



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
*Escola Politécnica*  
*Curso de Engenharia Civil*  
*Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas*

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE PAINÉIS ENRIJECIDOS  
ESTUDO DE CASO DE SILO METÁLICO**

**RAFAEL MACÊNA DE SOUZA COSTA**

Projeto Final de Curso apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

---

Augusto Cláudio Paiva e Silva  
Prof. Adjunto, M.Sc., EP/UFRJ (Orientador)

---

Eduardo de Miranda Batista  
Prof. Adjunto, D.Sc., EP/UFRJ

---

Michèle Schubert Pfeil  
Prof. Adjunto, D.Sc., EP/UFRJ

Abril / 2009

## **RESUMO**

Este trabalho tem como objetivo o estudo do comportamento e dimensionamento de painéis enrijecidos e sua aplicação em um estudo de caso de silo metálico. O estudo compreende os diversos modos de flambagem aos quais um painel enrijecido está submetido, bem como aos seus modos de colapso. O estudo apresenta, também, uma breve descrição sobre os carregamentos gerados pelo armazenamento dos materiais. O silo apresentado possui planta retangular e é composto por várias células, possibilitando a estocagem de materiais de diferentes características ao mesmo tempo. Os métodos de dimensionamento foram baseados nas recomendações da DNV (DNV, 2002).

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>6</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>7</b>
<b>2. ESTRUTURA TÍPICA DE UM PAINEL ENRIJECIDO</b> .....	<b>8</b>
<b>2.1. PLACAS</b> .....	<b>9</b>
<b>2.2. ENRIJECEDORES</b> .....	<b>10</b>
<b>2.3. VIGAS</b> .....	<b>10</b>
<b>3. COMPORTAMENTO DOS ELEMENTOS COMPRIMIDOS</b> .....	<b>11</b>
<b>3.1. ESTABILIDADE E FLAMBAGEM</b> .....	<b>11</b>
<b>3.2. COMPORTAMENTO DOS ELEMENTOS COMPRIMIDOS</b> .....	<b>12</b>
<b>3.2.1. Flambagem por flexão de hastes comprimidas</b> .....	<b>14</b>
<b>3.2.2. Flambagem lateral torsional de vigas</b> .....	<b>15</b>
<b>3.2.3. Flambagem local de placa</b> .....	<b>17</b>
<b>3.2.4. Flambagem local dos elementos do enrijecedor (mesa e alma)</b> .....	<b>20</b>
<b>3.2.5. Flambagem de placa ortotrópica</b> .....	<b>21</b>
<b>3.3. COMPORTAMENTO PÓS – FLAMBAGEM DAS PLACAS</b> .....	<b>22</b>
<b>4. CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA</b> .....	<b>24</b>
<b>4.1. MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES</b> .....	<b>24</b>
<b>4.2. VALIDADE DO MÉTODO</b> .....	<b>25</b>
<b>4.3. DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE UM PAINEL ENRIJECIDO</b> .....	<b>26</b>
<b>4.3.1. Placas carregadas lateralmente</b> .....	<b>26</b>
<b>4.3.2. Forças no painel idealizado</b> .....	<b>27</b>
<b>4.3.3. Larguras efetivas</b> .....	<b>29</b>
<b>4.3.4. Resistência da placa entre enrijecedores</b> .....	<b>30</b>
<b>4.3.5. Resistência do painel enrijecido a tensões de cisalhamento</b> .....	<b>31</b>
<b>4.3.6. Resistência à flambagem dos enrijecedores</b> .....	<b>32</b>
<b>4.3.7. Interação entre carregamentos</b> .....	<b>34</b>
<b>5. ESTUDO DE CASO – SILO METÁLICO</b> .....	<b>37</b>
<b>5.1. ESTUDO DO CARREGAMENTO GERADO PELO ARMAZENAMENTO DOS MATERIAIS E OPERAÇÃO DO SILO</b> .....	<b>39</b>
<b>5.1.1. Pressão lateral e vertical de atrito</b> .....	<b>40</b>

<b>5.2. MODELO ESTRUTURAL .....</b>	<b>43</b>
<b>5.2.1. Geometria .....</b>	<b>43</b>
<b>5.2.2. Materiais.....</b>	<b>45</b>
<b>5.2.3. Carregamentos.....</b>	<b>45</b>
<b>5.2.4. Combinações de carregamento .....</b>	<b>49</b>
<b>5.3. DIMENSIONAMENTO .....</b>	<b>50</b>
<b>5.3.1. Resultados obtidos no dimensionamento.....</b>	<b>51</b>
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>53</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>54</b>
<b>ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DETALHADO DAS SEÇÕES.....</b>	<b>56</b>
<b>A.1. DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO 1 .....</b>	<b>56</b>
<b>A.2. DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO 2 .....</b>	<b>62</b>
<b>A.3. DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO 3 .....</b>	<b>68</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Elementos e solicitações em um painel enrijecido (DNV, 2002). .....	8
Figura 2.2. Geometria de uma placa.....	9
Figura 2.3. Carregamento axial (ESDEP, 1993). .....	9
Figura 2.4. Carregamento lateral (ESDEP, 1993). .....	10
Figura 2.5. Seções transversais típicas de enrijecedores. ....	10
Figura 3.1. Equilíbrio estável (ESDEP, 1993). .....	11
Figura 3.2. Equilíbrio instável (ESDEP, 1993). .....	11
Figura 3.3. Coluna imperfeita e carga não centrada (PFEIL, 2000).....	12
Figura 3.4. Comportamento de colunas perfeitas e imperfeitas sobre carga axial de compressão (PFEIL, 2000). .....	14
Figura 3.5. Flambagem por flexão.....	15
Figura 3.6. Flambagem lateral com torção da viga (PFEIL, 2000). .....	16
Figura 3.7. Flambagem lateral torsional do enrijecedor (CARDOSO, 2009). .....	17
Figura 3.8. Flambagem de placa (ESDEP, 1993).....	18
Figura 3.9. Flambagem da placa entre enrijecedores (CARDOSO, 2009).....	20
Figura 3.10. Flambagem local em uma coluna (PFEIL, 2000). .....	20
Figura 3.11. Flambagem local da alma de um enrijecedor no painel enrijecido (CARDOSO, 2009).....	21
Figura 3.12. Flambagem de placa ortotrópica (CARDOSO, 2009). .....	22
Figura 3.13. Redistribuição de tensões para placas comprimidas (ESDEP, 1993). .....	23
Figura 4.1. Parâmetros geométricos de painéis enrijecidos (DNV, 2002). .....	26
Figura 4.2. Redução das cargas atuantes no painel em cargas equivalentes no enrijecedor (DNV, 2002).....	28
Figura 4.3. Seção transversal do enrijecedor com mesa colaborante total.....	32
Figura 4.4. Geometria do enrijecedor.....	36
Figura 5.1. Silo - vista longitudinal. ....	37
Figura 5.2. Silo - vista superior e materiais estocados por célula. ....	38
Figura 5.3. Tensões atuantes em uma fatia do material estocado (ESDEP, 1993).....	41
Figura 5.4. Esquema da distribuição momento estático de área para um perfil do tipo <i>I</i> .....	44
Figura 5.5. Peso próprio – carregamento aplicado (kN).....	46
Figura 5.6. Peso próprio - Diagrama de momentos fletores (kN.m) .....	47
Figura 5.7. Peso próprio - Diagrama de esforço cortante (kN) .....	47

Figura 5.8. Distribuição das pressões vertical e lateral ao longo da profundidade do silo.....	48
Figura 5.9. Sobrecarga – carregamento aplicado (kN).....	48
Figura 5.10. Sobrecarga - Diagrama de momentos fletores (kN.m).....	48
Figura 5.11. Sobrecarga - Diagrama de esforço cortante (kN).....	49
Figura 5.12. ELU_1 - Diagrama de momentos fletores (kN.m).....	49
Figura 5.13. ELU_1 - Diagrama de esforço cortante (kN).....	50
Figura 5.14. Silo – seções de dimensionamento.....	51

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Valores de $k$ para diversas condições de apoio para placas sob compressão uniforme (ESDEP, 1993).....	19
Tabela 4.1. Fatores de ponderação das cargas $\gamma_f$ (DNV, 2002). ....	25
Tabela 5.1. Propriedades dos materiais estocados.....	40
Tabela 5.2. Resumo do dimensionamento - taxas de utilização.....	52

## 1. INTRODUÇÃO

A evolução da tecnologia dos materiais, bem como dos meios produtivos, tem proporcionado a utilização de estruturas cada vez mais esbeltas nos projetos de engenharia, principalmente quando se trata de estruturas de aço. Com isso, o fenômeno da flambagem, antes secundário perante a grande robustez das estruturas, passou a se tornar cada vez mais importante, influenciando significativamente na resistência das estruturas.

Dentre as estruturas esbeltas de aço, destacam-se aquelas formadas pela associação de placas e enrijecedores, chamadas painéis enrijecidos, comumente utilizadas em cascos de navios, fuselagem de aviões, superestrutura de pontes e silos para estocagem de materiais diversos. Esse tipo de estrutura normalmente pode estar submetido a carregamentos no plano e fora do plano (pressões laterais), estando suscetível, ainda, a modos de flambagem locais e globais. Sendo assim, esse tipo de estrutura constitui um caso bastante geral e interessante de ser estudado.

O presente trabalho tem por objetivo analisar e dimensionar um silo metálico enrijecido de planta retangular para armazenamento de material granular, composto por várias células geminadas. No dimensionamento, serão adotados os procedimentos recomendados pela DNV (DNV, 2002) para verificação estrutural de estruturas de painéis enrijecidos.



## 2. ESTRUTURA TÍPICA DE UM PAINEL ENRIJECIDO

Um painel enrijecido é composto basicamente por placas, enrijecedores e vigas, compondo a alma ou a mesa de uma viga, o casco de um navio, partes de vigas caixão, entre outras estruturas, podendo estar sujeito a solicitações em seu plano ou perpendiculares a este. A figura 2.1 ilustra os elementos de um painel enrijecido.

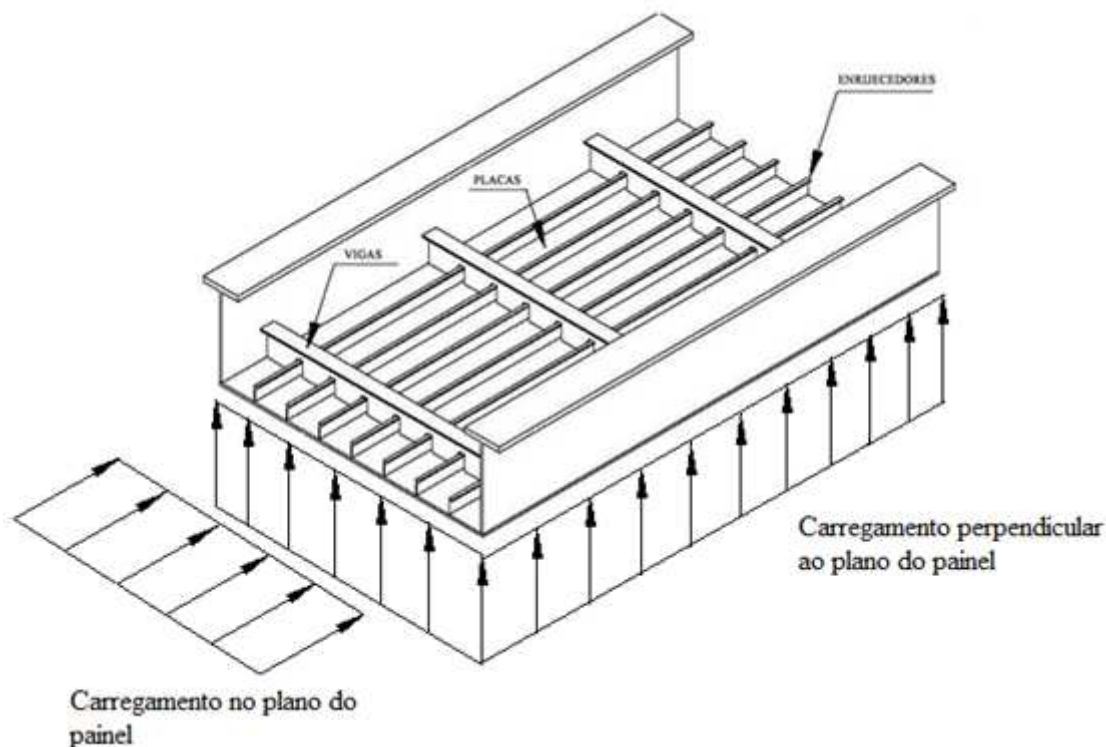


Figura 2.1. Elementos e solicitações em um painel enrijecido (DNV, 2002).

Nesse tipo de estrutura, os elementos trabalham em conjunto para resistir aos esforços solicitantes. O conjunto placa-enrijecedor-viga é responsável, portanto, por resistir à combinação dos carregamentos no plano e pressões laterais.

Para tornar possível a análise do comportamento de painéis enrijecidos, é preciso conhecer cada um dos elementos do conjunto isoladamente. A seguir é apresentada breve descrição sobre cada um desses elementos.

## 2.1. Placas

Placas são elementos nos quais duas dimensões (comprimento e largura) prevalecem sobre uma terceira (espessura). Uma importante relação é a esbeltez, definida como a razão  $b/t$ , na qual  $b$  é largura da placa e  $t$  é espessura da placa. Esta relação é de extrema importância na determinação do comportamento de uma placa quando submetida a carregamentos no plano e fora do plano. A relação  $a/b$ , sendo  $a$  o comprimento da placa (ver figura 2.2), também é outro importante parâmetro utilizado na análise de placas e comumente utilizado para se definir placas longas e curtas.

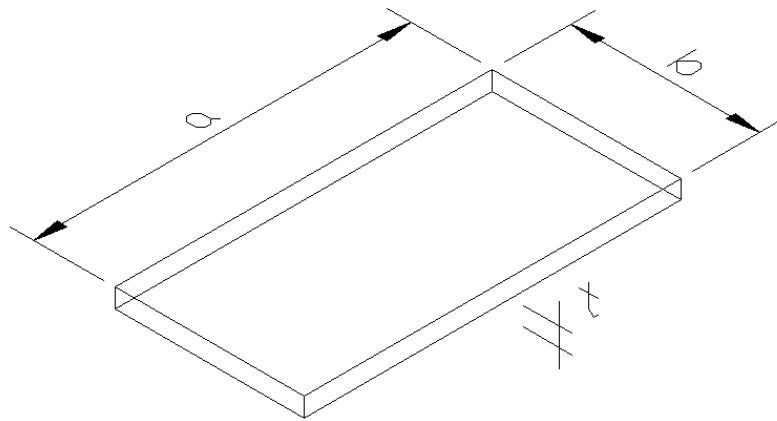


Figura 2.2. Geometria de uma placa.

Quanto às solicitações, uma placa pode estar submetida a carregamentos no plano (figura 2.3), em seu próprio plano ou a carregamentos laterais (figura 2.4), perpendiculares ao seu plano.

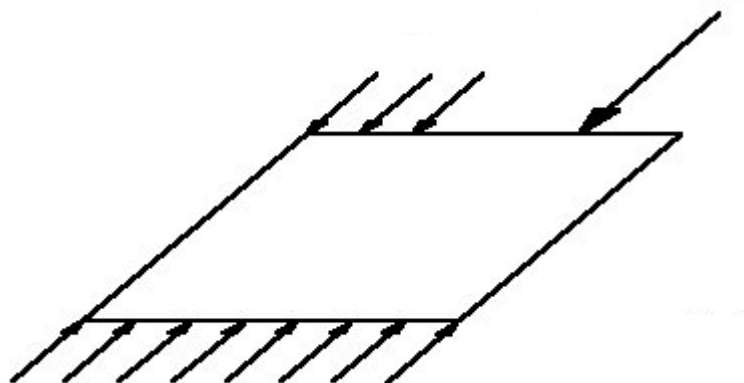


Figura 2.3. Carregamento axial (ESDEP, 1993).

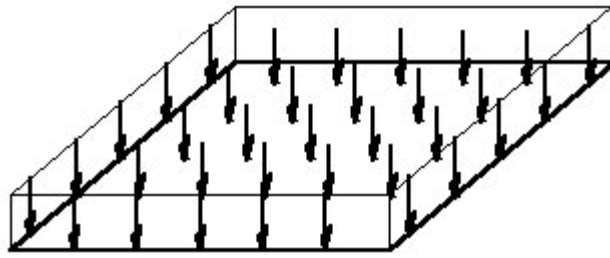


Figura 2.4. Carregamento lateral (ESDEP, 1993).

## 2.2. Enrijecedores

Os enrijecedores são elementos lineares (barras) que, ao serem soldados à placa, conferem maior rigidez ao conjunto. Desse modo, o conjunto passa a apresentar maior resistência às solicitações impostas.

A figura 2.5 a seguir ilustra as seções transversais típicas dos enrijecedores.

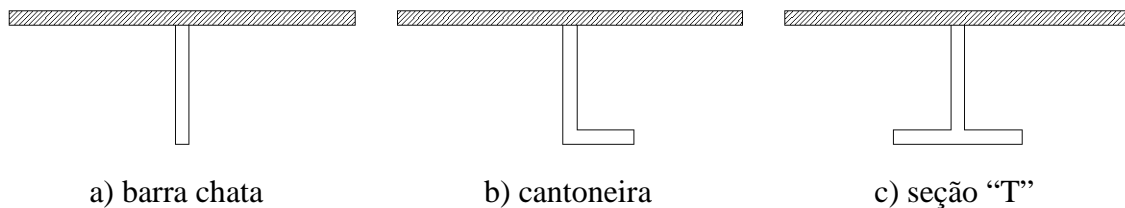


Figura 2.5. Seções transversais típicas de enrijecedores.

## 2.3. Vigas

As vigas são elementos dispostos transversalmente aos enrijecedores, utilizadas quando o comprimento do painel é muito grande. Possuem uma rigidez ainda maior do que a do enrijecedor e dividem um único painel de grandes dimensões em uma série de painéis menores (subpainéis).

### 3. COMPORTAMENTO DOS ELEMENTOS COMPRIMIDOS

#### 3.1. Estabilidade e Flambagem

Estabilidade é definida como a capacidade de um elemento manter-se em equilíbrio ou retornar a ele, mesmo quando sofrida alguma perturbação. Uma vez “rompida” esta condição a estrutura entra em movimento podendo se estabilizar em outra configuração geométrica ou apresentar colapso durante este movimento. Há de se dizer também que existem dois tipos de equilíbrio, o estável e o instável, associados à energia do sistema. Um sistema não deformável está em equilíbrio estável se, somente se, estiver em um estado de mínima energia potencial, caso contrário estará em equilíbrio instável. Esta situação pode ser facilmente ilustrada pelo clássico exemplo de uma bola sobre uma superfície curva (figura 3.1 e figura 3.2).



