



INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO MODO DE FLAMBAGEM DISTORCIONAL EM PERFIS FORMADOS A FRIO

Guilherme Cardoso de Salles

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Daniel Carlos Taissum Cardoso

Rio de Janeiro

Março de 2017

INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO MODO DE
FLAMBAGEM DISTORCIONAL EM PERFIS FORMADOS A FRIO

Guilherme Cardoso de Salles

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Eduardo de Miranda Batista, D.Sc.

Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso, D.Sc.

Prof. Alexandre Landesmann, D.Sc.

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2017

Salles, Guilherme Cardoso de

Investigação Analítica, Numérica e Experimental do Modo de Flambagem Distorcional em Perfis Formados a Frio/
Guilherme Cardoso de Salles - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

X, 192 p.: il.; 29,7 cm

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Daniel Carlos Taissum Cardoso

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 129-133

1. Flambagem Distorcional. 2. Colunas. 3. Estabilidade Estrutural. I. Batista, Eduardo de Miranda *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

‘Now we grow as we show that the morals we must know
Will be shaken and mistaken by the falls along the way’

Greg Graffin

Agradecimentos

A minha família, pois sem eles, não teria chegado até aqui.

Aos meus amigos de infância. Não vou citar nomes para não correr risco de esquecer alguém, eles sabem quem são.

A Marko Sistemas Metálicos pelo fornecimento do perfil ensaiado nessa pesquisa.

Aos funcionários do Labest pelo profissionalismo e disponibilidade, em especial, Anysio, Santiago e Flávio, sem os quais não seria possível a realização da pesquisa experimental.

Ao Prof. Roberto Fernandes de Oliveira, por sempre incentivar a busca pelo conhecimento.

Aos meus orientadores, Prof. Eduardo e Prof. Daniel, dos dois melhores exemplos de pesquisadores que eu poderia ter. Muito obrigado pelos ensinamentos e aconselhamentos.

À Livia, pelo apoio incondicional.

À minha mãe, Cláudia, meu pai, Gil e meu irmão, Daniel, meus orientadores para todas as ocasiões.

À CAPES e FAPERJ pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO MODO DE
FLAMBAGEM DISTORCIONAL EM PERFIS FORMADOS A FRIO

Guilherme Cardoso de Salles

Março/2017

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Daniel Carlos Taissum Cardoso

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho trata da flambagem distorcional em perfis formados a frio de seção U enrijecido sujeitos à compressão uniforme. Uma revisão bibliográfica dos modos de flambagem em estruturas de paredes finas é feita, com foco no modo distorcional. Diante da inexistência de um modelo analítico para compreensão deste modo de flambagem, essa dissertação desenvolve modelos e equações racionais para descrever esse fenômeno, aplicando o Método do Quociente de Rayleigh. Para avaliação dos modelos desenvolvidos, estes são comparados, para seções U enrijecido de diversas geometrias, com métodos baseados na Teoria Generalizada de Vigas e com modelos manuais de cálculo apresentados na revisão bibliográfica. Além disso, análises adicionais dos modelos desenvolvidos são apresentadas possibilitando melhor compreensão do modo distorcional. Uma investigação experimental é feita, com ensaio de uma coluna biengastada afetada pelo modo distorcional. Considerações sobre a força crítica experimental, desenvolvimento dos modos de flambagem e comportamento pós-crítico da coluna fazem parte dessa investigação experimental.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

AN ANALYTICAL, NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF
DISTORTIONAL BUCKLING OF COLD-FORMED LIPPED CHANNELS

Guilherme Cardoso de Salles

March/2017

Advisors: Eduardo de Miranda Batista

Daniel Carlos Taissum Cardoso

Department: Civil Engineering

This work deals with distortional buckling of cold-formed lipped channels subject to uniform compression. A review of buckling in thin-walled structures is presented focusing on the distortional mode. Given the still inexistence of an analytical approach to distortional buckling, a rational approach based on Rayleigh Quotient method is developed and presented. In order to validate the proposed methods, results are compared with those obtained with Generalised Beam Theory (GBT) and those obtained with hand-methods for wide range of C-sections. Further analysis of the proposed methods shed some light on the distortional buckling mechanisms. The experimental investigation consisted of compression test of a column prone to distortional buckling with fixed-ends. This investigation included experimental determination of critical loads, observations of the buckling modes and post-buckling behaviour of the column.

Índice

1. Introdução.....	1
1.1 Motivação e Objetivos	4
1.2 Organização da Dissertação	5
2. Revisão Bibliográfica.....	7
2.1 Flambagem de Estruturas de Paredes Finas sob Compressão Uniforme.....	7
2.2 Flambagem Distorcional.....	9
2.2.1 Histórico	11
2.2.2 Modelo de Lau e Hancock (1987).....	18
2.2.3 Modelo de Schafer (1997).....	24
2.2.4 Modelo de Silvestre e Camotim (2010).....	26
2.2.5 Modelo de Zhou <i>et al.</i> (2015).....	29
3. Formulação para Flambagem Distorcional	31
3.1 Energia Potencial de Sistemas Estruturais e Cargas de Flambagem	31
3.2 Método do Quociente de Rayleigh	34
3.3 Modelo de Análise do Modo Distorcional.....	34
3.4 Modelo 1	41
3.5 Modelo 2.....	42
3.6 Modelo 3	44
3.7 Modelo 4.....	46
3.8 Modelo 5.....	48
3.9 Modelo 6.....	49
3.10 Modelo 7.....	55
3.11 Modelo 8.....	56
4. Comparação dos Métodos de Previsão do Modo Distorcional	58
4.1 Estudo Paramétrico	58
4.1.1 Comprimentos Críticos de Flambagem Distorcional	60
4.1.2 Tensões Críticas de Flambagem Distorcional Elástica	61
4.2 Comparação com o GBTUL para todos os Modos Convencionais ativados...	66
4.3 Redução da Faixa de Estudo	67
5. Análise dos Modelos	70
5.1 Curvas de Tensão x Comprimento de Flambagem.....	70
5.2 Influência da Geometria da Seção	76

