconsidade, que provoca uma alteração significativa nos esforços de dimensionamento e, às vezes, problemas que dificultam o detalhamento.

I.2. Objetivo

O objetivo deste trabalho é fazer a análise estrutural de uma passagem inferior esconsa, feita no programa SAP2000 versão 12, dimensionar para as solicitações máximas e apontar a solução para o detalhamento das armaduras principais.

A análise será feita procurando-se entender as considerações feitas pelo programa no caso de definição de tipo de elementos, aplicação da carga móvel, etc. A modelagem será completa, inclusive sendo considerada a interação solo-estrutura.

A questão da esconsidade será analisada. Seus efeitos serão mostrados e discutidos ao longo do trabalho, o que permitirá a execução de um dimensionamento que proporcione a maior praticidade possível para o detalhamento das armaduras, que é complicado no caso de obras esconsas. Nestes casos, às vezes se adota armaduras ortogonais, o que traz ao construtor o

problema de ter muitas posições de armaduras com comprimentos variáveis. A idéia do presente trabalho é adotar uma solução de armação para evitar este problema facilitando a execução e diminuindo as chances de erro.

I.3.Organização do Texto

O texto é dividido em sete capítulos, incluindo introdução e conclusão, que foram divididos de forma a organizar as idéias a serem apresentadas. A divisão foi feita da seguinte maneira:

- Capítulo I → Apresenta a introdução, dividida em motivação, objetivo e organização do texto
- Capítulo II → Apresenta a estrutura que será estudada com uma breve descrição do contexto onde ela se insere e apresentação dos desenhos de forma que servirão de base para a modelagem e o dimensionamento.
- Capítulo III → Mostra toda a modelagem computacional, com definição das características dos elementos modelados, das condições de contorno, dos carregamentos estáticos e da carga móvel.
- Capítulo IV → Apresenta o problema da esconidade no tabuleiro, utilizando recursos gráficos do programa, e a abordagem utilizada para a consideração do momento torçor.
- Capítulo V → Neste capítulo são mostrados os resultados da análise utilizados para o dimensionamento. São mostrados os diagramas de momentos, cortante e as superfícies de influência geradas pelo programa.
- Capítulo VI → Trata do dimensionamento no ELU (Estado Limite Último) e a verificação à fadiga no ELS(Estado Limite de Serviço) da laje do tabuleiro

- Capítulo VII → São feitas as conclusões sobre o trabalho e indicadas possibilidades para desenvolvimento de trabalhos futuros utilizando o mesmo tema.

CAPÍTULO II

OBRA A SER ESTUDADA

II.1.Descrição

A Passagem Inferior sobre a Estrada das Escravas está inserida no contexto das obras do Arco Rodoviário (Rodovia BR-493/RJ Trecho: Entre BR-101 (Manilha) - Porto Itaguaí).

Este tipo de obra tem como solução generalizada, a construção de uma “caixa de concreto armado”, no caso com vão livre de 12,00 m, respeitando os 11,60 m das pistas, acostamentos e barreiras da RJ-109 e o gabarito rodoviário $h=4,50$ m da estrada existente, que será cortada pelo Arco Rodoviário, atendendo o ângulo de Interseção RJ-109 x Eixo da Travessia existente, o que causa uma esconsidade de 20 graus. As Passagens Inferiores são dotadas de muros-ala de contenção lateral para conter o aterro que comporá a via principal a ser implantada, e, em paralelo, evitar a invasão da saia dos aterros na pista inferior.

II.2.Materiais

Concreto estrutural com f_{ck} mínimo de 30 MPa, com módulo de elasticidade $E_{ci} = 28\text{GPa}$. Barras de aço CA-50.

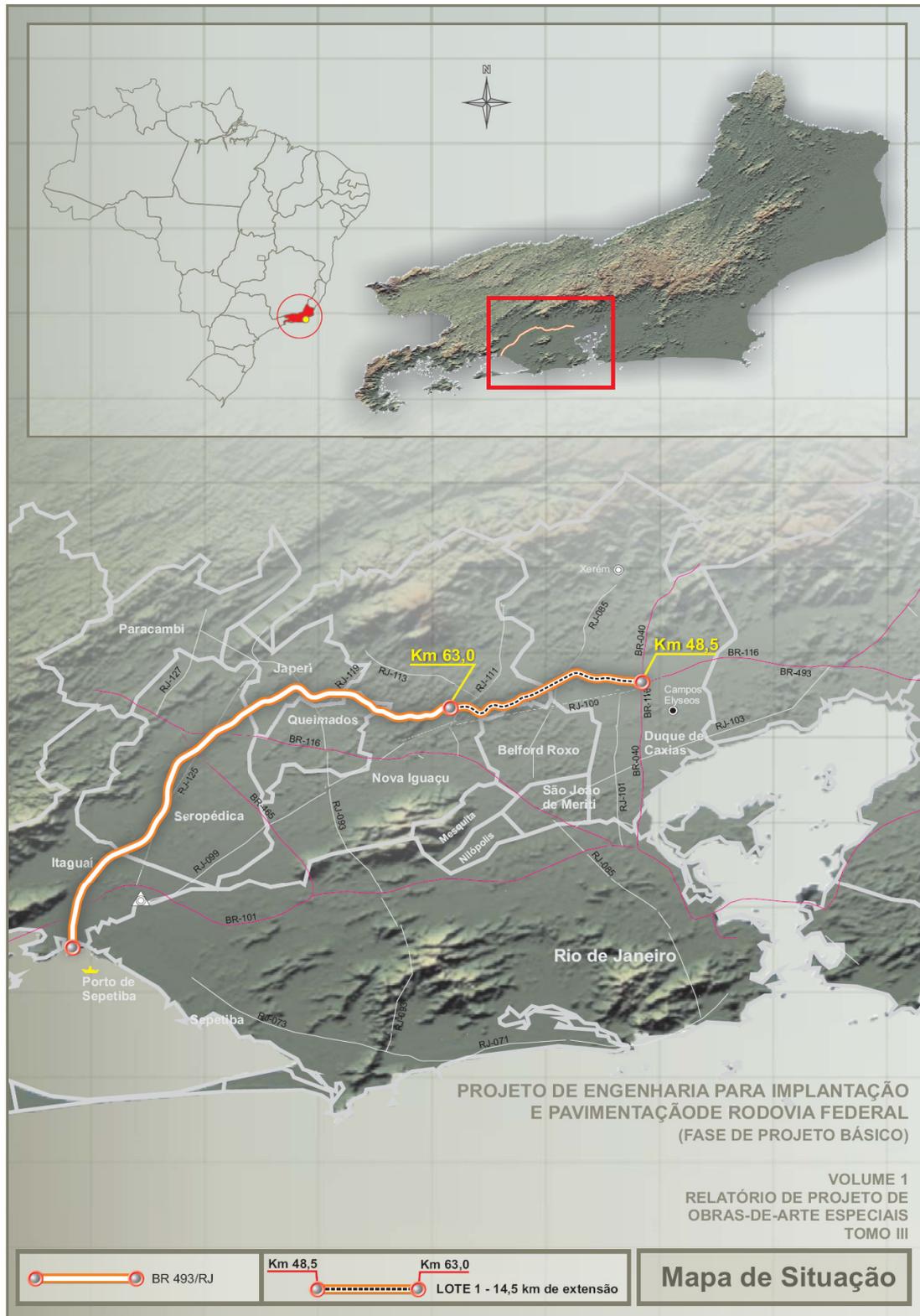


Figura II.1 – Trecho onde se localiza a obra

II.3. Desenhos de forma

A seguir serão apresentados desenhos de forma utilizados como base para a modelagem da estrutura. A maior característica da estrutura é ter as lajes superior e inferior esconsas, o que nos levará a direções de momentos principais diferentes daquelas vistas normalmente, e sua particularidade será estudada no decorrer do trabalho. O nível d'água encontra-se na base da laje inferior, na superfície do terreno natural.

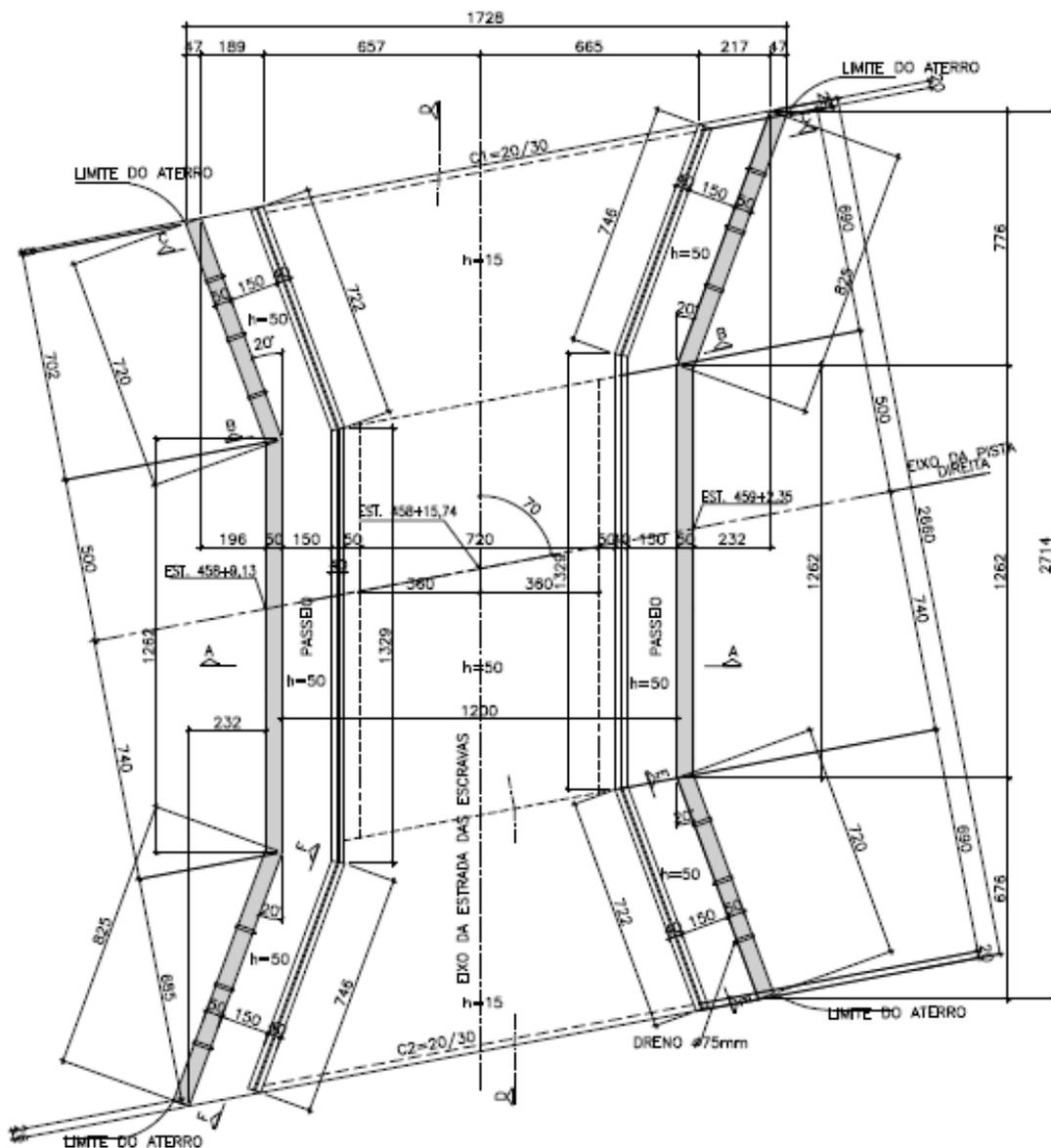


Figura II.2 – Desenho de forma – Planta Vista Inferior

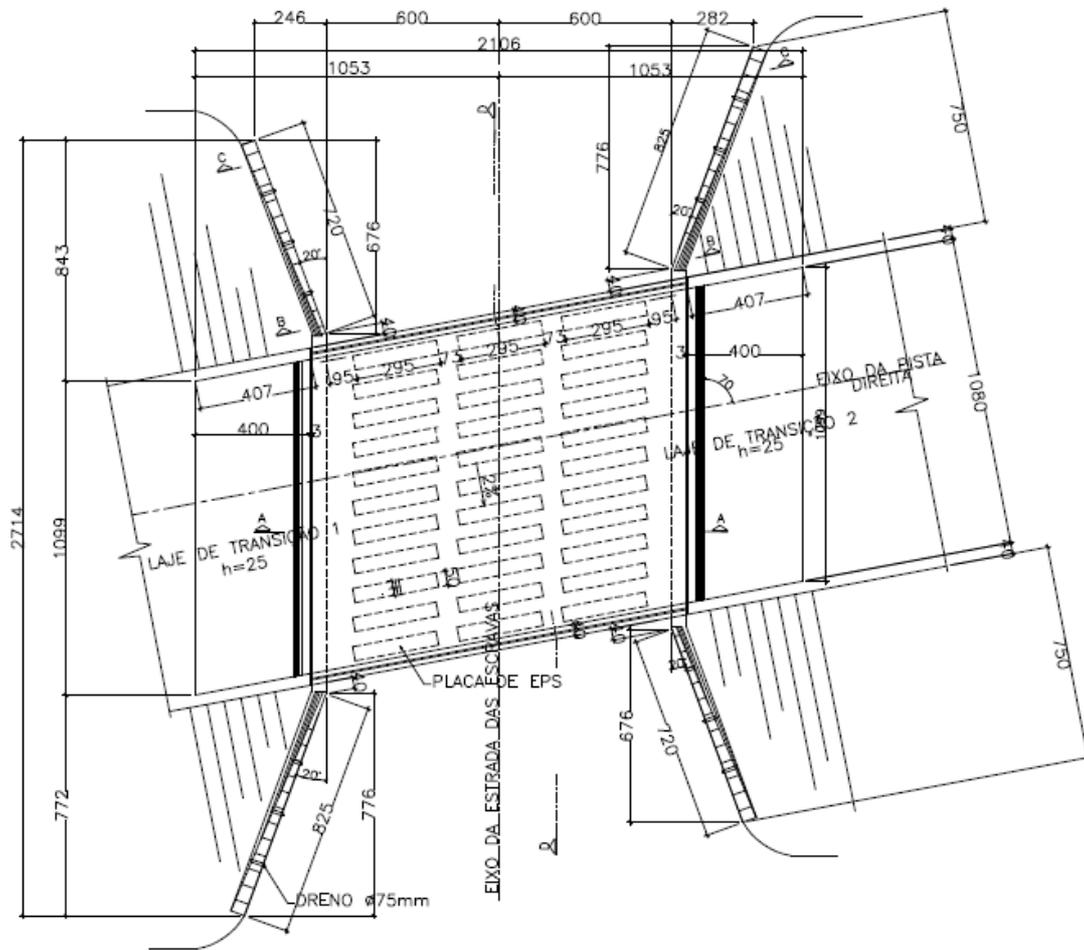


Figura II.3 – Desenho de forma – Planta Vista Superior

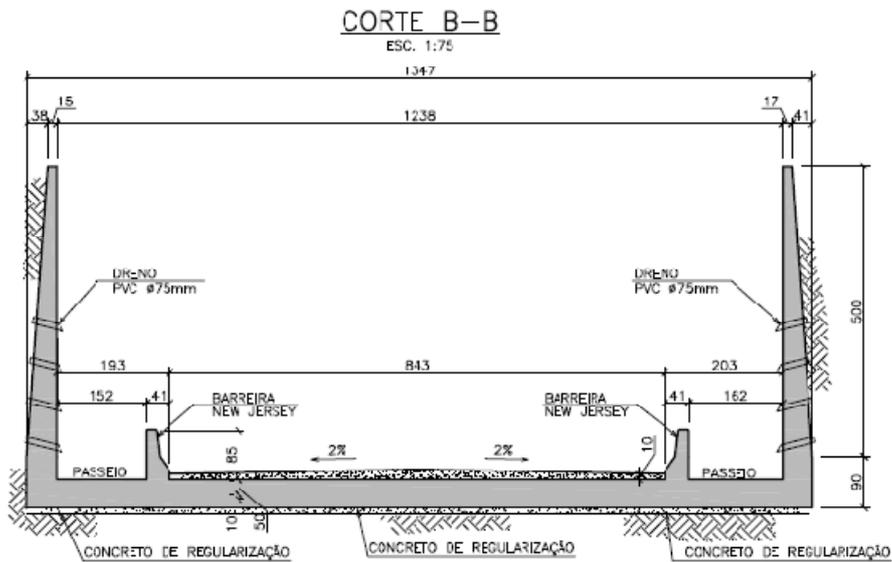
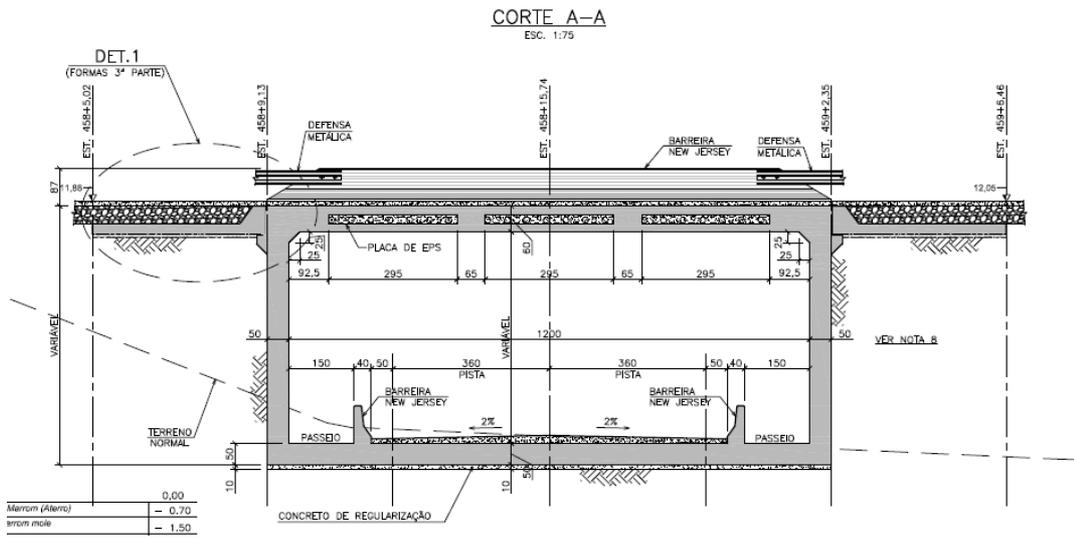
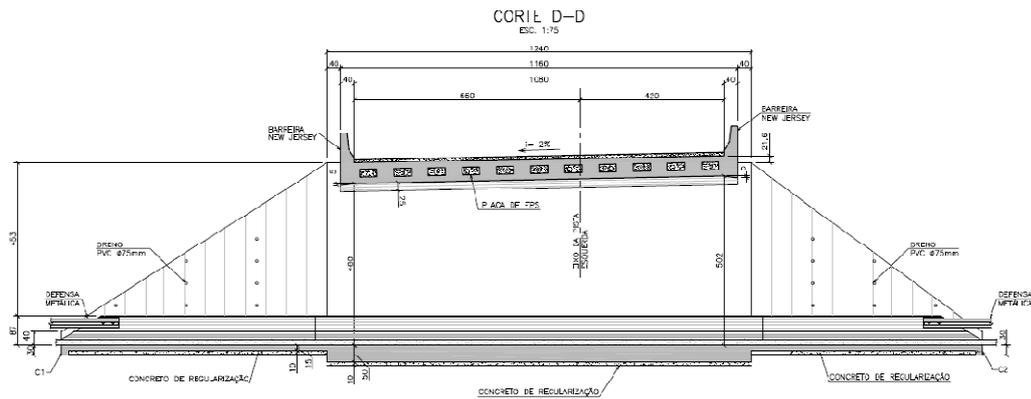


Figura II.4 – Desenho de forma – Cortes

CAPÍTULO III

MODELAGEM COMPUTACIONAL

III.1.Introdução

A estrutura foi modelada em elementos finitos, que simulam laje superior, paredes, laje inferior, laje de transição e abas laterais. Isso permitiu que o comportamento da estrutura como um todo pudesse ser entendido. Existem várias opções para a escolha do elemento a ser usado e das propriedades aplicadas. A seguir serão mostradas as opções dadas pelo programa, as escolhas feitas e a justificativa para cada uma.

III.1.1.Tipos de elementos

Os três tipos de elementos possíveis numa modelagem são: membrana (“Membrane”), placa (“Plate”) e casca (“Shell”).

O elemento de membrana é utilizado para representar problemas planos, problemas onde só há deslocamento no plano do elemento. O elemento placa é utilizado para problemas de flexão fora do plano, não possuindo rigidez nas direções de seu próprio plano. E, por fim, o elemento de casca se comporta como uma composição de placa e membrana, possuindo rigidez para forças e momentos em todas as direções. O elemento de casca foi escolhido para representar toda a estrutura, apesar de possuir mais graus de liberdade e causar um aumento do tempo de processamento.

As lajes inferior, superior e de transição, têm comportamento de placa devido à flexão causada pelas cargas verticais como peso próprio e sobrecargas e comportamento de membrana para a transferência dos efeitos de frenagem e temperatura para as paredes.

Nas paredes e alas, os empuxos de terra e da sobrecarga são normais ao plano, daí a necessidade do comportamento de placa. Já para as cargas verticais,

elas funcionam como um pilar parede, justificando a necessidade também da utilização do comportamento de membrana.

III.1.1. Formulação da espessura

São duas formulações disponíveis de comportamento de cascas, influenciadas pela relação espessura vão, que determina quando incluir ou não o efeito das deformações por cisalhamento na flexão.

- Formulação de casca espessa (Mindlin/Reissner), chamada no programa de “Shell-thick”, que inclui aproximação dos efeitos das deformações por cisalhamento.
- Formulação de casca fina (Kirchhoff), chamada no programa de “Shell-thin”, que não considera os efeitos das deformações por cisalhamento.

A escolhida foi a formulação de casca espessa, pois a relação L/t fica em torno de 20 e, nesses casos, a prática recomenda considerar as deformações por cisalhamento.

III.1.1.Eixos Locais

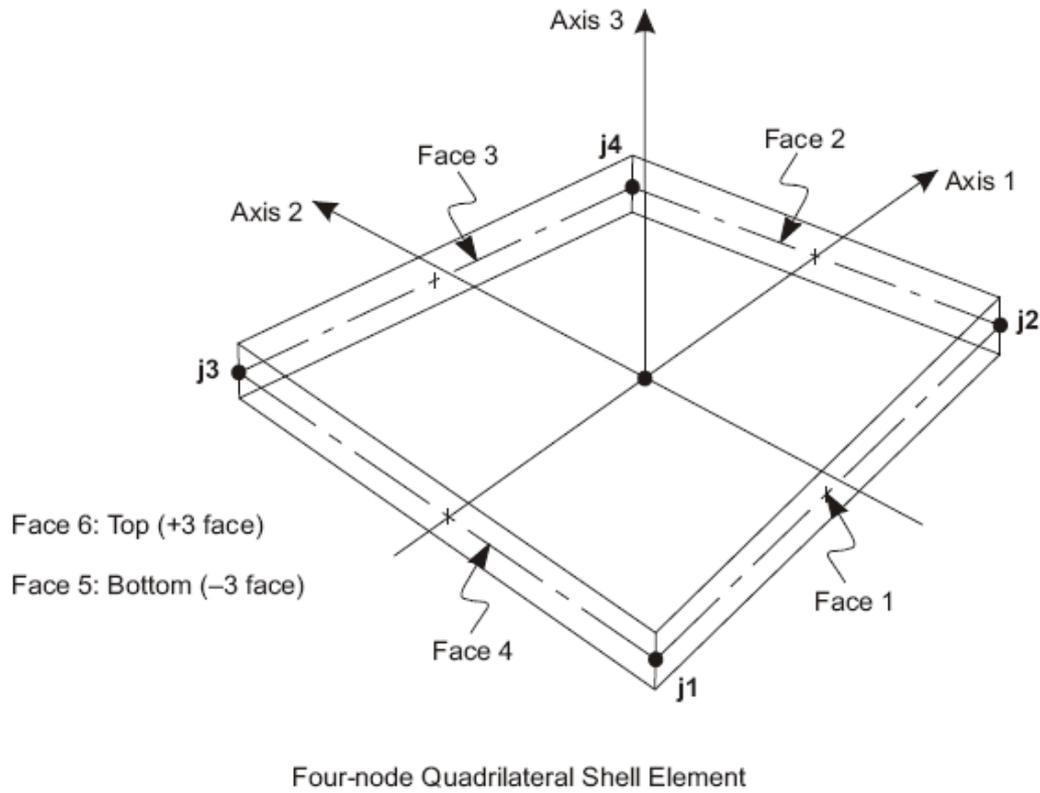


Figura III.1 – Eixos locais dos elementos

Os eixos locais são definidos da seguinte maneira:

Eixo 1: Sempre no plano da figura apontando para a direção X Global

Eixo 2: Definido pelo plano 1-3, respeitando a regra da mão direita

Eixo 3: Eixo sempre perpendicular ao plano do elemento

III.2.Modelo Estrutural

III.2.1.Vista Geral

O modelo estrutural é apresentado a seguir.

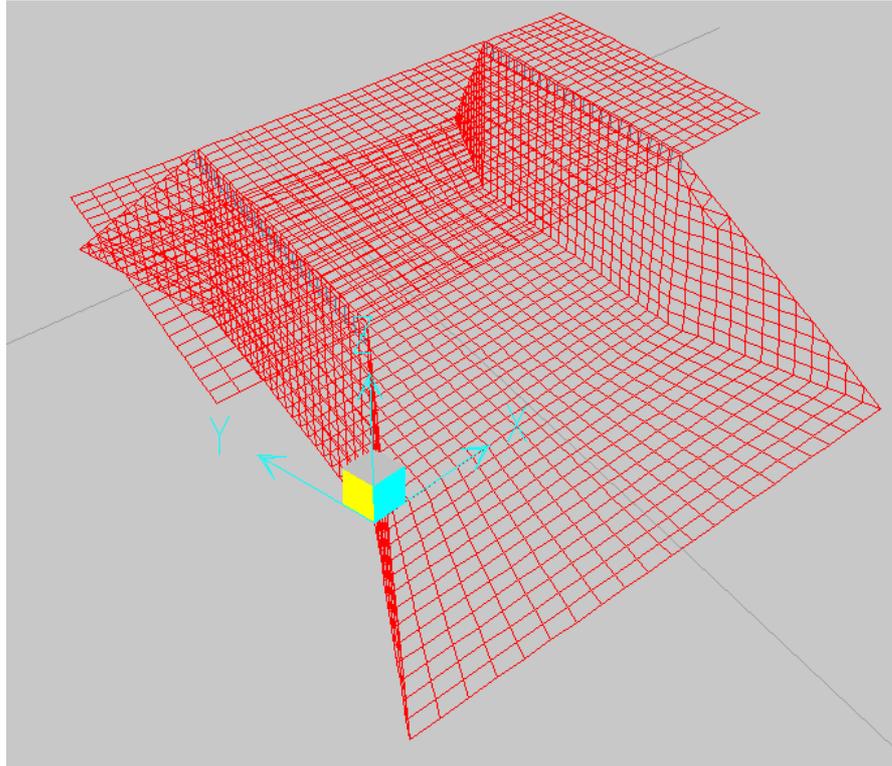


Figura III.2 – Vista Geral do modelo

Foram modelados laje superior, paredes, laje inferior, laje de transição e abas laterais para que o comportamento em conjunto da estrutura pudesse ser observado. Os elementos possuem quatro nós e aproximadamente 60cm x 50cm de tamanho.

III.2.2.Eixos Locais

Nos elementos da laje superior, a direção local 1 tem a direção X Global, ou seja, a direção de tráfego da via superior, a direção local 2 tem a direção Y Global, ou seja, a direção de tráfego da via inferior e a direção local 3 num plano perpendicular respeitando a regra da mão direita. A orientação dos elementos da laje inferior foi feita com o mesmo raciocínio, a diferença está nos sentidos dos eixos locais, que ficaram de forma a deixar o eixo local 3 no sentido contrário de Z Global. As figuras abaixo mostram graficamente os eixos locais do modelo.