Figura 3.1. Equilíbrio estável (ESDEP, 1993).

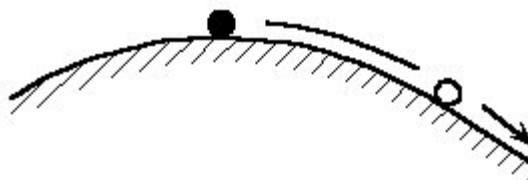


Figura 3.2. Equilíbrio instável (ESDEP, 1993).

Na situação representada pela figura 3.1, quando aplicada uma pequena perturbação no sistema, ou seja, um pequeno movimento na bolinha, esta irá se mover oscilando em torno do ponto inicial, até alcançar novamente a situação de equilíbrio neste mesmo ponto, ou pelo menos em sua vizinhança. Já na situação demonstrada pela figura 3.2, um pequeno movimento aplicado à bolinha fará com que ela entre em movimento indefinidamente até alcançar o repouso em algum ponto distante do ponto inicial, trata-se então de um equilíbrio instável, pois qualquer pequena perturbação é capaz de levar o sistema a um estado muito distante do inicial. É importante dizer que apesar do estado final ser completamente diferente para as duas situações ilustradas, ambas estavam no mesmo estado de repouso inicial.

Quando se trata de um elemento comprimido isento de imperfeições (tanto de forma quanto de carregamento), como uma coluna perfeita, por exemplo, o limite entre os equilíbrios estável e instável é definido pela carga crítica. Para forças axiais aplicadas abaixo desse valor de carga, a coluna se encontra em equilíbrio estável. Para valores de carga acima desse limite, mantida a condição de barra perfeitamente reta (sem flexão), o equilíbrio é instável. Isso significa que, se uma pequena perturbação lateral for aplicada à coluna, os deslocamentos crescem indefinidamente. Ao fenômeno de perda da forma e crescimento progressivo dos deslocamentos dá-se o nome de flambagem.

### 3.2. Comportamento dos Elementos Comprimidos

Todo e qualquer elemento estrutural, seja ele uma coluna, uma viga, uma placa, ou outro qualquer, possui imperfeições iniciais oriundas do próprio processo de fabricação. Um perfil metálico, por exemplo, pode não ser perfeitamente retilíneo, possuindo algumas pequenas deformações iniciais, conforme figura 3.3a, ou então pode conter tensões residuais, ocasionadas pelo resfriamento não uniforme do aço. Além disso, é muito difícil que, na prática, um carregamento esteja aplicado exatamente no centróide deste mesmo elemento (ver figura 3.3b). Sendo assim é importante considerar, no dimensionamento das peças comprimidas, as imperfeições iniciais.

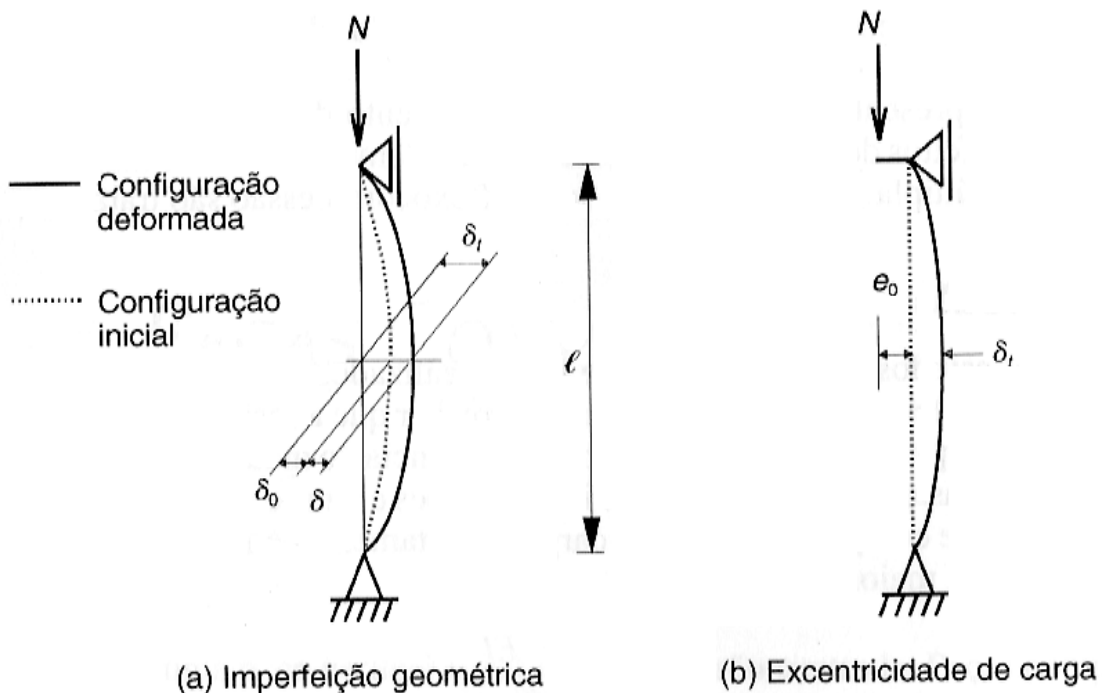


Figura 3.3. Coluna imperfeita e carga não centrada (PFEIL, 2000).

Ao contrário do que ocorre com esforços de tração, que tendem a retificar as peças, atenuando estas pequenas imperfeições, os esforços de compressão amplificam as deformações. Os deslocamentos laterais provocados por estes esforços de compressão são responsáveis pelo processo de *flambagem*.

A princípio pode-se pensar que a resistência de uma estrutura está unicamente relacionada à resistência do material que a compõe, ou seja, à capacidade do material de resistir a determinado carregamento. Isto na verdade não acontece. Foi determinado por Euler (1707-1783), que a resistência de uma coluna pode ser determinada por instabilidade, e não exatamente pela resistência do material. Euler demonstrou que existe uma carga crítica a partir da qual é impossível manter o equilíbrio na configuração retilínea. Isto vale para uma haste ideal, isenta de imperfeições e constituída de material elástico. Para uma haste birrotulada e com carregamento perfeitamente centrado esta carga é definida por:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad [3.1]$$

Onde:

$N_{cr}$  = carga crítica;

E = Módulo de elasticidade do material;

I = Momento de inércia do elemento;

L = comprimento da haste.

A partir desta carga se torna impossível manter a haste retilínea se submetida a qualquer perturbação lateral. Nesse caso, a força de compressão associada aos deslocamentos provoca uma flexocompressão. Para colunas imperfeitas este processo acontece desde o início do carregamento, conforme demonstrado no gráfico da figura 3.4 a seguir:

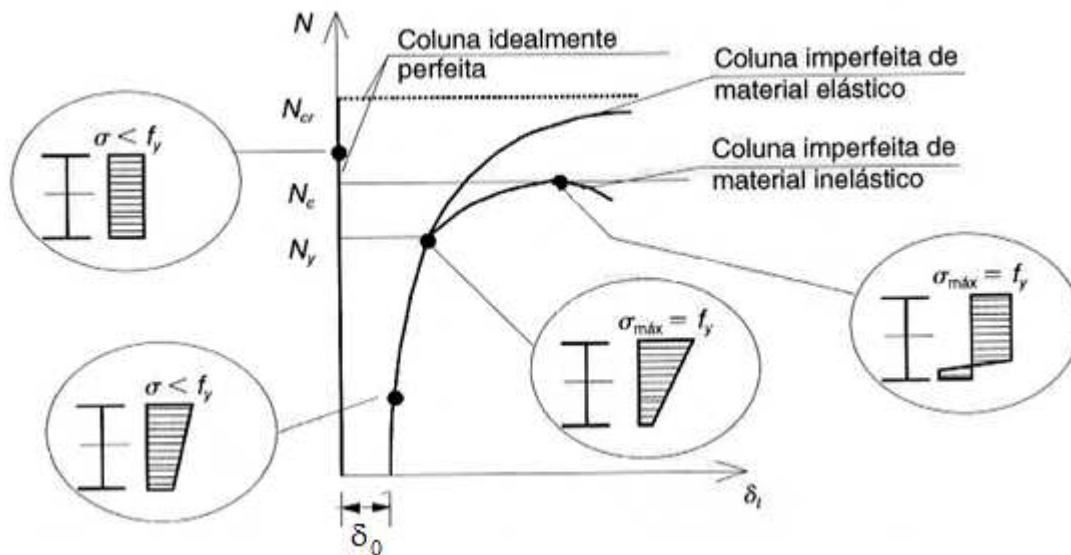


Figura 3.4. Comportamento de colunas perfeitas e imperfeitas sobre carga axial de compressão (PFEIL, 2000).

Definido o conceito inicial de flambagem podemos então compreender os principais modos de flambagem aos quais estão, de maneira geral, sujeitos os painéis enrijecidos. São eles:

- Flambagem do enrijecedor: o enrijecedor está sujeito à flambagem por flexão e à flambagem lateral torsional;
- Flambagem localizada: a placa entre enrijecedores ou mesmo as placas que compõem o enrijecedor (alma e mesa) sofrem flambagem local;
- Flambagem ortotrópica: quando a rigidez dos enrijecedores, tanto transversais quanto longitudinais é baixa, o painel sofre flambagem como um todo.

### 3.2.1. Flambagem por flexão de hastes comprimidas

A flambagem por flexão de hastes comprimidas é o caso mais simples de flambagem. O modo de flambagem por flexão é apresentado na figura 3.5. A tensão crítica a partir da qual uma haste birrotulada passa a estar sujeita à flambagem por flexão pode ser obtida a partir da equação 3.1. A expressão é apresentada na equação 3.2.

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad [3.2]$$

Onde:

$L / r =$  índice de esbeltez

$r = \sqrt{I/A}$ , raio de giração da seção em relação ao eixo de flambagem

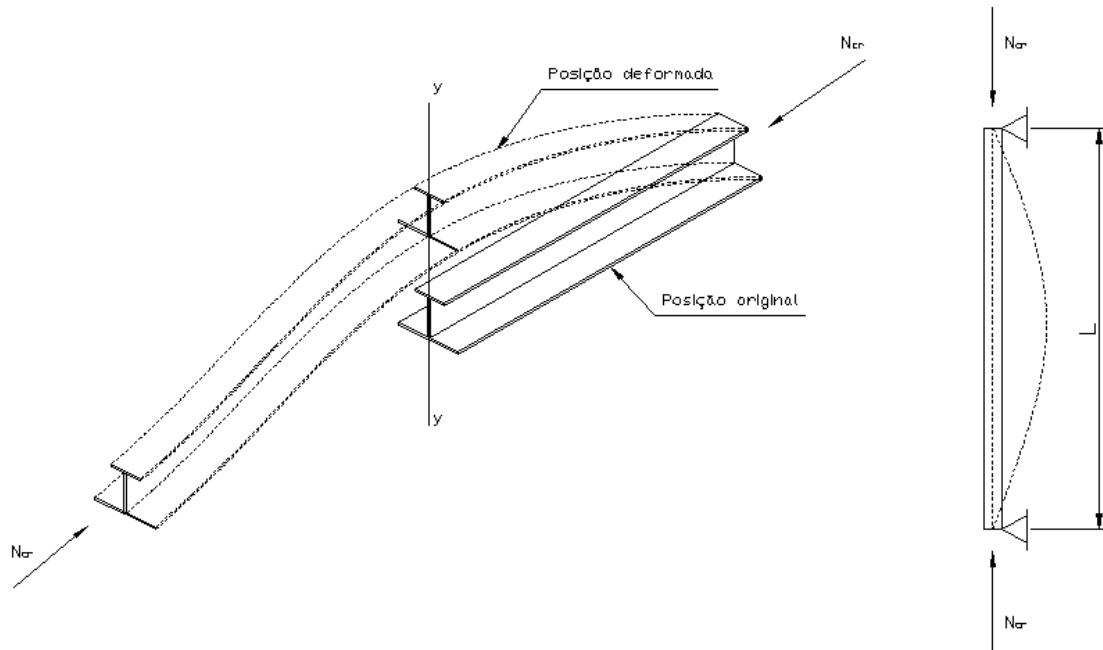


Figura 3.5. Flambagem por flexão.

Para o caso de painel enrijecido este modo de flambagem acontece especificamente para os enrijecedores longitudinais, quando estes são pouco rígidos em relação aos transversais (vigas) e ao conjunto.

### 3.2.2. Flambagem lateral torsional de vigas

A flambagem lateral é muito comum a elementos que funcionam como viga. Neste modo a viga perde estabilidade quando sofre flexão, apresentando deslocamentos laterais e rotações de torção. Este fenômeno acontece porque na flexão simples temos uma parte da seção transversal da viga comprimida e a outra tracionada. Neste caso, então, a parte comprimida da seção transversal tende a sofrer o efeito da flambagem, deslocando-se lateralmente, enquanto a parte tracionada tende a permanecer em seu eixo. O efeito final é o deslocamento lateral do elemento estrutural associado a uma torção da seção transversal.



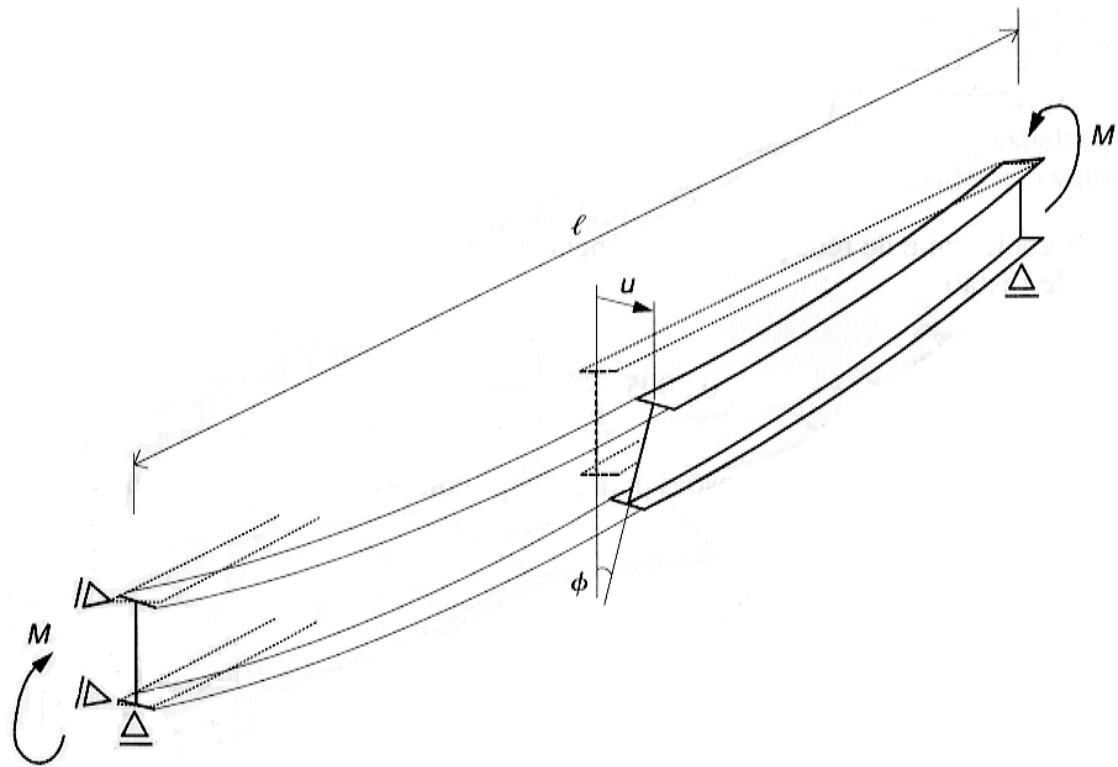


Figura 3.6. Flambagem lateral com torção da viga (PFEIL, 2000).

Para o painel enrijecido este modo de flambagem ocorre também para os enrijecedores, quando estes passam a apresentar funcionamento de viga-coluna, sob efeito do carregamento de compressão associado à flexão devido ao carregamento transversal. Mesmo que a seção transversal do enrijecedor esteja totalmente comprimida, este é contido pela placa e o enrijecedor tende a girar em torno do ponto de ligação entre o enrijecedor e a placa, conforme mostra a figura 3.7 a seguir.

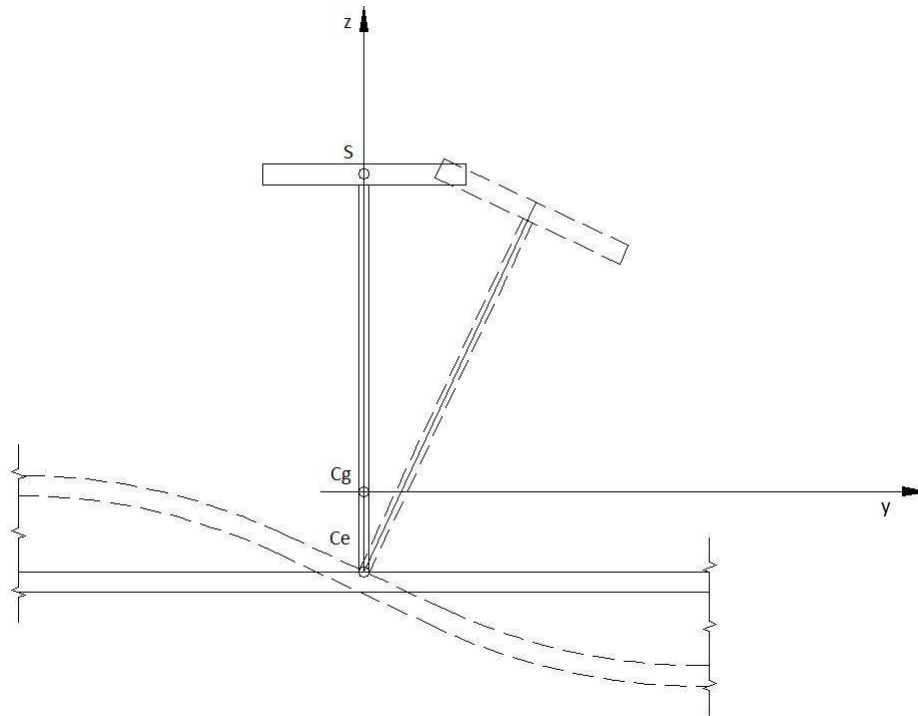


Figura 3.7. Flambagem lateral torsional do enrijecedor (CARDOSO, 2009).