5.3	Parâmetros Y_S e β	78
5.4	Deformações Longitudinais.....	82
5.5	Considerações sobre Energia de Deformação.....	84
5.6	U Simples ($b_s = 0$).....	87
5.7	Modo Distorcional Puro segundo GBTUL.....	88
6.	Investigação Experimental.....	93
6.1	Definição da geometria da coluna.....	93
6.2	Etapas de Preparação do Experimento.....	95
6.2.1	Medição da Coluna.....	96
6.2.2	Condições de Apoio.....	97
6.2.3	Pórtico e Sistema de Carregamento.....	104
6.2.4	Instrumentação para medição de deslocamentos.....	107
6.2.5	Instrumentação para medição de deformações.....	110
6.2.6	Aquisição de Dados.....	110
6.3	Caracterização das Propriedades Mecânicas.....	110
7.	Análise do Experimento.....	113
7.1	Rotações dos Apoios.....	114
7.2	Deformações a meia altura.....	114
7.3	Deslocamentos ao longo da Coluna.....	116
7.4	Deslocamentos a meia altura.....	118
7.5	Força Crítica Experimental de Flambagem.....	119
8.	Considerações Finais.....	125
	Referências Bibliográficas.....	129
	Apêndice A – Desenvolvimento Analítico dos Modelos.....	134
A.1	Modelo 1.....	134
A.2	Modelo 2.....	135
A.3	Modelo 3.....	136
A.4	Modelo 4.....	137
A.5	Modelo 5.....	138
A.6	Modelo 6.....	138
A.7	Modelo 7.....	140
A.8	Modelo 8.....	141
	Apêndice B – Deduções.....	142

B.1	Dedução das expressões de v_i e w_i	142
B.2	Dedução da expressão de Y_S	146
B.3	Dedução da expressão de β	148
Apêndice C – Simplificações das expressões de $\sigma_{cr,d}$		152
C.1	Modelo 1	152
C.2	Modelo 2	153
C.3	Modelo 3	154
C.4	Modelo 5	157
Apêndice D – Resultados dos Modelos		159
Apêndice E – Southwell Plot.....		190

1. Introdução

De acordo com a NBR 14762 (ABNT, 2010), perfil estrutural de aço formado a frio (PFF) é um “perfil obtido por dobramento, em prensa dobradeira, de tiras cortadas de chapas ou bobinas, ou por conformação contínua em conjunto de matrizes rotativas, a partir de bobinas laminadas a frio ou a quente, revestidas ou não, sendo ambas as operações realizadas com o aço em temperatura ambiente”.

Os PFFs apresentam algumas vantagens em relação a estruturas de concreto e de aço laminado a quente, destacando-se: (i) custos e tempo de produção menores; (ii) maior facilidade nos processos de transporte e manuseio devido ao seu baixo peso; e (iii) versatilidade permitindo a concepção de diversas seções transversais e o seu uso em conjunto com outros sistemas estruturais.

Por essas características, PFFs tem grande aplicação em estruturas leves. Por exemplo, perfis U e Z enrijecido (figura 1.1) são utilizados em telhados, sistemas de cobertura e de paredes em prédios industriais, rurais e comerciais, além de estruturas treliçadas em geral (figura 1.2). Já perfis rack têm grande uso em estruturas de estocagem industrial (figura 1.3). Além do uso em estruturas civis típicas, os PFFs também são utilizados em estruturas de automóveis, navios, aviões, reservatórios e guarda-rodas.

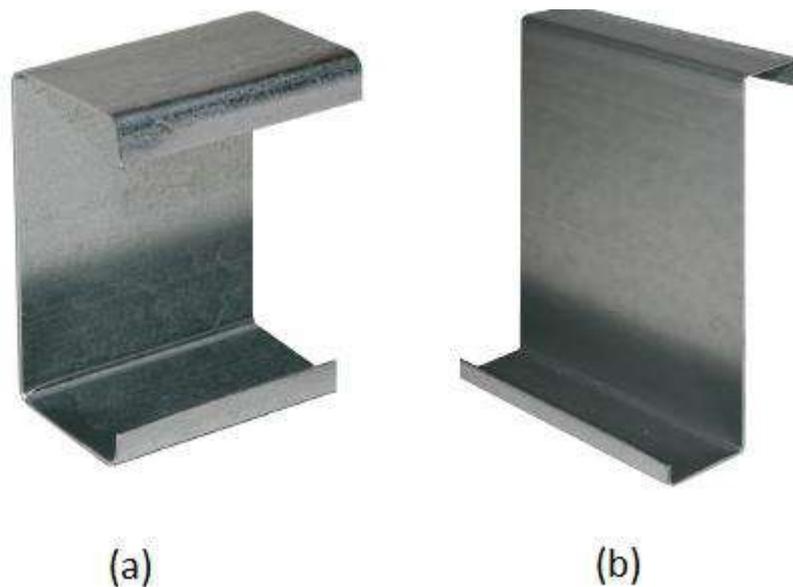


Figura 1.1: (a) Perfil U enrijecido (b) Perfil Z enrijecido (PERFILNORTE, 2016).



(a)



(b)

Figura 1.2: (a) Utilização de PFF em edificação (TÉCHNE, 2014) (b) Sistemas de cobertura em PFF (METFORM, 2016).



(a)



(b)

Figura 1.3: (a) Perfil Rack com enrijecedores adicionais (METSTO, 2016) (b) Estrutura de estocagem industrial (METSTO, 2016).

O uso de estruturas leves de aço para estruturas básicas remonta ao século XIX, em torno de 1850 nos Estados Unidos e Inglaterra. Especificações para estruturas de aço laminado a quente já eram incorporadas em normas desde 1930, o que não acontecia para o aço formado a frio, diminuindo a aceitação desse tipo de estrutura à época. Com a 2ª Guerra Mundial, houve um grande crescimento do uso do aço e conjuntamente grandes melhorias no seu processo de fabricação.

Como consequência da crescente utilização do aço, normas para o uso do aço formado a frio passaram a ser necessárias. A primeira Norma a apresentar especificações de projeto para estruturas de aço formadas a frio foi *Specification for the Design of Light Gage Steel Structural Members* (AISI, 1946), publicada em 1946 pelo American Iron and Steel Institute (AISI). Essas especificações basearam-se

principalmente nas pesquisas conduzidas na Universidade de Cornell pelo Prof. George Winter.