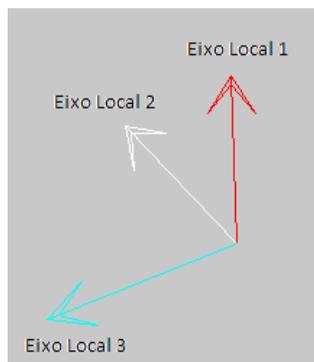


Figura III.3 – Legenda de cores para os eixos locais

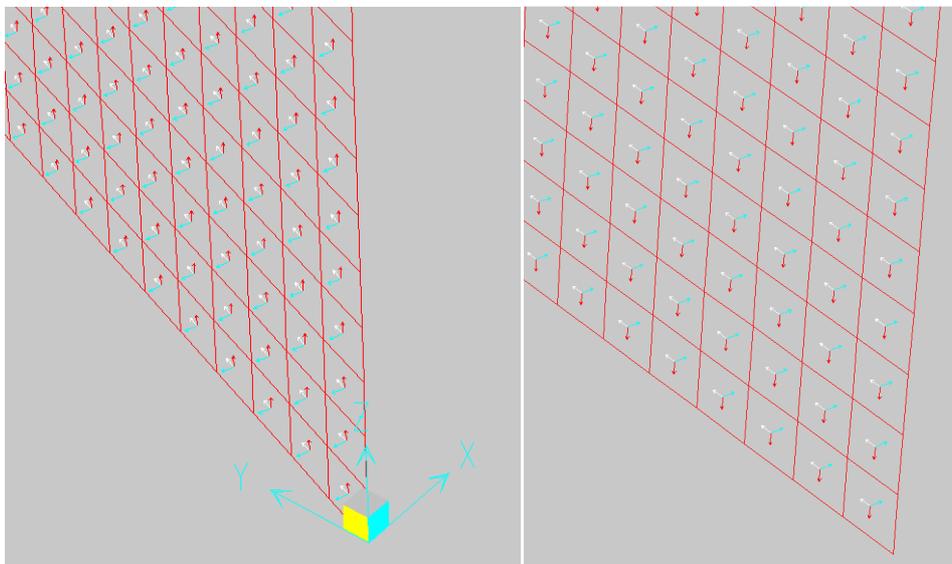


Figura III.4 – Eixos locais das paredes

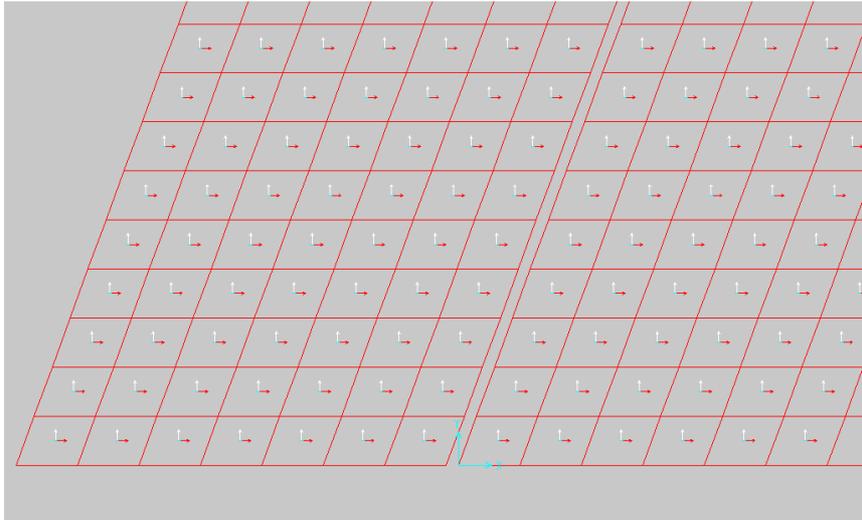


Figura III.5 – Eixos locais no tabuleiro superior e laje de transição

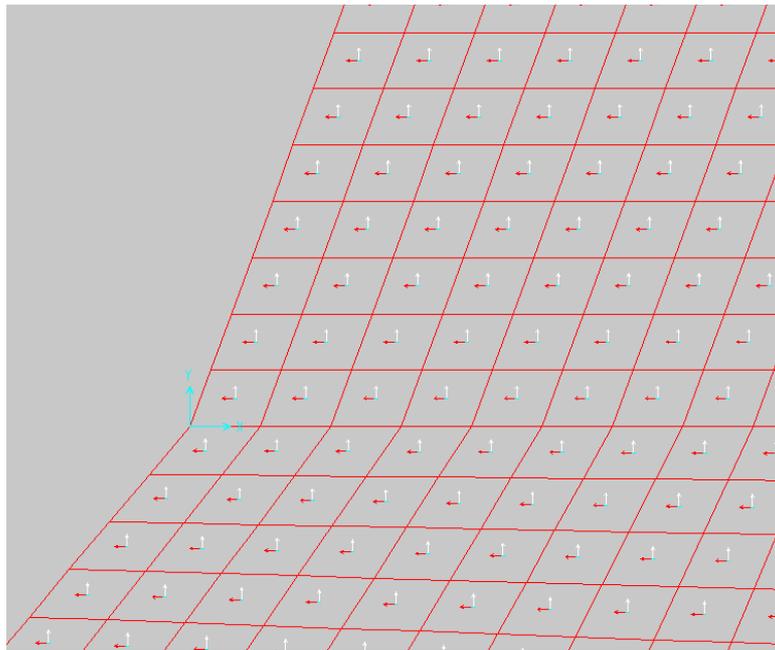


Figura III.6 – Eixos locais no tabuleiro inferior

III.2.3.Laje de Transição

A laje de transição foi ligada à estrutura principal por meio de membros rígidos que possuem em uma de suas extremidades a liberação do vínculo da rotação e do deslocamento em X, funcionando como um apoio do primeiro gênero. O membro rígido é um elemento com alta rigidez à flexão que é feito simplesmente para transmitir esforços. Uma ampliação na região da ligação pode ser vista na figura III.7.

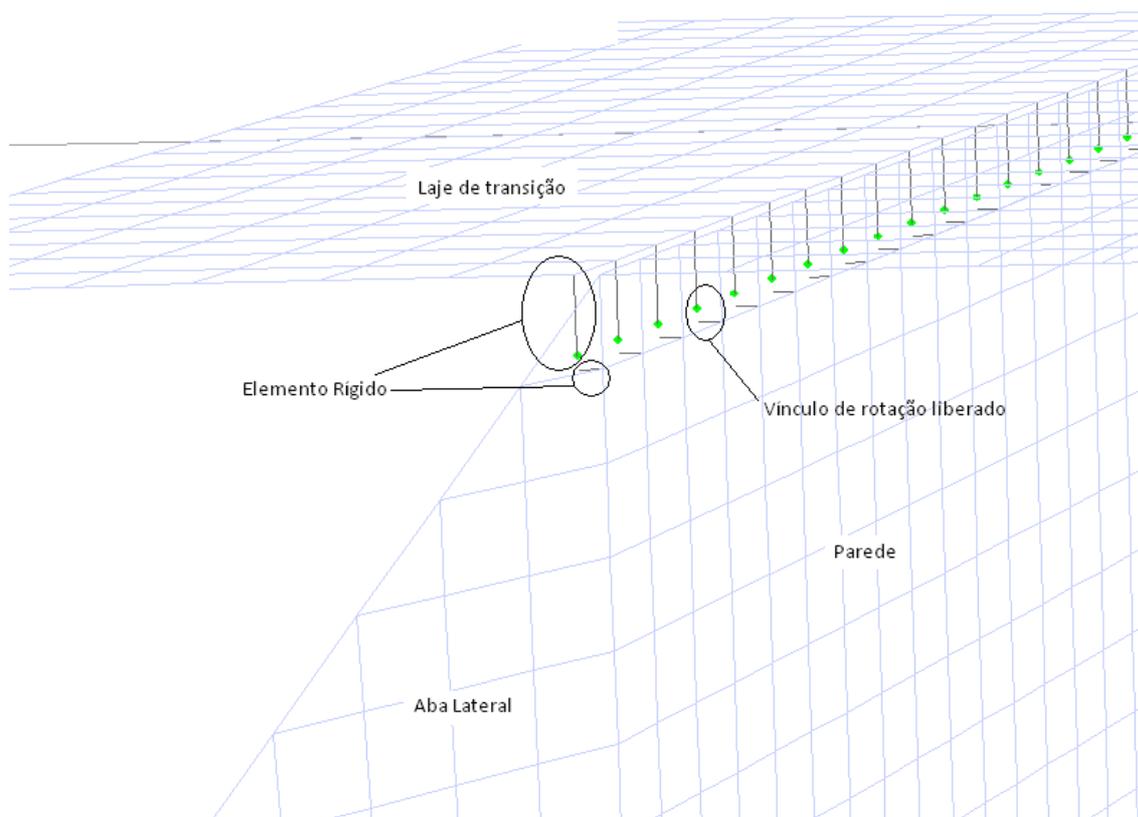


Figura III.7 – Ligação da laje de transição com a estrutura principal

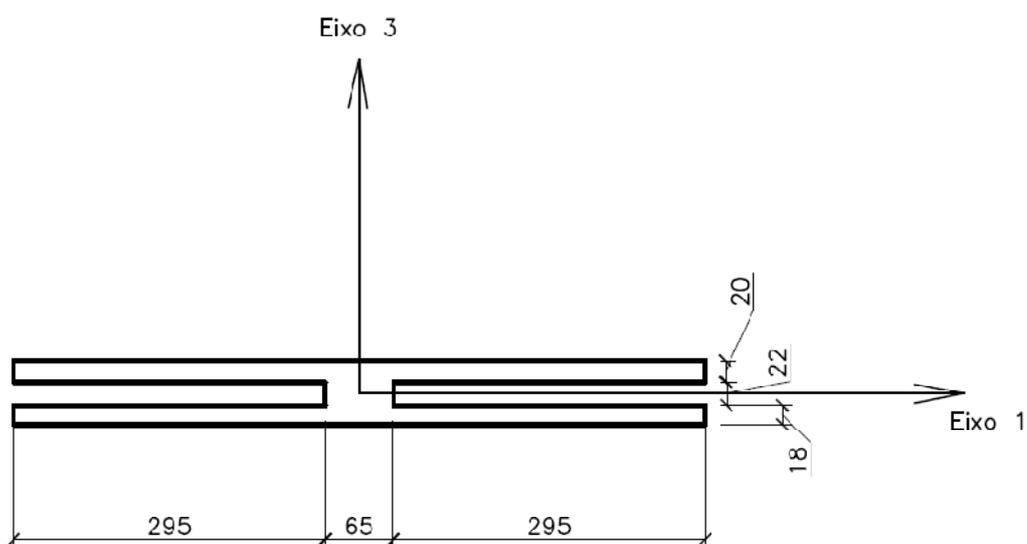
III.2.4.Laje Superior

A laje superior, como pode ser visto nos desenhos de forma, possui em seu interior placas de EPS, um material de peso específico muito baixo e com rigidez desprezível. O programa SAP 2000 permite a utilização de fatores aplicados às propriedades das seções definidas. Tal recurso foi utilizado para simular da melhor maneira possível a rigidez dos elementos da laje superior nas direções 1 e 2.

Foram imaginadas faixas da laje nas duas direções e a rigidez dessas faixas foi calculada e comparada com a de uma laje maciça. A relação entre esses valores foi então aplicada como fator nas propriedades da seção.

III.2.4.1.Direção transversal à via superior

A seguinte faixa foi considerada:



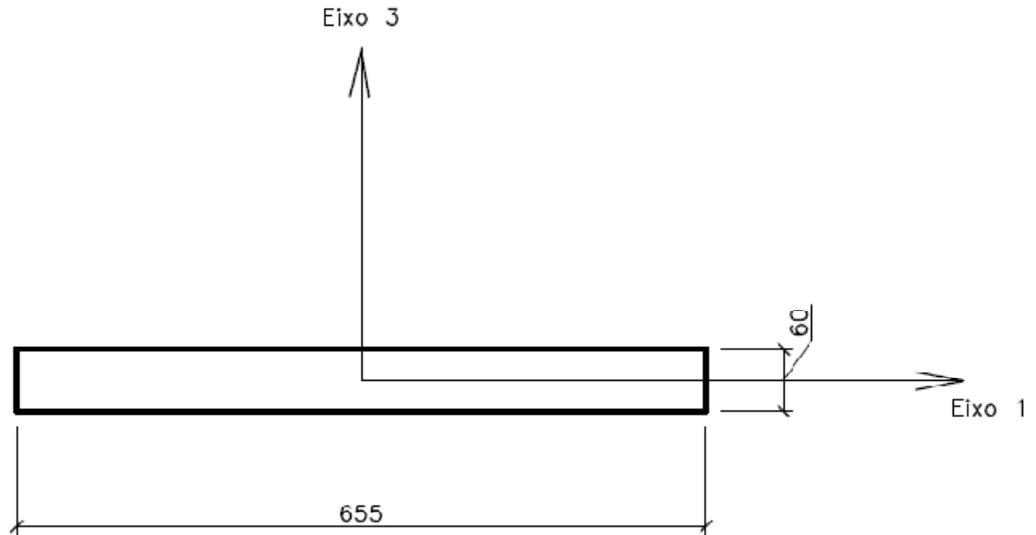
Tendo as seguintes propriedades:

$$I_{11} = 1.13057733E+07 \text{ cm}^4$$

$$A = 26320 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = 65 \times 60 = 3900 \text{ cm}^2 \text{ (área resistente ao cisalhamento)}$$

Uma laje maciça com os mesmos 655 cm de largura possui as seguintes propriedades:



$$I_{11} = 1.179E+07 \text{ cm}^4$$

$$A = 39300 \text{ cm}^2$$

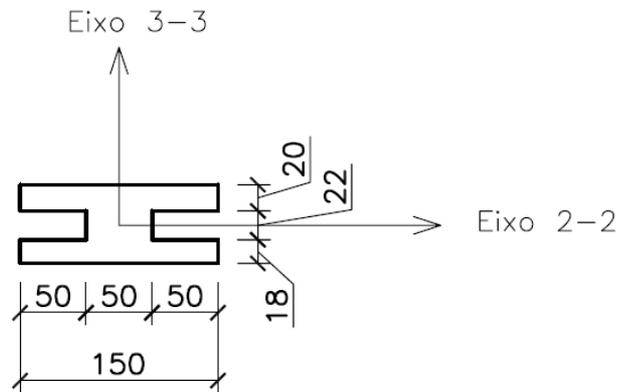
$$A_{cs} = 39300 \text{ cm}^2 \text{ (área resistente ao cisalhamento)}$$

As relações entre inércia em relação ao eixo 11 e área são, respectivamente:

$$\frac{1.1305773 \cdot 10^7 \text{ cm}^4}{1.17907 \cdot 10^7 \text{ cm}^4} = 0.959 \quad \frac{26320 \text{ cm}^2}{39300 \text{ cm}^2} = 0.67 \quad \frac{3900 \text{ cm}^2}{39300 \text{ cm}^2} = 0.099$$

III.2.4.2. Direção paralela à via superior

A seguinte faixa foi considerada:



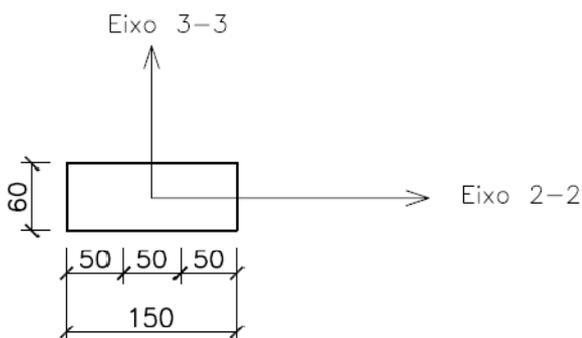
Tendo as seguintes propriedades:

$$I_{22} = 2.619E+06 \text{ cm}^4$$

$$A = 6798 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = 50 \times 60 = 3000 \text{ cm}^2 \text{ (área resistente ao cisalhamento)}$$

Uma laje maciça com os mesmos 150 cm de largura possui as seguintes propriedades:



$$I_{22} = 2.7+06 \text{ cm}^4$$

$$A = 9000 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = 9000 \text{ cm}^2 \text{ (área resistente ao cisalhamento)}$$

As relações entre inércia em relação ao eixo 22 e área são, respectivamente:

$$\frac{2.619 \times 10^6 \text{ cm}^4}{2.7 \times 10^6 \text{ cm}^4} = 0.97 \qquad \frac{6798 \text{ cm}^2}{9000 \text{ cm}^2} = 0.755 \qquad \frac{3000 \text{ cm}^2}{9000 \text{ cm}^2} = 0.333$$

Os fatores calculados acima serão aplicados como multiplicadores das rigezas em cada direção do elemento de casca do tabuleiro. A figura abaixo ilustra a aplicação de tais fatores. Nas regiões próximas aos bordos onde não há isopor não serão aplicados fatores de redução de rigidez.

A figura a seguir ilustra a convenção positiva das forças resultantes nos elementos de casca para que se possa entender a aplicação dos fatores de redução na figura III.9

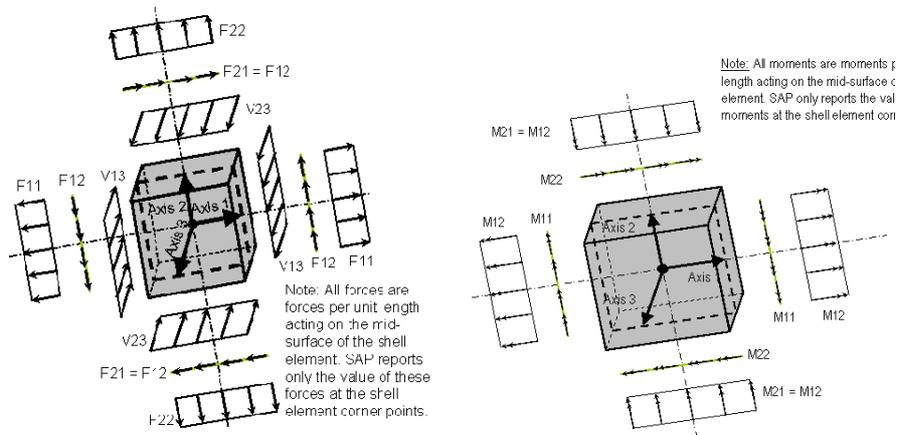


Figura III.8 – Nomenclatura para esforços resultantes

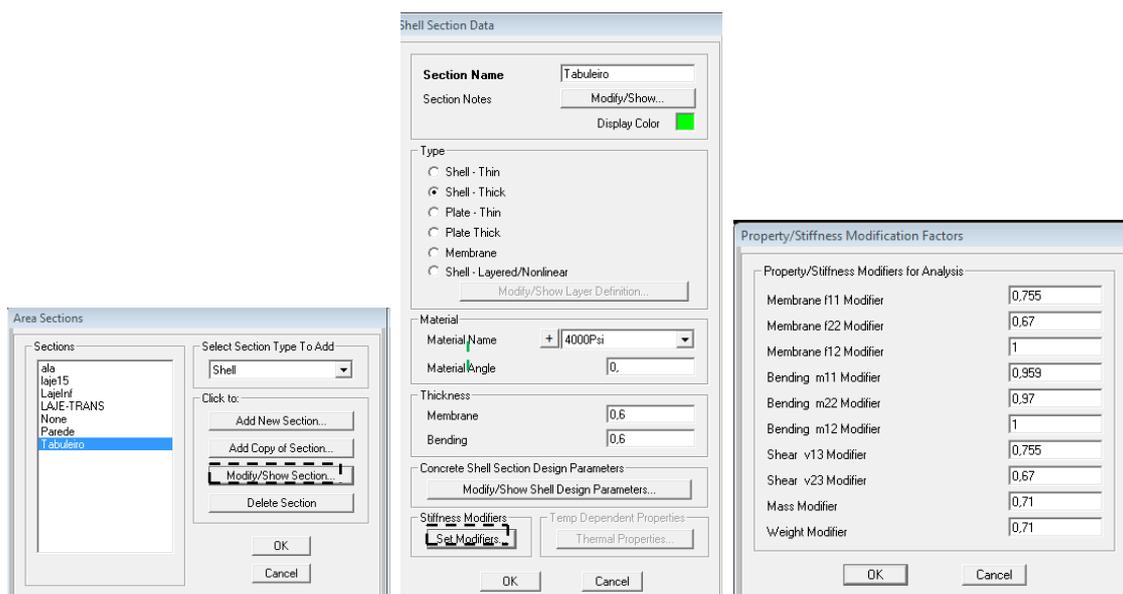


Figura III.9 –Redução das rigezas do elemento do tabuleiro

III.3. Condições de Contorno

Na aplicação das condições de contorno do modelo, considerou-se o solo como base elástica, de maneira que a deformabilidade da fundação possa ser considerada na análise, levando a esforços menos conservativos e recalques de apoio menores do que numa consideração de apoios indeformáveis.

A estrutura se apóia diretamente no solo, sabe-se que o método mais preciso para se considerar a deformabilidade do solo é por meio de uma análise interativa tridimensional, na qual o solo e a estrutura são idealizados como um sistema único. Neste tipo de análise, o solo é considerado até os limites em que os efeitos de tensão possam ser desprezados e, neste caso, a existência de apoios para os limites não teriam efeito algum sobre a resposta .

Esse tipo de análise é muito sofisticado, não tendo sido também muito testado na prática. Neste trabalho se propõe uma maneira mais simplificada de quantificar os efeitos da interação solo-estrutura, considerando uma série de molas discretas sob a base da fundação. Estas molas são representadas pelo coeficiente de apoio elástico K_s (kN m^{-1}), que é obtido do módulo elástico de reação vertical k_i (kN m^{-3}) e da área carregada, conforme ilustra a Equação (III.1).

$$k_i = K_s/A_f \quad (III.1)$$

Esse procedimento simplificado é baseado na Hipótese de Winkler e negligencia a interação das molas adjacentes, e os erros tendem a crescer para o caso de solos pouco rígidos. Para o caso de deformação vertical, a Hipótese de Winkler é dada pela Equação (III.2):

$$\sigma(x,y) = k_s^v \cdot w(x,y) \quad (III.2)$$

$\sigma(x,y)$ é a tensão de contato média na base da fundação;

$w(x,y)$ é o deslocamento vertical (recalque);

k_s^v é o módulo de reação vertical, sendo este valor definido em função do tipo de solo que compões o maciço de fundação.

Se for assumido que a base da fundação permanece rígida após a deformação elástica do solo, pode-se admitir de maneira aproximada uma variação linear das tensões. Consequentemente, o conjunto de molas verticais pode ser substituído por molas globais, com a seguinte característica:

- K_v (kN m^{-1}): coeficiente de mola para deslocamentos verticais (w)

O coeficiente de apoio elástico (mola) apresentado anteriormente permite calcular os deslocamentos a partir da Hipótese de Winkler, conforme ilustra a equação (III.3):

$$w = N/K_v = F/k_s^v \cdot A_f \quad (III.3)$$

Em geral, o coeficiente k_s pode ser determinado por ensaios de placa, tabelas de valores típicos e por meio de correlações com o módulo de elasticidade. Para o presente trabalho, serão usadas tabelas de valores típicos do coeficiente de reação vertical, mais precisamente uma tabela encontrada em Terzaghi (1955), feita a partir de ensaios de placa quadrada com 30cm de lado, conforme ilustra a tabela IV.1.

As molas na direção horizontal foram definidas com o coeficiente k_s multiplicado pelo coeficiente de atrito do solo, neste caso igual a 0,6.

Tabela IV-1 - Tabela para a determinação do parâmetro k_s , em kN/m^3 .

Argilas	Rija	Muito Rija	Dura
q_u (MPa)	0,1 a 0,2	0,2 a 0,4	> 0,4
Faixa de valores	16.000 a 32.000	32.000 a 64.000	> 64.000
Valor proposto	24.000	48.000	96.000
Areias	Fofas	Mediamente Compacta	Compacta
Faixa de valores	6.000 a 19.000	19.000 a 96.000	96.000 a 320.000
Areia acima NA	13.000	42.000	160.000
Areia submersa	8.000	26.000	96.000

q_u corresponde a resistência à compressão não-drenada. Os resultados foram determinados por meio de ensaios de placa, de tal modo que necessitam de correção em função da forma e da dimensão da sapata.

Podemos observar o boletim de sondagem no local da obra na próxima página.

calcular o coeficiente K de mola para cada nó da laje inferior multiplicando-se pela área de influência de cada um deles.

Para a laje de transição, apoiada sobre uma camada de aterro arenosa será adotado um k_s de 96000 kN/m³.

III.4.Carregamentos Básicos

III.4.1.Peso próprio modelado

Este carregamento é chamado no programa de “Dead”. É calculado multiplicando-se o volume das peças modeladas pelo peso específico de cada material. Tal processo é feito automaticamente pelo programa SAP 2000.

III.4.2.Peso próprio não modelado

Elementos não modelados serão considerados como peso sobre a estrutura. No presente caso foram considerados pavimento, previsão para recapeamento e barreira lateral. O peso desses elementos foi calculado e distribuído pelas lajes superior e inferior.

- Barreira lateral

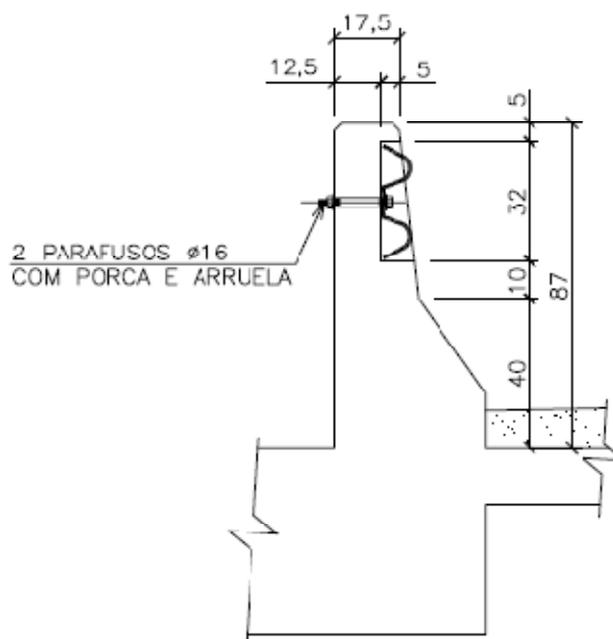


Figura III.11 –Barreira Lateral

Peso da barreira lateral:

$$\text{Área da seção: } A_b := 2312\text{cm}^2$$

$$\text{Peso por metro linear: } q_b := A_b \cdot \gamma_c = 5.78 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Pavimento

$$\text{Peso específico do pavimento: } \gamma_p := 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Espessura: } e_p := 7\text{cm}$$

$$q_{\text{pav}} := e_p \cdot \gamma_p = 1.4 \text{ kPa}$$

- Previsão de recapeamento:

Será considerada uma carga de 2kPa atuante nas lajes como previsão para recapeamento.

III.4.1. Empuxo de terra

O empuxo de terra é um carregamento permanente, pois é provocado pelo aterro que se apóia lateralmente nas paredes da passagem inferior, e foi calculado para um aterro de peso específico igual a 18kN/m³. Tal esforço é uma carga triangular atuando nas paredes a alas laterais da estrutura. O cálculo é apresentado abaixo.

Para o presente caso, onde o solo se apóia lateralmente em um quadro fechado, a prática recomenda a adoção de um coeficiente de empuxo ativo igual a 0.6.

$$k_a := 0.6$$

$$\gamma := 18 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \text{ Peso específico do solo}$$

$$h := 5.8\text{m} \text{ Altura da contenção}$$

Tensão na base da parede.

$$\sigma_h := \gamma \cdot h \cdot k_a = 62.64 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

O esquema de carregamento é apresentado na figura a seguir.

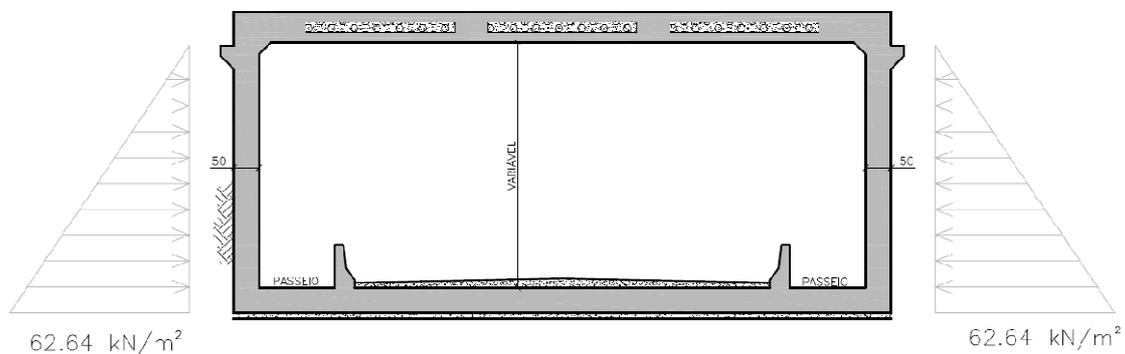


Figura III.12 –Esquema de aplicação do carregamento de empuxo de terra

Apresenta-se a seguir uma figura mostrando a aplicação do carregamento nas paredes e muros ala no programa. A escala de cores indica os valores adotados.

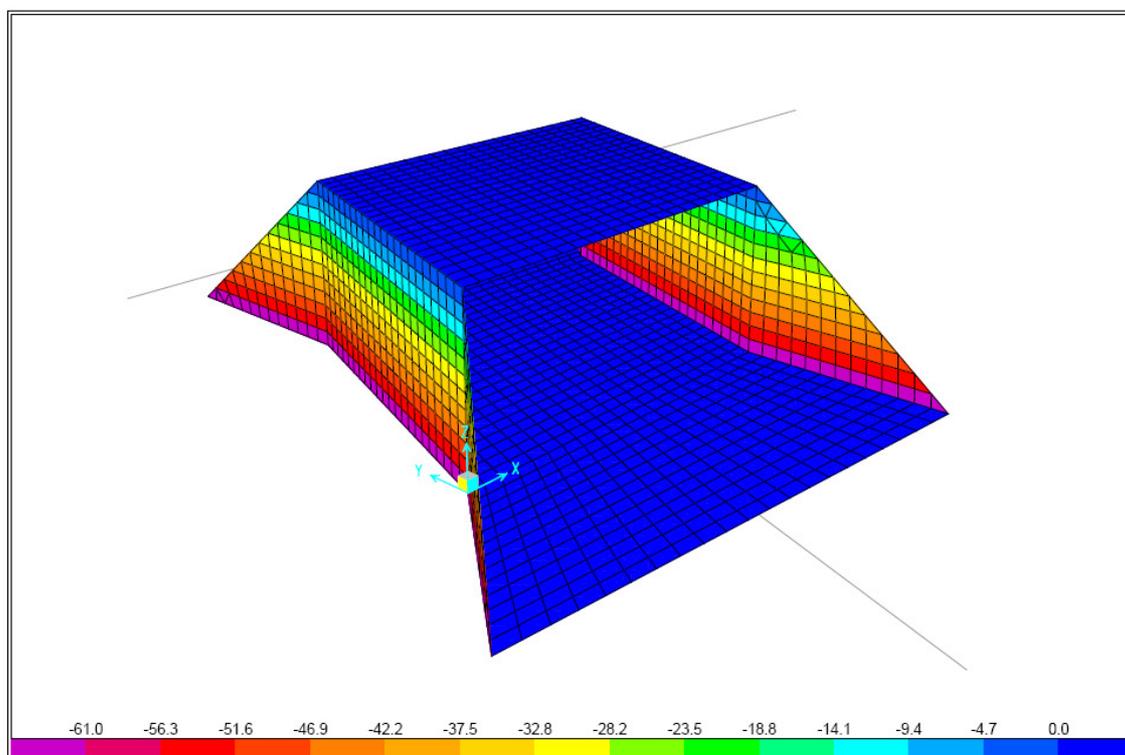


Figura III.13 –Empuxo de terra

Na figura III.13, os valores estão referenciados ao eixo local 3 dos elementos da parede e da ala, sabendo-se que este foi sempre apontado para a parte externa da estrutura, os sinais serão sempre negativos como mostrado.