### 3.2.3. Flambagem local de placa

Uma placa esbelta submetida a tensões de compressão pode apresentar flambagem antes que seja atingido o seu escoamento, ou seja, a placa passa a apresentar grandes deslocamentos fora de seu plano, antes que seja atingida a resistência de seu material. A tensão que caracteriza o início deste comportamento é chamada *tensão crítica*.

A tensão crítica é obtida através da teoria de flambagem elástica, e depende de:

- geometria da placa;
- condições de contorno;
- tipo de carregamento aplicado.

Seja uma placa simplesmente apoiada nos quatro bordos de comprimento  $a$  e largura  $b$ , submetida a um carregamento de compressão, ao atingir a flambagem sua deformada será conforme a seguinte figura:

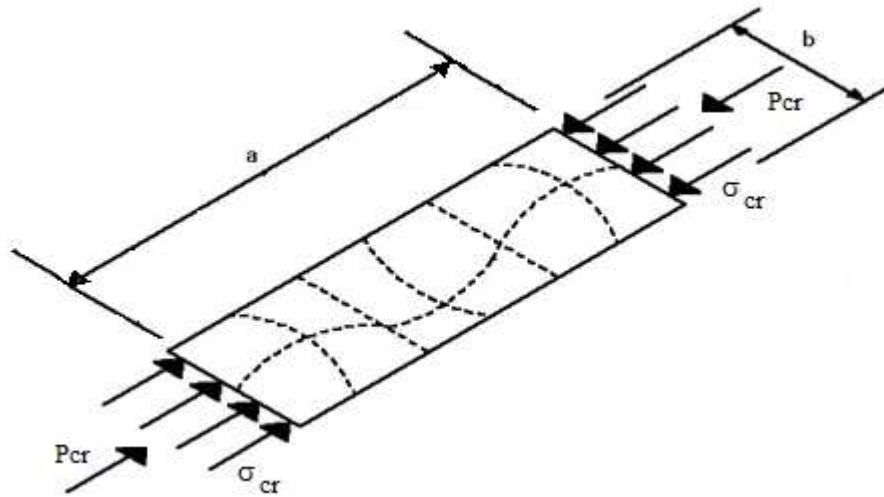


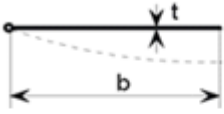
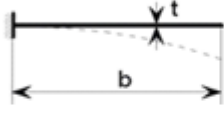
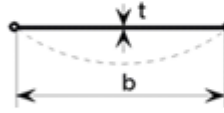
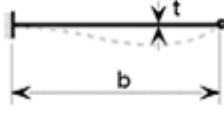
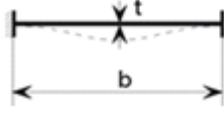
Figura 3.8. Flambagem de placa (ESDEP, 1993).

A tensão crítica de flambagem local de placa apresenta-se conforme equação 3.3.

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{bt} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad [3.3]$$

Onde  $k$  é um coeficiente que leva em consideração as condições de contorno da placa, tipo de solicitação e proporção  $a/b$ . A tabela 3.1 fornece os valores de  $k_{min}$  para algumas condições de contorno, para placas sob compressão uniforme.

Tabela 3.1. Valores de  $k$  para diversas condições de apoio para placas sob compressão uniforme (ESDEP, 1993).

Caso	Descrição do apoio nos bordos descarregados		$k$
1	Um bordo simplesmente apoiado e outro livre		0,425
2	Um bordo engastado e outro livre		1,277
3	Ambos os bordos simplesmente apoiados		4,000
4	Um bordo engastado e outro simplesmente apoiado		5,420
5	Ambos os bordos engastados		6,970

Valores diferenciados para  $k$  dependem também de outras condições de carregamento, como compressão biaxial ou cisalhamento, por exemplo. Timoshenko (TIMOSHENKO, 1961) oferece a solução geral para os demais casos.

Para o caso do painel enrijecido este tipo de flambagem ocorrerá para a placa entre enrijecedores. A figura 3.9 a seguir mostra a flambagem local de placa no painel enrijecido.

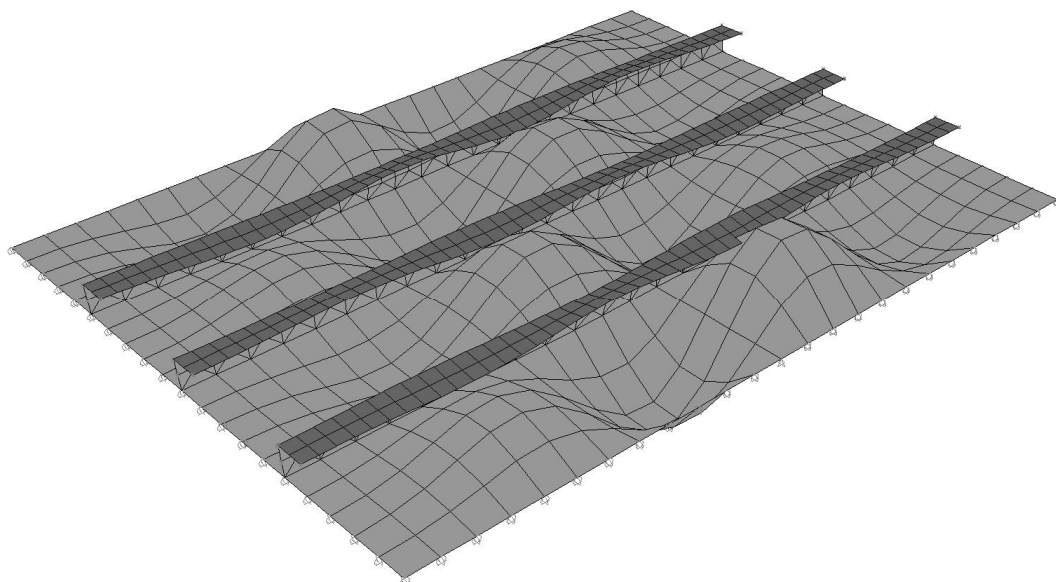


Figura 3.9. Flambagem da placa entre enrijecedores (CARDOSO, 2009).

### 3.2.4. Flambagem local dos elementos do enrijecedor (mesa e alma)

A flambagem dos elementos do enrijecedor nada mais é do que um caso particular da flambagem de placas descrita anteriormente. Nela os componentes do perfil, neste caso alma e mesa do enrijecedor, apresentam deslocamentos laterais na forma de ondulações, flambagem local, que pode ocorrer durante o processo de flambagem global da haste imperfeita.

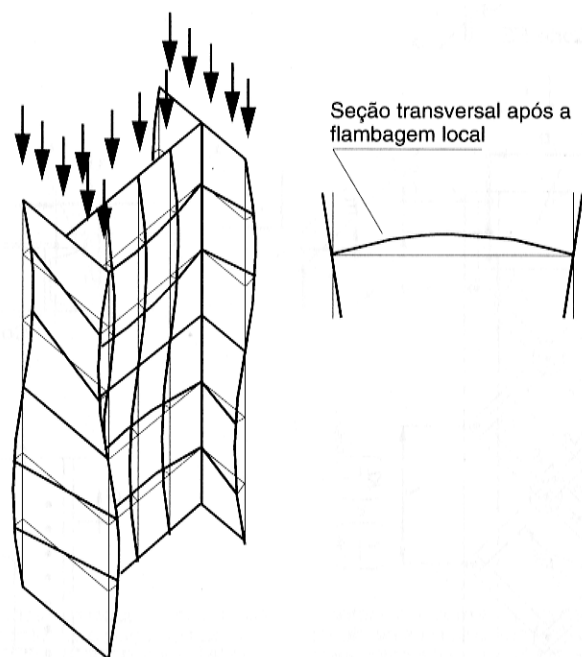


Figura 3.10. Flambagem local em uma coluna (PFEIL, 2000).

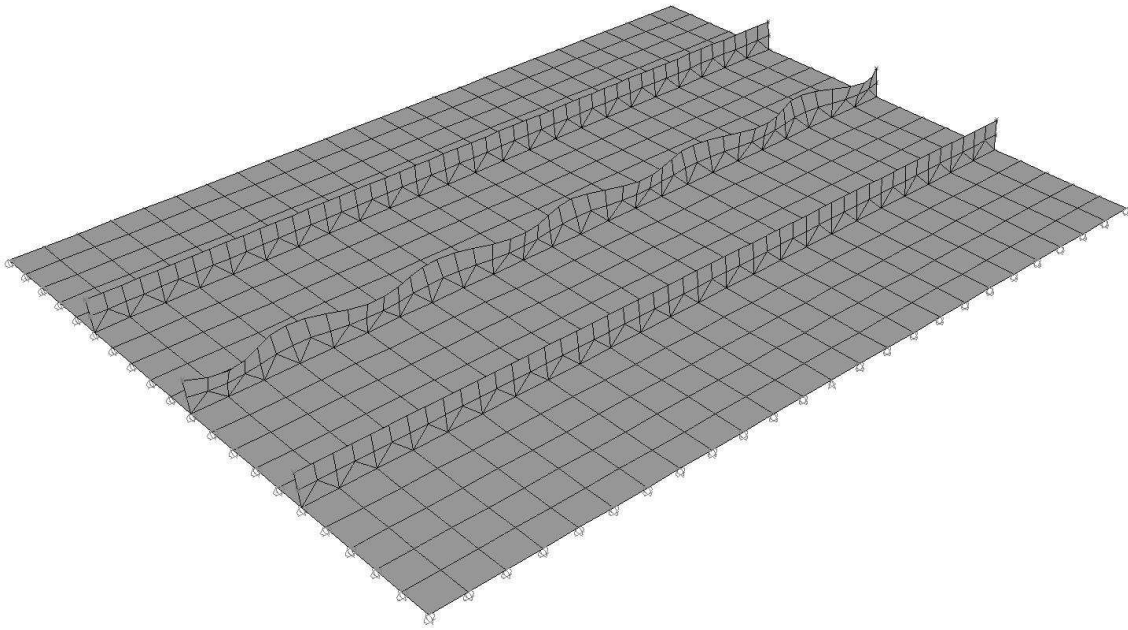


Figura 3.11. Flambagem local da alma de um enrijecedor no painel enrijecido (CARDOSO, 2009).

O efeito da flambagem local dos componentes do enrijecedor é, geralmente, de importância secundária, pois admite-se que estes serão previamente escolhidos com seções transversais compactas, garantindo que esse tipo de flambagem não ocorrerá.

### 3.2.5. Flambagem de placa ortotrópica

A flambagem de placa ortotrópica é aquela que acontece quando todos os elementos do painel flambam em conjunto, ou seja, a flambagem de todo o painel ocorre antes que ocorra a flambagem de qualquer um dos elementos isoladamente, como se o painel inteiro fosse um único elemento.

A dedução das equações que determinam a flambagem de placa ortotrópica é de desenvolvimento complexo e não será discutida neste trabalho, mas pode ser encontrada em Paik & Thayamballi (PAIK, 2003).

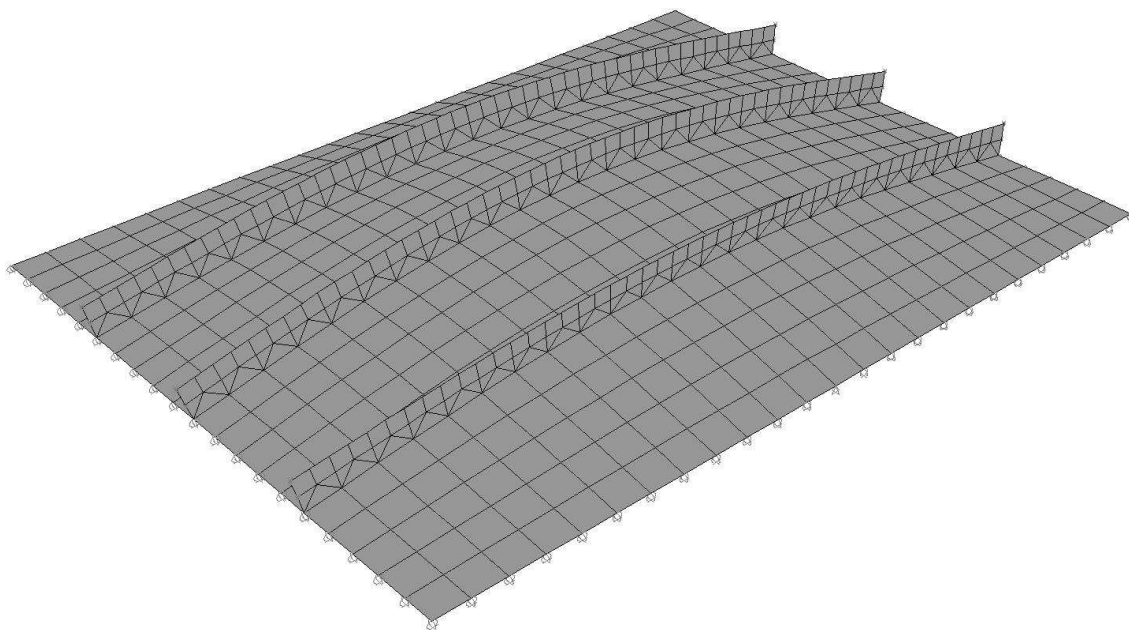


Figura 3.12. Flambagem de placa ortotrópica (CARDOSO, 2009).

### 3.3. Comportamento pós – flambagem das placas

Placas sujeitas a carregamentos de compressão ainda são capazes de resistir a incrementos de carga mesmo depois de alcançada a tensão crítica de flambagem. O mesmo não se pode dizer para barras, que entram em colapso por flexão ou torção quando o carregamento se aproxima da carga crítica.

Este efeito acontece devido a uma redistribuição das tensões pela seção transversal da placa, efeito este mais acentuado quanto maior a esbeltez da placa. Ao se aproximar da carga crítica local, as tensões passam a se distribuir de maneira não uniforme, concentrando-se nos bordos e elevando a capacidade resistente da placa. Quando a placa flete para fora de seu plano o efeito de membrana faz com que as tensões se redistribuam para os bordos, deixando a região central menos solicitada. A tensão é maior nos pontos onde existe menor deslocamento lateral. Com isso a placa é capaz de resistir até que seja atingida a tensão de escoamento no bordo, superior à tensão crítica de flambagem.

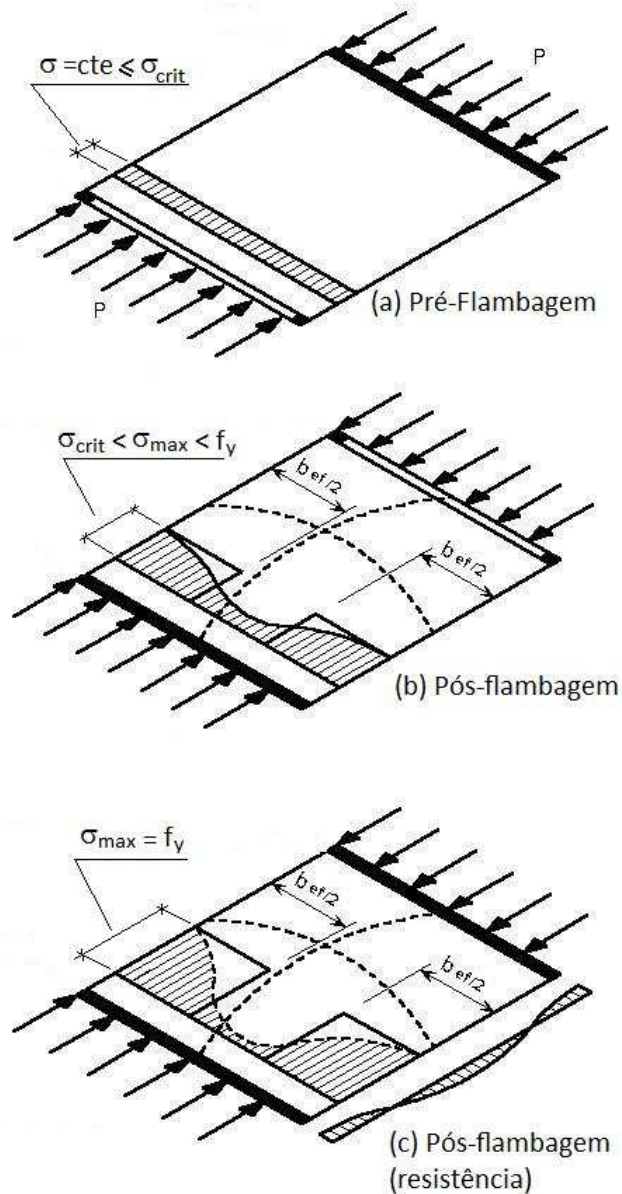


Figura 3.13. Redistribuição de tensões para placas comprimidas (ESDEP, 1993).

Com o objetivo de simplificar a análise da resistência pós-flambagem de placas comprimidas, Von Kármán (BLEICH, 1952) definiu a utilização do método das larguras efetivas, no qual as tensões não uniformes ao longo da seção transversal são substituídas por tensões uniformes atuando em uma seção reduzida (seção efetiva), conforme pode ser visto na figura 3.13.



## 4. CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA

Os critérios de dimensionamento apresentados neste trabalho seguem os procedimentos recomendados pela DNV - *Buckling Strength Of Plated Structures* (DNV, 2002). A seguir serão apresentados os critérios utilizados e as considerações realizadas para o dimensionamento feito no estudo de caso.

Antes de prosseguir com os critérios de resistência é preciso fazer algumas considerações. A primeira consideração diz respeito à utilização das tensões transversais. Os carregamentos gerados pelo armazenamento de materiais no silo estudado acabam gerando tensões transversais ao painel, em virtude do atrito entre as paredes do silo e do material armazenado. Apesar disso os efeitos de tensões transversais não foram levados em conta no estudo realizado neste trabalho. Esta hipótese foi adotada apenas como simplificação para os cálculos e deve-se reconhecer que ela é contra a segurança e, portanto, não pode ser admitida em um projeto real.

Outra consideração diz respeito ao método de obtenção das tensões atuantes no painel. No presente trabalho as tensões foram calculadas a partir de um modelo simplificado de viga bi apoiada com equações da elasticidade linear, considerando a hipótese das seções planas. Apesar disso a viga calculada apresenta uma relação  $d/L$  (altura x comprimento) muito elevada (aproximadamente  $1/3$ ) e muito próxima do limite no qual são válidas estas hipóteses (relação  $d/L = 1/2$ ) para a qual deveria ser considerada a formulação de viga parede, sendo assim, para a correta determinação das tensões deveria ter sido realizado um modelo em elementos finitos ou utilizado a formulação da *viga de Timoshenko*.