No Brasil, antes de 1990, o aço formado a frio já era utilizado na construção, entretanto não havia uma norma nacional contendo especificações para projeto - tendo o projetista que recorrer às internacionais – e, tampouco havia programas regulares para ensinar as bases para análise e projeto de estruturas em aço formado a frio (BATISTA e GHAVAMI, 2005). A partir da formação de grupos nacionais de pesquisa, houve maior difusão do uso desse tipo de estrutura e a elaboração das primeiras normas nacionais da área: a NBR 6355 (ABNT, 2003), que fixava os requisitos exigíveis dos perfis estruturais de aço formados a frio com seção transversal aberta, e NBR 14762 (ABNT, 2001), que estabelecia os princípios gerais para o dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio, baseados no método dos estados limites. Desde 2001, os projetos estruturais devem atender às prescrições da norma brasileira citada anteriormente, o que tem levado ao desenvolvimento do ensino e da pesquisa nesse setor e contribuído para a ampliação dos conhecimentos por parte dos profissionais de engenharia no país.

Atualmente, existem inúmeros sistemas construtivos padronizados com emprego de PFFs no Brasil, dirigidos a sistemas do tipo steel frame e treliçados para pisos de edificações de andares múltiplos (produzidos pela GYP, por exemplo), sistemas de coberturas leves com padronizações variadas (produzidos, por exemplo, pela MARKO Sistemas Metálicos), além de inúmeros produtores de sistemas de estocagem industrial com base em racks porta paletes (fabricados, por exemplo, pela ÁGUIA Sistemas).

Por outro lado, peças de aço formado a frio são naturalmente esbeltas, isto é, possuem uma relação largura/espessura elevada e comprimentos relativamente longos, o que origina casos de flambagem (global, local e distorcional), que devem ser previstos pelas normas de projeto.

Os modos globais, caso das flexões e torção, geram deslocamentos da seção transversal dos perfis sem que ocorram mudanças de forma da mesma. O modo local gera flexões nas paredes que compõem o PFF. O modo distorcional apresenta flexão das paredes, bem como, deslocamentos dos cantos dobrados do perfil.

Pesquisas na área de estruturas de paredes finas continuam na busca de estruturas cada vez mais eficientes e otimizadas, o que passa pela compreensão dos problemas de estabilidade que podem afetar esse tipo de estrutura. O modo distorcional é um caso de estabilidade que não possui um modelo analítico suficientemente simples para sua compreensão, por isso, trabalhos voltados para esse modo de flambagem ainda tem grande relevância nessa área de pesquisa.

1.1 Motivação e Objetivos

Os métodos para cálculo de carga última ou de colapso de colunas de aço formadas a frio exigem o conhecimento da carga crítica de flambagem elástica, seja para o modo local, distorcional ou global, pois as curvas de resistência dependem de índices de esbeltez expressos pela relação entre a carga de plastificação total da seção e a carga crítica de flambagem elástica associada a cada modo. Estas cargas podem ser obtidas com bastante precisão por métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos, Métodos das Faixas Finitas (e.g. SCHAFER e ÁDÁNY, 2006) ou métodos baseados na Teoria Generalizada de Vigas (e.g. SILVESTRE, 2005). Contudo, expressões para o cálculo manual são particularmente interessantes para tornar o projeto mais prático sem que seja necessário recorrer ao uso de computador. Essas têm grande aceitação por parte de engenheiros estruturais e podem ser incorporadas nas normas de projeto.

Expressões para obtenção de forças e momentos críticos associadas aos modos de flambagem local e global baseadas no comportamento mecânico existem e se encontram incluídas nas Normas de projeto. Para o modo distorcional, o desenvolvimento de fórmulas práticas e suficientemente precisas para previsão da força axial de compressão e momentos críticos elásticos ainda é objeto de pesquisas científicas na área de estruturas de paredes finas.

Como será detalhado mais adiante, muitos trabalhos de pesquisa têm-se dedicado ao desenvolvimento de equações para a flambagem elástica distorcional. Algumas das expressões obtidas nesses esforços já foram incorporadas em Normas de Projeto, como a norte americana (AISI, 2016) e a australiana/neozelandesa (AS/NZS,

2005). Entretanto, ZHOU *et al.* (2015) ressaltam que as expressões existentes ainda necessitam de validações adicionais para confirmar sua precisão e universalidade.

A Norma Brasileira de PFFs, NBR 14762, incluiu no seu anexo da edição de 2001 (ABNT, 2001) um formulário para o cálculo da flambagem distorcional elástica, mas o retirou na última revisão de 2010 (ABNT, 2010).

Essa lacuna de conhecimento motivou essa pesquisa, que busca desenvolver fórmulas para cálculo de tensões críticas de flambagem distorcional para casos de compressão uniforme em seções do tipo U enrijecido. O desenvolvimento teórico será feito a partir de Princípios de Energia de sistemas estruturais, especificamente o Método do Quociente de Rayleigh, de forma semelhante ao feito com sucesso por CARDOSO *et al.* (2014) para análise de flambagem local de perfis pultrudados e por SILVESTRE e CAMOTIM (2010) para o modo distorcional em perfis formados a frio.

Os modelos desenvolvidos serão comparados e validados por modelos numéricos, utilizando a ferramenta computacional GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008) baseada na Teoria Generalizada de Vigas (Generalised Beam Theory, GBT, em inglês) e por outros modelos já existentes.

Adicionalmente, uma investigação experimental do modo de flambagem distorcional será realizada com ensaio de uma coluna biengastada de seção U enrijecido. Por esse ensaio, pretende-se obter evidências experimentais da mecânica do modo distorcional.

1.2 Organização da Dissertação

Inicialmente, o capítulo dois apresenta a revisão bibliográfica sobre os modos de flambagem, com foco no modo distorcional.

No capítulo três, os conceitos necessários para o desenvolvimento teórico desse trabalho são introduzidos: energia de sistemas estruturais deformáveis, condições de equilíbrio e estabilidade e o Método do Quociente Rayleigh. Após essa introdução, os modelos desenvolvidos para a análise do fenômeno de flambagem distorcional são apresentados.