III.4.1. Empuxo de sobrecarga

Carregamento acidental que representa a força lateral de empuxo nas paredes e ala que atua sempre que a carga máxima do trem-tipo se encontra na laje de transição. É considerado um carregamento retangular ao longo e toda a contenção.

Primeiramente calcula-se a sobrecarga média que atua quando o trem-tipo encontra-se na laje de transição.

Largura da laje de transição $l := 11\text{m}$

$$q := \frac{\left(\frac{450\text{kN}}{3\text{m} \cdot 6\text{m}}\right) \cdot 3\text{m} + 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (l - 3\text{m})}{l} = 10.455 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Coefficiente de empuxo ativo:

$k_a := 0.6$

$$\sigma_h := q \cdot k_a = 6.273 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

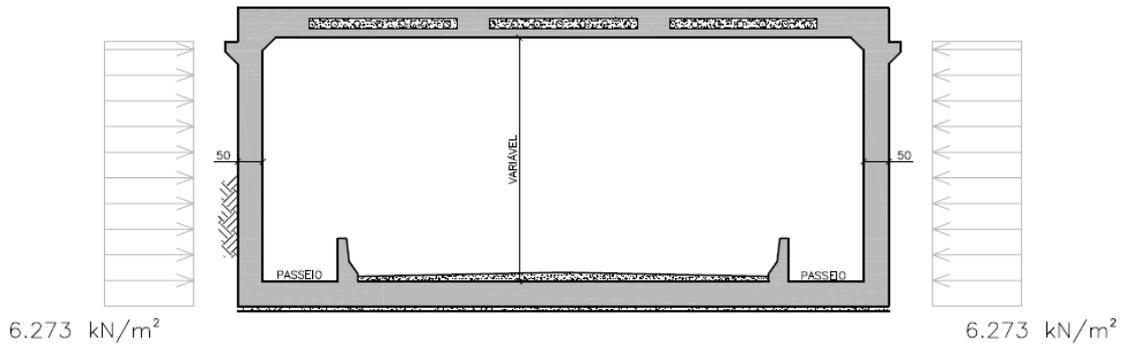


Figura III.14 –Esquema de aplicação do carregamento de empuxo de sobrecarga

Apresenta-se a seguir o carregamento elaborado no programa.

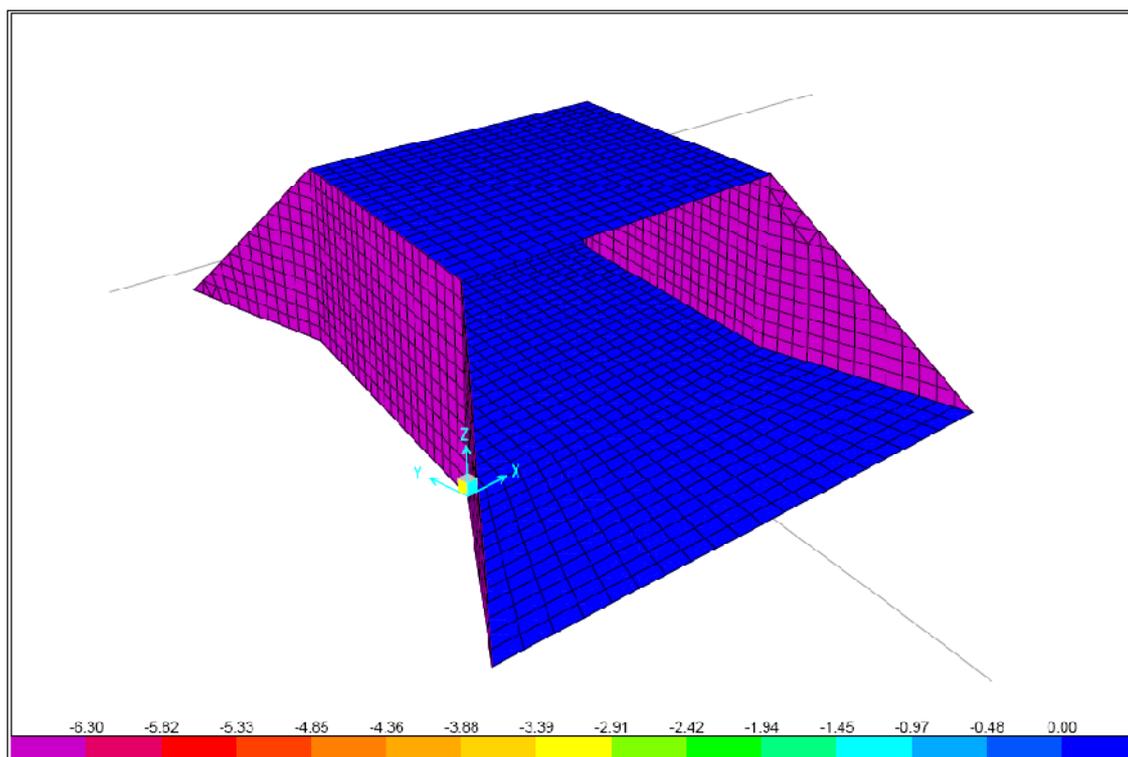


Figura III.15 –Empuxo da sobrecarga

III.4.1.Efeitos de Temperatura

Para considerar efeitos de fluência, retração e temperatura de maneira simplificada e a favor da segurança, adotou-se um carregamento de variação uniforme de temperatura de $\pm 30^{\circ}$ K. Para esta estrutura, os efeitos de temperatura não apresentam influência significativa no dimensionamento e não são objetivo do estudo, portanto, a consideração simplificada se justifica.

III.4.1.Frenagem e aceleração

Como recomendado pela NBR 7187 de 2003 em seu item 7.2.1.5.2, tal carga de ser considerada como 30% do peso do veículo tipo, ou seja, $30\% \times 450\text{kN} = 135\text{ kN}$.

Foram consideradas duas hipóteses de carregamento, uma com o veículo na pista superior e outra na pista inferior. A coloração azul representa a área que está sendo carregada em cada caso.

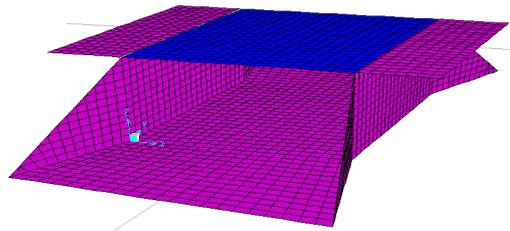


Figura III.16 – Frenagem na pista superior

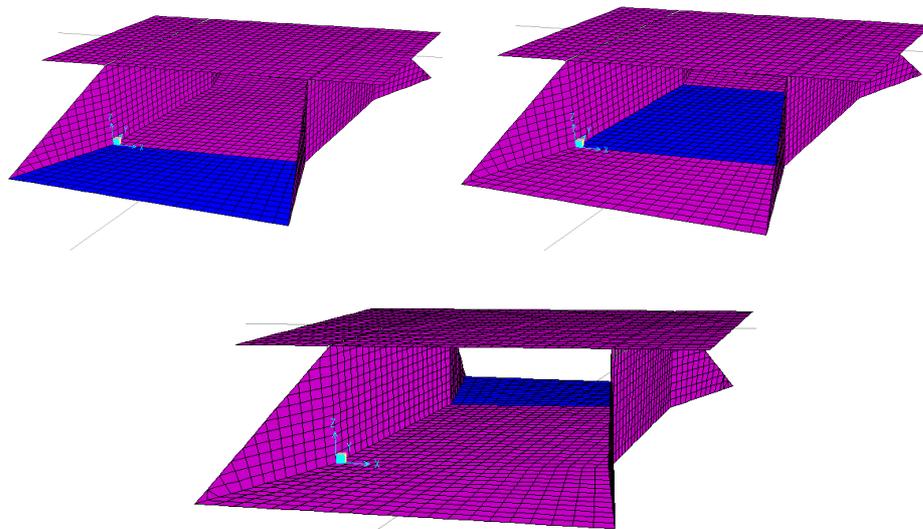


Figura III.17 – Frenagem na pista inferior

As figuras somente ilustram a posição onde foram aplicados os esforços de frenagem, o sentido de aplicação é o sentido da via, portanto precisou ser feita uma decomposição da força nos sentidos X e Y globais, que não será mostrada aqui.

III.4.1.Carga Móvel

III.4.1.1.Veículo

A definição da carga móvel é função da classe da rodovia, que por critério de projeto foi classificada como classe 45. Essa classe define um veículo de três metros de largura por seis de comprimento, 450 kN de peso total divididos em três eixos transversais com duas rodas cada um, distância entre eixos de 1,50m e de 2,00m entre rodas de um mesmo eixo.

Para que não sejam levados em consideração efeitos dinâmicos na análise, as forças devem ser majoradas por um coeficiente definido como coeficiente de impacto, calculado com o menor vão da laje, distância entre os eixos das paredes.

$$l := 13\text{m}$$

$$\phi := 1.4 - 0.007l = 1.309$$

III.4.1.2.Aplicação da carga móvel

A primeira definição feita no programa é a “Lane”. A Lane representa a faixa onde o veículo irá atuar na superestrutura. As duas “Lanes” criadas são apresentadas a seguir.

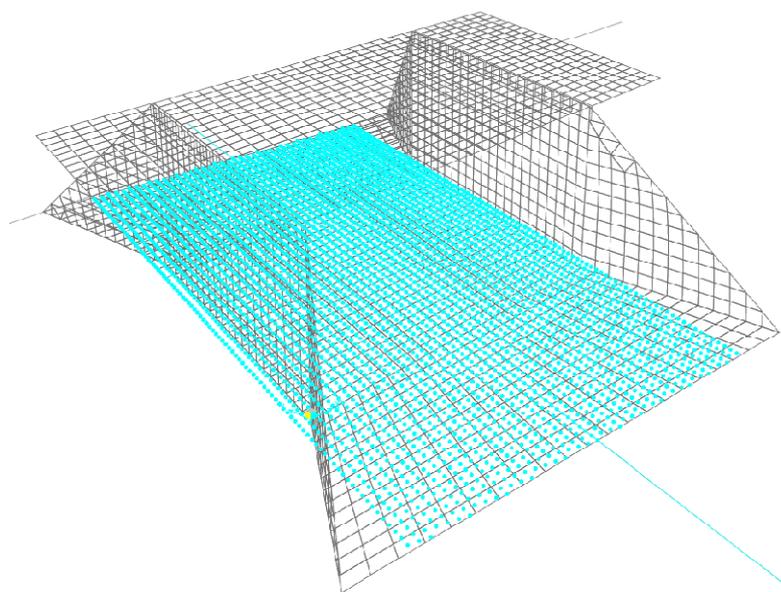


Figura III.18 – Lane 1- Pista Inferior

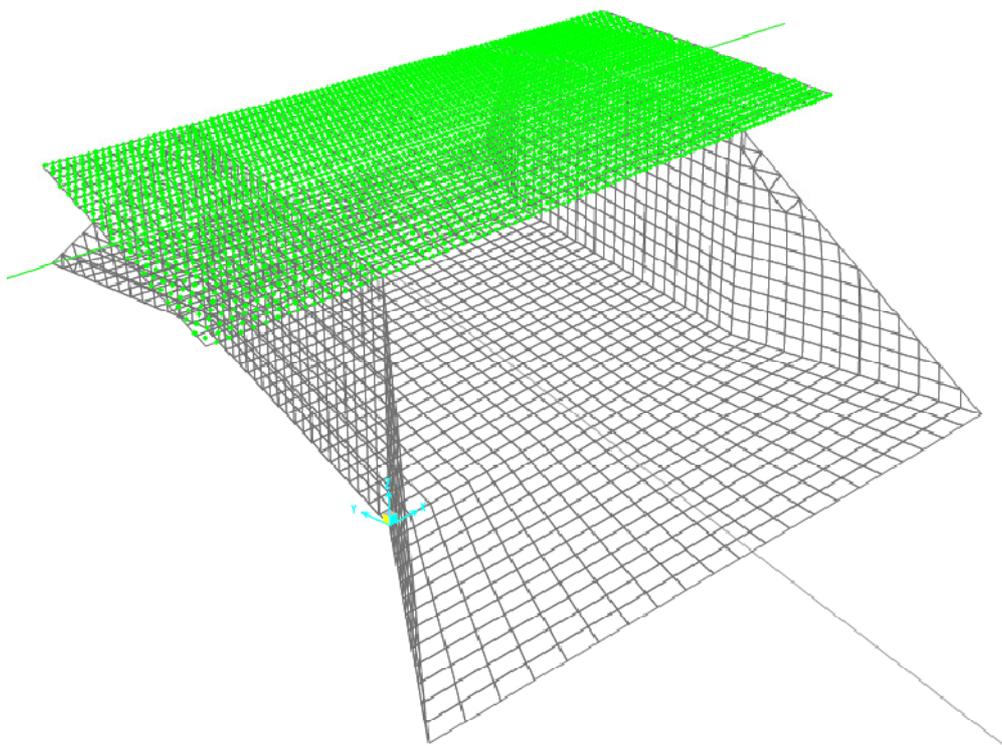


Figura III.19 – Lane 2- Pista Superior

Tem-se desta forma as posições possíveis para a passagem do veículo, uma na estrada do Arco Rodoviário (verde) e outra na Estrada das Escravas (azul).

Depois da definição da Lane, define-se um carregamento do tipo “Moving Load”. Tal definição pede a Lane a ser carregada e o veículo que a carregará.

O programa traça a linha ou superfície de influência da estrutura em questão e depois a carrega para a obtenção dos esforços máximos e mínimos.

A definição do “Moving Load” criado pode ser vista na figura na III.20, e a definição do trem-tipo na figura III.21.

Figura III.20 – Definição do carregamento

Figura III.21 – Trem-tipo

O resultado final da análise será uma envoltória de esforços para cada ponto da estrutura.

CAPÍTULO IV

EFEITO DA ESCONSIDADE NA LAJE DO TABULEIRO

IV.1.Introdução

Por tratar-se de uma laje esconsa elasticamente engastada em dois bordos e livre nos outros, as trajetórias dos momentos principais de flexão na laje do tabuleiro em geral não coincidem com as direções de disposição das armaduras. Este efeito é agravado em casos onde se tem cargas móveis nas lajes. Neste capítulo serão estudados os resultados da análise computacional e alguns métodos utilizados para considerar o efeito da esconsidade no dimensionamento.

IV.2.Direções Principais

Neste tópico serão analisadas, utilizando os recursos do programa SAP2000, as direções principais na laje do tabuleiro. O programa faz o cálculo, para carregamentos estáticos, dos momentos e direções principais. O método utilizado para tal procedimento não é descrito no manual do programa, portanto, serão mostrados os resultados simplesmente para se ter uma idéia forma das linhas de momentos principais.

O caso de carga escolhido será o caso de carga DEAD, e a figura a seguir ilustra as linhas de momentos principais que aparecem na laje do tabuleiro.

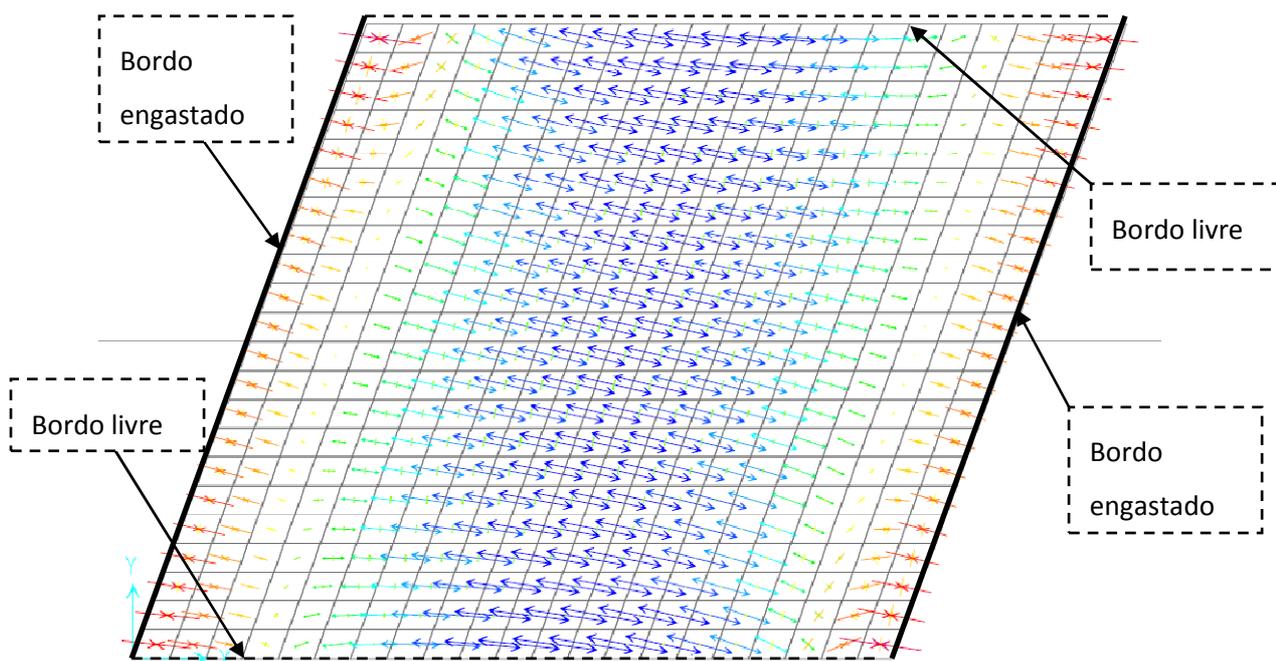


Figura IV.1 – Direções dos momentos principais na laje do tabuleiro superior

A figura IV.1 mostra a tendência das linhas de momentos principais tomarem, nas extremidades superior e inferior da figura, a direção dos bordos livres, e nas regiões do centro, a direção perpendicular ao bordo engastado. A laje do tabuleiro nas extremidades funciona como se o vão fosse na direção da via, portanto, maior do que no caso dos elementos centrais, onde a laje funciona no sentido perpendicular ao bordo engastado. Pode-se ver claramente como o ângulo formado entre as setas e a direção X global diminui com a proximidade do bordo livre. A figura IV.2 ilustra os vãos para o caso dos elementos do bordo (L1) e centrais (L2).

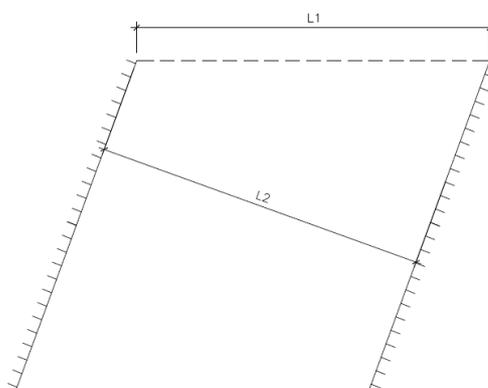


Figura IV.2

IV.3.Consideração da Torção na laje

Existem algumas maneiras de se considerar a torção em laje, uma delas é ignorar sua existência e dimensionar como se fossem duas faixas ortogonais fletidas, o que implica em aumento dos momentos e das flechas e não isenta o projetista de dispor às vezes de armaduras de canto para combater o momento volvente. Outra maneira seria dispor a armação na direção dos momentos fletores principais onde não há torção, entretanto, como pôde ser visto anteriormente, cada ponto da laje tem duas direções principais perpendiculares diferentes, o que torna o trabalho de detalhamento impraticável. A maneira de considerar a torção será mostrada adiante.

IV.3.1.Método de Wood

O método de Wood tem como base o critério de Johansen, ou critério das linhas de plastificação. O momento normal resistente a um plano qualquer calculado com os momentos M_x^* e M_y^* (M_{n1}), correspondente às armaduras dispostas na laje, deve ser maior ou igual ao momento normal ao mesmo plano dado pelos esforços M_x , M_y e M_{xy} (M_{n2}). A armadura começará a plastificar segundo um plano de menor resistência.

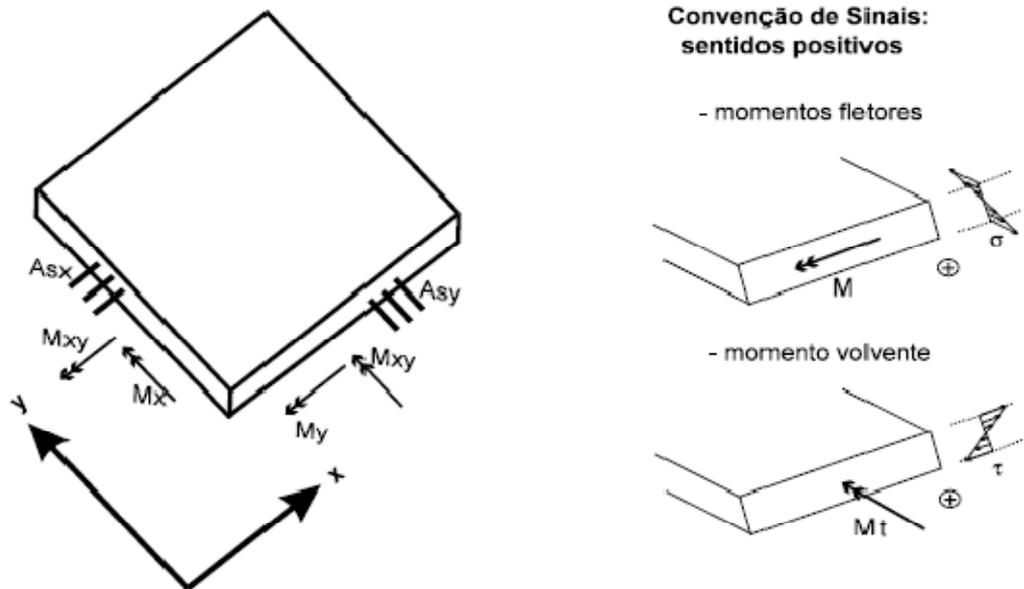


Figura IV.3 – Terno de esforços M_x , M_y e M_{xy} e armaduras segundo as direções X e Y

IV.3.1.1. Momentos positivos em todas as direções

Deve-se ter $M_{n1} \geq M_{n2}$ ou $M_{n1} - M_{n2} \geq 0$. A parte esquerda da inequação, aqui chamada de $f(\theta)$, é a função do excesso de momento normal. Substituindo-se M_{n1} e M_{n2} pelas equações de transformação tensorial, tem-se:

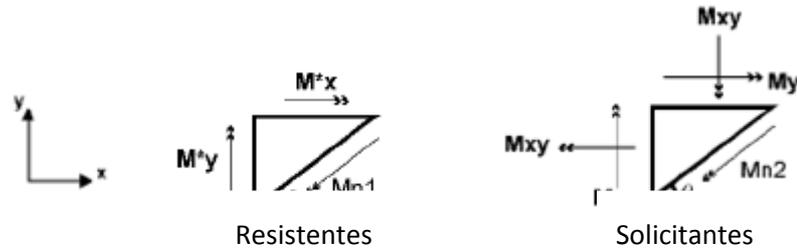


Figura IV.4 – Momentos normais desenvolvidos a partir de M_x , M_y , M_{xy} e de M_x^* e M_y^*

$$f(\theta) = M_x^* \cdot \cos^2 \theta + M_y^* \cdot \sin^2 \theta - M_x \cdot \cos^2 \theta + M_y \cdot \sin^2 \theta + M_{xy} \cdot \sin^2 \theta + M_{xy} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \geq 0 \quad (IV.1)$$

Dividindo-se por $\cos^2 \theta$ e chamando-se $\tan \theta$ de k , tem-se:

$$f(k) = M_x^* + M_y^* \cdot k^2 - M_x + M_y \cdot k^2 + M_{xy} \cdot k^2 + M_{xy} \cdot 2 \cdot k \geq 0 \quad (IV.2)$$

Para cada par de M_x^* e M_y^* , tem-se um valor crítico de k , onde a função $f(k)$ é mínima Derivando a equação (IV.2) e igualando a zero, chega-se a:

$$M_y^* = M_y + \frac{1}{k} \cdot M_{xy} \quad (IV.3) \quad \text{e} \quad k_{\text{critico}} = \frac{M_{xy}}{M_y^* - M_y} \quad (IV.4)$$

Neste ponto, $f(k)$ deve ser igual a zero para que os momentos normais sejam iguais, portanto, substituindo-se (IV.3) em (IV.2) e igualando a zero, temos:

$$M_x^* = M_x + k \cdot M_{xy} \quad (IV.5)$$

Nas outras direções, $f(k)$ deve ser sempre positivo, ou seja $f(k_{\text{critico}})$ deve ser um ponto de mínimo, portanto a segunda derivada de f deve ser maior que zero, daí conclui-se que:

$$\frac{d^2 f(k)}{dk^2} > 0 \rightarrow 2 \cdot M_y^* - 2 \cdot M_y > 0 \rightarrow M_y^* > M_y \quad (IV.6)$$

O valor de $k_{\text{crítico}}$ define a tangente do ângulo onde os momentos normais M_{n1} e M_{n2} são iguais, havendo nesta situação equilíbrio de esforços aplicados e resistentes.

Se $M_y^* = M_y + \frac{1}{k} \cdot M_{xy}$ e $M_y^* > M_y$, chega-se à conclusão que $\frac{1}{k} \cdot M_{xy}$ é positivo, o que pode simplificar as equações da seguinte maneira.

$$M_x^* = M_x + |k| \cdot |M_{xy}|$$

$$M_y^* = M_y + \frac{1}{|k|} \cdot |M_{xy}| \quad (\text{IV.7})$$

O valor de $|k|$ define a relação de M_{xy} que é resistida por M_x^* e M_y^* . Podemos concluir que a quantidade de armadura, admitindo-se um braço de alavanca do momento resistente igual para as armaduras em x e y, é proporcional à $M_x^* + M_y^*$. Para um valor mínimo de armadura, tem-se:

$$\frac{d(M_x^* + M_y^*)}{dk^2} = 0 \rightarrow \frac{d(M_x + |k| \cdot |M_{xy}| + M_y + \frac{1}{|k|} \cdot |M_{xy}|)}{d|k|} = M_{xy} \cdot \left(1 - \frac{1}{|k|^2}\right) = 0$$

Daí conclui-se que $|k| = 1$, ou seja, a maneira mais econômica é fazer:

$$M_x^* = M_x + |M_{xy}|$$

$$M_y^* = M_y + |M_{xy}| \quad (\text{IV.8})$$

IV.3.1.2. Momentos negativos em todas as direções

Quando o campo de momentos for negativo, fazemos uma analogia com a situação anterior, adotando as seguintes equações:

$$M_x^* = M_x - |M_{xy}|$$

$$M_y^* = M_y - |M_{xy}| \quad (\text{IV.9})$$

IV.3.1.3. Campos de momentos positivos e negativos

Quando um momento principal é positivo e o outro negativo, devem ser verificadas as equações (IV.8) e (IV.9), podendo existir, em um mesmo ponto da laje, armaduras positivas e negativas.

IV.3.2. Momentos resistentes em direções oblíquas entre si (Método de Armer)

No presente caso, com o objetivo de projetar o melhor detalhamento possível em termos de execução, as armaduras serão dispostas formando um ângulo diferente de 90^0 . O ângulo entre as armaduras será o complemento da esconsidade, detalhe que será explicado melhor adiante.

A diferença para o método de Wood, explicado anteriormente, é que agora se deve encontrar um par de momentos equivalentes M_x^* e M_α^* , que cubram o terno de esforços M_x , M_y e M_{xy} dado, conforme proposto por G.S.T. Armer (1968).

O ângulo α é medido no sentido anti-horário entre o eixo x e a direção da armadura resistente a M_α^* , conforme a figura a seguir.

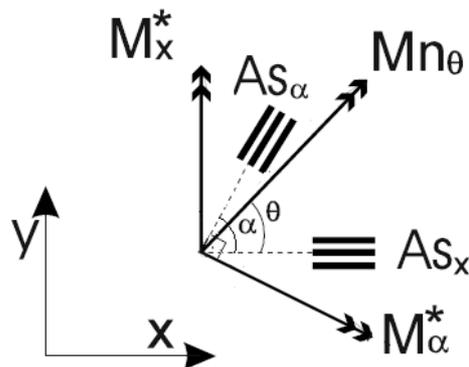


Figura IV.5 – Momentos para armaduras paralelas ao eixo x e à direção α .

O momento M_{n1} calculado com M_x^* e M_α^* é:

$$M_{n1} = M_x^* \cdot \cos^2 \theta + M_\alpha^* \cdot \cos^2(\alpha - \theta) \dots \quad (IV.10)$$

Utilizando-se o procedimento de Wood, chega-se às expressões para determinar os momentos normais a duas direções oblíquas, equivalentes ao terno de esforços M_x , M_y e M_{xy} . Resumidamente tem-se:

i) Momentos equivalentes positivos:

$$M_x^* = M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha + \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha}{\text{sen } \alpha} \right|$$

$$M_\alpha^* = \frac{M_y}{\text{sen}^2 \alpha} + \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha}{\text{sen } \alpha} \right|$$

se M_x resultar negativo; adotar $M_x^* = 0$ e recalculer M_α^* com a expressão:

$$M_\alpha^* = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} + \left(M_y + \left| \frac{(M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha)^2}{M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha} \right| \right)$$

caso M_α^* tenha dado negativo, então adotar $M_\alpha^* = 0$ e recalculer M_x^* :

$$M_x^* = M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha + \left| \frac{(M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha)^2}{M_y} \right|$$

caso ambos resultem negativos não há necessidade de armadura positiva

ii) Momentos equivalentes negativos:

$$M_x^* = M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha - \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha}{\text{sen } \alpha} \right|$$

$$M_\alpha^* = \frac{M_y}{\text{sen}^2 \alpha} - \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha}{\text{sen } \alpha} \right|$$

se M_x resultar positivo; adotar $M_x^* = 0$ e recalculer M_α^* com a expressão:

$$M_\alpha^* = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} + \left(M_y - \left| \frac{(M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha)^2}{M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha} \right| \right)$$

caso M_α^* tenha dado positivo, então adotar $M_\alpha^* = 0$ e recalculer M_x^* :

$$M_x^* = M_x + 2 \cdot M_{xy} \cdot \cot \alpha + M_y \cdot \cot^2 \alpha - \left| \frac{(M_{xy} + M_y \cdot \cot \alpha)^2}{M_y} \right|$$

caso ambos resultem positivos não há necessidade de armadura negativa.