### 4.1. Método dos estados limites

Os critérios de determinação das resistências utilizados pela DNV (DNV, 2002) estão baseados no método dos estados limites. Neste são utilizados fatores de ponderação para carregamentos e resistências como forma de garantir a de segurança. As resistências são minoradas em função da incerteza no comportamento dos materiais, sendo assim os coeficientes de minoração são tão maiores quanto maiores as incertezas do material. Já os carregamentos são ponderados, levando em conta sua variabilidade. Estes coeficientes podem

ser encontrados na DNV - *Design of offshore steel structures, general (LRFD Method)* (DNV, 2002) e alguns deles são apresentados a seguir:

Coefficiente de minoração da resistência do aço

$$\gamma_M = 1,15$$

No caso de combinação de carregamentos a DNV (DNV, 2002) define os coeficientes  $\gamma_f$  levando em conta a variabilidade e a probabilidade de ocorrência simultânea dos carregamentos.

Tabela 4.1. Fatores de ponderação das cargas  $\gamma_f$  (DNV, 2002).

<b>Table D1 Load factors <math>\gamma_f</math> for ULS</b>				
<i>Combination of design loads</i>	<i>Load categories</i>			
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>E</i>	<i>D</i>
a)	1.3	1.3	0.7	1.0
b)	1.0	1.0	1.3	1.0

Load categories are: G = permanent load  
Q = variable functional load  
E = environmental load  
D = deformation load  
For description of load categories see Sec.3.

## 4.2. Validade do método

As práticas de projeto recomendadas pela DNV (DNV, 2002) são destinadas, principalmente, à placas retangulares e painéis enrijecidos nos quais o comprimento do enrijecedor é maior do que o espaçamento entre os mesmos ( $L > s$ , ver figura 4.1). Os critérios devem ser utilizados também para vigas ortogonais aos enrijecedores com seções transversais significativamente maiores do que a dos enrijecedores.

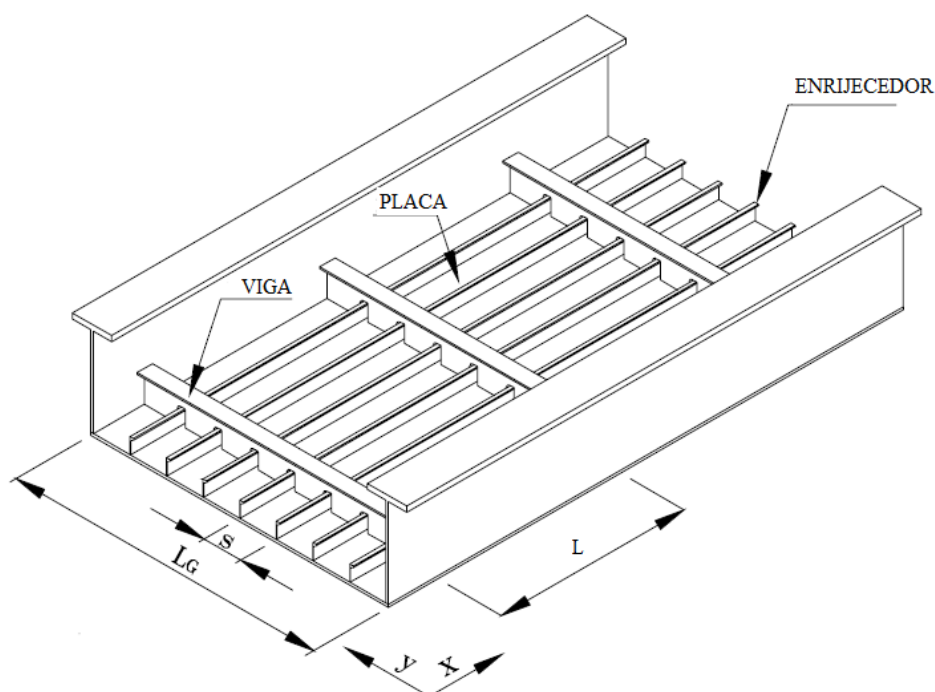


Figura 4.1. Parâmetros geométricos de painéis enrijecidos (DNV, 2002).

As recomendações da DNV (DNV, 2002) não levam em conta a flambagem local dos elementos dos enrijecedores, sendo assim, estes devem ser adotados de tal forma que sejam isentos de flambagem local. Isto significa dizer que os enrijecedores não devem apresentar efeito de flambagem local.

### 4.3. Determinação da resistência de um painel enrijecido

A resistência de um painel enrijecido está associada a uma série de fatores que atuam em interação. A estabilidade estrutural deve ser verificada para o conjunto e para cada peça individualmente. A seguir será apresentado o método de cálculo para determinação da resistência final de um painel enrijecido.

#### 4.3.1. Placas carregadas lateralmente

Para placas sujeitas à pressão lateral, em combinação ou não com carregamento em seu próprio plano, a DNV (DNV, 2002) realiza a verificação da placa à flexão. A pressão de cálculo deve ser verificada conforme expressão 5.1:

$$p_{sd} \leq 4,0 \frac{f_y}{\gamma_M} \left(\frac{t}{s}\right)^2 \left[ \psi_y + \left(\frac{s}{L}\right)^2 \psi_x \right] \quad [4.1]$$

Onde:

$p_{sd}$  = pressão lateral de cálculo;

$t$  = espessura da placa;

$s$  = espaçamento entre enrijecedores;

$L$  = comprimento do enrijecedor;

$f_y$  = tensão de escoamento do material;

$\gamma_M$  = coeficiente de minoração da resistência do material.

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x,sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad [4.2]$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y,sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad [4.3]$$

$$\sigma_{j,sd} = \sqrt{\sigma_{x,sd}^2 + \sigma_{y,sd}^2 - \sigma_{x,sd}\sigma_{y,sd} + 3\tau_{sd}^2} \quad [4.4]$$

$\sigma_{j,sd}$  = tensão de *Von Mises*;

$\sigma_{x,sd}$  = tensão longitudinal de cálculo;

$\sigma_{y,sd}$  = tensão transversal de cálculo;

$\tau_{sd}$  = tensão de cisalhamento de cálculo.

É importante observar que esta formulação está baseada na Teoria das Linhas de Escoamento (charneiras plásticas) e não leva em conta efeitos de segunda ordem gerados pela compressão no plano da placa.

### 4.3.2. Forças no painel idealizado

Para a verificação da estrutura, a DNV (DNV, 2002) realiza a verificação do enrijecedor como uma viga-coluna sujeita a esforços axiais associados ao momento fletor devido às

pressões laterais. Com isso a verificação de todo o painel enrijecido fica reduzida à verificação de uma haste sujeita à flexocompressão. Para isto, a DNV (DNV, 2002) transforma os esforços atuantes em cargas equivalentes, ou seja, transforma tensões axiais e de cisalhamento em uma carga normal equivalente e pressão lateral em uma carga distribuída equivalente, como pode ser visto na figura a seguir.

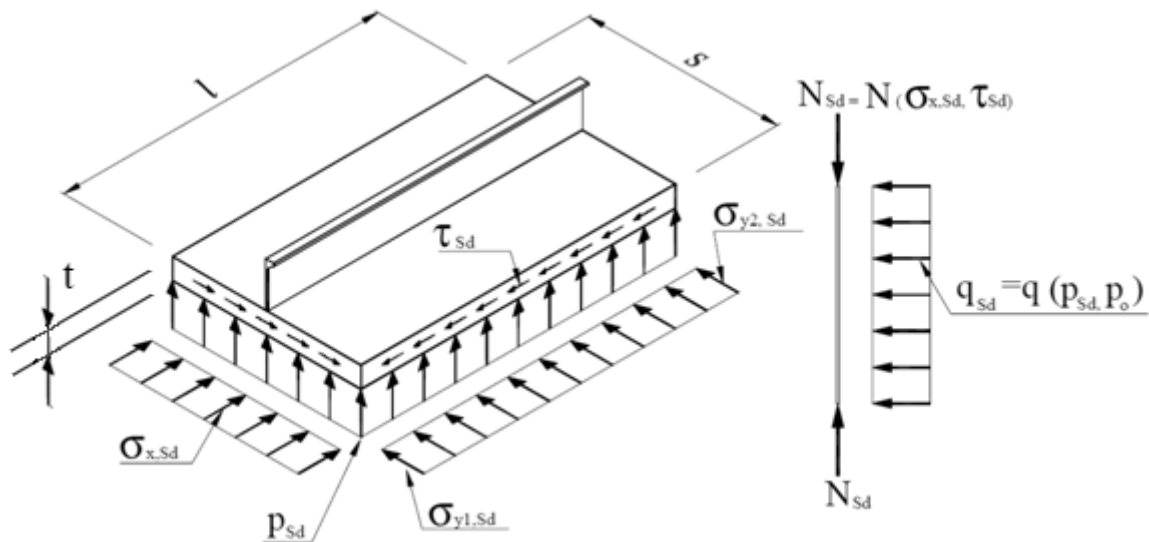


Figura 4.2. Redução das cargas atuantes no painel em cargas equivalentes no enrijecedor (DNV, 2002).

As equações que representam essas reduções são as seguintes:

$$N_{sd} = \sigma_{x,sd}(A_s + st) + \tau_{tf}st \quad [4.5]$$

Onde:

$N_{sd}$  = carga axial equivalente de cálculo

$A_s$  = área da seção transversal do enrijecedor puro

$\tau_{tf}$  = componente (tensão cisalhante) que leva em conta os efeitos de campo de tração

A expressão apresentada considera os efeitos de campo de tração, quando a tensão de cisalhamento solicitante ultrapassa a tensão crítica de cisalhamento da placa e esta passa a funcionar predominantemente como uma diagonal tracionada ao invés de funcionar sob cisalhamento. Não será admitido nesse trabalho o efeito do campo de tração e, então,  $\tau_{tf} = 0$ . Com isto a expressão 4.5 pode ser reduzida para:

$$N_{sd} = \sigma_{x,sd}(A_s + st) \quad [4.6]$$

$$q_{sd} = (p_{sd} + p_0)s \quad [4.7]$$

Onde:

$q_{sd}$  = carga distribuída linear equivalente de cálculo

$p_{sd}$  = pressão lateral de cálculo

$p_0$  = componente de pressão fictícia equivalente aos efeitos de tensões normais transversais atuando no plano do painel ( $\sigma_y$ )

Para o estudo proposto neste trabalho, não serão consideradas tensões normais transversais atuando no plano do painel enrijecido.

Com isto temos:

$$q_{sd} = p_{sd}s \quad [4.8]$$

### 4.3.3. Larguras efetivas

Como a placa e o enrijecedor são conectados por meio de solda, estes trabalham em conjunto para resistir aos carregamentos no plano do painel e aos carregamentos laterais. Para determinar a resistência do painel a estes carregamentos é preciso, então, calcular a largura efetiva da placa. O conceito de larguras efetivas pode estar associado a dois efeitos distintos: largura efetiva por flambagem de placas, ou largura efetiva por efeito de *shear lag*. A DNV (DNV, 2002), porém, considera em suas recomendações apenas o efeito associado à flambagem de placas. A largura efetiva é calculada através da expressão 4.9:

$$s_e = (C_{xs}C_{ys})s \quad [4.9]$$

Onde:

$s_e$  = largura efetiva

$C_{xs}$  = fator de redução devido a tensões longitudinais

$C_{ys}$  = fator de redução devido a tensões transversais

$$C_{xs} = \frac{\lambda_p^{-0,22}}{\lambda_p^2} \quad \text{se } \lambda_p > 0,673 \quad [4.10]$$

$$C_{xs} = 1,0 \quad \text{se } \lambda_p \leq 0,673$$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} = 0,525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad [4.11]$$

$$C_{ys} = 1,0 \quad [4.12]$$

As expressões e considerações para o cálculo de  $C_{ys}$  são apresentadas na DNV (DNV, 2002), porém, como neste trabalho não serão consideradas tensões normais transversais ao plano do painel, será adotado  $C_{ys} = 1,0$ , ou seja, não haverá redução da largura efetiva devido às tensões transversais.

#### 4.3.4. Resistência da placa entre enrijecedores

A placa entre enrijecedores já é implicitamente checada durante a verificação do enrijecedor, uma vez que o método das larguras efetivas leva em conta a flambagem localizada de placa (descrita no item 3.2.3). Ainda assim é necessário verificar a placa entre enrijecedores para o efeito de cisalhamento e de tensões transversais. Segundo a DNV (DNV, 2002) a placa entre enrijecedores deve, então, atender às seguintes verificações:

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3}\gamma_M} \quad [4.13]$$

$$\sigma_{y,sd} \leq k_{sp}\sigma_{y,Rd} \quad [4.14]$$

Para o caso analisado neste trabalho a verificação exigida pela expressão 4.14 não será realizada devido à inexistência de compressões transversais.

#### 4.3.5. Resistência do painel enrijecido a tensões de cisalhamento

A verificação do painel ao cisalhamento é realizada através das seguintes expressões:

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3}\gamma_M} \quad [4.15]$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad [4.16]$$

$$\tau_{Rds} = \frac{\tau_{crs}}{\gamma_M} \quad [4.17]$$

$$\tau_{Rd} = \min(\tau_{Rdy}, \tau_{Rdl}, \tau_{Rds}) \quad [4.18]$$

Onde:

$$\tau_{crs} = \frac{36.E}{s t L^2} \sqrt[4]{I_p I_s^3} \quad [4.19]$$

$$I_p = \frac{t^3 s}{10,9} \quad [4.20]$$

$$\tau_{crl} = k_l 0,904 E \left(\frac{t}{s}\right)^2 \quad [4.21]$$

$$k_l = 5,34 + 4 \left(\frac{s}{L}\right)^2 \quad se \quad L \geq s \quad [4.22]$$

$$k_l = 5,34 \left(\frac{s}{L}\right)^2 + 4 \quad se \quad L < s$$

E = modulo de elasticidade do material;

I<sub>s</sub> = momento de inércia do enrijecedor com largura total da mesa colaborante (em relação ao eixo x da figura 4.3);

τ<sub>crl</sub> = tensão crítica de cisalhamento para a placa entre enrijecedores;

τ<sub>crs</sub> = tensão crítica de flambagem por cisalhamento do painel.



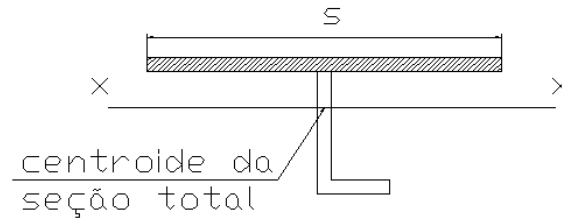


Figura 4.3. Seção transversal do enrijecedor com mesa colaborante total.

#### 4.3.6. Resistência à flambagem dos enrijecedores

Na determinação da resistência dos enrijecedores a DNV (DNV, 2002) considera a interação entre dois modos de flambagem, sendo eles: flambagem lateral torsional e flambagem por flexão.

##### 4.3.6.1. Flambagem lateral torsional

A resistência à flambagem lateral torsional do enrijecedor é dada pela expressão 4.23.

$$f_T = f_y \quad \text{quando} \quad \lambda_T \leq 0,6$$

$$f_T = \frac{1 + \mu + \lambda_T^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_T^2)^2 - 4\lambda_T^2}}{2\lambda_T^2} f_y \quad \text{quando} \quad \lambda_T > 0,6 \quad [4.23]$$

Onde:

$$\mu = 0,35(\lambda_T - 0,6) \quad [4.24]$$

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}} \quad [4.25]$$

$$f_{ET} = \beta \frac{GI_t}{I_{p0}} + \pi^2 \frac{Eh_s^2 I_z}{I_{p0} L_T^2} \quad [4.26]$$

$f_{ET}$  = tensão crítica de flambagem lateral torsional do enrijecedor;

$\beta = 1,0$  (conservadoramente). A DNV (DNV, 2002) oferece expressão para o cálculo preciso de  $\beta$ ;

$G$  = módulo de elasticidade transversal;

$I_t$  = momento de inércia à torção do enrijecedor puro, sem mesa colaborante (torção de St. Venant);

$I_z$  = momento de inércia em relação ao eixo neutro do enrijecedor puro, perpendicular ao plano da placa;

$I_{p0}$  = momento polar de inércia do enrijecedor puro em torno do centro de torção;

$h_s$  = distância entre a ligação placa x enrijecedor e o centro de cisalhamento do enrijecedor;

$L_T$  = distância entre apoios laterais do enrijecedor.

Para enrijecedores dos tipos 'L' e 'T' a expressão 4.26 se torna:

$$f_{ET} = \frac{\beta A_{w.s} + \left(\frac{t_{f.s}}{t_{w.s}}\right) A_{f.s}}{A_{w.s} + 3 A_{f.s}} G \left(\frac{t_{w.s}}{h_{w.s}}\right)^2 + \frac{\pi^2 E I_{z.s}}{\left(\frac{A_{w.s}}{3} + A_{f.s}\right) L_T} \quad [4.27]$$

#### 4.3.6.2. Flambagem por flexão

Determinada a resistência à flambagem lateral torsional do enrijecedor é preciso, também determinar sua resistência à flambagem por flexão, definida pela expressão 4.28.

$$f_k = f_r \quad \text{quando} \quad \lambda \leq 0,2$$

$$f_k = \frac{1 + \mu + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda^2)^2 - 4\lambda^2}}{2\lambda^2} f_r \quad \text{quando} \quad \lambda > 0,2 \quad [4.28]$$

Onde:

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}} \quad [4.29]$$

$$f_E = \pi^2 E \left(\frac{r_e}{L_k}\right)^2 \quad [4.30]$$

$$\mu = \left(0,34 + 0,08 \frac{z_p}{r_e}\right) \quad [4.31]$$

$$f_r = f_y \quad [4.32]$$

$f_E$  = tensão crítica de flambagem por flexão do enrijecedor;

$r_e$  = raio de giração da seção transversal efetiva do enrijecedor;

$L_k$  = comprimento de flambagem, considerado neste trabalho igual a  $L$ , levando em conta que os enrijecedores estarão simplesmente apoiados;

$z_p$  = distância vertical entre o centróide da seção efetiva e o centróide da placa (mesa).

#### 4.3.7. Interação entre carregamentos

Após determinar a resistência a cada um dos efeitos (flambagem por flexão, torção, cisalhamento) separadamente, a DNV (DNV, 2002) apresenta as expressões para interação de carregamentos, levando em consideração a atuação simultânea dos mesmos.