O capítulo quatro contempla a aplicação dos modelos desenvolvidos no capítulo anterior para diversas seções do tipo U enrijecido e a comparação dos resultados obtidos com outros modelos e o GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008).

O capítulo cinco analisa alguns aspectos dos modelos desenvolvidos, envolvendo comportamentos mecânicos, influência da geometria e diferenças notadas em relação ao GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008).

O capítulo seis foca na descrição da investigação experimental realizada, enquanto o capítulo sete analisa os resultados experimentais obtidos.

O capítulo oito apresenta as conclusões da pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros.

O apêndice A apresenta de forma detalhada os cálculos da Energia Potencial Total de cada modelo do Capítulo três.

No apêndice B, encontram-se as deduções necessárias para a compreensão do exposto no Capítulo três.

O apêndice C apresenta as simplificações matemáticas para as expressões finais apresentadas no capítulo três.

No apêndice D, estão listados, em forma de tabelas, todos os resultados obtidos pelos modelos propostos.

O apêndice E reúne todas as estimativas da força crítica experimental.

2. Revisão Bibliográfica

Nesse capítulo, os principais modos de flambagem em estruturas de paredes finas são descritos. Além disso, uma revisão detalhada do modo distorcional de flambagem é apresentada, desde os primeiros relatos de sua ocorrência em trabalhos de pesquisa até a atualidade, passando pelas investigações experimentais realizadas e pelos modelos mais relevantes já desenvolvidos para análise do fenômeno.

2.1 Flambagem de Estruturas de Paredes Finas sob Compressão Uniforme

Os perfis de aço formados a frio, por sua esbelteza, estão sujeitos aos fenômenos de flambagem global, local e distorcional, que podem ser determinantes no dimensionamento estrutural. A figura 2.1 ilustra os modos de flambagem possíveis para um perfil U enrijecido.

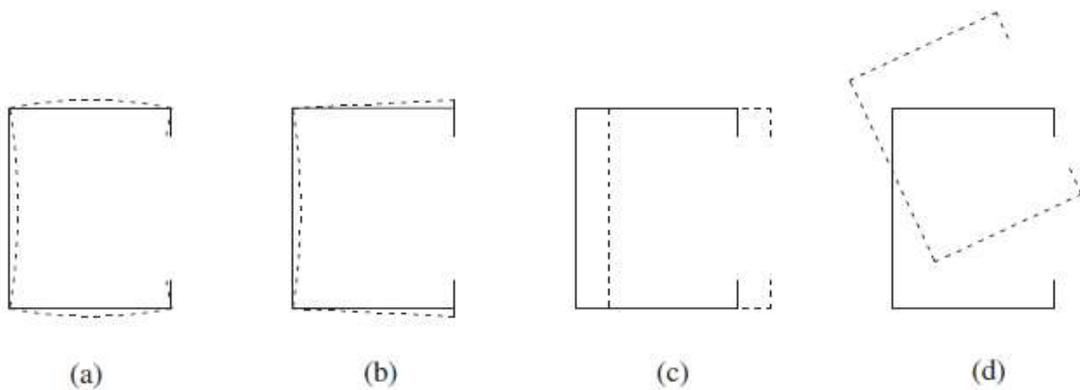


Figura 2.1: Modos de flambagem: (a) Modo Local (b) Modo Distorcional (c) Flexão na Menor Inércia (modo global) (d) Flexo-Torção (modo global).

A flambagem global caracteriza-se por deslocamentos de translação e/ou rotação da seção transversal da coluna, sem que haja alteração da forma da seção transversal. Para uma coluna sujeita a compressão centrada, três casos fundamentais de flambagem podem ser observados: (i) flexão em torno dos eixos principais de inércia (figura 2.1(c) para flexão em torno do eixo de menor inércia); (ii) torção em torno do centro de cisalhamento para perfis duplamente simétricos; e (iii) flexão em torno da maior inércia

associada à torção em torno do centro de cisalhamento (flexo-torção, figura 2.1(d)) em perfis mono ou assimétricos, cada um com seu valor próprio de tensão crítica.

Procedimentos de cálculo das forças críticas de flambagem global elástica já são totalmente incorporados nas Normas, inclusive a brasileira, NBR 14762 (ABNT, 2010).

O modo local (figura 2.1(a)) caracteriza-se por flexão das paredes do perfil, sem a ocorrência de deslocamento dos cantos dobrados. A flambagem local de uma coluna comprimida é totalmente análoga ao problema de flambagem de uma placa isolada comprimida já que uma coluna de aço formado a frio pode ser entendida como uma associação de placas longas ligadas entre si pelos bordos. Dessa forma, fórmulas para cálculo de força crítica de flambagem local elástica também encontram-se disponíveis nas normas de projeto, inclusive a brasileira, NBR 14762 (ABNT, 2010).

As equações diferenciais governantes e as expressões para as forças críticas de flambagem global e local de estruturas de paredes finas podem ser encontradas em publicações clássicas de estabilidade estrutural, como TIMOSHENKO e GERE (1963).

Finalmente, a flambagem distorcional (figura 2.1(b)) caracteriza-se pela rotação do conjunto mesa+enrijecedor em torno do canto dobrado alma/mesa, flexão da alma (semelhante ao modo de flambagem local) e deslocamentos dos cantos dobrados das chapas que compõem o perfil. Em geral, as paredes do conjunto mesa+enrijecedor sofrem pequenas deformações transversais por flexão (SILVESTRE e CAMOTIM, 2004).

Para clara identificação dos modos que influenciam um determinado elemento estrutural de PFF, é muito comum construir-se a chamada curva de assinatura (*signature curve*), que correlaciona a tensão crítica com o comprimento do perfil, considerando apenas uma meia onda do modo crítico de flambagem. O comprimento de meia onda de um modo de flambagem é o menor comprimento destravado da coluna, no qual este modo de flambagem desenvolve-se completamente.

A figura 2.2 reproduz a curva de assinatura em unidades imperiais de uma coluna de seção U Enrijecido apresentada em SCHAFFER (2000).