CAPÍTULO V

RESULTADOS DA ANÁLISE

V.1.Introdução

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise. É importante observar que os esforços resultantes dos elementos de casca receberão a notação que será ilustrada nas figuras abaixo. Todos os esforços apresentados são em unidade de força ou momento por metro como será ilustrado.

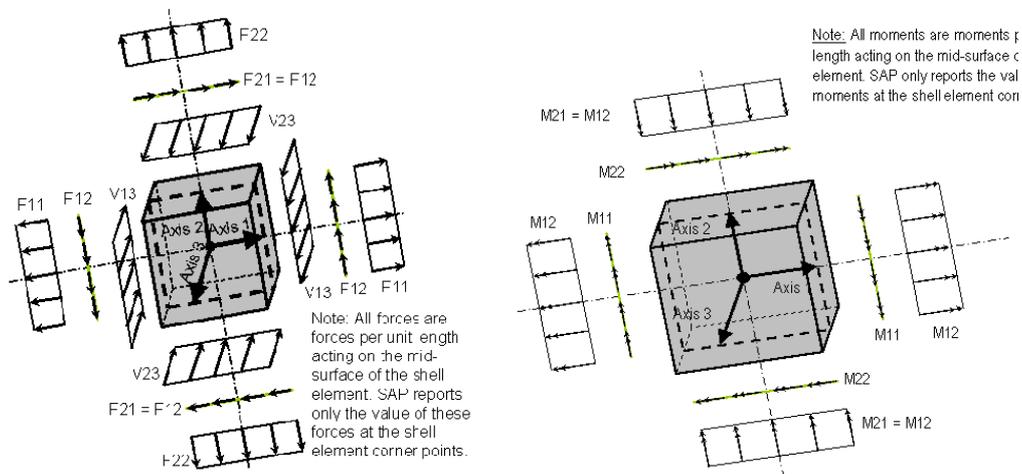
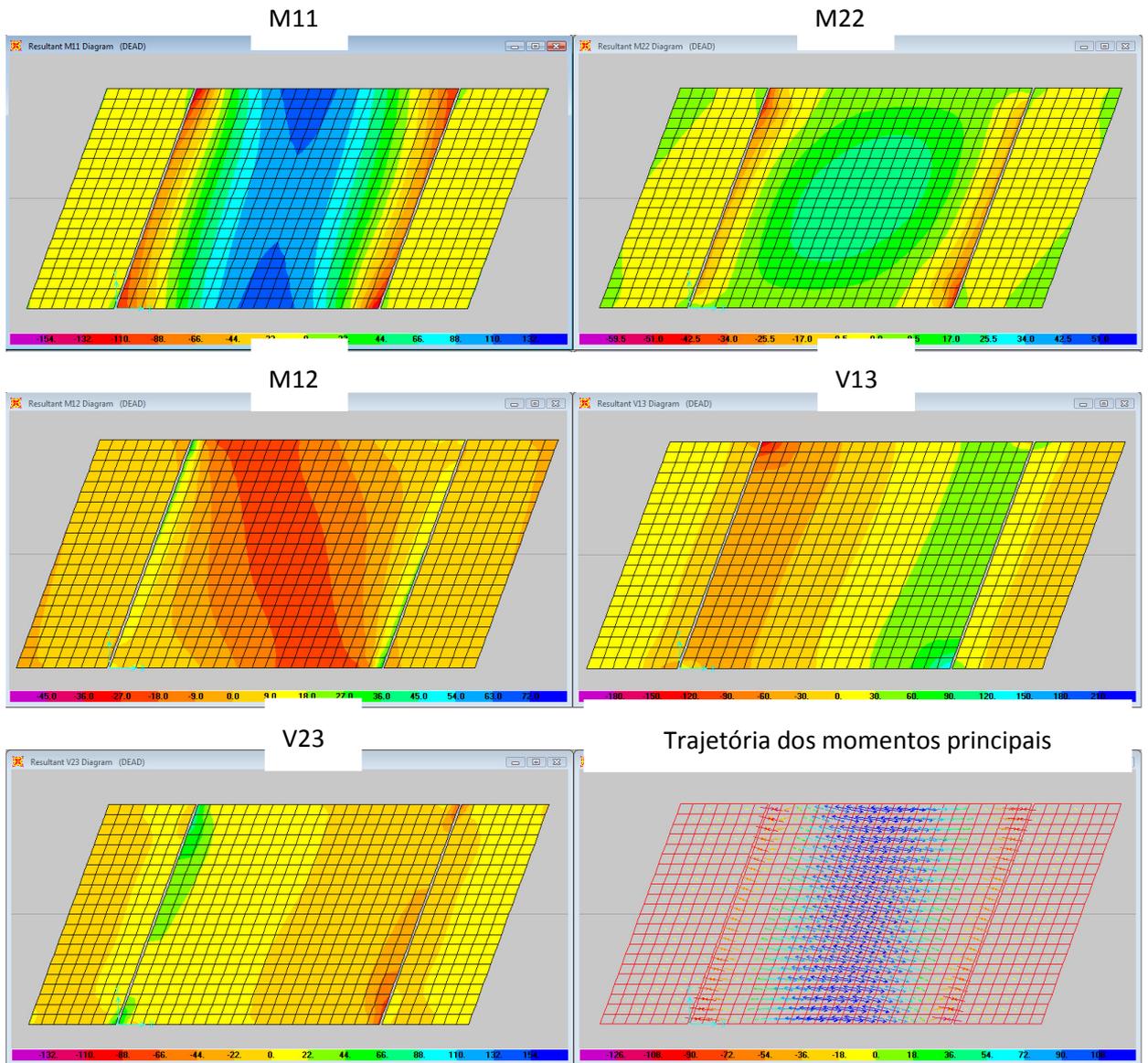


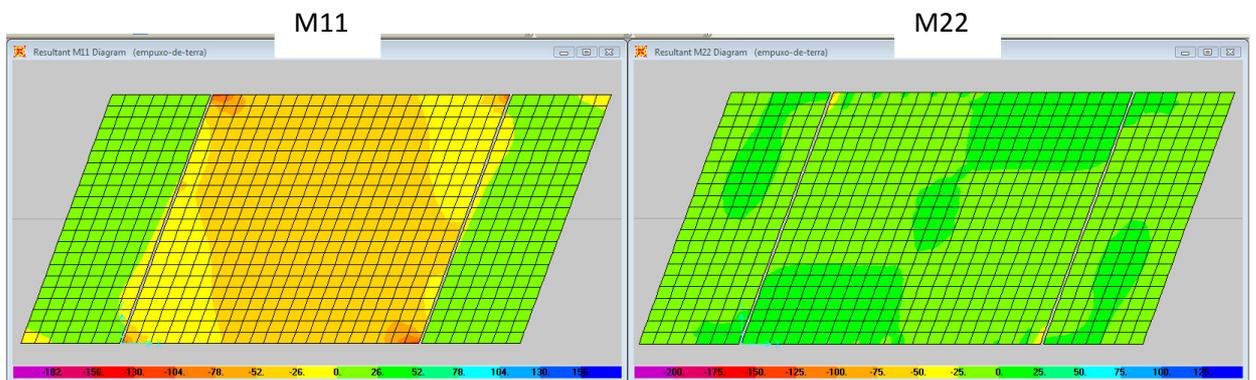
Figura V.1 – Notação dos esforços

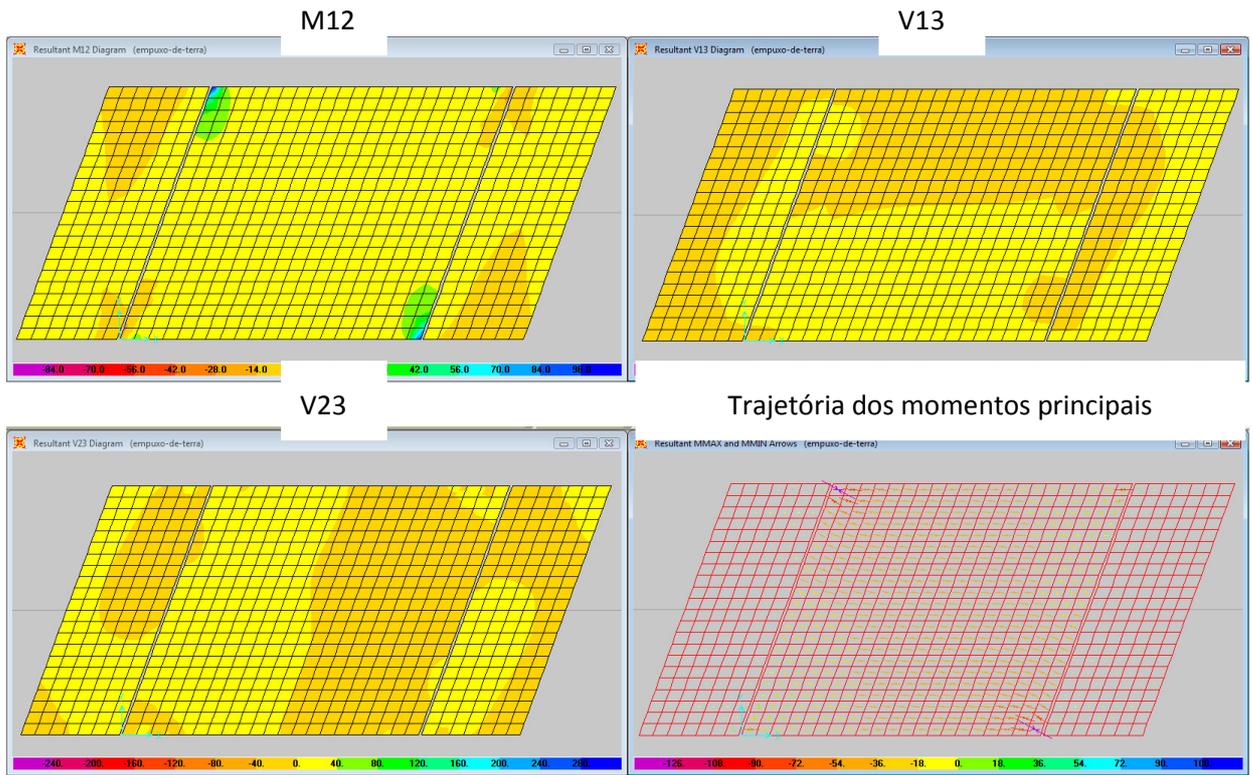
Só serão apresentados os esforços que possuírem valores significantes e possuírem influência no dimensionamento.

V.2.DEAD

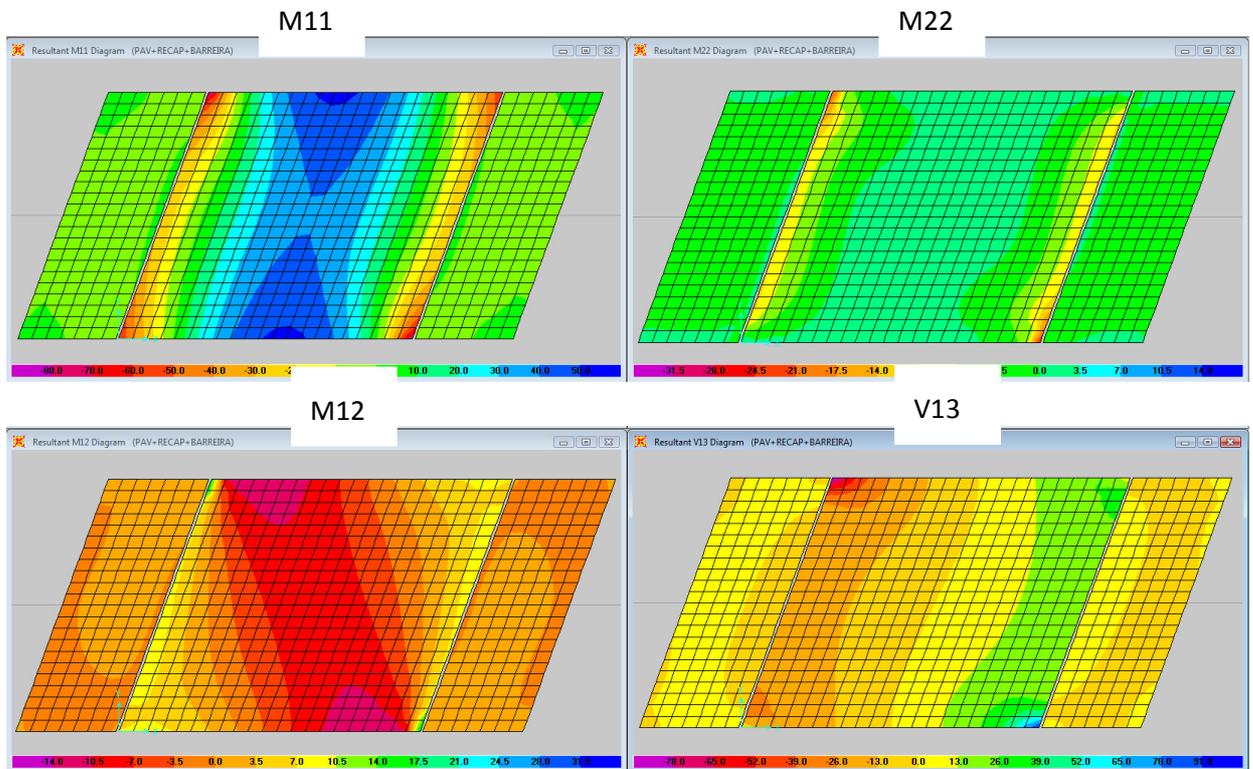


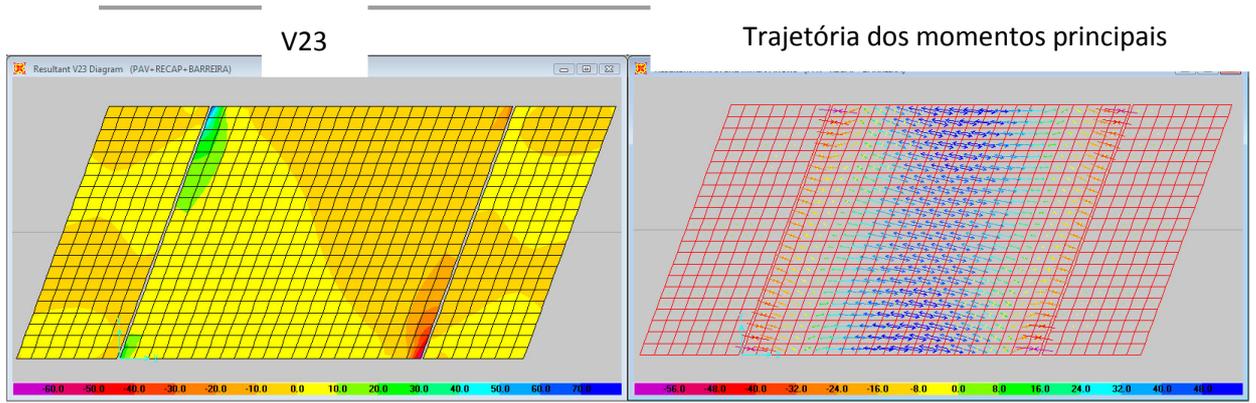
V.1.Empuxo de Terra



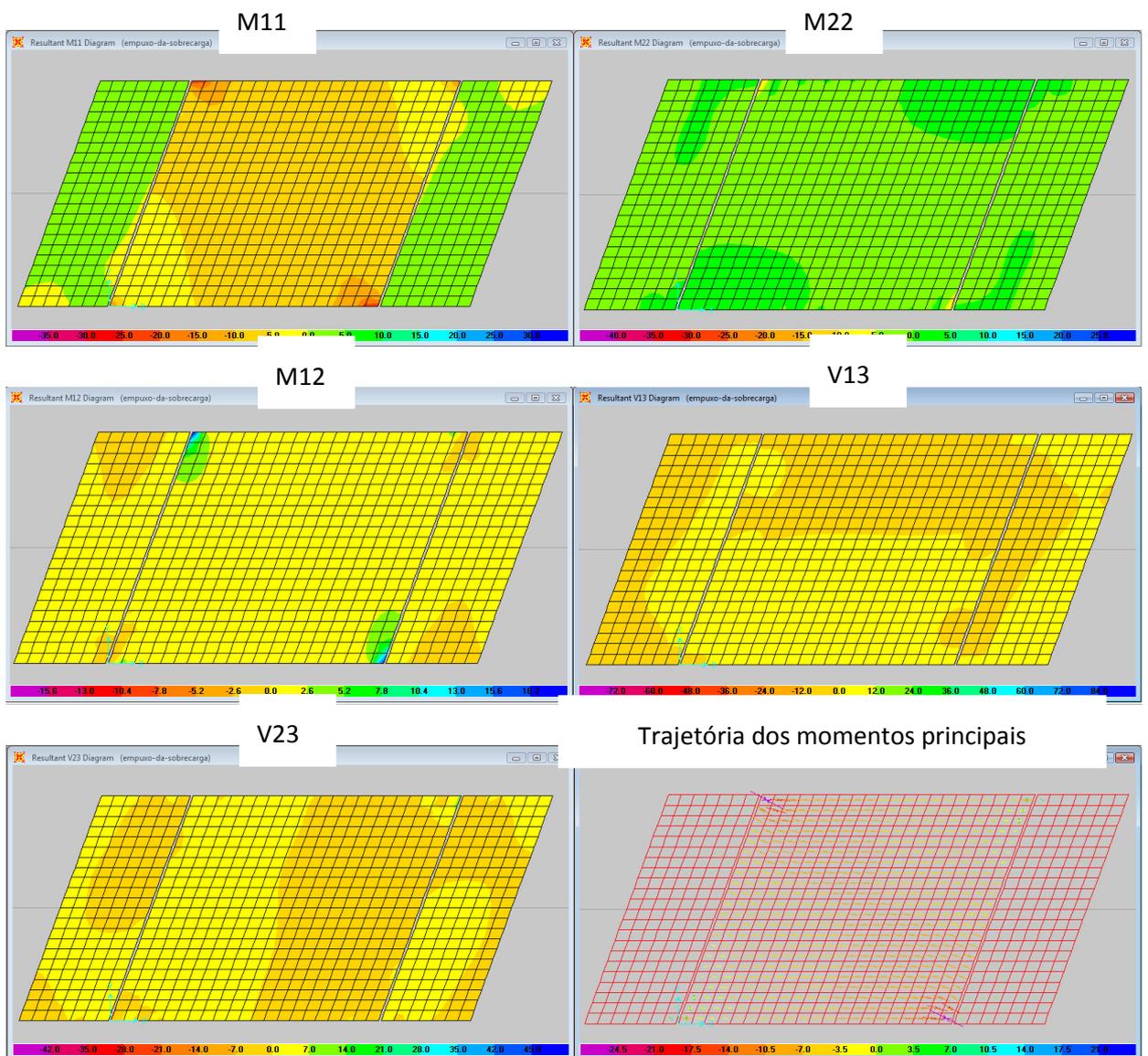


V.1.Pav + Rec. + Barreira

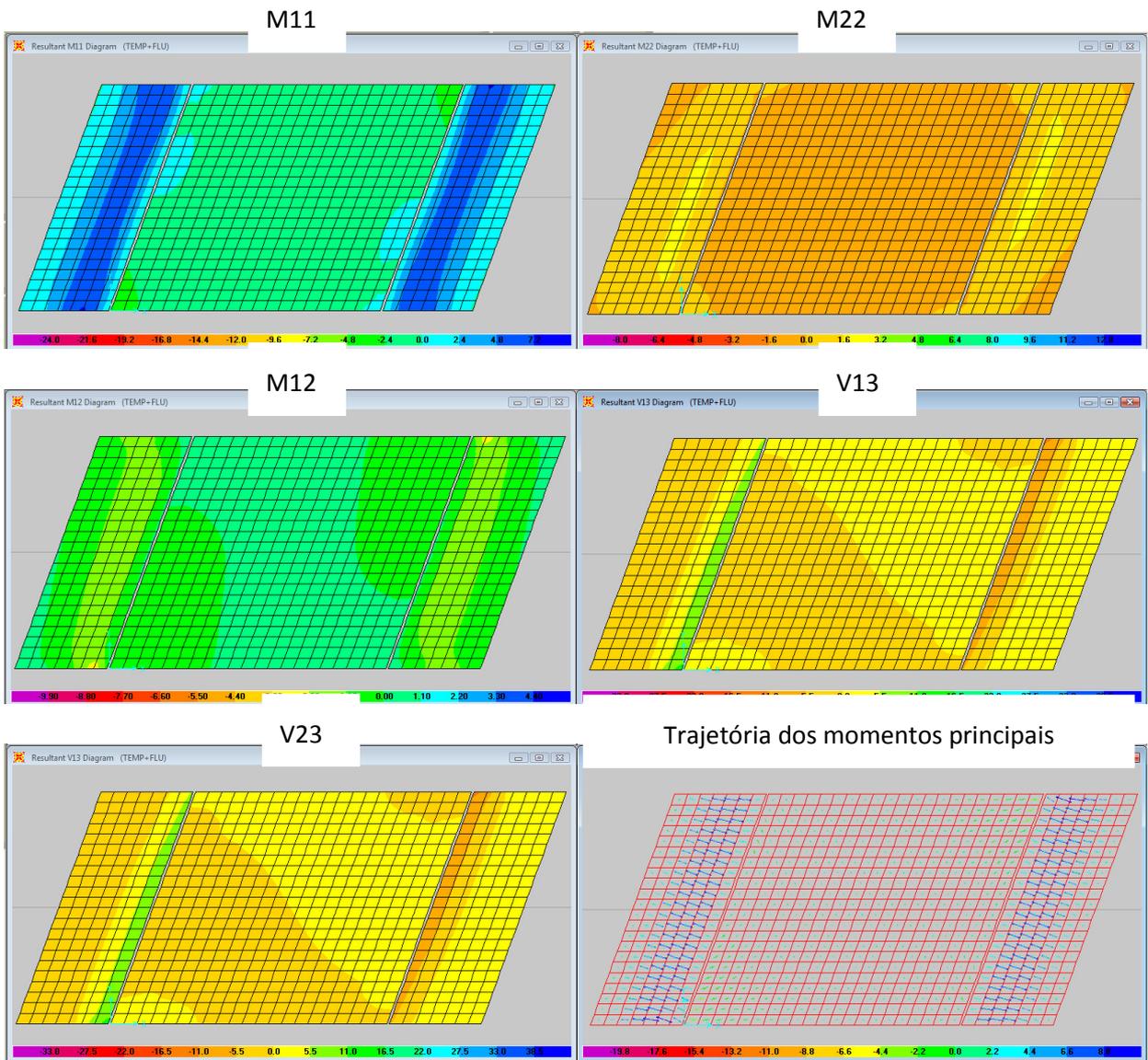




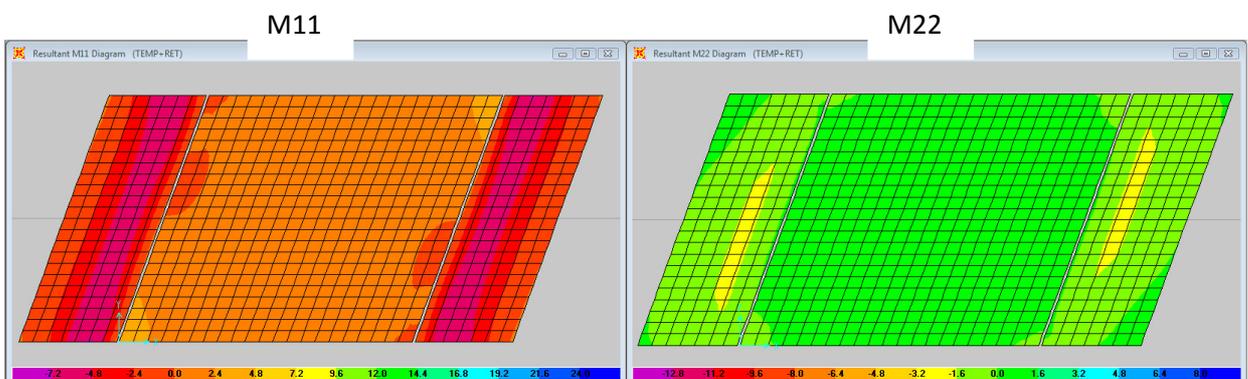
V.1. Empuxo de Sobrecarga

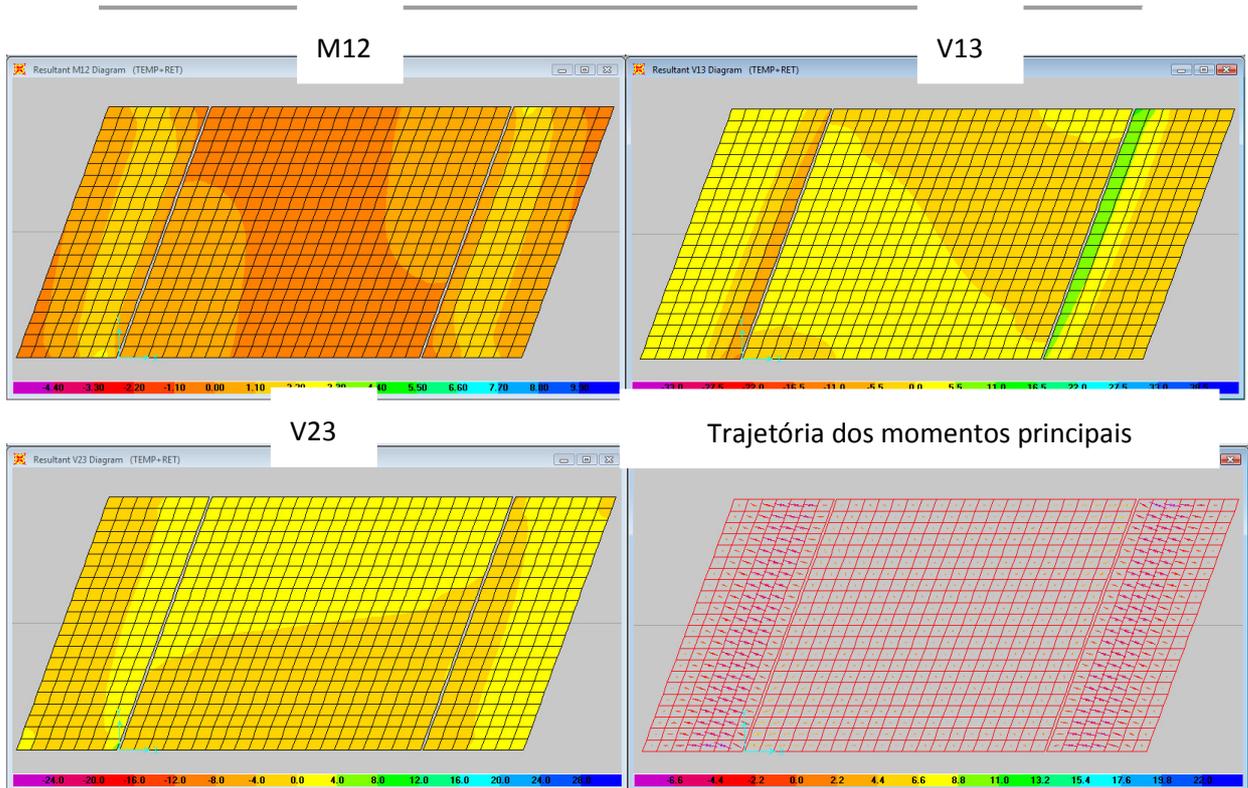


V.2. Temperatura (+)



V.1. Temperatura (-)





V.1.Carga Móvel

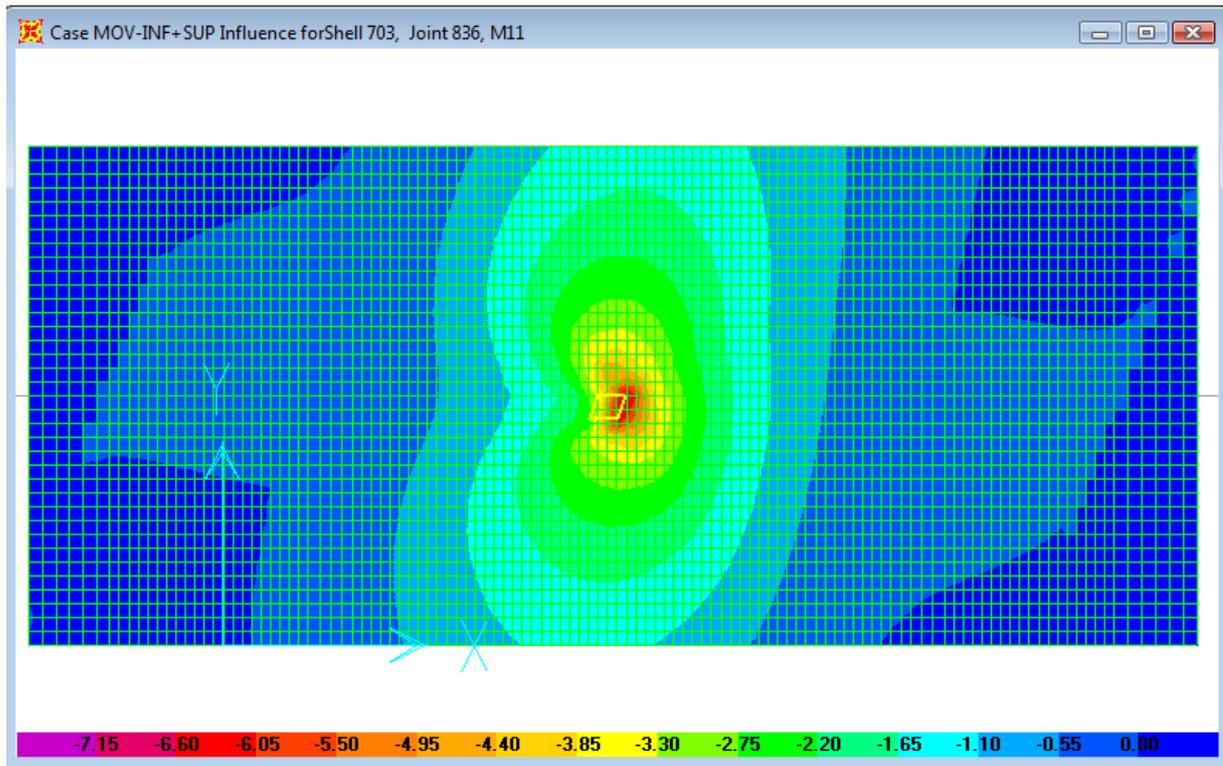
Nos resultados da carga móvel, o programa mostra uma envoltória de esforços para cada seção, que foi determinada carregando a superfície de influência gerada. Não existe uma saída gráfica dos esforços concomitantes nas seções, portanto a figura que mostrará o momento M11 não possui nenhuma relação com a que mostra o momento M22, já que cada uma delas é uma envoltória de cada tipo de esforço para cada ponto. No próximo capítulo será apresentada uma tabela mostrando os esforços concomitantes para os elementos localizados nas regiões de interesse para o dimensionamento.