As expressões são apresentadas em dois conjuntos distintos, separando enrijecedores contínuos e enrijecedores descontínuos ou simplesmente apoiados. Dentro destes grupos ainda existe outra divisão, que leva em conta o lado em que atua a pressão lateral, se do lado do enrijecedor ou do lado da placa.

Conforme dito anteriormente, o silo analisado neste trabalho contém apenas enrijecedores situados em seu lado externo, portando serão apresentadas apenas as expressões para carregamento atuando no lado da placa. Em relação à continuidade, serão adotados enrijecedores bi apoiados, ou seja, a ligação dos enrijecedores entre as células será rotulada. O detalhamento da estrutura deve, então, respeitar este critério.

As expressões 4.33. e 4.34. devem ser atendidas para que seja verificada a interação de esforços em enrijecedores bi apoiados com carga atuando do lado da placa.

$$\frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} - 2 \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{sd} L^2}{8} \right| + N_{sd} z_{cg}}{M_{st.Rd} \left( 1 - \frac{N_{sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad [4.33]$$

$$\frac{N_{sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{sd} L^2}{8} \right| + N_{sd} z_{cg}}{M_{p,Rd} \left( 1 - \frac{N_{sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad [4.34]$$

Onde:

$$N_{Rd} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad [4.35]$$

$$N_{kp,Rd} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad [4.36]$$

$$W_{es} = \frac{I_s}{z_t} \quad [4.37]$$

$$W_{ep} = \frac{I_s}{z_p} \quad [4.38]$$

$$N_{st,Rd} = W_{es} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad [4.39]$$

$$M_{p,Rd} = W_{ep} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad [4.40]$$

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_e}{\left( \frac{L_k}{r_e} \right)^2} \quad [4.41]$$

$$r_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}} \quad [4.42]$$

$$u = \left( \frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 \quad [4.43]$$

$N_{sd}$  = carga axial equivalente de cálculo;

$q_{sd}$  = carga distribuída linear equivalente de cálculo;

$A_e$  = área da seção transversal efetiva do enrijecedor (enrijecedor puro mais largura efetiva da mesa colaborante);

$W_{ep}$  = módulo elástico de flexão do lado da placa para seção efetiva;

$W_{es}$  = módulo elástico de flexão do lado do enrijecedor para seção efetiva;

$I_s$  = momento de inércia do enrijecedor com mesa colaborante total (em relação ao eixo  $x$  da figura 4.3);

$L_k$  = comprimento de flambagem do enrijecedor;

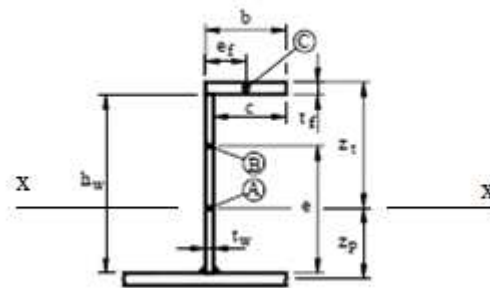
$L$  = comprimento total do enrijecedor;

$r_e$  = raio de giração da seção efetiva do enrijecedor;

$I_e$  = momento de inércia da seção transversal do enrijecedor considerando largura efetiva da mesa colaborante (em relação ao eixo  $x$  da figura 4.4.);

$z_{cg}$  = distância entre o eixo neutro da seção efetiva e o ponto de aplicação da carga axial;

$z_p$  e  $z_t$  são mostrados na figura 4.4.



A = centróide da seção efetiva

B = centróide do enrijecedor puro, sem mesa colaborante

C = centróide da aba do enrijecedor

Figura 4.4. Geometria do enrijecedor.

## 5. ESTUDO DE CASO – SILO METÁLICO

A fim de consolidar os métodos de dimensionamento apresentados neste trabalho foi realizado o estudo de caso de um silo metálico.

Silos são estruturas utilizadas para estocagem de materiais em forma de grãos e são largamente utilizados nas indústrias. Suas dimensões e características técnicas variam de acordo com a sua finalidade, podendo armazenar grandes quantidades de material, chegando a alguns milhares de toneladas. Seu descarregamento pode ser feito por gravidade ou com auxílio de equipamentos mecânicos capazes de bombear o material para fora do silo.

Neste trabalho será estudado um silo de planta retangular dividido em células que possibilitam a estocagem de materiais de diferentes características sem interferências entre os mesmos. O silo é composto de duas vigas longitudinais espaçadas de 5,0m, com 27,0m de comprimento e 8,0m de altura. Ao longo destas vigas existem paredes transversais que dividem a estrutura em seis células, cada uma delas com 4,5m de comprimento, responsáveis pela separação dos materiais. Existem ainda as tremonhas, estruturas por onde é feito o descarregamento do silo. Cada célula possui uma tremonha em formato tronco-piramidal com 4,0 m de altura. As figuras a seguir ilustram a geometria do silo estudado.

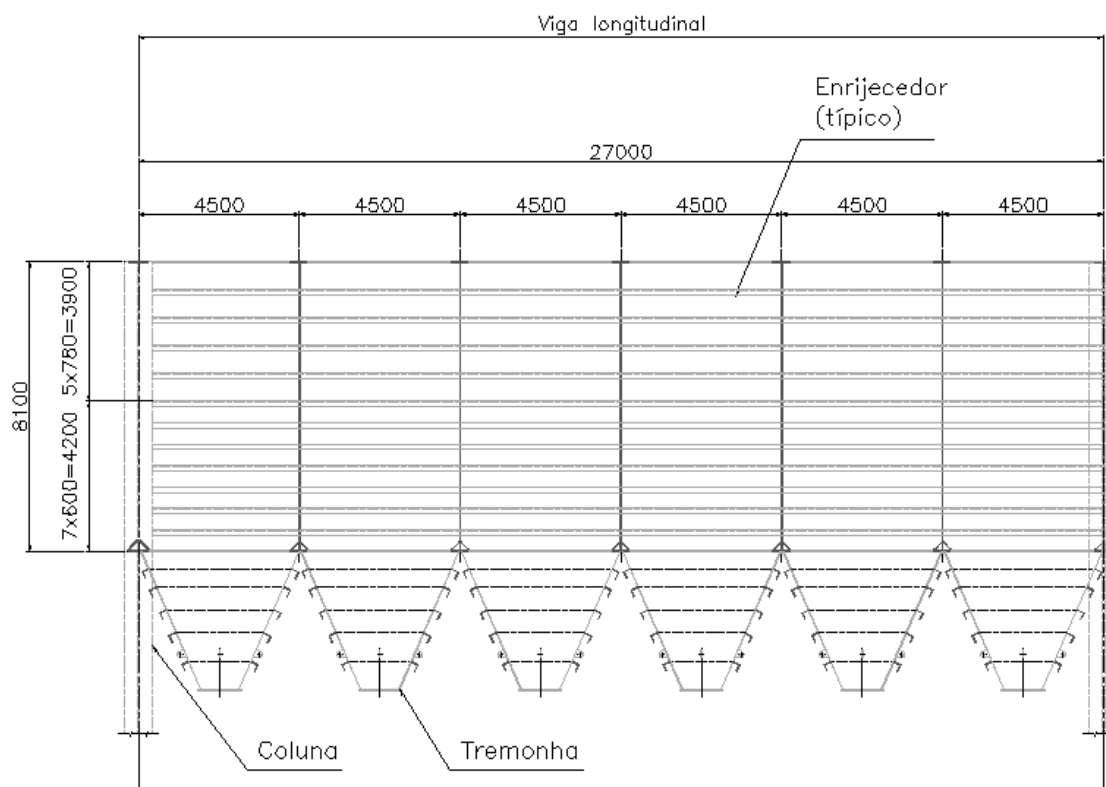


Figura 5.1. Silo - vista longitudinal.

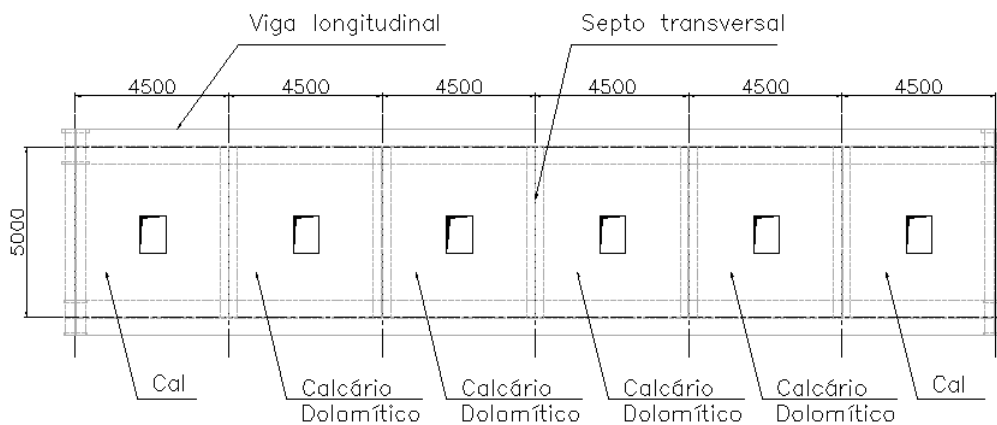


Figura 5.2. Silo - vista superior e materiais estocados por célula.

As estruturas a serem analisadas serão as vigas longitudinais, capazes de representar um caso bastante geral de um painel enrijecido. Estas vigas estão sujeitas a esforços de flexão e cisalhamento, característicos do funcionamento de viga, bem como à pressão lateral aplicada sobre as paredes.

Para que sejam capazes de resistir aos esforços atuantes, as almas das vigas precisam ser enrijecidas. Os enrijecedores foram adotados seguindo alguns critérios para o melhor funcionamento e operação da estrutura. São eles:

- Posicionamento externo ao silo, pois desta maneira não interferem na estocagem do material. Caso estivessem voltados para o lado interno do silo poderiam acumular material, prejudicando as operações do silo, tais como carga e descarga, bem como prejudicar o próprio funcionamento do enrijecedor, uma vez que o acúmulo de material geraria um acréscimo de carga lateral que poderia causar o colapso do enrijecedor e, conseqüentemente, de toda a estrutura;

- enrijecedores dispostos horizontalmente, uma vez que o vão horizontal (4,5m) é menor do que o vão vertical (8,0m) e, desta forma, a estrutura torna-se mais rígida;

- abas dos enrijecedores voltadas para baixo, evitando o acúmulo de sujeira e água;

- espaçamento entre enrijecedores variado, sendo menor na parte inferior da viga e maior na parte superior da mesma. Isto se deve ao fato de que na parte inferior da viga os esforços devido à pressão lateral são maiores, uma vez que crescem com a profundidade.

As paredes, ou septos, transversais não serão analisadas neste trabalho. Apesar disso são estruturas muito semelhantes à alma da viga longitudinal, porém estando sujeitas predominantemente a pressões laterais e com enrijecedores dispostos verticalmente, com a finalidade de evitar acúmulo de material no interior do silo. Os septos transversais oferecem apoios laterais às vigas longitudinais que por isso podem ser divididas em uma série de painéis isolados.

Os principais passos para o dimensionamento de um silo são:

- determinação das características do material estocado (peso específico, ângulo de atrito interno, etc.);

- determinação da geometria do silo capaz de atender às necessidades do armazenamento (volume, vazão de carregamento e descarregamento, etc.);

- determinação dos carregamentos atuantes;

- cálculo e detalhamento das estruturas do silo.

### **5.1. Estudo do carregamento gerado pelo armazenamento dos materiais e operação do silo**

Antes de prosseguir com o dimensionamento do silo é necessário estudar os carregamentos gerados pelo material estocado, pois seu funcionamento é de grande complexidade.

A primeira etapa consiste em conhecer as propriedades do material, tais como peso específico e ângulo de atrito interno. A tabela 5.1 apresenta estas propriedades para alguns materiais utilizados em usinas siderúrgicas para fabricação do aço.



Tabela 5.1. Propriedades dos materiais estocados

PRODUTO	MASSA ESPECÍFICA		ÂNGULO DE ATRITO INTERNO
	Valor Inferior	Valor Superior	
	kN/m <sup>3</sup>	kN/m <sup>3</sup>	°
Cal	10	10	27
Calcário Dolomítico	10	10	27
Areia	11	16	36
Coque	5	10	31
Minério de ferro	20	29	35
Alumínio	9	15	30
Carbono	6	8	27
Sucata	7	7	35

Além das propriedades listadas na tabela 5.1, existe ainda o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) entre o material estocado e a parede do silo que, na falta de maiores informações, pode ser adotado como  $\mu = \tan\left(\frac{1}{3}\phi\right)$ , conforme feito na determinação de empuxo de terra segundo a Teoria de Coulomb (BOWLES, 1988).

Neste trabalho será considerado que as células do silo conterão cal e calcário dolomítico.

### 5.1.1. Pressão lateral e vertical de atrito

Conhecidas as propriedades do material é possível, então, determinar as pressões horizontais atuantes. A DNV (DNV, 2002) não oferece expressões para o cálculo desse carregamento, sendo assim serão utilizadas as expressões apresentadas pela norma alemã DIN 1055-6 (DIN, 2005), expressões estas baseadas na Teoria de Jansen, na qual o equilíbrio de uma fatia horizontal do material estocado (figura 5.3) nos oferece as equações 6.1 e 6.2 a seguir:

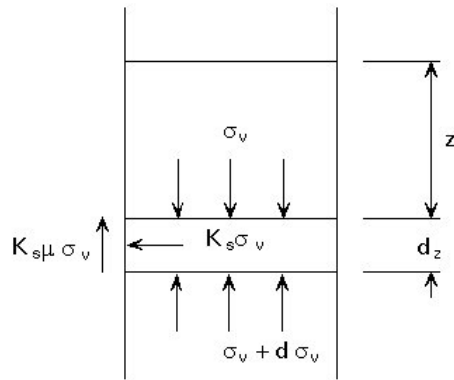


Figura 5.3. Tensões atuantes em uma fatia do material estocado (ESDEP, 1993).

$$p_v(z) = \gamma z_0 Y_j(z) \quad [6.1]$$

$$p_h(z) = K_s p_v(z) \quad [6.2]$$

$$K_s = 1,2(1 - \text{sen}\phi) \quad [6.3]$$

Onde:

$p_v$  = pressão vertical do material estocado em função da profundidade;

$p_h$  = pressão horizontal do material estocado em função da profundidade;

$z$  = profundidade, tomando como zero o topo do material;

$\gamma$  = peso específico do material estocado;

$$Y_j(z) = 1 - e^{-z/z_0} \quad [6.4]$$

$$z_0 = \frac{A/u}{K_s \mu} \quad [6.5]$$

$A/u$  = razão entre a área e o perímetro, em planta, de cada célula

$\mu$  = coeficiente de atrito entre o material estocado e a parede do silo.

A existência da pressão lateral entre material estocado e parede do silo provoca o surgimento de forças de atrito que fazem com que a carga vertical, provocada pelo peso do material, seja transmitida, em parte, ao longo da altura da viga e não só pelo apoio do material

no fundo do silo. A expressão a seguir mostra o valor da pressão de atrito entre o silo e o material estocado.

$$p_{v,atrito}(z) = \mu K_s p_v(z) \quad [6.6]$$

Por questão de simplificação este efeito não será levado em consideração no presente trabalho. Será considerado, então, que todo o peso do material estocado é transmitido pelo apoio nas mesas inferiores das vigas principais.

Todas as expressões apresentadas até aqui levam em conta o carregamento estático, entretanto as operações de carregamento e descarregamento dos silos são processos dinâmicos que geram picos de pressão no interior do silo que também devem ser levados em conta nos cálculos. Ainda assim, apesar do conhecimento da existência destes picos de pressão, sua quantificação é extremamente complexa, tornando prática comum a adoção de coeficientes de majoração das cargas estáticas para consideração dos efeitos dinâmicos. A obtenção destes coeficientes é de origem empírica e, de acordo com DIN (DIN, 2005), são eles:

$$C_w = 1,1 \quad [6.7]$$

$$C_h = 1,0 + 0,4\beta \quad [6.8]$$

Onde:

$C_w$  = coeficiente de majoração das cargas verticais;

$C_h$  = coeficiente de majoração das cargas horizontais;

$$\beta = 1,0 + 0,2e \quad [6.9]$$

$e$  = excentricidade do carregamento ou descarregamento, distância em planta entre o centro do silo e o ponto de carregamento ou descarregamento.

No presente trabalho será considerado que não existe excentricidade de carregamento / descarregamento, sendo assim temos:

$$e = 0;$$

$$\beta = 1,0;$$

$$C_h = 1,4;$$

$$C_w = 1,1.$$

## 5.2. Modelo estrutural

O elemento a ser dimensionado será a viga longitudinal do silo apresentado.

A fim de se compreender o funcionamento de um silo e os métodos de dimensionamento foi elaborado um modelo de viga bi apoiada. Para uma análise mais precisa poderia ser feito um modelo em elementos finitos com cada uma das placas discretizadas. O modelo em viga bi apoiada se aproxima satisfatoriamente do comportamento real da viga e foi adotado trabalho.

### 5.2.1. Geometria

A geometria considerada para o silo é a seguinte:

#### Geral

$L_{\text{silo}} = 27000 \text{ mm}$  comprimento do silo

$B_{\text{silo}} = 5000 \text{ mm}$  largura do silo

$H_{\text{silo}} = 8100 \text{ mm}$  altura do silo

#### Células

$L_{\text{cel}} = 4500 \text{ mm}$  comprimento de uma célula

$A_{\text{cel}} = 2,25 \times 10^7 \text{ mm}^2$  área, em planta, de uma célula

$U_{\text{cel}} = 19000 \text{ mm}$  perímetro, em planta, de uma célula

$V_{\text{cel}} = 1.822 \times 10^{11} \text{ mm}^3$  volume de uma célula

### Viga principal

$d = 8100 \text{ mm}$	altura da viga
$t_w = 19 \text{ mm}$	espessura da alma
$b_f = 1000 \text{ mm}$	largura da mesa
$t_f = 63 \text{ mm}$	espessura da mesa
$A = 2,775 \times 10^5 \text{ mm}^2$	área da seção transversal
$I = 2,838 \times 10^{12} \text{ mm}^4$	momento de inércia
$W = 7,006 \times 10^8 \text{ mm}^3$	módulo elástico de flexão
$Q = 2,766 \times 10^8 \text{ mm}^3$	momento estático de área máximo (em relação ao eixo $x$ , figura 5.4)

O momento estático de área deve ser calculado por:  $Q = \int y dA$ , por toda a área, de acordo com a figura 5.4.