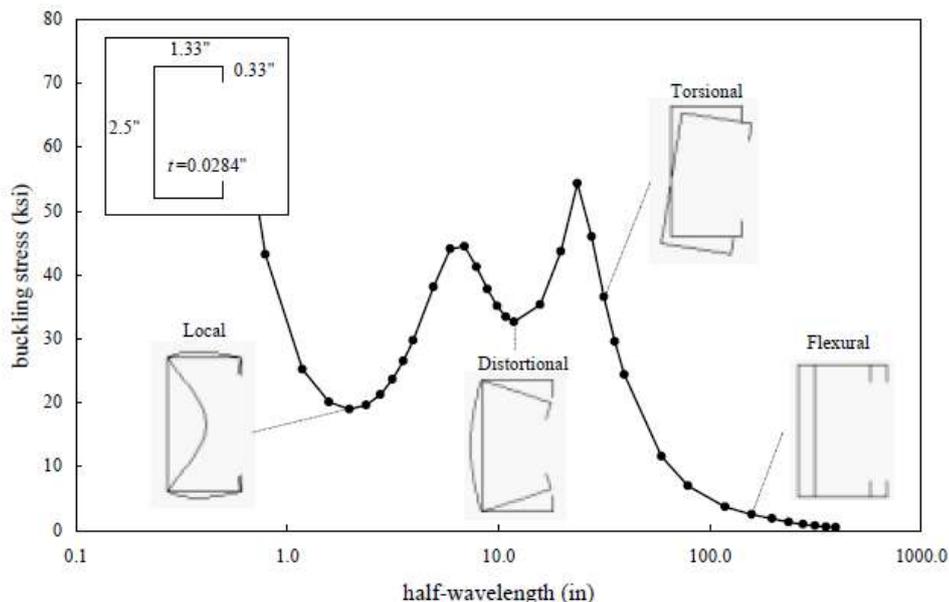


Figura 2.2: Tensão Crítica x Comprimento de Meia Onda, retirada de SCHAFER (2000).

Como mostra o gráfico da figura 2.2, o primeiro ponto de mínimo relativo corresponde ao modo de flambagem local crítico – aquele associado ao mínimo valor de tensão crítica – que se desenvolve com o menor comprimento de meia onda dentre os modos apresentados. Já o modo distorcional crítico ocorre para comprimentos ligeiramente maiores, correspondente ao segundo ponto de mínimo relativo do gráfico. Por fim, os modos globais de flexão e flexo-torção não apresentam mínimo relativo, sendo os modos críticos para comprimentos maiores da coluna. Esta característica dos comprimentos de meia-ondas é uma condição geral dos modos de flambagem dos perfis de seção aberta e pode ser considerada como uma regra para a identificação dos modos local, distorcional e global.

2.2 Flambagem Distorcional

Nos perfis U e Z enrijecidos mais usuais, o modo de flambagem local é geralmente o modo crítico, dada a esbeltez natural da alma (SCHAFER, 2000). Entretanto, existem seções em que o modo distorcional pode ser predominante. Segundo VAZQUEZ (2002), colunas com seção transversal do tipo rack (figura 2.3), seções U enrijecidos com relação entre altura da alma e largura da mesa em torno de 1, seções com enrijecedores intermediários na alma e seções com enrijecedores de borda curtos são casos em que a flambagem distorcional pode ser dominante.

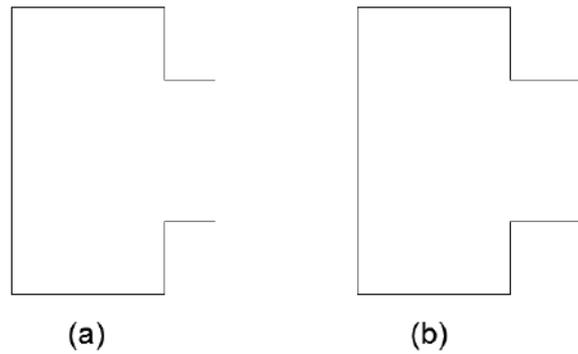


Figura 2.3: (a) Seção Rack (b) Seção Rack com enrijecedores adicionais.

O comportamento do modo local é bastante intuitivo, pois quanto maior a relação largura/espessura dos elementos que compõem a peça, menor será sua tensão de flambagem. Raciocínios semelhantes não se aplicam facilmente ao modo distorcional (SCHAFER, 2000). Para tentar chegar a conclusões semelhantes sobre o comportamento do modo distorcional, SCHAFER (2000) examinou a tensão crítica desse modo para diversas seções transversais U enrijecidos. Alguns comportamentos observados foram:

- Mesas de larguras muito elevadas ou muito pequenas reduzem a tensão crítica de flambagem distorcional. Há uma faixa ótima para a relação b_w/b_f onde b_w é altura da alma e b_f é largura da mesa, em que a seção apresenta maiores tensões críticas de flambagem, entretanto essa faixa ótima depende das dimensões do enrijecedor. Se a mesa for excessivamente curta, a flambagem da alma e a rotação da mesa enrijecida ocorrem para comprimentos de meia onda semelhantes, o que precipita o modo distorcional. Se a mesa for muito larga, a dimensão do enrijecedor passa a ser o fator mais importante para determinar o modo de flambagem predominante;
- Enrijecedores com grandes dimensões são geralmente melhores. Até uma faixa $b_s/b_f \approx 1$, sendo b_s a dimensão do enrijecedor, as tensões críticas de flambagem crescem com o aumento do enrijecedor. A partir dessa faixa, há degradação da tensão crítica, mas essa já é uma região de pequeno uso prático;
- Almas largas reduzem a tensão crítica. Para as seções analisadas, Schafer observou que ao dobrar a dimensão da alma b_w (demais dimensões inalteradas), a tensão crítica distorcional caiu por um fator de aproximadamente 2, ou seja, uma relação aparentemente linear. Esse comportamento é compreensível já que um dos fatores governantes do modo distorcional é a rigidez rotacional da

junção alma/mesa. Assim, uma alma mais flexível (ou esbelta) acarretará menor rigidez rotacional e, portanto, menor tensão crítica de flambagem. Deve-se ressaltar que essa tendência de redução difere do modo local, em que a tensão crítica varia com $(t/b_w)^2$ e portanto reduz mais rapidamente com o aumento da dimensão da alma.