V.1.1.Superfícies de influência

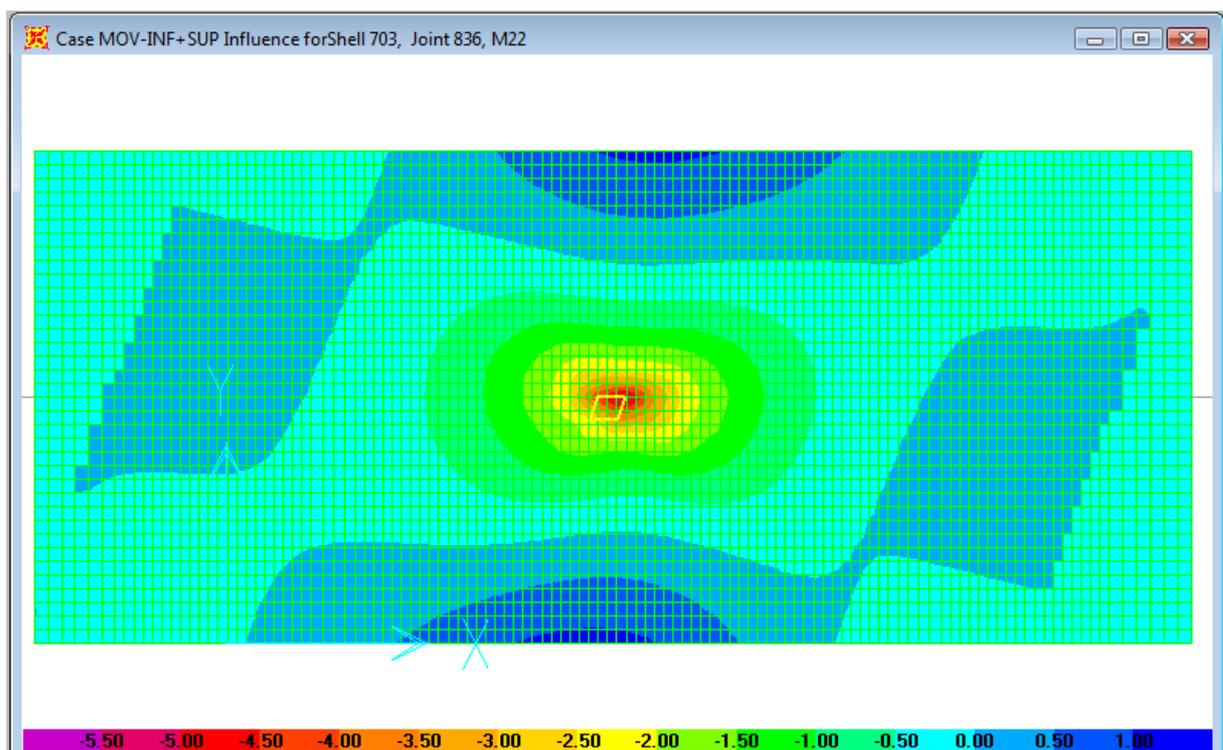
A seguir serão apresentadas superfícies de influência geradas para os pontos indicados.

V.1.1.1. Ponto no centro do tabuleiro

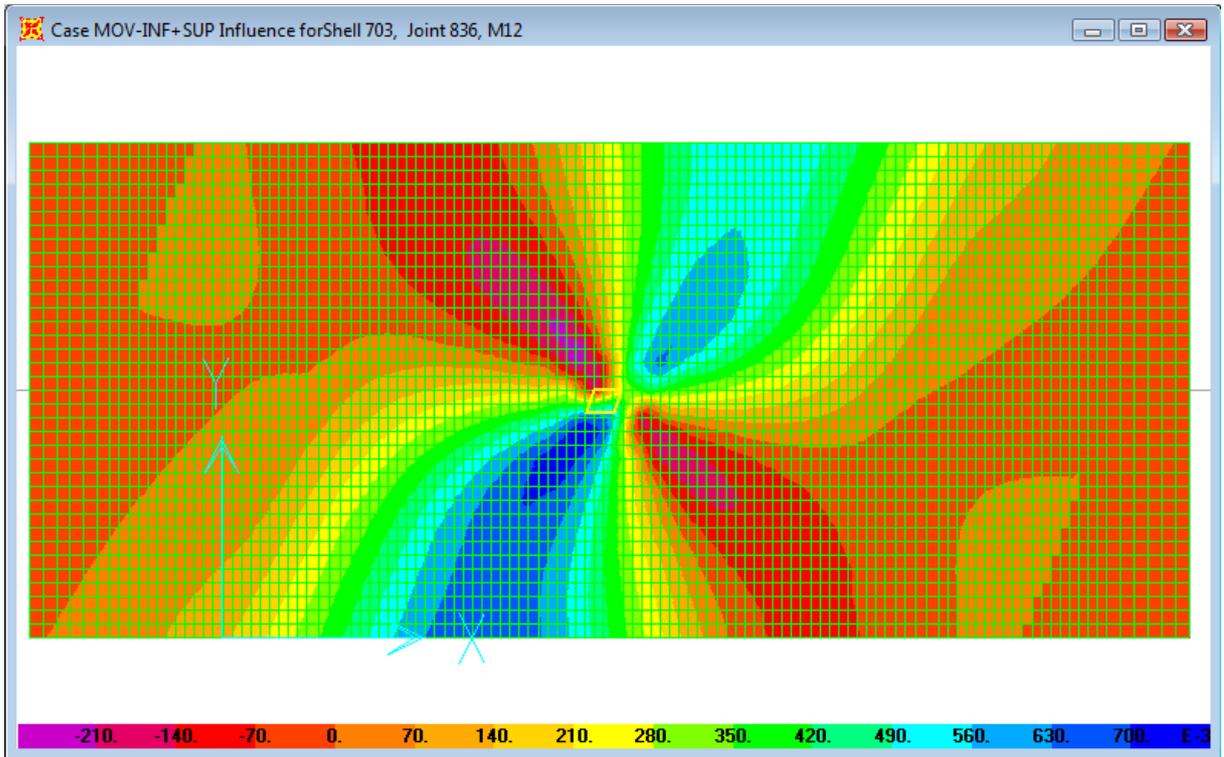
Superfície de influência para M11



Superfície de influência para M22

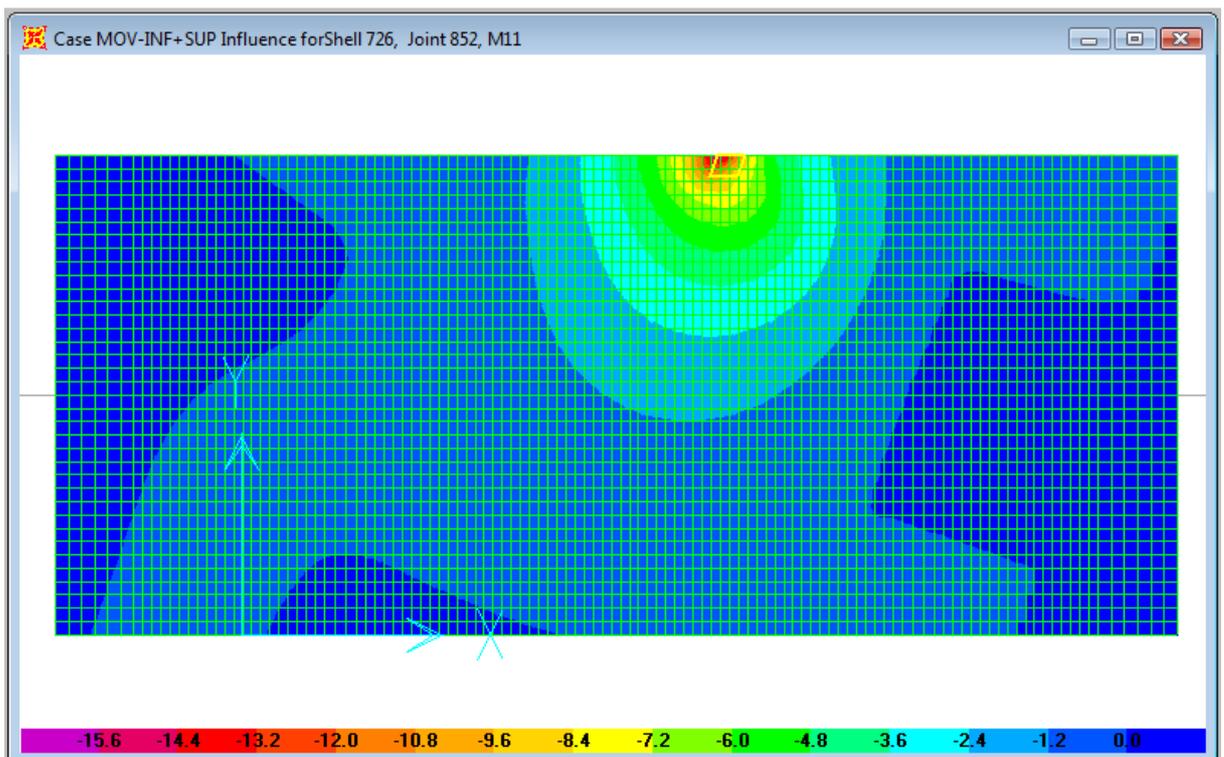


Superfície de influência para M12

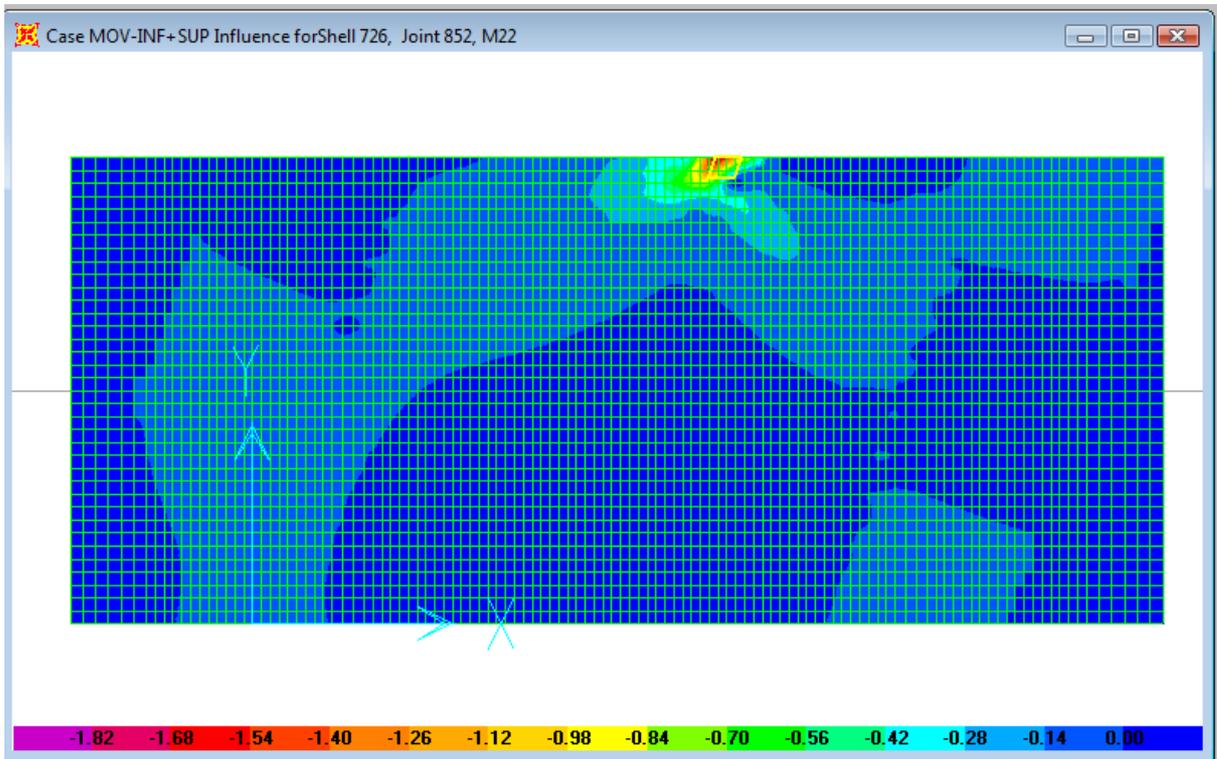


V.1.1.2.Ponto no meio do vão na borda livre superior

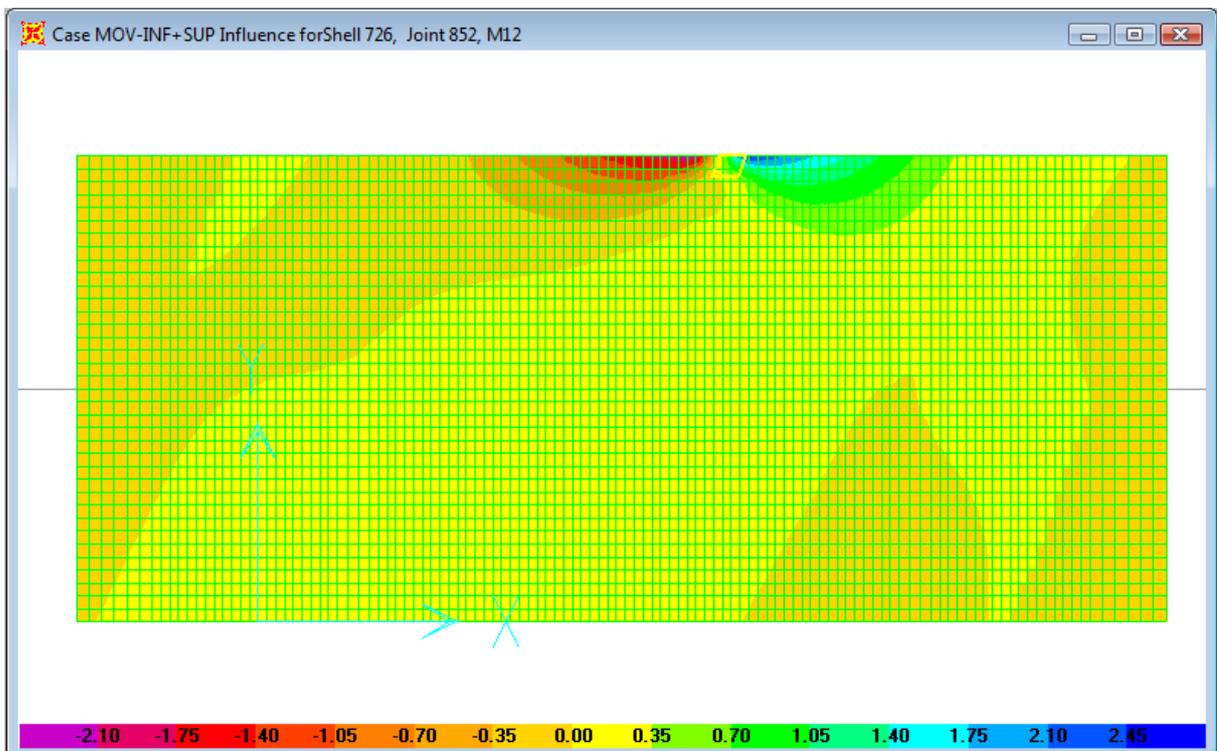
Superfície de influência para M11



Superfície de influência para M22

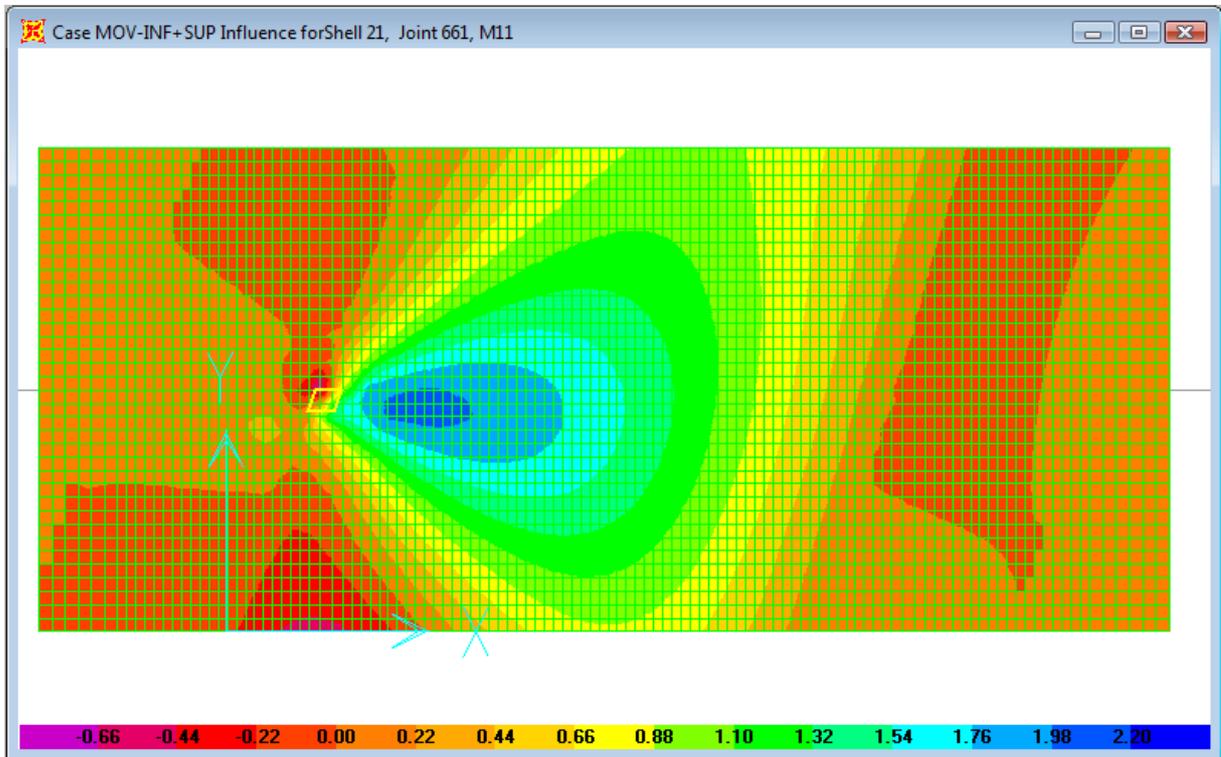


Superfície de influência para M12

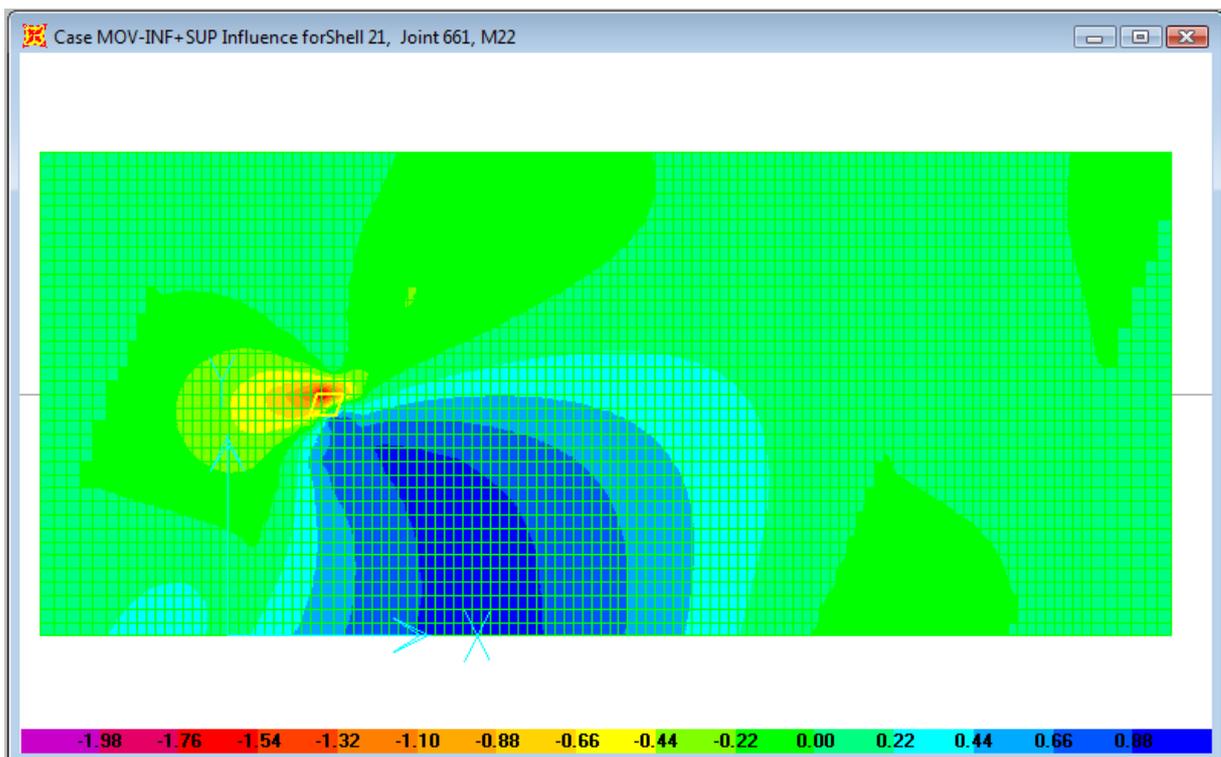


V.1.1.3. Ponto na parede no meio do tabuleiro

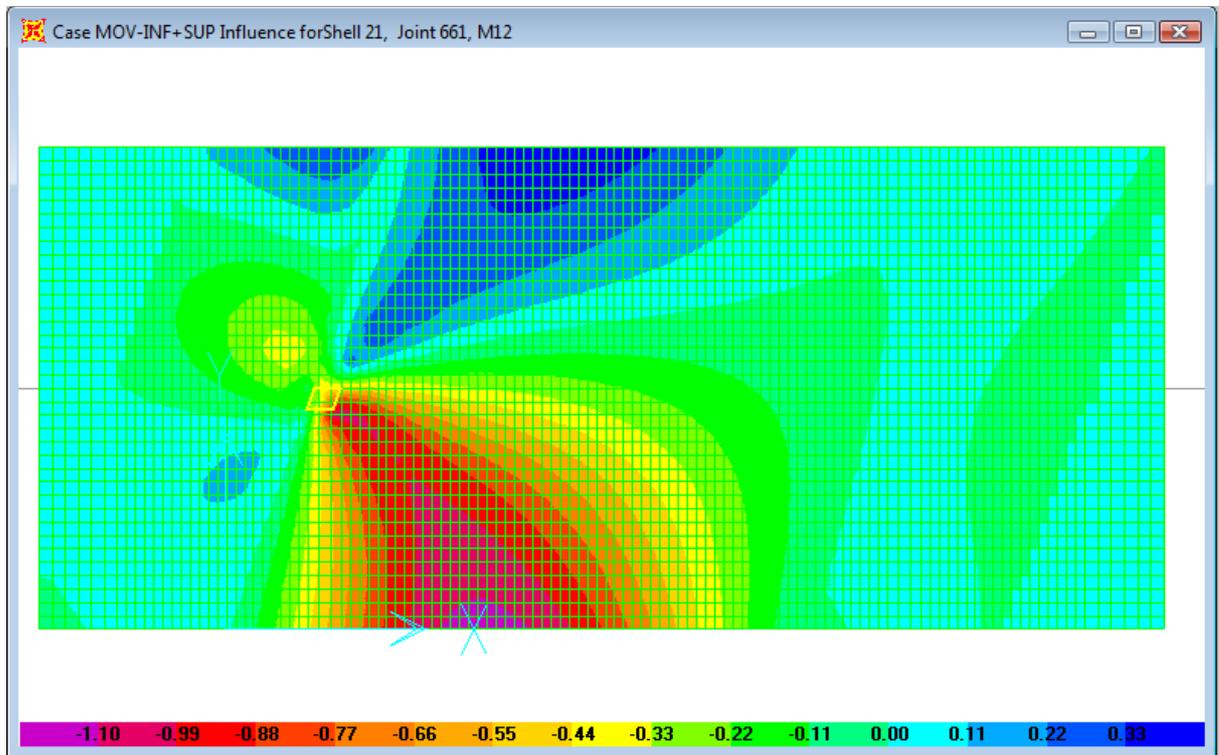
Superfície de influência para M11



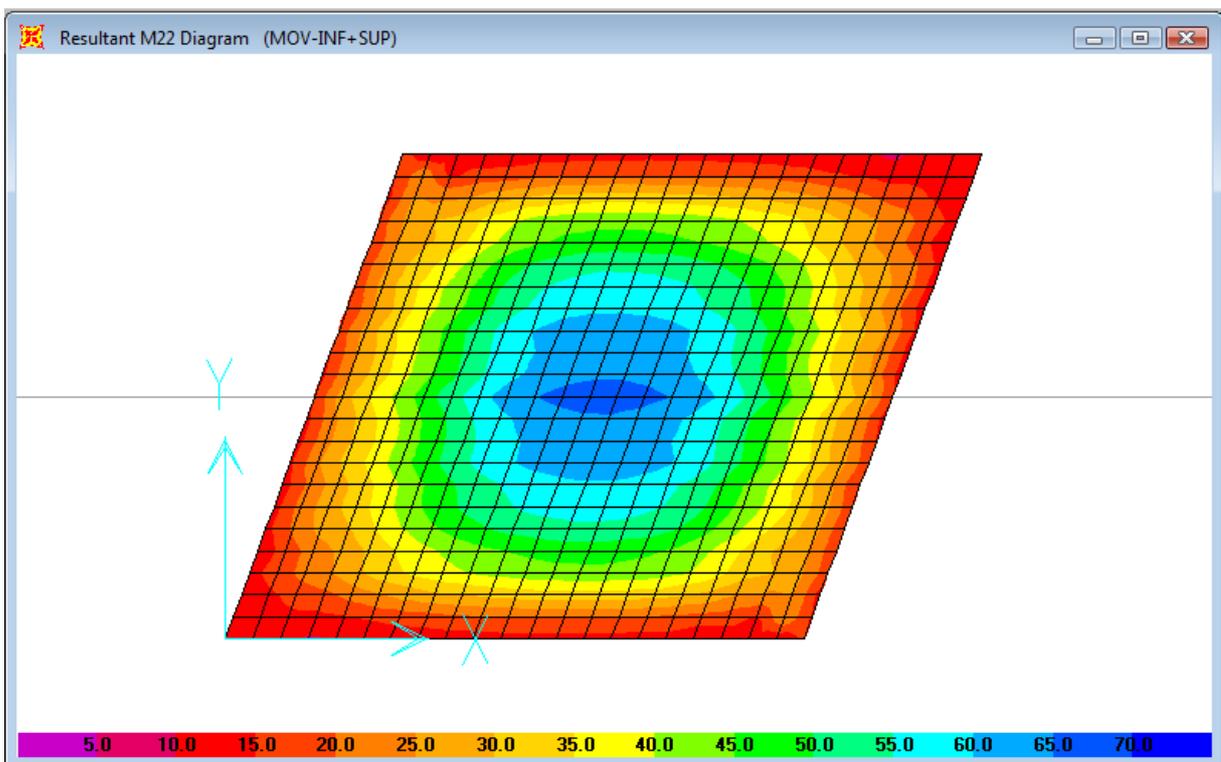
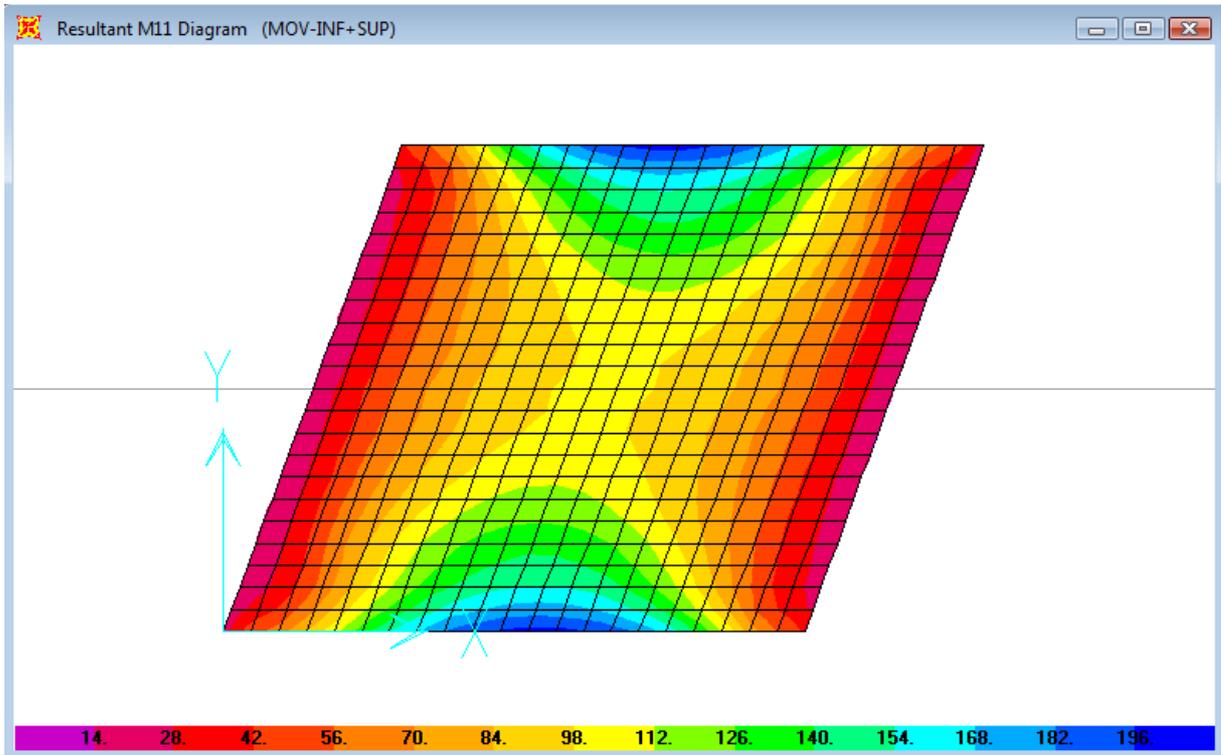
Superfície de influência para M22