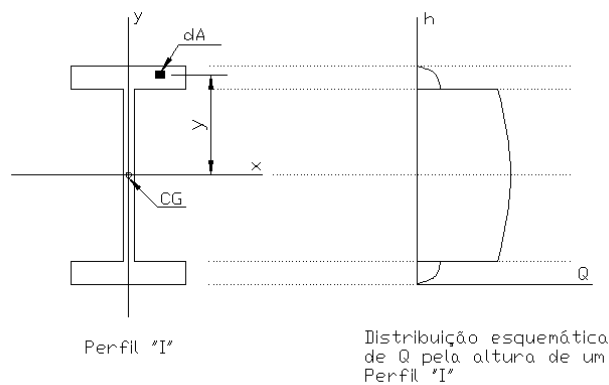


Figura 5.4. Esquema da distribuição momento estático de área para um perfil do tipo *I*

### Enrijecedores (perfil L 152x19)

$b_{f,s} = 152,4 \text{ mm}$	largura da aba
$t_{f,s} = 19,05 \text{ mm}$	espessura da aba
$A_s = 54,44 \text{ cm}^2$	área da seção transversal
$I_{x,s} = I_{y,s} = 1173,00 \text{ cm}^4$	momentos de inércia (eixos $x$ e $y$ )
$W_{x,s} = W_{y,s} = 109,90 \text{ cm}^3$	módulo elástico de flexão
$r_{x,s} = r_{y,s} = 4,65 \text{ cm}$	raio de giração (eixos $x$ e $y$ )
$r_{\min,s} = 2,97 \text{ cm}$	raio de giração mínimo
$x = 4,52 \text{ cm}$	distância entre o centróide da seção e



### Peso próprio

O peso próprio inclui todos os elementos da estrutura do silo tais como: vigas longitudinais, septos transversais, tremonha, enrijecedores e chapas de desgaste.

As tremonhas possuem placa de 22 mm, enrijecedores L203x19 e chapas de desgaste de 9,5 mm, apresentando peso estimado de 540 kN cada. É importante ressaltar que esta carga deve ser dividida entre as duas vigas longitudinais e, além disso, deve ser distribuída linearmente pelo comprimento da viga.

As paredes transversais são perfis do tipo I com mesa de 500x44 mm, alma de 19 mm e enrijecedores verticais T 305x77,5, chegando a um peso de aproximadamente 800 kN cada. Assim como para tremonhas, a carga provocada pelo peso das paredes transversais deve ser dividida pelas duas vigas principais do silo. Apesar disso são cargas concentradas, localizadas apenas na divisão das células.

Com isto temos:

$PP_{\text{viga}} = A \gamma_{\text{aço}}$	$PP_{\text{viga}} = 21.784 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	Peso próprio da viga longitudinal
$PP_{\text{S}} = (7 + 4) PN_{\text{S}}$	$PP_{\text{S}} = 4.697 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	Peso próprio dos enrijecedores
$PP_{\text{tremonha}} = \frac{540\text{kN}}{2} \frac{1}{L_{\text{cel}}}$	$PP_{\text{tremonha}} = 60 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	Peso próprio das tremonhas
$PP_{\text{dist}} = PP_{\text{viga}} + PP_{\text{S}} + PP_{\text{tremonha}}$	$PP_{\text{dist}} = 86.481 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	Peso próprio total distribuído
$PP_{\text{septo}} = \frac{1}{2} 800\text{kN}$	$PP_{\text{septo}} = 400 \text{ kN}$	Peso próprio dos septos transversais

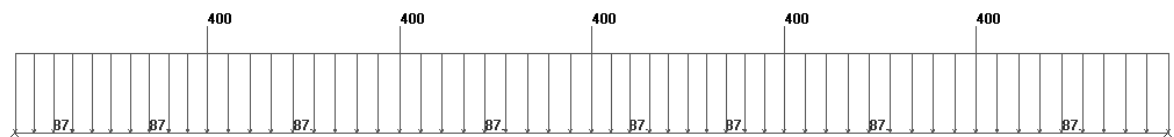


Figura 5.5. Peso próprio – carregamento aplicado (kN)

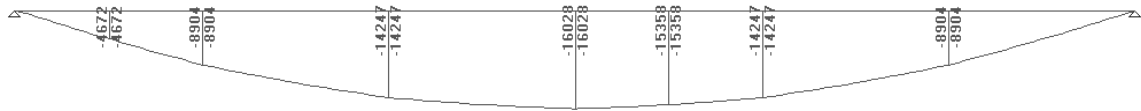


Figura 5.6. Peso próprio - Diagrama de momentos fletores (kN.m)

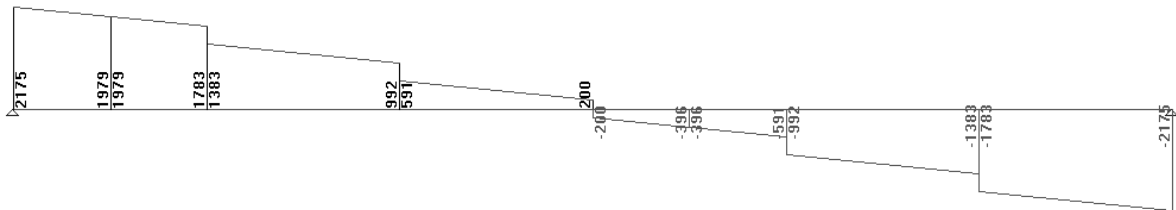


Figura 5.7. Peso próprio - Diagrama de esforço cortante (kN)

### Sobrecarga

A sobrecarga a ser considerada é causada pelo material estocado. Para efeitos de dimensionamento será considerado que todas as células estarão simultaneamente carregadas e, embora a probabilidade de que todas as células do silo estejam sendo carregadas ou descarregadas ao mesmo tempo seja muita pequena, os coeficientes de majoração das cargas estáticas (tanto para cargas verticais quanto para horizontais) serão aplicados integralmente ao longo do comprimento da viga longitudinal. Outras considerações a respeito das cargas geradas pelo armazenamento e manuseio dos materiais estão descritas no item 5.1.

$$V_{\text{cel}} = 182.25 \text{ m}^3 \quad V_{\text{tremonha}} = 48 \text{ m}^3$$

$$SC = \frac{\gamma (V_{\text{cel}} + V_{\text{tremonha}})}{2L_{\text{cel}}} \quad SC = 255.833 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Sobrecarga vertical atuante no comprimento da viga (material estocado)}$$

$$p_V(z) = \frac{\gamma A_{\text{cel}}}{U_{\text{cel}} \mu_{\text{at}} K_s} \left( 1 - e^{\frac{-K_s \mu_{\text{at}} z U_{\text{cel}}}{A_{\text{cel}}}} \right) \quad \text{pressão vertical (transmitida por atrito ao longo da parede)}$$

$$p_H(z) = K_s p_V(z) \quad \text{pressão lateral}$$



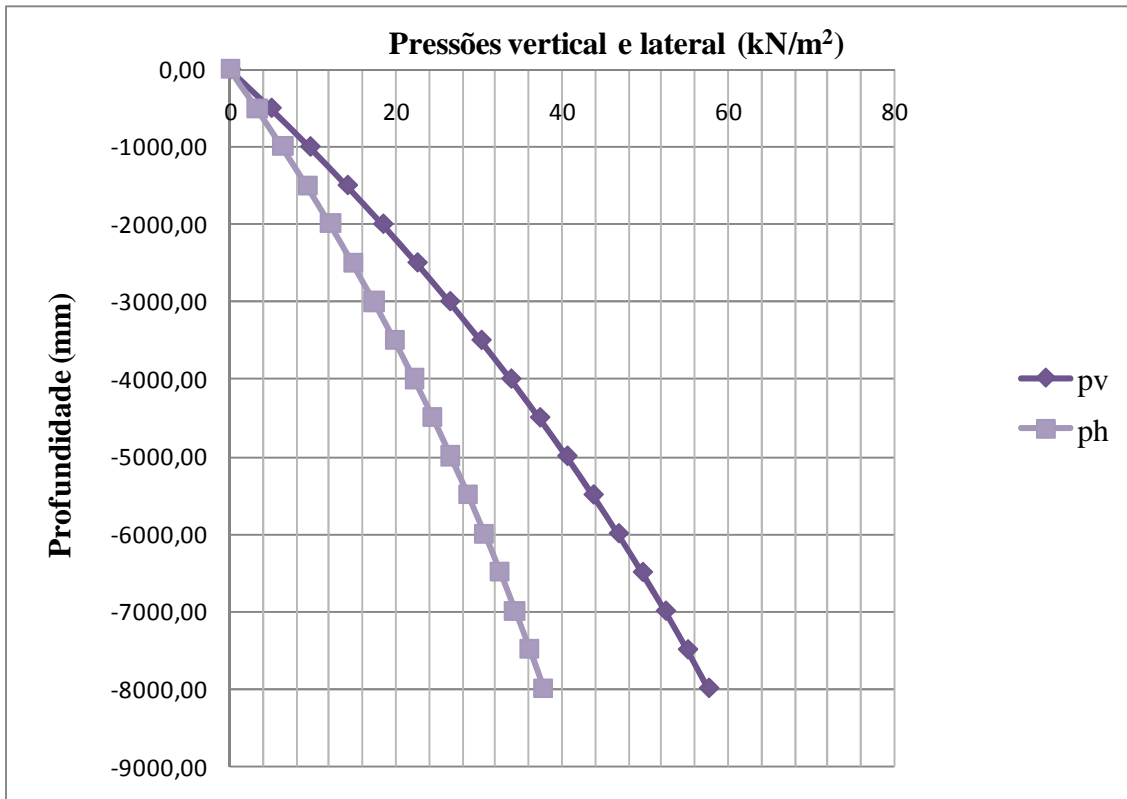


Figura 5.8. Distribuição das pressões vertical e lateral ao longo da profundidade do silo

Aplicando  $C_w = 1,1$  e  $C_h = 1,4$  temos:

$$C_w = 1.1$$

$$C_h = 1.4$$

$$q_v = C_w SC$$

$$q_v = 281.417 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

sobrecarga vertical majorada por coeficiente de impacto

$$q_h(z) = C_h p_h(z)$$

sobrecarga lateral majorada por coeficiente de impacto

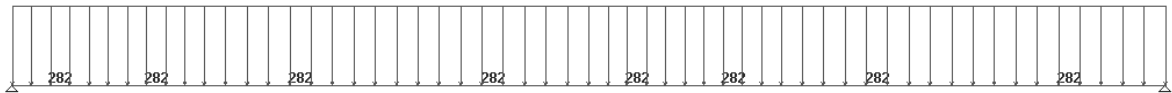


Figura 5.9. Sobrecarga – carregamento aplicado (kN)

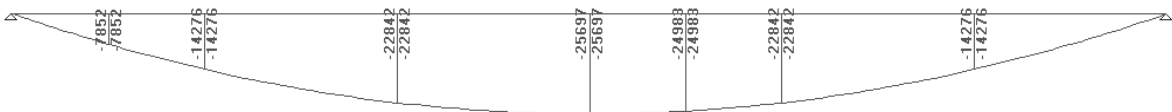


Figura 5.10. Sobrecarga - Diagrama de momentos fletores (kN.m)

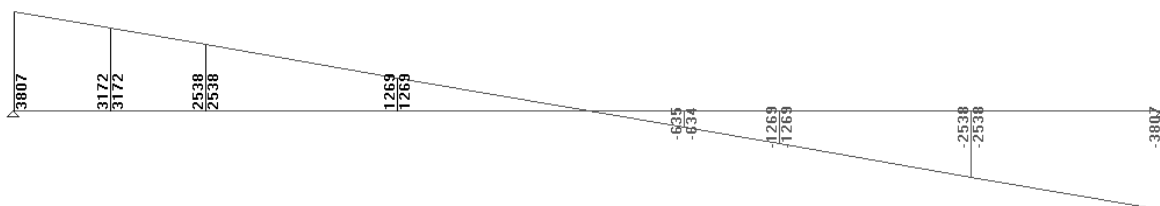


Figura 5.11. Sobrecarga - Diagrama de esforço cortante (kN)

### 5.2.4. Combinações de carregamento

Conforme apresentado no item 4.1, as recomendações de dimensionamento da DNV (DNV, 2002) definem:

$\gamma_M = 1,15$  (aço – coeficiente de minoração de resistência)

$\gamma_{FG} = 1,3$  (coeficiente de majoração das cargas permanentes)

$\gamma_{FQ} = 1,3$  (coeficiente de majoração das cargas variáveis)

Para a estrutura analisada será necessária apenas uma combinação de carregamentos, sendo ela:

$$ELU\_1 = 1,3G + 1,3Q$$

Onde:

G = cargas permanentes

Q = cargas variáveis

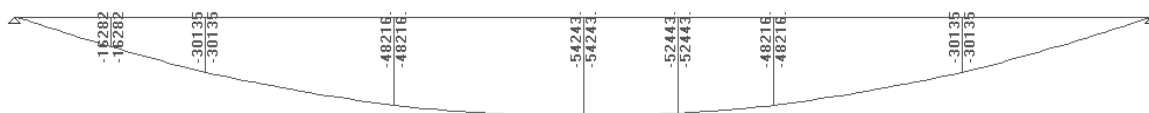


Figura 5.12. ELU\_1 - Diagrama de momentos fletores (kN.m)

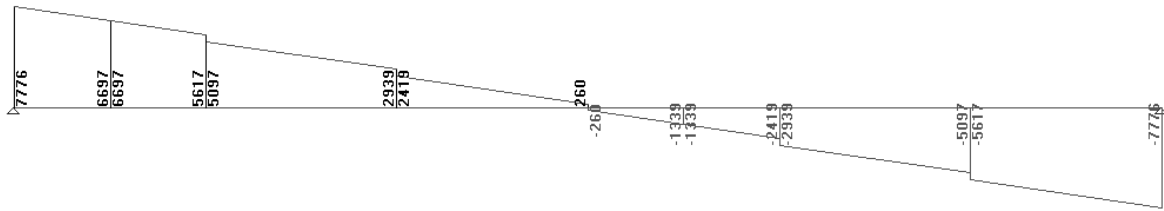


Figura 5.13. ELU\_1 - Diagrama de esforço cortante (kN)

### 5.3. Dimensionamento

O dimensionamento será realizado em três pontos distintos da estrutura, por apresentarem as maiores solicitações e, portanto, as condições mais desfavoráveis para a resistência da estrutura. São eles:

1 – seção no meio do vão, primeiro enrijecedor acima da mesa inferior da viga. Esta seção apresenta a maior tração e a maior pressão lateral;

2 - seção no meio do vão, primeiro enrijecedor do topo da viga. Esta seção apresenta a maior compressão e maior espaçamento entre enrijecedores e pequena pressão lateral;

3 – seção do apoio, primeiro enrijecedor acima da mesa inferior da viga. Nesta seção não existem solicitações de tração ou compressão longitudinais, porém atua a maior tensão de cisalhamento combinada com a maior pressão lateral. A rigor a maior tensão de cisalhamento acontece a meia altura da viga, ponto de maior momento estático de área, porém, como a variação do momento estático ao longo da alma da viga é muito pequena, este será tomado como constante por toda a alma e de valor igual ao seu valor máximo. Esta consideração nos permite dizer que a tensão de cisalhamento será máxima no ponto estudado e que a hipótese considerada está a favor da segurança.

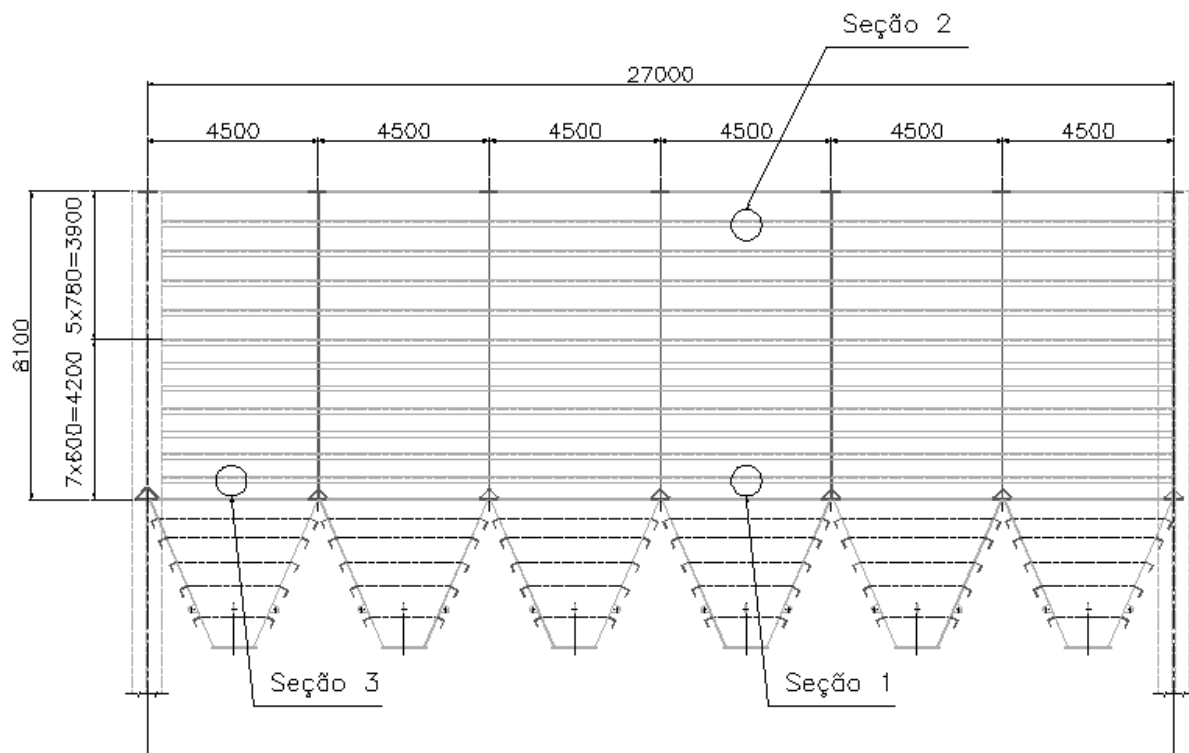


Figura 5.14. Silo – seções de dimensionamento

O dimensionamento detalhado de cada uma destas seções pode ser encontrado no anexo A deste trabalho. O item 5.3.1. a seguir apresenta o resumo das verificações realizadas durante o dimensionamento.