Em suma, fica claro que a interação da alma, mesas e enrijecedores no modo distorcional é complexa, tendo em vista que, envolve deformações longitudinais de membrana associadas aos movimentos dos cantos dobrados (*warping*) bem como deformações associadas à flexão das placas que compõem o perfil. Essa complexidade explica a dificuldade ainda existente de se desenvolver critérios suficientemente simples e gerais para analisar esse fenômeno (SCHAFER, 2000).

2.2.1 Histórico

SHARP (1966) é reconhecido como o primeiro autor a apresentar tratamento teórico para flambagem distorcional, então denominada *overall buckling*. Sharp notou a similaridade entre os comportamentos de uma coluna sofrendo flambagem distorcional e uma estrutura composta pelo conjunto mesa-enrijecedor submetida à compressão uniforme com apoios elásticos na extremidade não enrijecida da mesa (figura 2.5). A partir de simplificações na restrição à rotação na junção da mesa com a alma, foi desenvolvida uma aproximação para a tensão crítica de flambagem distorcional de perfis U enrijecido e cartola de alumínio. SILVESTRE e CAMOTIM (2004) apontam duas inconsistências no modelo de SHARP (1966): (i) considerar as restrições elásticas impostas pela alma independentes da tensão aplicada; e (ii) assumir a inexistência de translação do conjunto mesa-enrijecedor na direção da largura da mesa. Sharp utilizou a investigação experimental de DWIGHT (1963) para os mesmos tipos de seção como verificação do tratamento teórico desenvolvido.

Em GOLDBERG *et al.* (1964), foi desenvolvido um método para cálculo de tensões críticas de flambagem flexional e torsional de seções de paredes finas para compressão e flexão considerando o efeito das deformações no plano da seção transversal.

No trabalho de WITTRICK (1968), o modo distorcional, chamado de modo torsional, é considerado no método desenvolvido para cálculo de matrizes de rigidez. O método aplica-se para análises de flambagem de painéis enrijecidos sob compressão. Diferente de TIMOSHENKO e GERE (1963) para a análise da flambagem local e torsional, a formulação de Wittrick assume que flexão transversal das paredes e deslocamentos dos cantos dobrados podem ocorrer conjuntamente para um modo de flambagem.

THOMASSON (1978) estudou experimentalmente perfis U enrijecidos com almas esbeltas e ao adicionar enrijecedores na alma para elevar a tensão de flambagem local deparou-se com um novo modo, o qual denominou *local-torsional*. MULLIGAN (1983), igualmente, ao estudar flambagem local deparou-se com o *local-torsional mode* e para contorná-lo, assim como THOMASSON (1978), adicionou travamentos para impedir o modo distorcional e tornar o modo local dominante. No entanto, esses travamentos conectando os enrijecedores deram origem ao modo distorcional antissimétrico, apresentado na figura 2.4.

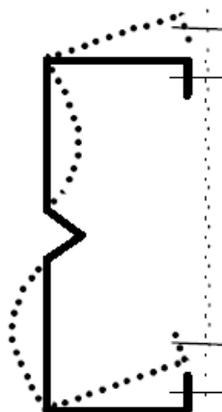


Figura 2.4: Modo distorcional antissimétrico, retirado de SCHAFER (2000).

Na tese de DESMOND (1977), a flambagem distorcional é referida como flambagem de enrijecedor. A partir de resultados experimentais, esse trabalho forneceu fórmulas empíricas para o coeficiente de flambagem k tanto para o modo local quanto para o modo distorcional. Essa tese serviu de base para as especificações da AISI (1996) que ainda tratava a flambagem distorcional como um outro modo local.

A partir da década de 80, época em que a denominação distorcional passou a ser adotada, alguns pesquisadores, sobretudo da Universidade de Sidney, começaram a concentrar esforços para melhor entendimento da flambagem distorcional, sobretudo

devido ao grande interesse despertado por seções tipo rack, que são muito afetadas por esse modo. HANCOCK (1985), através de investigação numérica e experimental, estabeleceu gráficos para determinar o valor de um coeficiente adimensional de flambagem distorcional k_D e o comprimento de meia onda λ_d do modo a partir das relações geométricas da seção tipo rack. Aplicando a clássica equação para flambagem local, mas com o coeficiente k_D e com a largura correspondente à seção inteira, a tensão crítica elástica para o modo distorcional pode ser determinada para perfis racks cujas mesas possuam a mesma dimensão e com enrijecedores a 45° .

Partindo de um modelo semelhante ao de SHARP (1966), LAU e HANCOCK (1987) apresentaram formulação analítica para o fenômeno da flambagem distorcional em perfis U enrijecidos, perfis racks de 90° com e sem enrijecedores adicionais. Assumindo não ocorrência de distorção da mesa enrijecida, esta é analisada isoladamente e o efeito da alma sobre o conjunto é considerado na forma de apoios elásticos restringindo rotação (mola k_ϕ) e translação lateral (mola k_x), conforme a figura 2.5. Assim, o modelo de análise se resume a uma coluna sofrendo flambagem flexo-torsional com apoios elásticos contínuos em um dos bordos. Simplificações são adotadas na formulação teórica visando maior praticidade na aplicação do formulário final. As fórmulas de LAU e HANCOCK (1987) foram incorporadas na NBR 14762 (ABNT, 2001), mas depois retiradas na versão mais recente (ABNT, 2010). A Norma da Austrália/Nova Zelândia (AS/NZS 4600, 1996) foi a primeira a incluir prescrições para a flambagem distorcional baseadas no trabalho de LAU e HANCOCK (1987). As prescrições para flambagem distorcional da última versão dessa norma (AS/NZS 4600, 2005) ainda baseiam-se no modelo de Lau e Hancock.

Sobre o modelo de Lau e Hancock, LI e CHEN (2008) afirmam que este, quando comparado com o Método das Faixas Finitas, apresenta resultados não conservadores para a tensão crítica de flambagem, sobretudo para casos em que a rigidez rotacional k_ϕ é elevada.