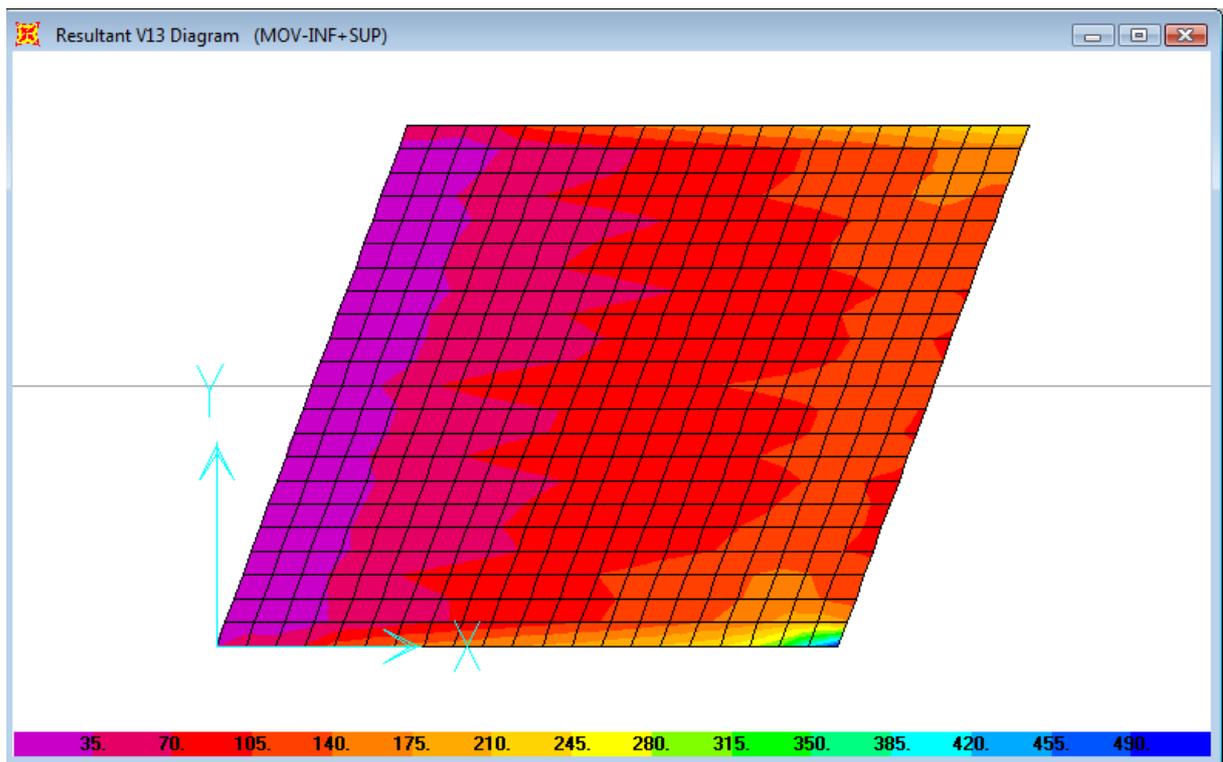
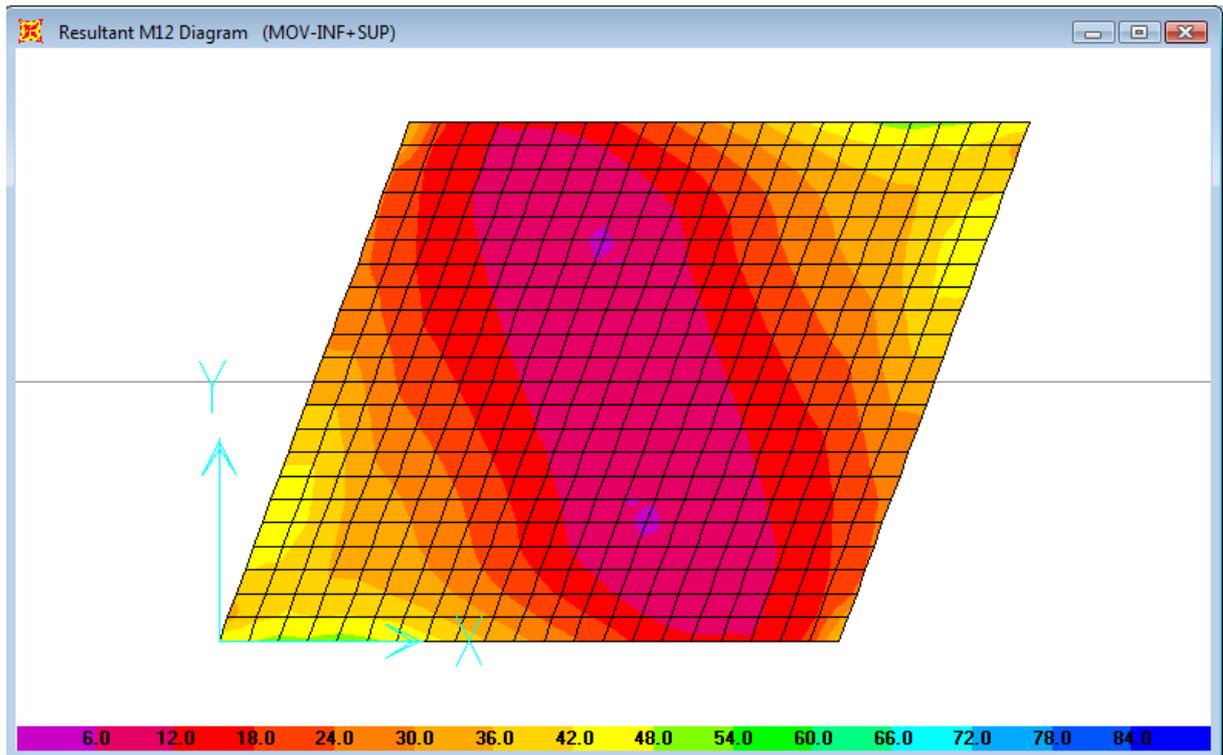


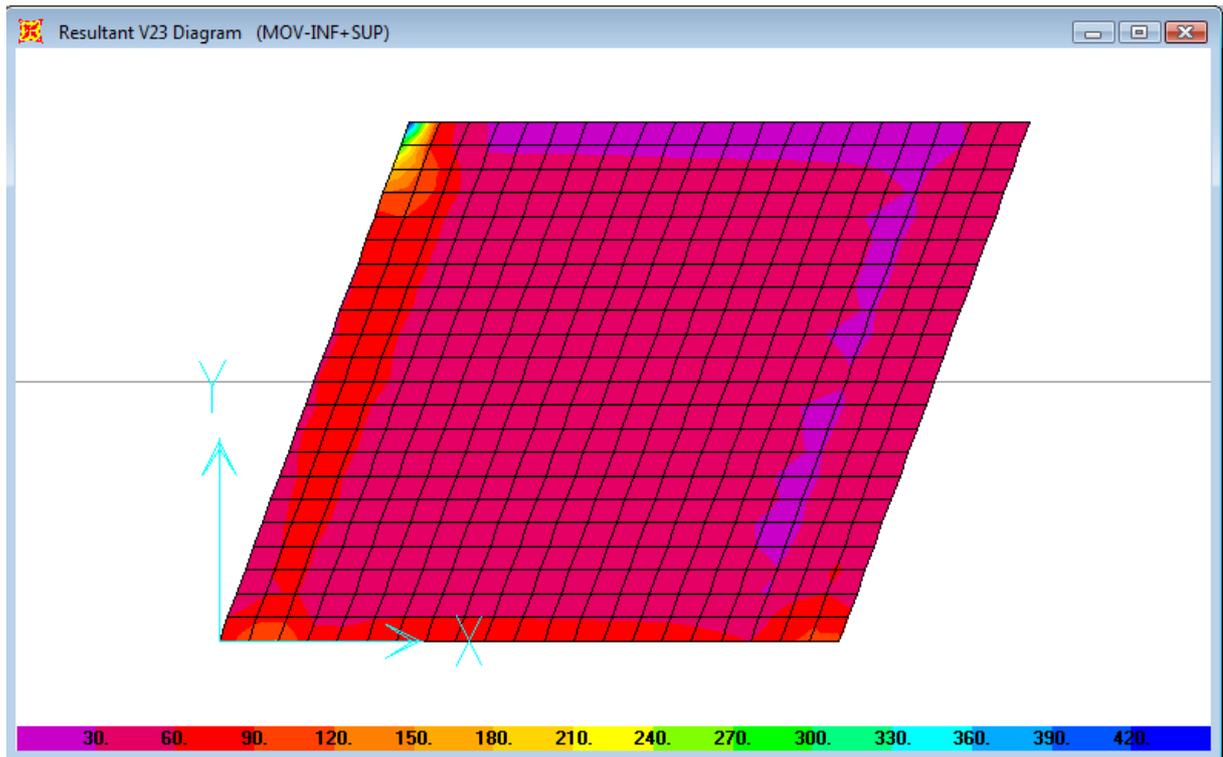
Superfície de influência para M12



V.1.1. Envoltórias de esforços







CAPÍTULO VI

DIMENSIONAMENTO

VI.1.Normas

As normas vigentes usadas para o seguinte projeto são NBR6118, NBR7187 e NBR7188.

VI.2.Materiais

Concreto estrutural com f_{ck} mínimo de 30 MPa, com módulo de elasticidade $E_{ci} = 28\text{GPa}$. Barras de aço CA-50.

VI.3.Combinações

As combinações de ações foram feitas segundo a norma NBR 06.118, sendo divididas em combinações de ELU (Estado Limite Último) e ELS (Estado Limite de Serviço) e mais combinações para análise das fundações, que serão verificadas pelo método das tensões admissíveis.

VI.3.1.ELU

De acordo com a norma NBR 06.118 (2003), a segurança das estruturas de concreto deve sempre ser verificada em relação aos seguintes estados limites últimos.

- a. Estado limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b. Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica

definida na seção 14, e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais; todavia, quando a interação entre elas for importante, ela estará explicitamente indicada nesta norma.

- c. Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- d. Estado limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- e. Estado limite último de colapso progressivo;
- f. Outros estados limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

VI.3.1.ELS

São estados relacionados à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário e à boa utilização funcional das mesmas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos utilizados.

VI.3.1.Tabela de combinações

A seguir serão resumidas em tabela as combinações feitas e os fatores utilizados para cada caso de carga.

Tabela VI-1 – Fatores de combinação para cada caso.

Caso de Carga	ELU				Fundação		ELS				
	Comb 1	Comb 2	Comb 3	Comb 4	Comb 5	Comb 6	Comb 7	Comb 8	Comb 9	Comb 10	
Permanentes	Dead	1,35	1,35	1,35	1,35	1	1	1	1	1	1
	Pav + Rec + Barreira	1,35	1,35	1,35	1,35	1	1	1	1	1	1
	Empuxo de Terra	1,35	1,35	1	1	1	1	1	1	1	1
Acidentais	Carga Móvel	1,5	1,5	1,5	1,5	1	1	0,8	0,8	0,8	0,8
	Empuxo da Sobrecarga	1,5	1,5	-	-	1	1	0,8	0,8	-	-
	Frenagem	1,5	1,5	1,5	1,5	1	1	0,8	0,8	0,8	0,8
	Temperatua (+)	1,5	-	1,5	-	1	-	0,3	-	0,3	-
	Temperatua (-)	-	1,5	-	1,5	-	1	-	0,3	-	0,3

VI.4. Modelagem x Detalhamento

Como já exposto nas seções anteriores, as direções onde ocorrem os momentos principais varia conforme o ponto do tabuleiro, e isso resultaria em problemas no detalhamento das armaduras. Um dos objetivos deste trabalho é exatamente criar um método de avaliação correta de armaduras em uma direção que permita um detalhamento simples, facilitando a construção.

O fato de termos um tabuleiro esconso dificultaria o detalhamento caso houvesse uma armadura ortogonal, que levaria uma armadura com comprimentos variáveis, solução muito comum, mas que gera um trabalho muito grande na construção e que será evitado utilizando armadura com ângulo entre si diferente de 90 graus, como mostrado no desenho abaixo. Tal medida tem como objetivo, além de facilitar o trabalho, mas principalmente evitar erros na construção.

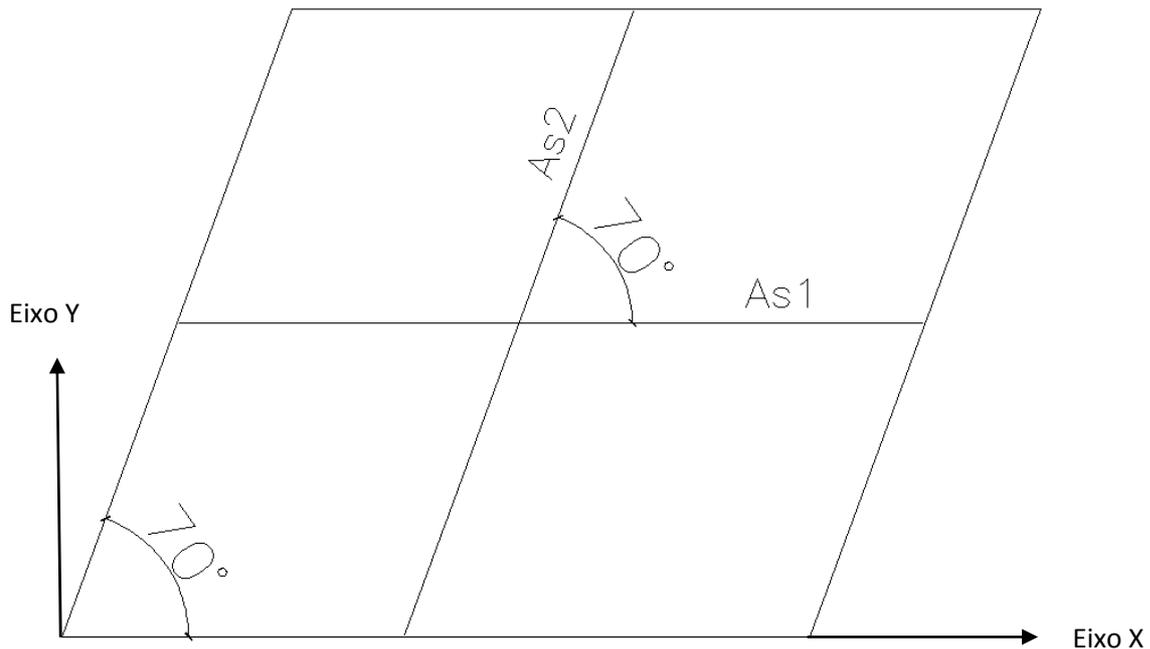


Figura VI.1 – Configuração adotada para as armaduras principais (Pista Superior)

Para o cálculo das armaduras nesta direção será utilizado o método mostrado no capítulo V.

VI.5. Dimensionamento ao momento fletor

Para o cálculo das armaduras serão consideradas as 5 regiões mostradas a figura abaixo.

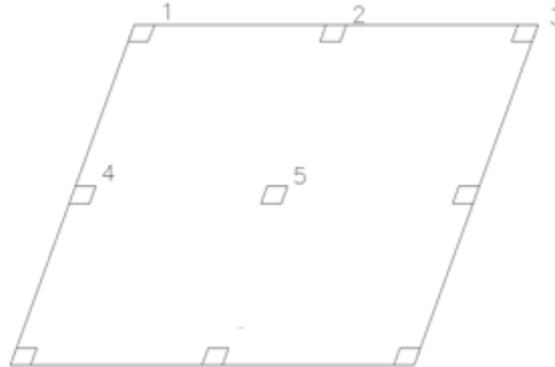


Figura VI.2 – Regiões de interesse para o dimensionamento da laje superior

A tabela abaixo mostra o resultado da envoltória das combinações de 1 a 4 para o dimensionamento, nota-se que, para cada esforço máximo obtido naquela seção existem os resultados dos esforços concomitantes, o que será muito importante na determinação dos momentos dimensionantes nas direções de As1 e As2.

Região	StepType	M11	M22	M12	V13	V23
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m	KN/m	KN/m
1	Max M11	-269.0	-96.2	240.3	-188.3	730.6
1	Min M11	-777.7	-274.1	100.4	-879.5	46.7
1	Max M22	-269.0	-96.2	240.3	-188.3	730.6
1	Min M22	-777.7	-274.1	100.4	-879.5	46.7
1	Max M12	-269.0	-96.2	240.3	-188.3	730.6
1	Min M12	-777.7	-274.1	100.4	-879.5	46.7
2	Max M11	472.7	23.3	33.3	271.7	26.7
2	Min M11	147.9	1.5	-61.8	-239.4	-130.9
2	Max M22	472.7	23.3	33.3	271.7	26.7
2	Min M22	147.9	1.5	-61.8	-239.4	-130.9
2	Max M12	472.7	23.3	33.3	271.7	26.7
2	Min M12	147.9	1.5	-61.8	-239.4	-130.9
3	Max M11	-238.3	62.6	62.2	316.7	-13.6
3	Min M11	-564.6	15.5	-10.7	-48.9	-163.0
3	Max M22	-238.3	62.6	62.2	316.7	-13.6
3	Min M22	-564.6	15.5	-10.7	-48.9	-163.0
4	Max M11	-94.1	-25.9	79.1	-66.5	118.9
4	Min M11	-221.8	-95.4	14.4	-225.5	-22.9
4	Max M22	-94.1	-25.9	79.1	-66.5	118.9
4	Min M22	-221.8	-95.4	14.4	-225.5	-22.9
4	Max M12	-94.1	-25.9	79.1	-66.5	118.9
4	Min M12	-221.8	-95.4	14.4	-225.5	-22.9
5	Max M11	320.2	140.0	-26.6	132.4	88.3
5	Min M11	140.5	4.3	-72.5	-156.9	-63.5
5	Max M22	320.2	140.0	-26.6	132.4	88.3
5	Min M22	140.5	4.3	-72.5	-156.9	-63.5
5	Max M12	320.2	140.0	-26.6	132.4	88.3
5	Min M12	140.5	4.3	-72.5	-156.9	-63.5

Tabela VI-2 – Resultado ELU.

VI.5.1. Dimensionamento na região 1:

VI.5.1.1.M11:

Envoltória de máximos

i) Momentos equivalentes negativos:

$$M_x := -269 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_y := -96 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_{xy} := 240 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad \alpha := 70 \text{ deg}$$

$$M_{ex} := M_x + 2M_{xy} \cdot \cot(\alpha) + M_y \cdot \cot(\alpha)^2 - \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right| = -325.231 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{e\alpha} := \frac{M_y}{\sin(\alpha)^2} - \left| \frac{M_{xy} + M_y \cdot \cot(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right| = -326.937 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Dimensões da laje: $b := 1 \text{ m}$ $h := 0.6 \text{ m}$

Cobrimento: $c := 4 \text{ cm}$ $d := h - c = 56 \text{ cm}$

Concreto: $f_{ck} := 30 \text{ MPa}$ $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} = 21.429 \cdot \text{MPa}$

Aço CA-50: $f_{yk} := 500 \text{ MPa}$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783 \cdot \text{MPa}$ $\gamma_y := 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

Cálculo de As1:

$$M_d := |M_{ex}| = 325.231 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$k_{md} := \frac{M_d}{1 \text{ m}^2 \cdot f_{cd}} = 0.048 \quad k_z := 0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{k_{md}}{1.7}} = 0.971 \quad z := k_z \cdot d = 54.358 \text{ cm}$$

$$k_x := \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2k_{md}}{0.85}}}{0.8} = 0.073 \quad x := k_x \cdot d = 4.106 \text{ cm} \quad k_{md_limite} := 0.272$$

Verificação do limite de ductilidade:

"kmd ≤ kmd limite, condição atendida"

$$A_{s\text{ nec}} := \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} = 13.761 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad A_{s\text{ min}} := 0.173\% \cdot h = 10.38 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_s := \max(A_{s\text{ nec}}, A_{s\text{ min}}) = 13.761 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Bitola escolhida: $\phi := 16\text{mm}$ $A_{1\phi} := \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 2.011 \text{cm}^2$

Espaçamento: $e := \frac{A_{1\phi}}{A_s} = 14.611 \text{cm}$

Serão utilizadas barras de $\phi = 16\text{mm}$ a cada $e = 12.5\text{cm}$

Cálculo de A_s2 :

$$M_d := |M_{e\alpha}| = 326.937 \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$k_{\text{md}} := \frac{M_d}{1\text{md}^2 \cdot f_{\text{cd}}} = 0.049 \quad k_z := 0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{k_{\text{md}}}{1.7}} = 0.971 \quad z := k_z \cdot d = 54.349 \text{cm}$$

$$k_x := \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2k_{\text{md}}}{0.85}}}{0.8} = 0.074 \quad x := k_x \cdot d = 4.128 \text{cm} \quad k_{\text{md_limite}} := 0.272$$

Verificação do limite de ductilidade:

$\text{cond}_0 = "k_{\text{md}} \leq k_{\text{md limite}}, \text{ condição atendida}"$

$$A_{s\text{ nec}} := \frac{M_d}{z \cdot f_{\text{yd}}} = 13.836 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad A_{s\text{ min}} := 0.173\% \cdot h = 10.38 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_s := \max(A_{s\text{ nec}}, A_{s\text{ min}}) = 13.836 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Bitola escolhida: $\phi := 16\text{mm}$ $A_{1\phi} := \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 2.011 \text{cm}^2$

Espaçamento: $e := \frac{A_{1\phi}}{A_s} = 14.532 \text{cm}$

Serão utilizadas barras de $\phi = 16\text{mm}$ a cada $e = 12.5\text{cm}$

Envoltória de mínimos

Como no dimensionamento anterior os cálculos já foram mostrados, os cálculos que se seguem serão mostrados em forma de uma tabela .

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Me α
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
1	Min M11	-777.7	-274.1	100.4	-741.608	-311.153

Mex								
Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
0.110358	0.930	0.17	9.77016	52.1	32.7440	10.3800	20	7.5

Me α								
Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
0.046303	0.972	0.07	3.92308	54.4	13.1479	10.3800	16	15.0

VI.5.1.2.M22

As condições de máximo M22 e mínimo M22 são iguais às condições de máximo M11 e mínimo M11.

VI.5.1.3.M12

As condições de máximo M12 e mínimo M12 são iguais às condições de máximo M11 e mínimo M11.

VI.5.2. Dimensionamento na região 2:

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Meα
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
2	Max M11	472.7	23.3	33.3	544.42	70.79
2	Min M11	147.9	1.5	-61.8	168.28	66.82
2	Max M22	472.7	23.3	33.3	544.42	70.79
2	Min M22	147.9	1.5	-61.8	168.28	66.82
2	Max M12	472.7	23.3	33.3	544.42	70.79
2	Min M12	147.9	1.5	-61.8	168.28	66.82

Mex									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.081014	0.950	0.13	7.0242	53.2	23.5411	10.3800	20	12.5
Min M11	0.025042	0.985	0.04	2.09359	55.2	7.0165	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.081014	0.950	0.13	7.0242	53.2	23.5411	10.3800	20	12.5
Min M22	0.025042	0.985	0.04	2.09359	55.2	7.0165	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.081014	0.950	0.13	7.0242	53.2	23.5411	10.3800	20	12.5
Min M12	0.025042	0.985	0.04	2.09359	55.2	7.0165	10.3800	12.5	10.0

Meα									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola(m m)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.010534	0.994	0.015589	0.872958	55.7	2.9257	10.3800	12.5	10.0
Min M11	0.009944	0.994	0.01471	0.823764	55.7	2.7608	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.010534	0.994	0.015589	0.872958	55.7	2.9257	10.3800	12.5	10.0
Min M22	0.009944	0.994	0.01471	0.823764	55.7	2.7608	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.010534	0.994	0.015589	0.872958	55.7	2.9257	10.3800	12.5	10.0
Min M12	0.009944	0.994	0.01471	0.823764	55.7	2.7608	10.3800	12.5	10.0

VI.5.3. Dimensionamento na região 3:

Momentos equivalentes positivos

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m	Mex	Meα
3	Max M11	-238.3	62.6	62.2	0.00	115.05
3	Min M11	-564.6	15.5	-10.7	0.00	17.65
3	Max M22	-238.3	62.6	62.2	0.00	115.05
3	Min M22	-564.6	15.5	-10.7	0.00	17.65
3	Max M12	-238.3	62.6	62.2	0.00	115.05
3	Min M12	-564.6	15.5	-10.7	0.00	17.65

Meα									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola(m m)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.01712	0.990	0.025435	1.424369	55.4	4.7737	10.3800	12.5	10.0
Min M11	0.002626	0.998	0.003868	0.216594	55.9	0.7259	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.01712	0.990	0.025435	1.424369	55.4	4.7737	10.3800	12.5	10.0
Min M22	0.002626	0.998	0.003868	0.216594	55.9	0.7259	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.01712	0.990	0.025435	1.424369	55.4	4.7737	10.3800	12.5	10.0
Min M12	0.002626	0.998	0.003868	0.216594	55.9	0.7259	10.3800	12.5	10.0

Momentos equivalentes negativos

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m	Mex	Meα
3	Max M11	-238.3	62.6	62.2	-275.093	-19.5326
3	Min M11	-564.6	15.5	-10.7	-575.797	12.18055
3	Max M22	-238.3	62.6	62.2	-275.093	-19.5326
3	Min M22	-564.6	15.5	-10.7	-575.797	12.18055
3	Max M12	-238.3	62.6	62.2	-275.093	-19.5326
3	Min M12	-564.6	15.5	-10.7	-575.797	12.18055

Mex									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.040937	0.975	0.06	3.45659	54.6	11.5845	10.3800	16	15.0
Min M11	0.085684	0.947	0.13	7.45312	53.0	24.9786	10.3800	20	12.5
Max M22	0.040937	0.975	0.06	3.45659	54.6	11.5845	10.3800	16	15.0
Min M22	0.085684	0.947	0.13	7.45312	53.0	24.9786	10.3800	20	12.5
Max M12	0.040937	0.975	0.06	3.45659	54.6	11.5845	10.3800	16	15.0
Min M12	0.085684	0.947	0.13	7.45312	53.0	24.9786	10.3800	20	12.5

Meα									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.002907	0.998	0	0.23978	55.9	0.8036	10.3800	16	17.5
Min M11	0.001813	0.999	0	0.14943	55.9	0.5008	10.3800	16	17.5
Max M22	0.002907	0.998	0	0.23978	55.9	0.8036	10.3800	16	17.5
Min M22	0.001813	0.999	0	0.14943	55.9	0.5008	10.3800	16	17.5
Max M12	0.002907	0.998	0	0.23978	55.9	0.8036	10.3800	16	17.5
Min M12	0.001813	0.999	0	0.14943	55.9	0.5008	10.3800	16	17.5

VI.5.4. Dimensionamento na região 4:

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Meα
					Text	KN-m/m
4	Max M11	-94.1	-25.9	79.1	-114.048	-103.517
4	Min M11	-221.8	-95.4	14.4	-245.57	-129.648
4	Max M22	-94.1	-25.9	79.1	-114.048	-103.517
4	Min M22	-221.8	-95.4	14.4	-245.57	-129.648
4	Max M12	-94.1	-25.9	79.1	-114.048	-103.517
4	Min M12	-221.8	-95.4	14.4	-245.57	-129.648

Mex									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.016971	0.990	0.03	1.41188	55.4	4.7318	10.3800	12.5	10.0
Min M11	0.036543	0.978	0.05	3.07707	54.8	10.3126	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.016971	0.990	0.03	1.41188	55.4	4.7318	10.3800	12.5	10.0
Min M22	0.036543	0.978	0.05	3.07707	54.8	10.3126	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.016971	0.990	0.03	1.41188	55.4	4.7318	10.3800	12.5	10.0
Min M12	0.036543	0.978	0.05	3.07707	54.8	10.3126	10.3800	12.5	10.0

Me α									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.015404	0.991	0.02	1.28031	55.5	4.2909	10.3800	16	12.5
Min M11	0.019293	0.989	0.03	1.60728	55.4	5.3867	10.3800	16	12.5
Max M22	0.015404	0.991	0.02	1.28031	55.5	4.2909	10.3800	16	12.5
Min M22	0.019293	0.989	0.03	1.60728	55.4	5.3867	10.3800	16	12.5
Max M12	0.015404	0.991	0.02	1.28031	55.5	4.2909	10.3800	16	12.5
Min M12	0.019293	0.989	0.03	1.60728	55.4	5.3867	10.3800	16	12.5

VI.5.5.Dimensionamento na região 5:

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Me α
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
5	Max M11	320.2	140.0	-26.6	345.18	184.43
5	Min M11	140.5	4.3	-72.5	163.77	80.36
5	Max M22	320.2	140.0	-26.6	345.18	184.43
5	Min M22	140.5	4.3	-72.5	163.77	80.36
5	Max M12	320.2	140.0	-26.6	345.18	184.43
5	Min M12	140.5	4.3	-72.5	163.77	80.36

Mex									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola (mm)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.051366	0.969	0.08	4.36633	54.3	14.6334	10.3800	16	12.5
Min M11	0.024371	0.985	0.04	2.03662	55.2	6.8256	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.051366	0.969	0.08	4.36633	54.3	14.6334	10.3800	16	12.5
Min M22	0.024371	0.985	0.04	2.03662	55.2	6.8256	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.051366	0.969	0.08	4.36633	54.3	14.6334	10.3800	16	12.5
Min M12	0.024371	0.985	0.04	2.03662	55.2	6.8256	10.3800	12.5	10.0

Me α									
StepType	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm ² /m)	ASMin (cm ² /m)	Bitola(m m)	Esp(cm)
Text									
Max M11	0.027444	0.984	0.041033	2.297835	55.1	7.7010	10.3800	12.5	10.0
Min M11	0.011958	0.993	0.017711	0.991791	55.6	3.3239	10.3800	12.5	10.0
Max M22	0.027444	0.984	0.041033	2.297835	55.1	7.7010	10.3800	12.5	10.0
Min M22	0.011958	0.993	0.017711	0.991791	55.6	3.3239	10.3800	12.5	10.0
Max M12	0.027444	0.984	0.041033	2.297835	55.1	7.7010	10.3800	12.5	10.0
Min M12	0.011958	0.993	0.017711	0.991791	55.6	3.3239	10.3800	12.5	10.0

VI.6. Dimensionamento ao cisalhamento

Para o dimensionamento ao cisalhamento, as nervuras da laje foram consideradas como vigas que resistem ao cortante delimitado por uma área de influência. As vigas consideradas nos dois sentidos e suas áreas de influência são apresentadas nas figuras a seguir.