### 5.3.1. Resultados obtidos no dimensionamento

A tabela 5.2 apresenta o resumo dos resultados alcançados no dimensionamento. Nela são apresentadas as taxas de utilização (esforço solicitante / esforço resistente) para cada uma das seções analisadas e em relação a cada um dos esforços verificados.

Tabela 5.2. Resumo do dimensionamento - taxas de utilização

<b>Verificação</b>	<b>Seção</b>		
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>Placa - pressão lateral</b>	6,83%	1,56%	6,65%
<b>Placa - Cisalhamento</b>	5,47%	5,47%	27,38%
<b>Enrijecedor - Normal + Momento</b>	38,45%	95,54%	79,80%

## 6. CONCLUSÃO

A partir da análise realizada neste trabalho e com base nos resultados obtidos no dimensionamento foi possível perceber que os efeitos de flambagem são de importância fundamental na determinação do comportamento e, portanto, no dimensionamento de uma estrutura composta por painéis enrijecidos.

Foi observado que a DNV (DNV, 2002) apresenta algumas restrições ao dimensionamento. Uma delas é a exigência de que os enrijecedores possuam seções transversais isentas de flambagem local, não apresentando formulação para o caso de enrijecedores não compactos. Esta restrição se deve ao fato de que as recomendações expostas na DNV (DNV, 2002) estão voltadas a estruturas navais, estruturas estas que são tradicionalmente robustas e que dispensam esta verificação. Outra restrição diz respeito ao modo de atuação das pressões laterais. A formulação da DNV (DNV, 2002) considera que, para enrijecedores contínuos, a pressão lateral atua simultaneamente em todos os vãos, o que não acontece no caso de silos enrijecidos, quando podemos ter alguns vãos carregados e outros descarregados ao mesmo tempo. Além disso, podemos ter células com diferentes materiais, provocando pressões laterais diferentes entre os vãos do enrijecedor, situação também não coberta pela DNV (DNV, 2002), que considera apenas vãos igualmente carregados.

Como sugestão para trabalhos futuros pode ser realizada a comparação do modelo simplificado exposto neste trabalho com modelos mais elaborados, feitos em elementos finitos, capazes de representar a estrutura de forma mais realista. Pode-se, também, realizar um estudo de otimização da estrutura, determinando uma geometria mais eficiente e econômica.

## BIBLIOGRAFIA

**ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. 2001.** *NBR 14672: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio - Procedimento.* Rio de Janeiro : ABNT, 2001.

**ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. 2008.** *NBR 8800: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios.* Rio de Janeiro : ABNT, 2008.

**BLEICH, F. 1952.** *Buckling strength of metal structures.* New York : McGraw-Hill, 1952.

**BOWLES, J. 1988.** *Foundation and analysis design.* Cingapura : McGraw-Hill, 1988.

**CARDOSO, Daniel Carlos Taissum. 2009.** *Resistência e Desempenho Estrutural de Painéis Enrijecidos de Aço. Aplicação em Silos Metálicos Enrijecidos.* Rio de Janeiro : UFRJ/COPPE, 2009.

**DIN, Deustches Institut für Normung. 2005.** *DIN 1055-6: Einwirkungen auf tragwerke – Einwirkungen auf silos und flüssigkeits behälter.* Berlin : DIN, 2005.

**DNV, Det Norske Veritas. 2002.** *DNV-OS-C101: Design of offshore steel structures, general (LRFD Method).* Noruega : DNV, 2002.

**DNV, Det Norske Veritas. 2002.** *DNV-RP-C201: Buckling strength of plated structures.* Noruega : DNV, 2002.

**ESDEP, European Steel Design Education Programme. 1993.** *ESDEP.* [Online] 1993. [Citado em: 17 de Janeiro de 2009.] <http://www.esdep.org/members/master/toc.htm>.

**PAIK, J.K. & THAYAMBALLI, A.K. 2003.** *Ultimate limit state design of steel-plated structures.* Chichester : John Wiley & Sons, 2003.

**PFEIL, Walter, PFEIL, Michèle. 2000.** *Estruturas de aço - Dimensionamento prático.* Rio de Janeiro : LTC, 2000.

**PTC, Parametric Technology Corporation. 2007.** *Mathcad 14*. Needham, USA : PTC, 2007.

**SAE, Atir Engineering Software Development. 2008.** *STRAP - Structural Analysis Program*. s.l. : SAE, 2008.

**TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M. 1961.** *Theory of elastic stability*. New York. : McGraw-Hill, 1961.



## ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DETALHADO DAS SEÇÕES

### A.1. Dimensionamento da seção 1

#### Determinação das tensões:

$$M_{sd} = 52443 \text{ kN m}$$

$$V_{sd} = 1339 \text{ kN}$$

$$\sigma_{x.sd} = -\frac{M_{sd}}{W} \quad \sigma_{x.sd} = -74852 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{compressão positiva; tração negativa})$$

$$\tau_{sd} = \frac{V_{sd} Q}{I t_w} \quad \tau_{sd} = 6870 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0$$

$$p_{sd} = 1.3 q_h (d - s) \quad p_{sd} = 65.552 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

#### Verificação de placas carregadas lateralmente

$$\sigma_{j.sd} = \sqrt{\sigma_{x.sd}^2 + \sigma_{y.sd}^2 - \sigma_{x.sd} \sigma_{y.sd} + 3 \tau_{sd}^2}$$

$$\sigma_{j.sd} = 75.792 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de Von Mises}$$

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad \psi_y = 0.941$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad \psi_x = 0.909$$

$$p_{Rd} = 4 f_y \left(\frac{t_w}{s}\right)^2 \left[ \psi_y + \left(\frac{s}{L_{cel}}\right)^2 \psi_x \right]$$

$$p_{Rd} = 960.214 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad p_{sd} = 65.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \frac{p_{sd}}{p_{Rd}} = 6.827 \%$$

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = if( $p_{sd} \leq p_{Rd}$ , "OK", "Redimensionar")

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = "OK"

## Verificação do enrijecedor

Forças no painel idealizado (DNV - 7.2):

$$\sigma_{x.sd} = -74852 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão axial na viga (compressão positiva)}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão transversal na viga}$$

$$\tau_{sd} = 6870 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão cisalhante na viga}$$

$$p_{sd} = 66 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Pressão lateral de cálculo no nível do enrijecedor}$$

$$A_s = 5444 \text{ mm}^2 \quad \text{Área da seção transversal do enrijecedor}$$

$$s = 600 \text{ mm} \quad \text{Espaçamento entre enrijecedores}$$

$$t = t_w \quad t = 19 \text{ mm} \quad \text{Espessura da placa (alma da viga)}$$

Temos as seguintes cargas para dimensionamento do enrijecedor:

$$N_{sd} = \sigma_{x.sd} (A_s + s t) \quad N_{sd} = -1261 \text{ kN} \quad \text{Carga axial de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

$$q_{sd} = p_{sd} s \quad q_{sd} = 39 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Carga distribuída de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

Largura efetiva (DNV - 7.3)

$$\lambda_p = 0.525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_p = 0.586$$

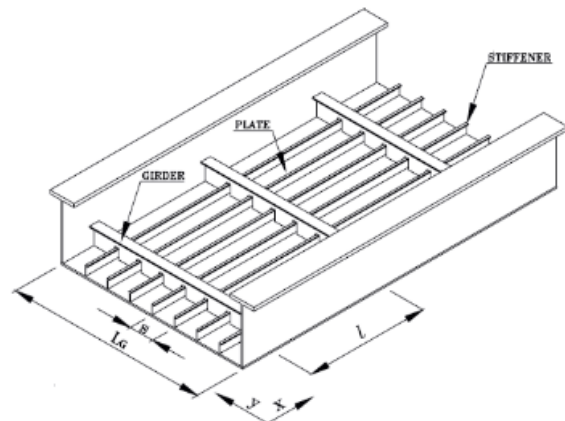
$$C_{xs} = \begin{cases} \frac{\lambda_p - 0.22}{\lambda_p^2} & \text{if } \lambda_p > 0.673 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{xs} = 1$$

$$C_{ys} = 1$$

$$s_e = s C_{xs} C_{ys} \quad s_e = 600 \text{ mm}$$

$$L_G = H_{\text{siló}} \quad L_G = 8100 \text{ mm}$$

$$L_{\text{cel}} = 4500 \text{ mm}$$



Carga de flambagem característica - DNV 7.5

$f_T = f_y$       $f_T = 250 \text{ MPa}$      Para verificação do lado do enrijecedor

$I_e = 6.22431689 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$      Momento de inércia da seção efetiva do enrijecedor

$z_p = 47.2 \text{ mm}$      Distância centroide - bordo superior

$z_t = 124.2 \text{ mm}$      Distância centroide - bordo inferior

$A_e = A_s + t s_e$       $A_e = 1.684 \times 10^4 \text{ mm}^2$      Área da seção efetiva do enrijecedor

$r_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}}$       $r_e = 60.789 \text{ mm}$      Raio de giração da seção efetiva do enrijecedor

$L_k = L_{cel}$       $L_k = 4500 \text{ mm}$      comprimento de flambagem para enrijecedor bi apoiado

$f_E = \pi^2 E \left( \frac{r_e}{L_k} \right)^2$       $f_E = 360.206 \text{ MPa}$      tensão crítica de flambagem por flexão do enrijecedor

$t_{w.s} = t_{f.s}$       $t_{w.s} = 19.05 \text{ mm}$      Espessura da alma do enrijecedor

$h_{w.s} = b_{f.s} - t_{f.s}$       $h_{w.s} = 133.35 \text{ mm}$      Altura da alma do enrijecedor

$A_{w.s} = t_{w.s} h_{w.s}$       $A_{w.s} = 2540.318 \text{ mm}^2$      Área da alma do enrijecedor

$A_{f.s} = b_{f.s} t_{f.s}$       $A_{f.s} = 2903.22 \text{ mm}^2$      Área do flange do enrijecedor

$I_{z.s} = I_{y.s}$       $I_{z.s} = 11730 \text{ m mm}^3$      Momento de inercia no eixo normal ao plano da placa

$L_T = L_{cel}$       $L_T = 4500 \text{ mm}$      Distância entre suportes - flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\beta = 1$      Conservadoramente

$$f_{ET} = \frac{\beta A_{w.s} + \left( \frac{t_{f.s}}{t_{w.s}} \right) A_{f.s}}{A_{w.s} + 3 A_{f.s}} G \left( \frac{t_{w.s}}{h_{w.s}} \right)^2 + \frac{\pi^2 E I_{z.s}}{\left( \frac{A_{w.s}}{3} + A_{f.s} \right) L_T^2}$$

$f_{ET} = 1065 \text{ MPa}$      tensão crítica de flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\lambda_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}}$       $\lambda_T = 0.484$      Esbeltez à flambagem lateral torsional do enrijecedor

$$\mu_T = 0.35 (\lambda_T - 0.6) \quad \mu_T = -0.040$$

$$f_T = \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_T \leq 0.6 \\ \frac{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - \sqrt{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - 4 \lambda_T^2}}{2 \lambda_T^2} f_y & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_T = 250 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem lateral torsional do enrijecedor}$$

$$f_r = 250 \text{ MPa}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}} \quad \lambda = 0.833 \quad \text{Esbeltez à flambagem por flexão do enrijecedor}$$

$$\mu_p = \left( 0.34 + 0.08 \frac{z_p}{r_e} \right) (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.255$$

$$f_k = \begin{cases} 1 f_r & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{1 + \mu_p + \lambda^2 - 4 \lambda^2}}{2 \lambda} f_r & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_k = 140.771 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem característica do enrijecedor}$$

#### Resistência do painel enrijecido à tensão cisalhante - DNV 7.6

$$k_l = \begin{cases} 5.34 + 4 \left( \frac{s}{L_{cel}} \right)^2 & \text{if } L_{cel} \geq s \\ 5.34 \left( \frac{L_{cel}}{s} \right)^2 + 4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{crl} = k_l 0.904 E \left( \frac{t}{s} \right)^2 \quad \tau_{crl} = 981.046 \text{ MPa} \quad \text{Tensão cisalhante crítica para a placa entre enrijecedores}$$

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_M} \quad \tau_{Rdy} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad \tau_{Rdl} = 853.084 \text{ MPa}$$

$$I_s = 6.22431689 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad \text{Momento de inércia do enrijecedor com mesa colaborante total}$$

$$I_p = \frac{t^3 s}{10.9} \quad I_p = 37.756 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\text{crs}} = \frac{36 E}{s t L_{\text{cel}}^2} \sqrt[4]{I_p I_s^3} \quad \tau_{\text{crs}} = 541.774 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rds}} = \frac{\tau_{\text{crs}}}{\gamma_M} \quad \tau_{\text{Rds}} = 471.107 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rd}} = \min(\tau_{\text{Rdy}}, \tau_{\text{Rdl}}, \tau_{\text{Rds}}) \quad \tau_{\text{Rd}} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{sd}} = 6.87 \text{ MPa} \quad \frac{\tau_{\text{sd}}}{\tau_{\text{Rd}}} = 5.473 \%$$

Verificação\_cisalhamento = if( $\tau_{\text{sd}} \leq \tau_{\text{Rd}}$ , "OK" , "Redimensionar" )

Verificação\_cisalhamento = "OK"

#### Parâmetros de resistência para os enrijecedores - DNV 7.8

$$A_e = 168.44 \text{ cm}^2 \quad \text{Área efetiva do enrijecedor}$$

$$N_{\text{Rd}} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad N_{\text{Rd}} = 3662 \text{ kN} \quad \text{Carga axial resistente de cálculo}$$

$$f_k = 140.771 \text{ MPa}$$

$$N_{\text{kp.Rd}} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad N_{\text{kp.Rd}} = 2062 \text{ kN}$$

$$W_{\text{es}} = \frac{I_s}{z_t} \quad W_{\text{es}} = 5.012 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$W_{\text{ep}} = \frac{I_s}{z_p} \quad W_{\text{ep}} = 1.319 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$M_{\text{st.Rd}} = W_{\text{es}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{st.Rd}} = 108.946 \text{ kN m}$$

$$M_{\text{p.Rd}} = W_{\text{ep}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{p.Rd}} = 286.676 \text{ kN m}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_e}{\left(\frac{L_k}{r_e}\right)^2} \quad N_E = 6067 \text{ kN}$$

### Interação entre esforço axial e pressão lateral - DNV 7.7

Considerando enrijecedores simplesmente apoiados e pressão lateral

$$u = \frac{(\tau_{sd})^2}{(\tau_{Rd})} \quad u = 2.996 \times 10^{-3} \quad \text{Campos de tração não considerados}$$

$z_{cg} = z_p$  distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo neutro da seção efetiva do enrijecedor

$$eq1 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} - 2 \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{st.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq1 = 0.384$$

$$eq2 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{p.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq2 = -0.493$$

Interacao = max(eq1, eq2)      Verificação\_interacao = if(Interacao ≤ 1, "OK" , "Redimensionar")

Interacao = 38.448 %      Verificação\_interacao = "OK"

### Resumo

$$\frac{P_{sd}}{P_{Rd}} = 6.827 \% \quad \frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} = 5.473 \% \quad \text{Interacao} = 38.448 \%$$

## A.2. Dimensionamento da seção 2

### Determinação das tensões:

$$M_{sd} = 52443 \text{ kN m}$$

$$V_{sd} = 1339 \text{ kN}$$

$$\sigma_{x.sd} = \frac{M_{sd}}{W}$$

$$\sigma_{x.sd} = 74852 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(compressão positiva; tração negativa)

$$\tau_{sd} = \frac{V_{sd} Q}{I t_w}$$

$$\tau_{sd} = 6870 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0$$

$$p_{sd} = 1.3 q_h(s)$$

$$p_{sd} = 8.991 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Verificação de placas carregadas lateralmente

$$\sigma_{j.sd} = \sqrt{\sigma_{x.sd}^2 + \sigma_{y.sd}^2 - \sigma_{x.sd} \sigma_{y.sd} + 3 \tau_{sd}^2}$$

$$\sigma_{j.sd} = 75.792 \text{ MPa}$$

Tensão de *Von Mises*

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}}$$

$$\psi_y = 0.941$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}}$$

$$\psi_x = 0.909$$

$$p_{Rd} = 4 f_y \left(\frac{t_w}{s}\right)^2 \left[ \psi_y + \left(\frac{s}{L_{cel}}\right)^2 \psi_x \right]$$

$$p_{Rd} = 574.791 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_{sd} = 9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{p_{sd}}{p_{Rd}} = 1.564 \%$$

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = if( $p_{sd} \leq p_{Rd}$ , "OK", "Redimensionar")

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = "OK"

## Verificação do enrijecedor

Forças no painel idealizado (DNV - 7.2):

$$\sigma_{x.sd} = 74852 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão axial na viga (compressão positiva)}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão transversal na viga}$$

$$\tau_{sd} = 6870 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão cisalhante na viga}$$

$$p_{sd} = 9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Pressão lateral de cálculo no nível do enrijecedor}$$

$$A_s = 5444 \text{ mm}^2 \quad \text{Área da seção transversal do enrijecedor}$$

$$s = 780 \text{ mm} \quad \text{Espaçamento entre enrijecedores}$$

$$t = t_w \quad t = 19 \text{ mm} \quad \text{Espessura da placa (alma da viga)}$$

Temos as seguintes cargas para dimensionamento do enrijecedor:

$$N_{sd} = \sigma_{x.sd} (A_s + s t) \quad N_{sd} = 1517 \text{ kN} \quad \text{Carga axial de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

$$q_{sd} = p_{sd} s \quad q_{sd} = 7 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Carga distribuída de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

Largura efetiva (DNV - 7.3)

$$\lambda_p = 0.525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_p = 0.762$$

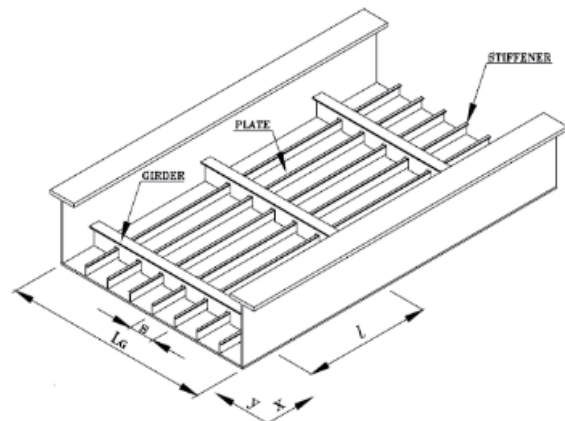
$$C_{xs} = \begin{cases} \frac{\lambda_p - 0.22}{\lambda_p^2} & \text{if } \lambda_p > 0.673 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{xs} = 0.933$$

$$C_{ys} = 1$$

$$s_e = s C_{xs} C_{ys} \quad s_e = 728 \text{ mm}$$

$$L_G = H_{\text{siló}} \quad L_G = 8100 \text{ mm}$$

$$L_{\text{cel}} = 4500 \text{ mm}$$





Carga de flambagem característica - DNV 7.5

$f_T = f_y$       $f_T = 250 \text{ MPa}$      Para verificação do lado do enrijecedor