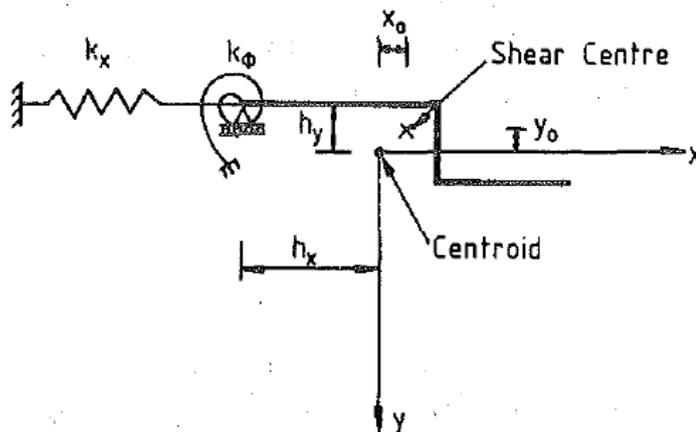


Figura 2.5: Modelo para Flambagem Distorcional, retirado de LAU e HANCOCK (1987).

LAU e HANCOCK (1988) apresentaram uma investigação experimental de colunas biengastadas de PFFs sob compressão uniforme. A partir de análises de estabilidade elástica, foram selecionadas seções cujas tensões de flambagem distorcional fossem inferiores às tensões críticas do modo local. Foram testadas 68 colunas com comprimentos variando de 300 mm a 1900 mm e de seções tipo U enrijecidos, racks com e sem enrijecedores adicionais e seções Cartola. As dimensões das almas foram aproximadamente 90 mm, as das mesas variaram entre 70 mm e 90 mm e as espessuras de parede foram 1,7 mm, 2,0 mm e 2,4 mm. Considerando-se apenas as colunas de seção U Enrijecido, as curtas (300 mm) apresentaram flambagem local, as intermediárias apresentaram flambagem distorcional ou flexo-torsional e as mais longas apresentaram flexo-torção (exceto a de menor espessura de parede que apresentou flambagem distorcional). A partir dos resultados experimentais, foram propostas curvas de projeto preliminares, baseadas na Parábola de Johnston (JOHNSTON, 1976), para determinar tensões de flambagem inelástica do modo distorcional.

Com o avanço do método das faixas finitas, especialmente o desenvolvimento do *Spline Finite Strip Method* (LAU e HANCOCK, 1986), LAU e HANCOCK (1990) analisaram o efeito das condições de apoio engastadas e o comportamento inelástico do modo distorcional para as colunas previamente testadas em LAU e HANCOCK (1988) comparando os resultados experimentais com os obtidos pelo *Spline Finite Strip Method*.

CHARNVARNICHBORIKARN e POLYZOIS (1992), utilizando modelo similar ao de LAU e HANCOCK (1987), desenvolveram expressões para cálculo da força de flambagem distorcional de perfis Z enrijecidos sob compressão uniforme. O modelo de Lau e Hancock também foi adotado por HANCOCK (1997) para obtenção de expressões para cálculo da tensão crítica de flambagem distorcional elástica em membros birrotulados com perfis U e Z enrijecidos sofrendo flexão em torno do eixo perpendicular à alma.

KWON e HANCOCK (1992) conduziram ensaios de compressão uniforme em colunas biengastadas formadas a frio de aço de alta resistência. Foram ensaiados perfis de seção U enrijecido com e sem enrijecedores na alma. Estes últimos tiveram comprimentos variando de 400 mm a 800 mm e dimensões da alma, mesa e enrijecedor em torno de 120 mm, 90 mm e 6 mm respectivamente. As seções geométricas e o tipo de aço foram escolhidos de forma a garantir a ocorrência simultânea dos modos distorcional e local e um considerável comportamento pós-crítico da coluna. As tensões críticas experimentais apresentaram boa concordância com os valores obtidos pelo *Spline Finite Strip Method*. Além disso, este trabalho fez uma extensão das curvas propostas inicialmente por LAU e HANCOCK (1988) de forma a determinar a resistência de peças esbeltas com alta tensão de escoamento que possam flambar no domínio elástico do material. Foi observado que a curva de WINTER (1968), que é utilizada para a flambagem local, quando adaptada para o modo distorcional (bastando utilizar a tensão elástica do modo distorcional nas fórmulas) conduz a resultados não conservativos para a resistência. Com isso, foram propostas pequenas alterações nos expoentes e coeficientes das fórmulas de Winter, obtendo-se uma curva com boas estimativas de resistência. Essa versão modificada da Curva de Winter é considerada na última versão da Norma de Projeto do Brasil (ABNT, 2010).

A partir de análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos de um conjunto mesa/enrijecedor isolado com dimensões variadas, SCHAFER (1997) concluiu que: (i) o colapso pelo modo distorcional apresenta menor resistência de pós-flambagem se comparado ao modo de colapso local; (ii) o colapso pelo modo distorcional pode ocorrer mesmo em casos que a tensão elástica crítica de flambagem distorcional é superior à do modo local; e (iii) o colapso pelo modo distorcional possui maior sensibilidade a imperfeições.

Importante contribuição ao modelo de LAU e HANCOCK (1987) foi proposta por SCHAFER (1997), Schafer faz uma aproximação explícita da parcela da alma na rigidez rotacional na junção alma/mesa. Nessa aproximação, a rigidez rotacional da junção é composta por uma parcela de rigidez geométrica dependente da tensão atuante e outra parcela de rigidez elástica, sendo que tanto a alma quanto a mesa contribuem para a rigidez total. Assim, um novo método para previsão da tensão de flambagem distorcional de colunas birrotuladas em compressão axial de perfis U e Z enrijecidos e racks foi proposto. As fórmulas desenvolvidas por Schafer estão incluídas na norma norte-americana de perfis formados a frio (AISI, 2016).

Para relação $h/b > 4$ (valor aproximado), sendo h altura da alma e b largura da mesa, SCHAFER (2000) aponta que as fórmulas de LAU e HANCOCK (1987) fornecem valores para a tensão crítica de flambagem distorcional tendendo a zero enquanto que as fórmulas de SCHAFER (1997) tendem para um valor igual ou um pouco maior que o da tensão de flambagem local da alma, o que é a solução esperada. Isso ocorre devido ao tratamento mais preciso dado pelo último à influência da alma na rigidez a rotação da junção alma/mesa.