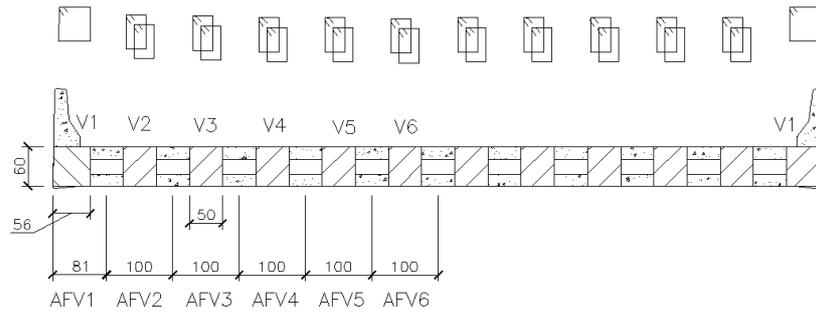


Figura VI.3 – Vigas resistentes (hachuradas) ao esforço V_{13} .

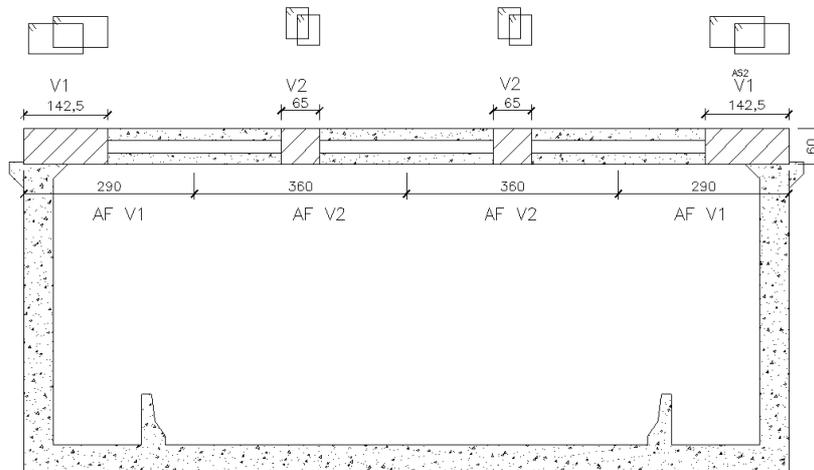
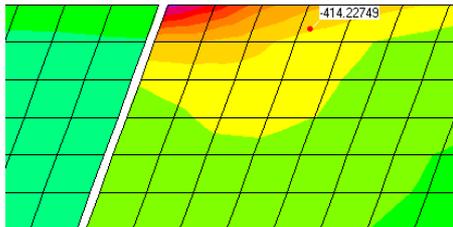


Figura VI.4 – Vigas resistentes (hachuradas) ao esforço V_{23} .

VI.6.1. Dimensionamento para V_{13}

VI.6.1.1. Viga V1

Da envoltória de esforços mínimos (a mais crítica para esta seção) tem-se:



O dimensionamento será feito uma seção afastada 1,45m de afastamento da parede, já que, até essa distância a laje é maciça.

$$\text{Dimensões da viga: } b := 0.56\text{m} \quad h := 0.6\text{m} \quad b_w := 0.56\text{m}$$

$$\text{Cobrimento: } c := 4\text{cm} \quad d := h - c = 56\text{cm}$$

$$\text{Concreto: } f_{ck} := 30\text{MPa} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} = 21.429\text{MPa}$$

$$\text{Aço CA-50: } f_{yk} := 500\text{MPa} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783\text{MPa} \quad \gamma_y := 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$V_d := 415 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0.82\text{m} = 340.3\text{ kN}$$

$$\theta := 37.5\text{deg} \quad (\text{inclinação das bielas})$$

$$\alpha_{v2} := 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0.88$$

$$V_{rd2} := 0.54\alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot (\sin(\theta))^2 \cdot \cot(\theta) = 1.542 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Cálculo de V_c :

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}} = 2.896 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctkinf} := 0.7f_{ctm} \quad f_{ctd} := \frac{f_{ctkinf}}{1.4} = 1.448 \cdot \text{MPa}$$

$$V_{c0} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 272.5 \cdot \text{kN}$$

$$V_c := \min \left(V_{c0}, \frac{V_{rd2} - V_d}{V_{rd2} - V_{c0}} \cdot V_{c0} \right) = 257.949 \cdot \text{kN}$$

$$\alpha := 90 \text{deg}$$

$$\text{Assobres} := \frac{V_d - V_c}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot(\theta) \cdot \sin(\alpha)} = 2.884 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Assobresmín} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha) = 6.488 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{\text{pernas}} := 2$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 10\text{mm}$

$$A_{\phi_t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.785 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Esp} := \frac{n_{\text{pernas}} \cdot A_{\phi_t}}{\max(\text{Assobres}, \text{Assobresmín})}$$

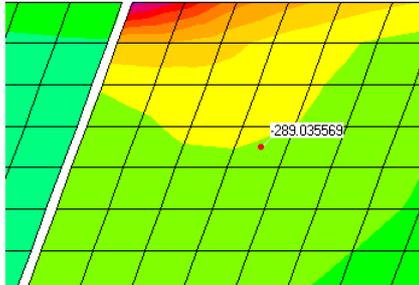
$$E_{\text{spmax}} := 30\text{cm}$$

$$\text{Esp} := \min(\text{Esp}, E_{\text{spmax}}) = 22.5 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras de $\phi_t = 10 \cdot \text{mm}$ a cada $\text{Esp} = 22.5 \cdot \text{cm}$

VI.6.1.2. Viga V2

Da envoltória de esforços mínimos (a mais crítica para esta seção) tem-se:



$$\text{Dimensões da viga: } b := 0.5\text{m} \quad h := 0.6\text{m} \quad b_w := 0.5\text{m}$$

$$\text{Cobrimento: } c := 4\text{cm} \quad d := h - c = 56\text{cm}$$

$$\text{Concreto: } f_{ck} := 30\text{MPa} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} = 21.429\text{MPa}$$

$$\text{Aço CA-50: } f_{yk} := 500\text{MPa} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783\text{MPa} \quad \gamma_y := 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$V_d := 290 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} = 290\text{ kN}$$

$$\theta := 37.5\text{deg} \quad (\text{inclinação das bielas})$$

$$\alpha_v2 := 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0.88$$

$$V_{rd2} := 0.54\alpha_v2 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot (\sin(\theta))^2 \cdot \cot(\theta) = 1.377 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Cálculo de V_c :

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}} = 2.896 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctkinf} := 0.7f_{ctm} \quad f_{ctd} := \frac{f_{ctkinf}}{1.4} = 1.448 \cdot \text{MPa}$$

$$V_{c0} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 243.303 \cdot \text{kN}$$

$$V_c := \min \left(V_{c0}, \frac{V_{rd2} - V_d}{V_{rd2} - V_{c0}} \cdot V_{c0} \right) = 233.282 \cdot \text{kN}$$

$$\alpha := 90 \text{deg}$$

$$\text{Assobres} := \frac{V_d - V_c}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot(\theta) \cdot \sin(\alpha)} = 1.986 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Assobresmín} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha) = 5.793 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{\text{pernas}} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 6.3 \text{mm}$

$$A_{\phi_t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.312 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Esp} := \frac{n_{\text{pernas}} \cdot A_{\phi_t}}{\max(\text{Assobres}, \text{Assobresmín})}$$

$$E_{\text{spmax}} := 30 \text{cm}$$

$$\text{Esp} := \min(\text{Esp}, E_{\text{spmax}}) = 20 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras de $\phi_t = 6.3 \cdot \text{mm}$ a cada $\text{Esp} = 20 \cdot \text{cm}$

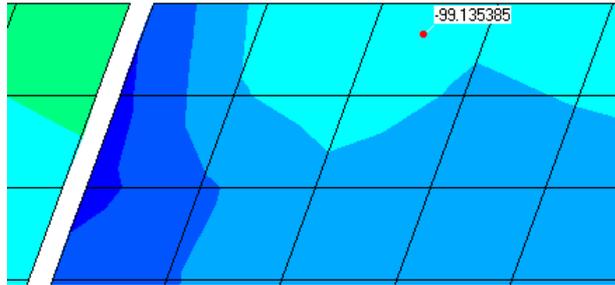
VI.6.1.3. Vigas V3, V4 e V5

Nessas vigas, o esforço cortante é menor do que nas vigas V1 e V2, e como na viga V2 a armadura mínima excede a necessária, a armadura adotada para essas vigas será a mínima.

VI.6.1. Dimensionamento para V_{23}

VI.6.1.1. Viga V1

Da envoltória de esforços mínimos (mais crítica para esta seção) tem-se:



Dimensões da viga: $b := 1.425\text{m}$ $h := 0.6\text{m}$ $b_w := 1.425\text{m}$

Cobrimento: $c := 4\text{cm}$ $d := h - c = 56\text{cm}$

Concreto: $f_{ck} := 30\text{MPa}$ $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} = 21.429\text{MPa}$

Aço CA-50: $f_{yk} := 500\text{MPa}$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783\text{MPa}$ $\gamma_y := 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

$V_d := 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.9\text{m} = 290\text{ kN}$

$\theta := 37.5\text{deg}$ (inclinação das bielas)

$\alpha_v2 := 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0.88$

$V_{rd2} := 0.54\alpha_v2 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot (\sin(\theta))^2 \cdot \cot(\theta) = 3.925 \times 10^3 \cdot \text{kN}$

Cálculo de V_c :

$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}} = 2.896 \cdot \text{MPa}$

$f_{ctkinf} := 0.7f_{ctm}$ $f_{ctd} := \frac{f_{ctkinf}}{1.4} = 1.448 \cdot \text{MPa}$

$$\text{Assobres} := 0 = 0 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Assobresmín} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha) = 16.51 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{\text{pernas}} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 8\text{mm}$

$$A_{\phi_t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.503 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Esp} := \frac{n_{\text{pernas}} \cdot A_{\phi_t}}{\max(\text{Assobres}, \text{Assobresmín})}$$

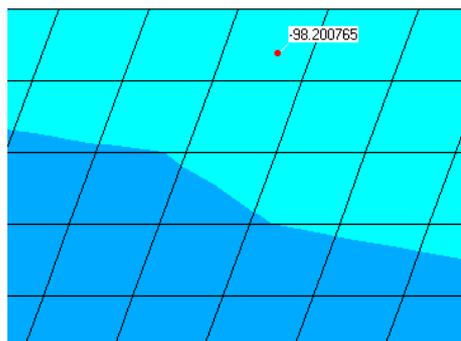
$$E_{\text{spmax}} := 30\text{cm}$$

$$\text{Esp} := \min(\text{Esp}, E_{\text{spmax}}) = 10 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras de $\phi_t = 8 \cdot \text{mm}$ a cada $\text{Esp} = 10 \cdot \text{cm}$

VI.6.1.2. Viga V2

Da envoltória de esforços mínimos (mais crítica para esta seção) tem-se:



Dimensões da viga: $b := 0.45\text{m}$ $h := 0.6\text{m}$ $b_w := 0.45\text{m}$

Cobrimento: $c := 4\text{cm}$ $d := h - c = 56\text{cm}$

Concreto: $f_{ck} := 30\text{MPa}$ $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} = 21.429\text{MPa}$

Aço CA-50: $f_{yk} := 500\text{MPa}$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 434.783\text{MPa}$ $\gamma_y := 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

$$V_d := 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3.6\text{m} = 360 \text{ kN}$$

$\theta := 37.5\text{deg}$ (inclinação das bielas)

$$\alpha_v2 := 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0.88$$

$$V_{rd2} := 0.54\alpha_v2 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot (\sin(\theta))^2 \cdot \cot(\theta) = 1.239 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Cálculo de V_c :

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{3}} = 2.896 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctkinf} := 0.7f_{ctm} \quad f_{ctd} := \frac{f_{ctkinf}}{1.4} = 1.448 \cdot \text{MPa}$$

$$V_{c0} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 218.973 \cdot \text{kN}$$

$$V_c := \min \left(V_{c0}, \frac{V_{rd2} - V_d}{V_{rd2} - V_{c0}} \cdot V_{c0} \right) = 188.708 \cdot \text{kN}$$

$\alpha := 90\text{deg}$

$$\text{Assobres} := \frac{V_d - V_c}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot(\theta) \cdot \sin(\alpha)} = 5.998 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Assobresmín} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha) = 5.214 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{pernas} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 8\text{mm}$

$$A_{\phi_t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.503 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Esp} := \frac{n_{\text{pernas}} \cdot A_{\phi_t}}{\max(\text{Assobres}, \text{Assobresmín})} = 33.521 \text{ cm}$$

$$E_{\text{spmax}} := 30 \text{ cm}$$

$$\text{Esp} := \min(\text{Esp}, E_{\text{spmax}}) = 30 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras de $\phi_t = 8 \cdot \text{mm}$ a cada $\text{Esp} = 30 \cdot \text{cm}$

VI.7. Dimensionamento à fadiga

A fadiga é dimensionada com as combinações do estado limite de serviço e a peça é considerada no estágio II.

A seguir é colocada a tabela de esforços concomitantes da envoltória das combinações utilizando a mesma lógica utilizada no dimensionamento no ELU, ou seja, os resultados serão mostrados para as cinco regiões críticas.

Tabela VI-3 – Resultado ELU

Região	StepType	M11	M22	M12	V13	V23
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m	KN/m	KN/m
1	Max M11	-266.9	-22.6	43.9	-219.2	274.9
1	Min M11	-476.7	-76.2	-1.9	-490.0	14.0
1	Max M22	-266.9	-22.6	43.9	-219.2	274.9
1	Min M22	-476.7	-76.2	-1.9	-490.0	14.0
1	Max M12	-266.9	-22.6	43.9	-219.2	274.9
1	Min M12	-476.7	-76.2	-1.9	-490.0	14.0
2	Max M11	290.9	15.9	12.7	137.7	14.4
2	Min M11	124.0	4.3	-37.6	-134.7	-69.7
2	Max M22	290.9	15.9	12.7	137.7	14.4
2	Min M22	124.0	4.3	-37.6	-134.7	-69.7
2	Max M12	290.9	15.9	12.7	137.7	14.4
2	Min M12	124.0	4.3	-37.6	-134.7	-69.7
3	Max M11	-188.1	10.7	77.5	138.6	33.0
3	Min M11	-308.2	-1.2	40.4	-7.5	-18.2
3	Max M22	-188.1	10.7	77.5	138.6	33.0
3	Min M22	-308.2	-1.2	40.4	-7.5	-18.2
4	Max M11	-62.5	-22.1	43.6	-66.5	70.1
4	Min M11	-115.8	-49.9	10.4	-129.1	14.1
4	Max M22	-62.5	-22.1	43.6	-66.5	70.1
4	Min M22	-115.8	-49.9	10.4	-129.1	14.1
4	Max M12	-62.5	-22.1	43.6	-66.5	70.1
4	Min M12	-115.8	-49.9	10.4	-129.1	14.1
5	Max M11	195.6	81.5	-22.5	68.1	47.5
5	Min M11	106.3	9.4	-46.3	-86.2	-33.5
5	Max M22	195.6	81.5	-22.5	68.1	47.5
5	Min M22	106.3	9.4	-46.3	-86.2	-33.5
5	Max M12	195.6	81.5	-22.5	68.1	47.5
5	Min M12	106.3	9.4	-46.3	-86.2	-33.5

VI.7.1.Fadiga da armadura de flexão

Nas verificações a seguir, a tensão calculada para a armadura superior será sempre negativa, é importante salientar que isso não quer dizer que as barras estão sobre compressão, na verdade, as tensões calculadas sempre serão de tração, o sinal negativo foi adotado simplesmente para simplificar a metodologia de entrada e saída de dados.

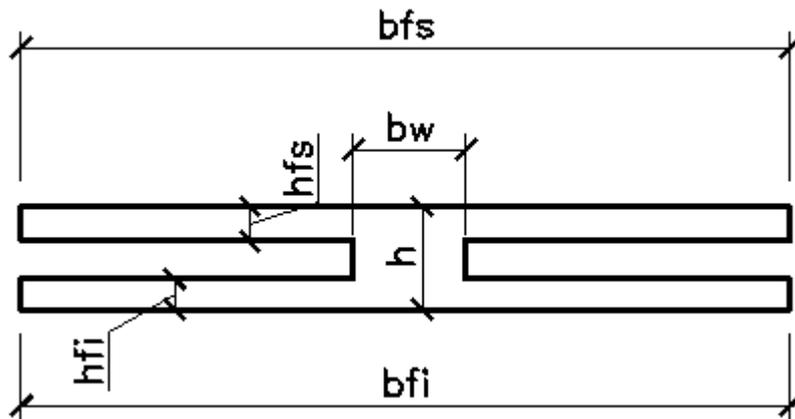
VI.7.1.1.Região 1

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Meα
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
1	Max M11	-266.9	-22.6	43.9	-275.925	-63.5893
1	Min M11	-476.7	-76.2	-1.9	-519.666	-117.821
1	Max M22	-266.9	-22.6	43.9	-275.925	-63.5893
1	Min M22	-476.7	-76.2	-1.9	-519.666	-117.821
1	Max M12	-266.9	-22.6	43.9	-275.925	-63.5893
1	Min M12	-476.7	-76.2	-1.9	-519.666	-117.821

O próximo passo será a verificação da inércia da seção no estágio II. À favor da segurança, a parte central da laje onde há vazios preenchidos com isopor será desconsiderada, e a seção de concreto considerada serão somente as lajes superior e inferior. Depois de calculada a inércia, serão calculadas as tensões máximas e mínimas e a diferença absoluta comparada com as tensões máximas admitidas na NBR 06.118.

Os cálculos apresentados a seguir são feitos para uma faixa de 1m de laje.

Para a direção X



$$\begin{aligned}
 h &:= 0.6\text{m} & hfi &:= 0.18\text{m} & bfi &:= 1\text{m} \\
 hfs &:= 0.2\text{m} & bw &:= 0.000001\text{m} & bfs &:= 1\text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dpos &:= h - 4\text{cm} & dpos &= 0.56\text{m} & As_{pos} &:= 12.27\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$d_{neg} := h - 4\text{cm} \quad d_{neg} = 0.56\text{m} \quad A_{s_{neg}} := 41.89\text{cm}^2$$

VERIFICAÇÃO DA FADIGA - ESTÁDIO II

$$E_s := 210\text{GPa} \quad E_c := 23.8\text{GPa} \quad \text{concreto c30}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.82 \quad t_{pos} := 0.04\text{m} \quad t_{neg} := 0.04\text{m}$$

$$A := bw$$

$$B := 2 \left[hfs \cdot (bfs - bw) + n \cdot (A_{s_{pos}} + A_{s_{neg}}) \right]$$

$$C := - \left[hfs^2 \cdot (bfs - bw) + 2n \cdot (A_{s_{pos}} \cdot d_{pos} + A_{s_{neg}} \cdot t_{neg}) \right]$$

$$x := \max \left[\frac{(-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A}, \frac{(-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A} \right]$$

$$x = 0.11\text{m}$$

if ($x < hfs$, "seção retangular", "seção T") = "seção retangular"

$$J := \frac{bfs \cdot hfs^3}{12} + bfs \cdot hfs \cdot \left(x - \frac{hfs}{2} \right)^2 + \frac{bw \cdot (x - hfs)^3}{3} + n \cdot A_{s_{pos}} \cdot (d_{pos} - x)^2 + A_{s_{neg}} \cdot (x - t_{neg})^2$$

$$J = 0.003\text{m}^4$$

Solicitações em serviço:

$$M_{d_{max}} := -276\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{min}} := -519\text{kN}\cdot\text{m}$$

Tensões máximas

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{M_{d_{max}} \cdot (d_{neg} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = -357.239 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{M_{d_{min}} \cdot (d_{neg} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = -671.765 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2}$$

$$\Delta\sigma = 314.526 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd} := 175 \text{MPa}$$

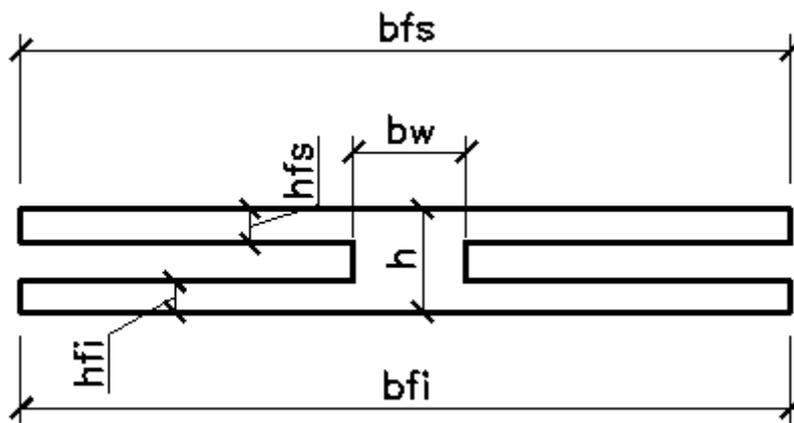
$$k_{fad} := \frac{\Delta \sigma}{\Delta f_{sd}} \quad k_{fad} = 1.8$$

$$A_{s_{negcorr}} := k_{fad} \cdot A_{s_{neg}} \quad A_{s_{negcorr}} = 75.289 \cdot \text{cm}^2$$

É importante observar que na região 1 há uma concentração de tensões que implicam na necessidade de uma armadura realmente muito densa como pôde ser visto. Num posterior detalhamento dessas armaduras deve-se verificar mais regiões entre as regiões 1 e 4 para saber até que ponto essa concentração de tensões se estende e na verdade, essa armadura calculada acima seria somente um reforço de canto da laje do tabuleiro.

Para a armadura positiva os momentos em serviço positivos são pequenos nessa região, portanto, não há necessidade da verificação.

Para a direção α



$$h := 0.6\text{m} \quad h_{fi} := 0.18\text{m} \quad b_{fi} := 1\text{m}$$

$$h_{fs} := 0.2\text{m} \quad b_w := 0.000001\text{m} \quad b_{fs} := 1\text{m}$$

$$d_{pos} := h - 4\text{cm} \quad d_{pos} = 0.56\text{m} \quad A_{s_{pos}} := 12.27\text{cm}^2$$

$$d_{neg} := h - 4\text{cm} \quad d_{neg} = 0.56\text{m} \quad A_{s_{neg}} := 13.4\text{cm}^2$$

$$E_s := 210\text{GPa} \quad E_c := 23.8\text{GPa} \quad \text{concreto c30}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.82 \quad t_{\text{pos}} := 0.04\text{m} \quad t_{\text{neg}} := 0.04\text{m}$$

$$A := bw$$

$$B := 2 \left[hfs \cdot (bfs - bw) + n \cdot (A_{s_{\text{pos}}} + A_{s_{\text{neg}}}) \right]$$

$$C := - \left[hfs^2 \cdot (bfs - bw) + 2n \cdot (A_{s_{\text{pos}}} \cdot d_{\text{pos}} + A_{s_{\text{neg}}} \cdot t_{\text{neg}}) \right]$$

$$x := \max \left[\frac{(-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A}, \frac{(-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A} \right]$$

$$x = 0.12\text{m}$$

if (x < hfs, "seção retangular", "seção T") = "seção retangular"

$$J := \frac{bfs \cdot hfs^3}{12} + bfs \cdot hfs \cdot \left(x - \frac{hfs}{2} \right)^2 + \frac{bw \cdot (x - hfs)^3}{3} + n \cdot \left[A_{s_{\text{pos}}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)^2 + A_{s_{\text{neg}}} \cdot (x - t_{\text{neg}})^2 \right]$$

$$J = 0.003\text{m}^4$$

$$M_{d_{\text{max}}} := -64\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{\text{min}}} := -118\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{max}}} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = -85.304\text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{min}}} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = -157.279\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 71.975\text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175\text{MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.41 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

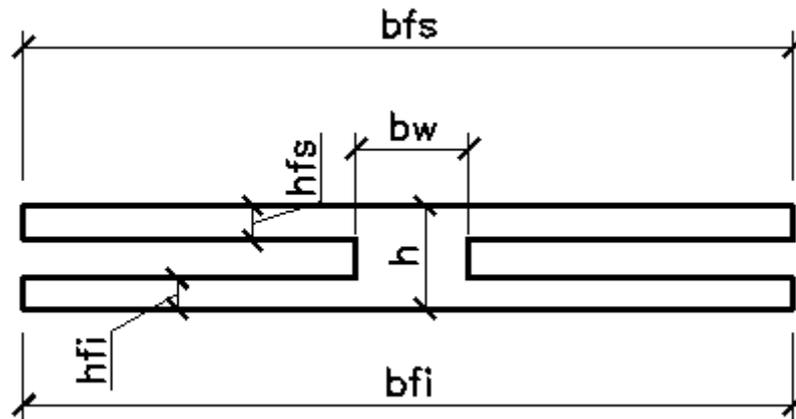
$$A_{s_{\text{negcorr}}} := k_{\text{fad}} \cdot A_{s_{\text{neg}}} \quad A_{s_{\text{negcorr}}} = 13.4\text{cm}^2$$

Não houve necessidade de correção desta armadura, a positiva possui a mesma característica da direção X, tem tensões e variações de tensões desprezíveis.