$I_e = 6.53357986 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$      Momento de inércia da seção efetiva do enrijecedor

$z_p = 42.4 \text{ mm}$      Distância centroide - bordo superior

$z_t = 129.0 \text{ mm}$      Distância centroide - bordo inferior

$A_e = A_s + t_s e$       $A_e = 1.928 \times 10^4 \text{ mm}^2$      Área da seção efetiva do enrijecedor

$r_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}}$       $r_e = 58.217 \text{ mm}$      Raio de giração da seção efetiva do enrijecedor

$L_k = L_{cel}$       $L_k = 4500 \text{ mm}$      comprimento de flambagem para enrijecedor bi apoiado

$f_E = \pi^2 E \left( \frac{r_e}{L_k} \right)^2$       $f_E = 330.371 \text{ MPa}$      tensão crítica de flambagem por flexão do enrijecedor

$t_{w,s} = t_{f,s}$       $t_{w,s} = 19.05 \text{ mm}$      Espessura da alma do enrijecedor

$h_{w,s} = b_{f,s} - t_{f,s}$       $h_{w,s} = 133.35 \text{ mm}$      Altura da alma do enrijecedor

$A_{w,s} = t_{w,s} h_{w,s}$       $A_{w,s} = 2540.318 \text{ mm}^2$      Área da alma do enrijecedor

$A_{f,s} = b_{f,s} t_{f,s}$       $A_{f,s} = 2903.22 \text{ mm}^2$      Área do flange do enrijecedor

$I_{z,s} = I_{y,s}$       $I_{z,s} = 11730 \text{ m mm}^3$      Momento de inercia no eixo normal ao plano da placa

$L_T = L_{cel}$       $L_T = 4500 \text{ mm}$      Distância entre suportes - flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\beta = 1$      Conservadoramente

$$f_{ET} = \frac{\beta A_{w,s} + \left( \frac{t_{f,s}}{t_{w,s}} \right) A_{f,s}}{A_{w,s} + 3 A_{f,s}} G \left( \frac{t_{w,s}}{h_{w,s}} \right)^2 + \frac{\pi^2 E I_{z,s}}{\left( \frac{A_{w,s}}{3} + A_{f,s} \right) L_T^2}$$

$f_{ET} = 1065 \text{ MPa}$      tensão crítica de flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\lambda_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}}$       $\lambda_T = 0.484$      Esbeltez à flambagem lateral torsional do enrijecedor

$$\mu_T = 0.35 (\lambda_T - 0.6) \quad \mu_T = -0.040$$

$$f_T = \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_T \leq 0.6 \\ \frac{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - \sqrt{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - 4 \lambda_T^2}}{2 \lambda_T^2} f_y & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_T = 250 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem lateral torsional do enrijecedor}$$

$$f_r = 250 \text{ MPa}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}} \quad \lambda = 0.87 \quad \text{Esbeltez à flambagem por flexão do enrijecedor}$$

$$\mu_p = \left( 0.34 + 0.08 \frac{z_p}{r_e} \right) (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.267$$

$$f_k = \begin{cases} 1 f_r & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{1 + \mu_p + \lambda^2 - 4 \lambda^2}}{2 \lambda} f_r & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_k = 142.287 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem característica do enrijecedor}$$

#### Resistência do painel enrijecido à tensão cisalhante - DNV 7.6

$$k_l = \begin{cases} 5.34 + 4 \left( \frac{s}{L_{cel}} \right)^2 & \text{if } L_{cel} \geq s \\ 5.34 \left( \frac{L_{cel}}{s} \right)^2 + 4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{crl} = k_l 0.904 E \left( \frac{t}{s} \right)^2 \quad \tau_{crl} = 585.765 \text{ MPa} \quad \text{Tensão cisalhante crítica para a placa entre enrijecedores}$$

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_M} \quad \tau_{Rdy} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad \tau_{Rdl} = 509.361 \text{ MPa}$$

$$I_s = 6.63850125 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad \text{Momento de inércia do enrijecedor com mesa colaborante total}$$

$$I_p = \frac{t^3 s}{10.9} \quad I_p = 49.083 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\text{crs}} = \frac{36 E}{s t L_{\text{cel}}^2} \sqrt[4]{I_p I_s^3} \quad \tau_{\text{crs}} = 467.029 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rds}} = \frac{\tau_{\text{crs}}}{\gamma_M} \quad \tau_{\text{Rds}} = 406.112 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rd}} = \min(\tau_{\text{Rdy}}, \tau_{\text{Rdl}}, \tau_{\text{Rds}}) \quad \tau_{\text{Rd}} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{sd}} = 6.87 \text{ MPa} \quad \frac{\tau_{\text{sd}}}{\tau_{\text{Rd}}} = 5.473 \%$$

Verificação\_cisalhamento = if( $\tau_{\text{sd}} \leq \tau_{\text{Rd}}$ , "OK" , "Redimensionar" )

Verificação\_cisalhamento = "OK"

#### Parâmetros de resistência para os enrijecedores - DNV 7.8

$$A_e = 192.777 \text{ cm}^2 \quad \text{Área efetiva do enrijecedor}$$

$$N_{\text{Rd}} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad N_{\text{Rd}} = 4191 \text{ kN} \quad \text{Carga axial resistente de cálculo}$$

$$f_k = 142.287 \text{ MPa}$$

$$N_{\text{kp.Rd}} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad N_{\text{kp.Rd}} = 2385 \text{ kN}$$

$$W_{\text{es}} = \frac{I_s}{z_t} \quad W_{\text{es}} = 5.146 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$W_{\text{ep}} = \frac{I_s}{z_p} \quad W_{\text{ep}} = 1.566 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$M_{\text{st.Rd}} = W_{\text{es}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{st.Rd}} = 111.872 \text{ kN m}$$

$$M_{\text{p.Rd}} = W_{\text{ep}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{p.Rd}} = 340.366 \text{ kN m}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_e}{\left(\frac{L_k}{r_e}\right)^2} \quad N_E = 6369 \text{ kN}$$

### Interação entre esforço axial e pressão lateral - DNV 7.7

Considerando enrijecedores simplesmente apoiados e pressão lateral

$$u = \frac{(\tau_{sd})^2}{(\tau_{Rd})} \quad u = 2.996 \times 10^{-3} \quad \text{Campos de tração não considerados}$$

$z_{cg} = z_p$  distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo neutro da seção efetiva do enrijecedor

$$eq1 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} - 2 \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{st.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq1 = 0.878$$

$$eq2 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{p.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq2 = 0.955$$

Interacao = max(eq1, eq2)      Verificação\_interacao = if(Interacao ≤ 1, "OK" , "Redimensionar")

Interacao = 95.54 %      Verificação\_interacao = "OK"

### Resumo

$$\frac{P_{sd}}{P_{Rd}} = 1.564 \% \quad \frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} = 5.473 \% \quad \text{Interacao} = 95.54 \%$$

### A.3. Dimensionamento da seção 3

#### Determinação das tensões:

$$M_{sd} = 16282 \text{ kN m}$$

$$V_{sd} = 6697 \text{ kN}$$

$$\sigma_{x.sd} = -\frac{M_{sd}}{W}$$

$$\sigma_{x.sd} = -23239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(compressão positiva; tração negativa)

$$\tau_{sd} = \frac{V_{sd} Q}{I t_w}$$

$$\tau_{sd} = 34359 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0$$

$$p_{sd} = 1.3 q_h (d - s)$$

$$p_{sd} = 65.552 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

#### Verificação de placas carregadas lateralmente

$$\sigma_{j.sd} = \sqrt{\sigma_{x.sd}^2 + \sigma_{y.sd}^2 - \sigma_{x.sd} \sigma_{y.sd} + 3 \tau_{sd}^2}$$

$$\sigma_{j.sd} = 63.888 \text{ MPa}$$

Tensão de *Von Mises*

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}}$$

$$\psi_y = 0.966$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j.sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y.sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}}$$

$$\psi_x = 0.962$$

$$p_{Rd} = 4 f_y \left(\frac{t_w}{s}\right)^2 \left[ \psi_y + \left(\frac{s}{L_{cel}}\right)^2 \psi_x \right]$$

$$p_{Rd} = 985.519 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_{sd} = 65.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{p_{sd}}{p_{Rd}} = 6.651 \%$$

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = if( $p_{sd} \leq p_{Rd}$ , "OK", "Redimensionar")

verificacao\_placas\_carregadas\_lateralmente = "OK"

## Verificação do enrijecedor

Forças no painel idealizado (DNV - 7.2):

$$\sigma_{x.sd} = -23239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão axial na viga (compressão positiva)}$$

$$\sigma_{y.sd} = 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão transversal na viga}$$

$$\tau_{sd} = 34359 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Tensão cisalhante na viga}$$

$$p_{sd} = 66 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Pressão lateral de cálculo no nível do enrijecedor}$$

$$A_s = 5444 \text{ mm}^2 \quad \text{Área da seção transversal do enrijecedor}$$

$$s = 600 \text{ mm} \quad \text{Espaçamento entre enrijecedores}$$

$$t = t_w \quad t = 19 \text{ mm} \quad \text{Espessura da placa (alma da viga)}$$

Temos as seguintes cargas para dimensionamento do enrijecedor:

$$N_{sd} = \sigma_{x.sd} (A_s + s t) \quad N_{sd} = -391 \text{ kN} \quad \text{Carga axial de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

$$q_{sd} = p_{sd} s \quad q_{sd} = 39 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Carga distribuída de cálculo para dimensionamento do enrijecedor}$$

Largura efetiva (DNV - 7.3)

$$\lambda_p = 0.525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_p = 0.586$$

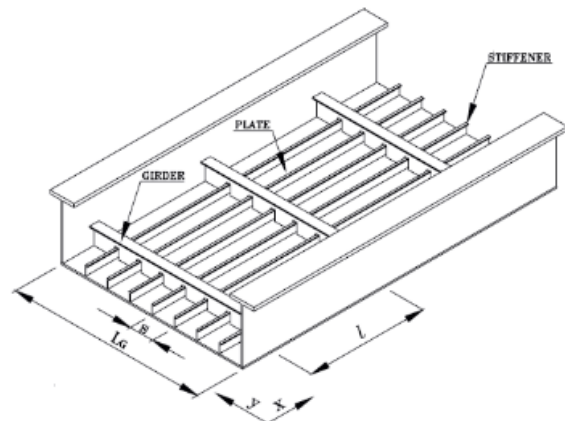
$$C_{xs} = \begin{cases} \frac{\lambda_p - 0.22}{\lambda_p^2} & \text{if } \lambda_p > 0.673 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{xs} = 1$$

$$C_{ys} = 1$$

$$s_e = s C_{xs} C_{ys} \quad s_e = 600 \text{ mm}$$

$$L_G = H_{\text{siló}} \quad L_G = 8100 \text{ mm}$$

$$L_{\text{cel}} = 4500 \text{ mm}$$



Carga de flambagem característica - DNV 7.5

$f_T = f_y \quad f_T = 250 \text{ MPa}$  Para verificação do lado do enrijecedor

$I_e = 6.22431689 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$  Momento de inércia da seção efetiva do enrijecedor

$z_p = 47.2 \text{ mm}$  Distância centroide - bordo superior

$z_t = 124.2 \text{ mm}$  Distância centroide - bordo inferior

$A_e = A_s + t_s e \quad A_e = 1.684 \times 10^4 \text{ mm}^2$  Área da seção efetiva do enrijecedor

$r_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}} \quad r_e = 60.789 \text{ mm}$  Raio de giração da seção efetiva do enrijecedor

$L_k = L_{cel} \quad L_k = 4500 \text{ mm}$  comprimento de flambagem para enrijecedor bi apoiado

$f_E = \pi^2 E \left( \frac{r_e}{L_k} \right)^2 \quad f_E = 360.206 \text{ MPa}$  tensão crítica de flambagem por flexão do enrijecedor

$t_{w,s} = t_{f,s} \quad t_{w,s} = 19.05 \text{ mm}$  Espessura da alma do enrijecedor

$h_{w,s} = b_{f,s} - t_{f,s} \quad h_{w,s} = 133.35 \text{ mm}$  Altura da alma do enrijecedor

$A_{w,s} = t_{w,s} h_{w,s} \quad A_{w,s} = 2540.318 \text{ mm}^2$  Área da alma do enrijecedor

$A_{f,s} = b_{f,s} t_{f,s} \quad A_{f,s} = 2903.22 \text{ mm}^2$  Área do flange do enrijecedor

$I_{z,s} = I_{y,s} \quad I_{z,s} = 11730 \text{ m mm}^3$  Momento de inercia no eixo normal ao plano da placa

$L_T = L_{cel} \quad L_T = 4500 \text{ mm}$  Distância entre suportes - flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\beta = 1$  Conservadoramente

$$f_{ET} = \frac{\beta A_{w,s} + \left( \frac{t_{f,s}}{t_{w,s}} \right) A_{f,s}}{A_{w,s} + 3 A_{f,s}} G \left( \frac{t_{w,s}}{h_{w,s}} \right)^2 + \frac{\pi^2 E I_{z,s}}{\left( \frac{A_{w,s}}{3} + A_{f,s} \right) L_T^2}$$

$f_{ET} = 1065 \text{ MPa}$  tensão crítica de flambagem lateral torsional do enrijecedor

$\lambda_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}} \quad \lambda_T = 0.484$  Esbeltez à flambagem lateral torsional do enrijecedor

$$\mu_T = 0.35 (\lambda_T - 0.6) \quad \mu_T = -0.040$$

$$f_T = \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_T \leq 0.6 \\ \frac{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - \sqrt{1 + \mu_T + \lambda_T^2 - 4 \lambda_T^2}}{2 \lambda_T^2} f_y & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_T = 250 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem lateral torsional do enrijecedor}$$

$$f_r = 250 \text{ MPa}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}} \quad \lambda = 0.833 \quad \text{Esbeltez à flambagem por flexão do enrijecedor}$$

$$\mu_p = \left( 0.34 + 0.08 \frac{z_p}{r_e} \right) (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.255$$

$$f_k = \begin{cases} 1 f_r & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{1 + \mu_p + \lambda^2 - 4 \lambda^2}}{2 \lambda} f_r & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_k = 140.771 \text{ MPa} \quad \text{Tensão de flambagem característica do enrijecedor}$$

#### Resistência do painel enrijecido à tensão cisalhante - DNV 7.6

$$k_l = \begin{cases} 5.34 + 4 \left( \frac{s}{L_{cel}} \right)^2 & \text{if } L_{cel} \geq s \\ 5.34 \left( \frac{L_{cel}}{s} \right)^2 + 4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{crl} = k_l 0.904 E \left( \frac{t}{s} \right)^2 \quad \tau_{crl} = 981.046 \text{ MPa} \quad \text{Tensão cisalhante crítica para a placa entre enrijecedores}$$

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_M} \quad \tau_{Rdy} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad \tau_{Rdl} = 853.084 \text{ MPa}$$

$$I_s = 6.22431689 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad \text{Momento de inércia do enrijecedor com mesa colaborante total}$$



$$I_p = \frac{t^3 s}{10.9} \quad I_p = 37.756 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\text{crs}} = \frac{36 E}{s t L_{\text{cel}}^2} \sqrt[4]{I_p I_s^3} \quad \tau_{\text{crs}} = 541.774 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rds}} = \frac{\tau_{\text{crs}}}{\gamma_M} \quad \tau_{\text{Rds}} = 471.107 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{Rd}} = \min(\tau_{\text{Rdy}}, \tau_{\text{Rdl}}, \tau_{\text{Rds}}) \quad \tau_{\text{Rd}} = 125.511 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{sd}} = 34.359 \text{ MPa} \quad \frac{\tau_{\text{sd}}}{\tau_{\text{Rd}}} = 27.375 \%$$

Verificação\_cisalhamento = if( $\tau_{\text{sd}} \leq \tau_{\text{Rd}}$ , "OK" , "Redimensionar" )

Verificação\_cisalhamento = "OK"

#### Parâmetros de resistência para os enrijecedores - DNV 7.8

$$A_e = 168.44 \text{ cm}^2 \quad \text{Área efetiva do enrijecedor}$$

$$N_{\text{Rd}} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad N_{\text{Rd}} = 3662 \text{ kN} \quad \text{Carga axial resistente de cálculo}$$

$$f_k = 140.771 \text{ MPa}$$

$$N_{\text{kp.Rd}} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad N_{\text{kp.Rd}} = 2062 \text{ kN}$$

$$W_{\text{es}} = \frac{I_s}{z_t} \quad W_{\text{es}} = 5.012 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$W_{\text{ep}} = \frac{I_s}{z_p} \quad W_{\text{ep}} = 1.319 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$M_{\text{st.Rd}} = W_{\text{es}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{st.Rd}} = 108.946 \text{ kN m}$$

$$M_{\text{p.Rd}} = W_{\text{ep}} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad M_{\text{p.Rd}} = 286.676 \text{ kN m}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_e}{\left(\frac{L_k}{r_e}\right)^2} \quad N_E = 6067 \text{ kN}$$

### Interação entre esforço axial e pressão lateral - DNV 7.7

Considerando enrijecedores simplesmente apoiados e pressão lateral

$$u = \frac{(\tau_{sd})^2}{(\tau_{Rd})} \quad u = 0.075 \quad \text{Campos de tração não considerados}$$

$z_{cg} = z_p$  distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo neutro da seção efetiva do enrijecedor

$$eq1 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} - 2 \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{st.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq1 = 0.798$$

$$eq2 = \frac{N_{sd}}{N_{kp.Rd}} + \frac{\frac{q_{sd} L_{cel}^2}{8} + N_{sd} z_{cg}}{M_{p.Rd} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_E}\right)} + u \quad eq2 = 0.151$$

Interacao = max(eq1, eq2)      Verificação\_interacao = if(Interacao ≤ 1, "OK" , "Redimensionar")

Interacao = 79.801 %      Verificação\_interacao = "OK"

### Resumo

$$\frac{P_{sd}}{P_{Rd}} = 6.651 \% \quad \frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} = 27.375 \% \quad \text{Interacao} = 79.801 \%$$