VI.7.1.2.Região 2

Região	StepType	M11 KN-m/m	M22 KN-m/m	M12 KN-m/m	Momentos equivalentes	
					Mex	Meα
2	Max M11	290.87	15.88	12.67	321.83	37.62
2	Min M11	124.05	4.26	-37.60	135.61	43.19
2	Max M22	290.87	15.88	12.67	321.83	37.62
2	Min M22	124.05	4.26	-37.60	135.61	43.19
2	Max M12	290.87	15.88	12.67	321.83	37.62
2	Min M12	124.05	4.26	-37.60	135.61	43.19

Para a direção X



$$\begin{aligned}
 h &:= 0.6\text{m} & h_{fi} &:= 0.18\text{m} & b_{fi} &:= 1\text{m} \\
 h_{fs} &:= 0.2\text{m} & b_w &:= 0.000001\text{m} & b_{fs} &:= 1\text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{pos} &:= h - 4\text{cm} & d_{pos} &= 0.56\text{m} & A_{s_{pos}} &:= 25.13\text{cm}^2 \\
 d_{neg} &:= h - 4\text{cm} & d_{neg} &= 0.56\text{m} & A_{s_{neg}} &:= 12.27\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

VERIFICAÇÃO DA FADIGA - ESTÁDIO II

$$E_s := 210\text{GPa} \quad E_c := 23.8\text{GPa} \quad \text{concreto c30}$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.82 \quad t_{pos} := 0.04\text{m} \quad t_{neg} := 0.04\text{m}$$

$$A := b_w$$

$$B := 2[hfs \cdot (bfs - bw) + n \cdot (As_{pos} + As_{neg})]$$

$$C := -[hfs^2 \cdot (bfs - bw) + 2n \cdot (As_{pos} \cdot dpos + As_{neg} \cdot t_{neg})]$$

$$x := \max \left[\frac{(-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A}, \frac{(-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A} \right]$$

$$x = 0.14 \text{ m}$$

if ($x < hfs$, "seção retangular", "seção T") = "seção retangular"

$$J := \frac{bfs \cdot hfs^3}{12} + bfs \cdot hfs \cdot \left(x - \frac{hfs}{2}\right)^2 + \frac{bw \cdot (x - hfs)^3}{3} + n \cdot [As_{pos} \cdot (dpos - x)^2 + As_{neg} \cdot (x - t_{neg})^2]$$

$$J = 0.005 \text{ m}^4$$

$$Md_{max} := 322 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad Md_{min} := 136 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{Md_{max} \cdot (dpos - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = 237.807 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{Md_{min} \cdot (dpos - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = 100.44 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 137.367 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{fad}} := 175 \text{ MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{fad}}} \quad k_{fad} = 0.78 \quad k_{fad} := \max(k_{fad}, 1) = 1$$

Para a direção α

$$As_{pos} := 12.27 \text{ cm}^2$$

$$As_{neg} := 12.27 \text{ cm}^2$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.82 \quad t_{\text{pos}} := 0.04\text{m} \quad t_{\text{neg}} := 0.04\text{m}$$

$$A := bw$$

$$B := 2 \left[hfs \cdot (bfs - bw) + n \cdot (A s_{\text{pos}} + A s_{\text{neg}}) \right]$$

$$C := - \left[hfs^2 \cdot (bfs - bw) + 2n \cdot (A s_{\text{pos}} \cdot d_{\text{pos}} + A s_{\text{neg}} \cdot t_{\text{neg}}) \right]$$

$$x := \max \left[\frac{(-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A}, \frac{(-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C})}{2 \cdot A} \right]$$

$$x = 0.12\text{m}$$

if (x < hfs, "seção retangular", "seção T") = "seção retangular"

$$J := \frac{bfs \cdot hfs^3}{12} + bfs \cdot hfs \cdot \left(x - \frac{hfs}{2} \right)^2 + \frac{bw \cdot (x - hfs)^3}{3} + n \cdot \left[A s_{\text{pos}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)^2 + A s_{\text{neg}} \cdot (x - t_{\text{neg}})^2 \right]$$

$$J = 0.003\text{m}^4$$

$$M_{d_{\text{max}}} := 43\text{kN} \cdot \text{m} \quad M_{d_{\text{min}}} := 37\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{max}}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = 57.391 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{min}}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = 49.383 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 8.008 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175\text{MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.05 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

VI.7.1.3.Região 3

Para momentos equivalentes positivos

					Momentos equivalentes	
Região	StepType	M11	M22	M12	Mex	Me α
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
3	Max M11	-188.1	10.7	77.5	0	69.77357
3	Min M11	-308.2	-1.2	40.4	0	5.119668
3	Max M22	-188.1	10.7	77.5	0	69.77357
3	Min M22	-308.2	-1.2	40.4	0	5.119668
3	Max M12	-188.1	10.7	77.5	0	69.77357
3	Min M12	-308.2	-1.2	40.4	0	5.119668

Para momentos equivalentes negativos

					Momentos equivalentes	
Região	StepType	M11	M22	M12	Mex	Me α
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
3	Max M11	-188.1	10.7	77.5	-216.851	-74.5684
3	Min M11	-308.2	-1.2	40.4	-321.506	-43.9488
3	Max M22	-188.1	10.7	77.5	-216.851	-74.5684
3	Min M22	-308.2	-1.2	40.4	-321.506	-43.9488
3	Max M12	-188.1	10.7	77.5	-216.851	-74.5684
3	Min M12	-308.2	-1.2	40.4	-321.506	-43.9488

Para a direção X

$$A_{s_{\text{pos}}} := 12.27\text{cm}^2$$

$$A_{s_{\text{neg}}} := 12.27\text{cm}^2$$

$$J = 0.003\text{m}^4$$

$$M_{d_{\text{max}}} := -216\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{\text{min}}} := -321\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{Md_{\max} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = -288.288 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{Md_{\min} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = -428.428 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 140.14 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175 \text{MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.8 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

$$A_{s_{\text{negcorr}}} := k_{\text{fad}} \cdot A_{s_{\text{neg}}} \quad A_{s_{\text{negcorr}}} = 12.27 \cdot \text{cm}^2$$

Para a direção α

$$A_{s_{\text{pos}}} := 12.27 \text{cm}^2$$

$$A_{s_{\text{neg}}} := 13.4 \text{cm}^2$$

$$J = 0.003 \text{m}^4$$

Verificação da armadura positiva

$$Md_{\max} := 70 \text{kN} \cdot \text{m} \quad Md_{\min} := 5 \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{is1} := n \cdot \frac{Md_{\max} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{is1} = 93.301 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{is2} := n \cdot \frac{Md_{\min} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{is2} = 6.664 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{is1} - \sigma_{is2} \quad \Delta\sigma = 86.637 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175 \text{MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.5 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

Verificação da armadura negativa

$$M_{d_{\max}} := -44 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{\min}} := -75 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Tensões máximas

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{M_{d_{\max}} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = -58.646 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{M_{d_{\min}} \cdot (d_{\text{neg}} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = -99.965 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 41.319 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175 \text{ MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.24 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

$$A_{s_{\text{negcorr}}} := k_{\text{fad}} \cdot A_{s_{\text{neg}}} \quad A_{s_{\text{negcorr}}} = 13.4 \cdot \text{cm}^2$$

VI.7.1.4.Região 4

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
					Mex	Meα
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m		
4	Max M11	-62.5	-22.1	43.6	-71.518	-62.8666
4	Min M11	-115.8	-49.9	10.4	-123.082	-64.7598
4	Max M22	-62.5	-22.1	43.6	-71.518	-62.8666
4	Min M22	-115.8	-49.9	10.4	-123.082	-64.7598
4	Max M12	-62.5	-22.1	43.6	-71.518	-62.8666
4	Min M12	-115.8	-49.9	10.4	-123.082	-64.7598

Para a direção X

$$A_{s_{pos}} := 12.27 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{neg}} := 12.27 \text{ cm}^2$$

$$J = 0.003 \text{ m}^4$$

$$M_{d_{max}} := -71 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{min}} := -123 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{ss1} := n \cdot \frac{M_{d_{max}} \cdot (d_{neg} - x)}{J} \quad \sigma_{ss1} = -94.761 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ss2} := n \cdot \frac{M_{d_{min}} \cdot (d_{neg} - x)}{J} \quad \sigma_{ss2} = -164.164 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{ss1} - \sigma_{ss2} \quad \Delta\sigma = 69.403 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{fad}} := 175 \text{ MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{fad}}} \quad k_{fad} = 0.4 \quad k_{fad} := \max(k_{fad}, 1) = 1$$

$$A_{s_{negcorr}} := k_{fad} \cdot A_{s_{neg}} \quad A_{s_{negcorr}} = 12.27 \cdot \text{cm}^2$$

Para a direção α

Nesta direção armadura é igual, porém a variação de momentos é muito menor, não sendo necessária, portanto, a verificação.

VI.7.1.5.Região 5

Região	StepType	M11	M22	M12	Momentos equivalentes	
	Text	KN-m/m	KN-m/m	KN-m/m	Mex	Me α
5	Max M11	195.6	81.5	-22.5	197.67	99.92
5	Min M11	106.3	9.4	-46.3	119.46	56.31
5	Max M22	195.6	81.5	-22.5	197.67	99.92
5	Min M22	106.3	9.4	-46.3	119.46	56.31
5	Max M12	195.6	81.5	-22.5	197.67	99.92
5	Min M12	106.3	9.4	-46.3	119.46	56.31

Para a direção X

$$A_{s_{pos}} := 16.08 \text{cm}^2$$

$$A_{s_{neg}} := 12.27 \text{cm}^2$$

$$x = 0.13 \text{m} \quad J = 0.004 \text{m}^4$$

$$M_{d_{max}} := 198 \text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{min}} := 120 \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{is1} := n \cdot \frac{M_{d_{max}} \cdot (d_{pos} - x)}{J} \quad \sigma_{is1} = 213.263 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{is2} := n \cdot \frac{M_{d_{min}} \cdot (d_{pos} - x)}{J} \quad \sigma_{is2} = 129.25 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{is1} - \sigma_{is2} \quad \Delta\sigma = 84.013 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{fad}} := 175 \text{MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{fad}}} \quad k_{fad} = 0.48 \quad k_{fad} := \max(k_{fad}, 1) = 1$$

Para a direção a

$$A_{s_{\text{pos}}} := 12.27 \text{cm}^2$$

$$A_{s_{\text{neg}}} := 12.27 \text{cm}^2$$

$$x = 0.12 \text{m} \quad J = 0.003 \text{m}^4$$

$$M_{d_{\text{max}}} := 100 \text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{d_{\text{min}}} := 57 \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{is1} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{max}}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)}{J} \quad \sigma_{is1} = 133.467 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{is2} := n \cdot \frac{M_{d_{\text{min}}} \cdot (d_{\text{pos}} - x)}{J} \quad \sigma_{is2} = 76.076 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma := \sigma_{is1} - \sigma_{is2} \quad \Delta\sigma = 57.391 \cdot \text{MPa}$$

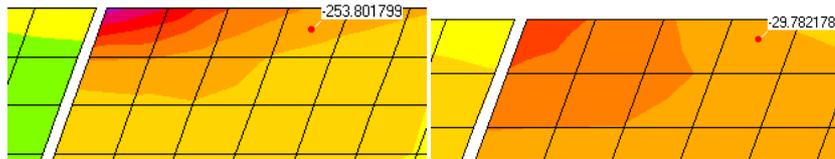
$$\Delta f_{sd_{\text{fad}}} := 175 \text{MPa}$$

$$k_{\text{fad}} := \frac{\Delta\sigma}{\Delta f_{sd_{\text{fad}}}} \quad k_{\text{fad}} = 0.33 \quad k_{\text{fad}} := \max(k_{\text{fad}}, 1) = 1$$

VI.7.1.Fadiga dos estribos

VI.7.1.1.V13

Viga V1



Dados iniciais

$$f_{ck} := 30\text{MPa} \quad f_{yk} := 500\text{MPa} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15}$$

$$h := 0.6\text{m} \quad b_w := 0.56\text{m} \quad d := h - 4\text{cm}$$

$$f_{ck} := 30\text{MPa} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} \quad f_y := 500\text{MPa} \quad f_{ywd} := \frac{f_y}{1.15}$$

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk_{inf}} := 0.7 \cdot f_{ctm} \quad f_{ctd} := \frac{f_{ctk_{inf}}}{1.4}$$

$$V_c := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad V_c = 272.5 \text{ kN}$$

$$A_{sw_{s.adot}} := 6.981 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Solicitações

$$V_{d1} := -254 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0.82\text{m} = -208.28 \text{ kN} \quad V_{d2} := -30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0.82\text{m} = -24.6 \text{ kN}$$

$$\sigma_{sw1} := \frac{|V_{d1}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \quad \sigma_{sw1} = 204.723 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{sw2} := \frac{|V_{d2}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \quad \sigma_{sw2} = -317.329 \cdot \text{MPa} \quad \sigma_{sw2} := 0$$

$$\Delta\sigma_{sw} := \sigma_{sw1} - \sigma_{sw2} \quad \Delta\sigma_{sw} = 204.723 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd} := 85 \text{MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma_{sw}}{\Delta f_{sd}} \quad k_{fad} = 2.41 \quad k_{fad} := \max(1, k_{fad}) = 2.409$$

$$A_{sw,corr} := k_{fad} \cdot A_{sw,adot}$$

$$A_{sw,corr} = 16.814 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{pernas} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 10\text{mm}$

$$A_{\phi t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.785 \cdot \text{cm}^2$$

$$Esp := \frac{n_{pernas} \cdot A_{\phi t}}{A_{sw,corr}}$$

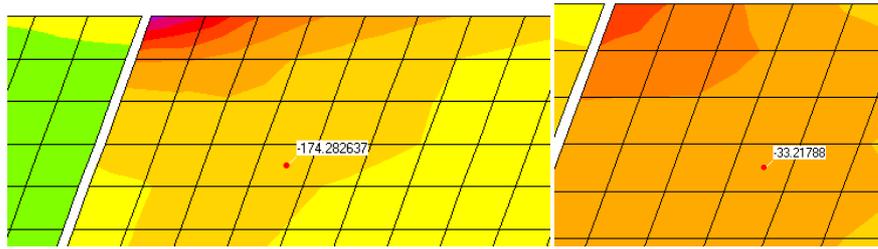
$$E_{spmax} := 30\text{cm}$$

$$Esp := \min(Esp, E_{spmax}) = 18.685 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras $\phi_t = 10 \cdot \text{mm}$ a $Esp = 17.5 \cdot \text{cm}$

Os estribos da viga V1 passar a ter quatro pernas ao invés de duas.

Viga V2



$$h := 0.6\text{m} \quad bw := 0.5\text{m} \quad d := h - 4\text{cm}$$

$$V_c := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot bw \cdot d \quad V_c = 243.303 \cdot \text{kN}$$

$$Asw_{s.adot} := 3.17 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Solicitações

$$V_{d1} := -174 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} = -174 \text{ kN} \quad V_{d2} := -33 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} = -33 \text{ kN}$$

$$\sigma_{sw1} := \frac{|V_{d1}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot Asw_{s.adot}} \quad \sigma_{sw1} = 327.652 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{sw2} := \frac{|V_{d2}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot Asw_{s.adot}} \quad \sigma_{sw2} = -554.877 \cdot \text{MPa} \quad \sigma_{sw2} := 0$$

$$\Delta\sigma_{sw} := \sigma_{sw1} - \sigma_{sw2} \quad \Delta\sigma_{sw} = 327.652 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{fad}} := 85 \text{MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma_{sw}}{\Delta f_{sd_{fad}}} \quad k_{fad} = 3.85 \quad k_{fad} := \max(1, k_{fad}) = 3.855$$

$$Asw_{s.corr} := k_{fad} \cdot Asw_{s.adot}$$

$$Asw_{s.corr} = 12.219 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{\text{pernas}} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 8\text{mm}$

$$A_{\phi t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.503 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Esp} := \frac{n_{\text{pernas}} \cdot A_{\phi t}}{A_{\text{sw}_{\text{s,corr}}}}$$

$$E_{\text{spmax}} := 30\text{cm}$$

$$\text{Esp} := \min(\text{Esp}, E_{\text{spmax}}) = 16.454 \cdot \text{cm}$$

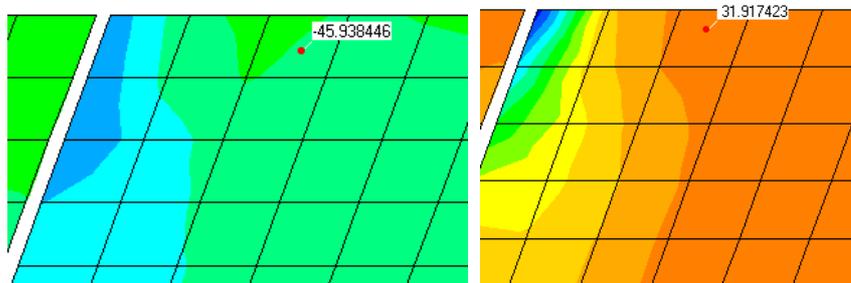
Serão adotadas barras $\phi_t = 8 \cdot \text{mm}$ a $\text{Esp} = 15 \cdot \text{cm}$

Vigas V3, V4 e V5

Nas vigas V3, V4 e V5, à favor da segurança será adotada uma armadura igual à viga V2.

VI.7.1.2.V₂₃

Viga V1



$$f_{\text{ck}} := 30\text{MPa} \quad f_{\text{yk}} := 500\text{MPa} \quad f_{\text{cd}} := \frac{f_{\text{ck}}}{1.4} \quad f_{\text{yd}} := \frac{f_{\text{yk}}}{1.15}$$

$$h := 0.6\text{m} \quad b_w := 1.425\text{m} \quad d := h - 4\text{cm}$$

$$f_{\text{ck}} := 30\text{MPa} \quad f_{\text{cd}} := \frac{f_{\text{ck}}}{1.4} \quad f_y := 500\text{MPa} \quad f_{\text{ywd}} := \frac{f_y}{1.15}$$

$$f_{\text{ctm}} := 0.3 \cdot f_{\text{ck}}^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{\text{ctk}_{\text{inf}}} := 0.7 \cdot f_{\text{ctm}} \quad f_{\text{ctd}} := \frac{f_{\text{ctk}_{\text{inf}}}}{1.4}$$

$$V_c := 0.6 \cdot f_{\text{ctd}} \cdot b_w \cdot d \quad V_c = 693.414 \cdot \text{kN}$$

Solicitações

$$V_{d1} := -46 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.9\text{m} = -133.4 \text{ kN} \qquad V_{d2} := -32 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.9\text{m} = -92.8 \text{ kN}$$

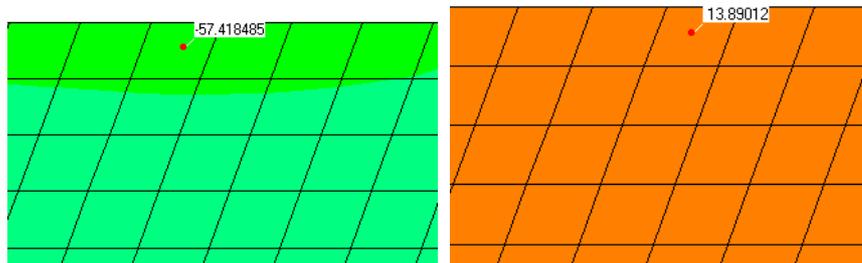
$$\sigma_{sw1} := \frac{|V_{d1}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \qquad \sigma_{sw1} = -256.347 \cdot \text{MPa} \qquad \sigma_{sw1} := 0$$

$$\sigma_{sw2} := \frac{|V_{d2}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \qquad \sigma_{sw2} = -305.139 \cdot \text{MPa} \qquad \sigma_{sw2} := 0$$

$$\Delta\sigma_{sw} := \sigma_{sw1} - \sigma_{sw2} \qquad \Delta\sigma_{sw} = 0 \cdot \text{MPa}$$

Nesta armadura não há problema de fadiga, o que já era esperado, já que nesta viga foi adotada armadura mínima.

Viga V2



$$f_{ck} := 30 \text{ MPa} \qquad f_{yk} := 500 \text{ MPa} \qquad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} \qquad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15}$$

$$h := 0.6 \text{ m} \qquad b_w := 0.45 \text{ m} \qquad d := h - 4 \text{ cm}$$

$$f_{ck} := 30 \text{ MPa} \qquad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} \qquad f_y := 500 \text{ MPa} \qquad f_{ywd} := \frac{f_y}{1.15}$$

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk_{inf}} := 0.7 \cdot f_{ctm} \qquad f_{ctd} := \frac{f_{ctk_{inf}}}{1.4}$$

$$V_c := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \qquad V_c = 218.973 \cdot \text{kN}$$

$$A_{sw_{s.adot}} := 7.8 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Solicitações

$$V_{d1} := 57 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3.6\text{m} = 205.2 \text{ kN} \qquad V_{d2} := 14 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3.6\text{m} = 50.4 \text{ kN}$$

$$\sigma_{sw1} := \frac{|V_{d1}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \qquad \sigma_{sw1} = 243.471 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{sw2} := \frac{|V_{d2}| - 0.5 \cdot V_c}{0.9 \cdot d \cdot A_{sw_{s.adot}}} \qquad \sigma_{sw2} = -150.301 \cdot \text{MPa} \qquad \sigma_{sw2} := 0$$

$$\Delta\sigma_{sw} := \sigma_{sw1} - \sigma_{sw2} \qquad \Delta\sigma_{sw} = 243.471 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta f_{sd_{fad}} := 85 \text{ MPa}$$

$$k_{fad} := \frac{\Delta\sigma_{sw}}{\Delta f_{sd_{fad}}} \qquad k_{fad} = 2.86 \qquad k_{fad} := \max(1, k_{fad}) = 2.864$$

$$A_{sw_{s.corr}} := k_{fad} \cdot A_{sw_{s.adot}}$$

$$A_{sw_{s.corr}} = 22.342 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Adotando estribos de $n_{pernas} := 4$ pernas e diâmetro de $\phi_t \equiv 10\text{mm}$

$$A_{\phi_t} := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4} = 0.785 \cdot \text{cm}^2$$

$$Esp := \frac{n_{pernas} \cdot A_{\phi_t}}{A_{sw_{s.corr}}}$$

$$E_{spmax} := 30\text{cm}$$

$$Esp := \min(Esp, E_{spmax}) = 14.061 \cdot \text{cm}$$

Serão adotadas barras $\phi_t = 10\text{mm}$ a $Esp = 12.5 \cdot \text{cm}$ de

$$A_{swsobres} := \frac{n_{pernas} \cdot \pi \cdot \phi_t^2}{4 \cdot Esp} = 25.133 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

VI.8.Cálculo das armaduras na região 5 variando o ângulo α

Neste item, para a região 5, serão calculadas as armaduras necessárias variando α para que se possa ter uma noção de como as parcelas de momentos resistentes M_x^* e M_α^* variam. A tabela abaixo mostra essa variação dos momentos resistentes e armaduras necessárias para valores de α entre 90 e 25°.

Tabela VI-4 – Momentos e armaduras variando o ângulo α

Região	StepType Text	M11 KN-m/m	M22 KN-m/m	M12 KN-m/m	alfa graus	Momentos equivalentes positivos		Mex					
						Mex	Me.	Kmd	Kz	kx	x(cm)	z (cm)	AS (cm²/m)
5	Max M11	320,2	140,0	-26,6	90,0	346,80	166,65	0,051607	0,969	0,08	4,38746	54,2	14,7043
5	Max M12	320,2	140,0	-26,6	85,0	331,01	155,53	0,049258	0,970	0,07	4,18142	54,3	14,0137
5	Max M13	320,2	140,0	-26,6	80,0	317,10	146,34	0,047187	0,971	0,07	4,0003	54,4	13,4067
5	Max M14	320,2	140,0	-26,6	75,0	327,18	161,31	0,048688	0,970	0,07	4,1315	54,3	13,8464
5	Max M15	320,2	140,0	-26,6	70,0	345,18	184,43	0,051366	0,969	0,08	4,36633	54,3	14,6334
5	Max M16	320,2	140,0	-26,6	65,0	368,39	213,08	0,054819	0,967	0,08	4,67032	54,1	15,6522
5	Max M17	320,2	140,0	-26,6	60,0	398,63	249,24	0,05932	0,964	0,09	5,06865	54,0	16,9872
5	Max M18	320,2	140,0	-26,6	55,0	438,63	295,80	0,065273	0,960	0,1	5,59937	53,8	18,7659
5	Max M19	320,2	140,0	-26,6	50,0	492,59	357,16	0,073302	0,955	0,11	6,32216	53,5	21,1883
5	Max M20	320,2	140,0	-26,6	45,0	567,19	440,33	0,084403	0,948	0,13	7,33515	53,1	24,5832
5	Max M21	320,2	140,0	-26,6	40,0	673,62	556,97	0,100241	0,937	0,16	8,80945	52,5	29,5243
5	Max M22	320,2	140,0	-26,6	35,0	831,75	727,70	0,123773	0,921	0,2	11,068	51,6	37,0938
5	Max M23	320,2	140,0	-26,6	30,0	1079,57	991,72	0,160651	0,894	0,26	14,7932	50,1	49,5784
5	Max M24	320,2	140,0	-26,6	25,0	1497,13	1431,26	0,222788	0,845	0,39	21,7155	47,3	72,7781

A variação da armadura necessária em x e α é mostrada graficamente na figura VI.5.

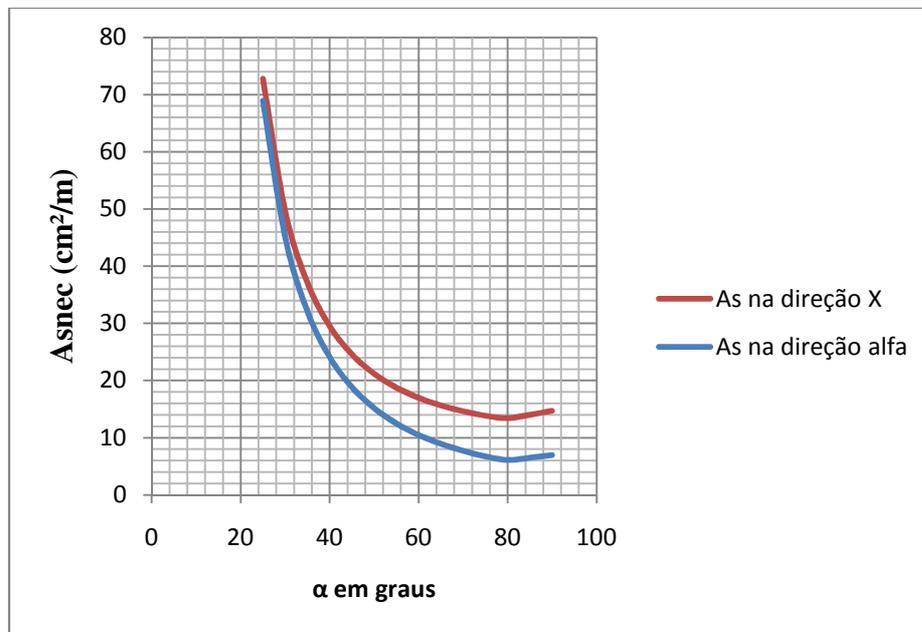


Figura VI.5 – Armaduras calculadas variando o ângulo α

A tabela VI.4 e a figura VI.5 mostram que para um ângulo α próximo de 80 graus, as armaduras necessárias são mínimas, ou seja, neste ponto da laje, a maneira mais econômica de se dispor as armaduras seria com um ângulo de 80 graus. Esta direção está bem próxima da direção dos momentos principais neste elemento.

Pode-se observar também que, aumentando a escuridade da malha, obtém-se um crescimento exponencial da armadura necessária. Este fato deve-se à impossibilidade de resistir ao momento em Y, já que o eixo α vai aproximando-se de X, tornando impossível para o par de momentos resistentes M_x^* e M_α^* gerar uma componente na direção Y.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES

VII.1. Conclusões

O resultado do programa SAP2000 era esperado e mostrou corretamente como acontece a mudança das direções principais de momentos fletores em uma laje sob o efeito do momento torçor, e como isso se agrava quando temos o efeito da esconsidade.

Foi proposta uma solução para o problema apresentado em termos práticos e, já que é impraticável detalhar uma armadura seguindo as direções principais e usar uma malha ortogonal complica a execução, optou-se por adotar uma malha com um ângulo diferente de 90° .

O dimensionamento feito no capítulo VI mostrou ser possível a adoção da solução dada. Pôde-se observar também que em algumas regiões precisou-se de uma armação muito densa que, na prática, deve ser avaliada em termos de custo para se saber a real possibilidade de utilização da malha oblíqua neste caso.

Toda essa análise foi muito valiosa, proporcionando uma ótima sensibilidade para analisar o problema de torção em lajes, já que este assunto muitas vezes não é levado em conta na maioria dos projetos.

VII.2. Sugestões para trabalhos futuros

Este trabalho trata da esconsidade de uma obra rodoviária, questão muito corrente nos projetos de estruturas de pontes e viadutos, portanto uma sugestão seria o estudo de outras estruturas como travessas de pontes, encontros, etc., adotando a mesma filosofia de utilizar a armadura em direções diferentes daquelas onde acontecem os momentos principais para facilitar o detalhamento e a construção.

Nesta laje, temos uma taxa de armadura grande em certos pontos, tal fato deve-se ao tamanho do vão livre (12m). Com este vão pode ser adotada a solução de laje protendida, dentro da qual pode-se estudar um traçado otimizado que possa acompanhar as linhas de momentos principais mostrada na figura IV.1.

O modelo elaborado gera uma superfície de influência para a aplicação da carga móvel. Tal procedimento necessita de muito tempo de processamento, algo em torno de 20 horas em um computador mediano. Sabemos que se trata de uma análise complicada e que existem chances de haver algum erro na rotina do programa. Neste trabalho, como a intenção não era o dimensionamento puramente e sim o estudo da esconsidade do tabuleiro, um teste preciso dos valores máximos encontrados pelo programa não foi feito. Uma oportunidade de trabalho futuro seria estudar a maneira de geração da superfície de influência e aplicação do carregamento em programas como o SAP2000 e analisar os resultados comparando-os com valores de referência retirados de tabelas utilizadas usualmente nos projetos de estruturas correntes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **Construções de concreto, volume 1** - LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. (1977). Rio de Janeiro, Editora Eficiência.
2. **Construções de concreto, volume 2** - LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. (1978). Rio de Janeiro, Editora Eficiência.
3. **Construções de concreto, volume 3** - LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. (1979). Rio de Janeiro, Editora Eficiência.
4. **Vigas, Placas e Cascas, Notas de Aula (Curso de Elasticidade II)** - R. V. Alves (DME-POLI/UFRJ).
5. **Cálculo e armação de lajes de concreto armado com consideração do momento volvente** - PARKESIAN, G.A. (1997). São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
6. **Cálculo e armação de lajes de concreto armado com consideração do momento volvente** - PARKESIAN, G.A.; CORRÊA, M.R.S. (1998). São Carlos. Cadernos de engenharia de estruturas – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
7. **The reinforcement of slabs in accordance with a predetermined field of moments** - WOOD, R.H. (1968). Concrete Magazine, London, February.
8. **Discussão de WOOD, R.H. (1968)** - G.S.T ARMER, (1968). Concrete Magazine, London, August.
9. **NBR 08.681 – Ações e Segurança nas Estruturas**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT (2003), Procedimento. Rio de Janeiro.
10. **NBR 06.118 – Projeto de Estruturas de Concreto**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT (2003), Procedimento. Rio de Janeiro.

11. **NBR 07.188 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT (1982), Procedimento. Rio de Janeiro.
12. **NBR 07.187 – Projeto de pontes de concreto armado e protendido**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT (2003), Procedimento. Rio de Janeiro.
13. **Interação solo-estrutura para edifícios sobre fundações rasas – SOUZA R.A.; REIS J.H.C (2008)**. Maringá.
14. **SAP2000® Analysis Reference Manual – CSI**. Berkeley, California, USA (2008).