TENG *et al.* (2003) estenderam a formulação de LAU e HANCOCK (1987) para perfis U enrijecidos e racks submetidos a combinação de compressão uniforme e flexão em torno do eixo paralelo à alma (eixo de menor inércia para maioria desses perfis). Foram analisadas peças de seção rack com condições de apoio simplesmente apoiadas e submetidas a força de compressão com excentricidades horizontais, gerando flexão no plano de simetria. Variando o valor da excentricidade da força e tomando os valores da rigidez à translação lateral (k_x) como nulo ou tendendo a infinito, o estudo observou uma relação quase linear entre a rigidez rotacional da alma (k_ϕ) e a tensão da mesma. Além disso, foi observado que a excentricidade da força tem pouca influência no comprimento de meia-onda ainda que afete o valor da carga de flambagem elástica. Os resultados de tensão crítica obtidos desprezando k_x ficaram muito mais próximos dos resultados numéricos pelo Método das Faixas Finitas, o que está em concordância com o trabalho de LAU e HANCOCK (1987). Entretanto, deve-se ressaltar que esse trabalho desenvolveu expressões envolvendo a carga aplicada (força ou momento) e comprimento de meia onda, sendo necessário um processo iterativo ou curva de carga x comprimento de meia onda para determinação do comprimento crítico. SILVESTRE e

CAMOTIM (2004) propõem a utilização das expressões de LAU e HANCOCK (1987) para o cálculo do comprimento crítico na formulação de TENG *et al.* (2003).

SILVESTRE e CAMOTIM (2004) apresentaram uma formulação baseada no GBT (e.g. SILVESTRE, 2005) para determinação do comprimento crítico distorcional e da tensão crítica de flambagem. As expressões são aplicáveis para perfis U e Z enrijecidos com qualquer inclinação de enrijecedores e perfis cartola, submetidos à compressão uniforme, flexão pura ou à combinação de ambos. Além disso, 4 condições de apoio são consideradas: 2 extremidades simplesmente apoiadas e com empenamento livre (SS); 2 extremidades engastadas com empenamento impedido (CC); 1 extremidade SS e outra CC; e 1 extremidade engastada (CC) e outra livre mas com empenamento impedido (F). A formulação proposta apresenta erros abaixo de 7% em relação aos resultados exatos obtidos pelo GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008) para todas as peças U enrijecido analisadas, exceto uma. Entretanto, deve ser ressaltado que a formulação recorre a um código em FORTRAN, ou seja, ao uso de computador para calcular a tensão crítica, o que compromete a praticidade do método.

PALA (2006) desenvolveu fórmulas baseadas em redes neurais para o cálculo da tensão crítica de flambagem distorcional de perfis U enrijecidos com extremidades simplesmente apoiadas. As expressões foram comparadas com resultados: (i) experimentais de MULLIGAN (1983), PEKÖZ (1987) e MILLER e PEKÖZ (1994); (ii) numéricos (Método das Faixas Finitas) e; (iii) das expressões de LAU e HANCOCK (1987) e SCHAFER (1997).

Um dos trabalhos mais relevantes para essa pesquisa é o de SILVESTRE e CAMOTIM (2010), nele é apresentado um procedimento analítico para determinar o campo de deslocamentos do modo distorcional aplicando a condição de ortogonalidade entre este modo e os modos convencionais de deformação: axial, global e torsional. Para perfis U enrijecidos, este trabalho ainda desenvolve uma expressão para a energia potencial total baseada nas deformações e deslocamentos do modo distorcional. Através da minimização da expressão obtida, são obtidas fórmulas para a tensão crítica e o comprimento crítico do modo de flambagem distorcional. A abordagem explícita por energia utilizada nesse trabalho é pouco explorada para o modo distorcional, mas bastante semelhante à que será aplicada nessa dissertação.

ZHOU *et al.* (2015), utilizando o modelo teórico de LAU e HANCOCK (1987), apresentam fórmulas para cálculo da tensão crítica de flambagem distorcional de perfis U enrijecidos com extremidades simplesmente apoiadas e engastadas sob compressão uniforme. As principais diferenças em relação ao desenvolvimento feito por LAU e HANCOCK (1987) são: as funções de deslocamento assumidas, a aplicação do método de Galerkin na equação de equilíbrio do modelo e a adoção de um novo fator de redução para k_φ (rigidez a rotação do apoio) devido à flexão da alma. Com isso, novas fórmulas foram obtidas, ainda que semelhantes às anteriores.

No trabalho de Zhou e colaboradores, foi realizado um estudo paramétrico de 189 seções transversais. Comparando os resultados de tensão crítica com os obtidos usando a ferramenta computacional baseada no método das faixas finitas, CUFSM (SCHAFER, 2010), diferenças abaixo de 9% foram observadas no caso de apoios biengastados. Uma validação para a carga última pelo *Direct Strength Method* (DSM) também é feita utilizando as tensões elásticas calculadas pela formulação proposta, os resultados são comparados com valores numéricos do *software* ANSYS (SAS, 2009) expostos em LANDESMANN e CAMOTIM (2013). Para colunas simplesmente apoiadas, os resultados, para as mesmas seções transversais, utilizando as expressões propostas, as fórmulas de LAU e HANCOCK (1987) e as fórmulas de SCHAFER (1997), foram comparados com os valores obtidos pelo CUFSM (SCHAFER, 2010). Para apenas 6 seções, as tensões críticas dadas por SILVESTRE e CAMOTIM (2004) e pelo formulário proposto foram comparadas com os valores obtidos pelo GBTUL. Nesta comparação, as fórmulas propostas apresentaram os resultados mais precisos em relação ao GBTUL.

2.2.2 Modelo de Lau e Hancock (1987)

A partir do modelo da figura 2.5 para o conjunto mesa-enrijecedor, considera-se o equilíbrio de forças nas direções dos eixos x e y e de momentos em torno do centro de cisalhamento (*Shear Centre*). As equações diferenciais de equilíbrio são as seguintes:

$$EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + EI_{xy} \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + P \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + y_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + k_x [u + (y_0 - h_y) \varphi] = 0 \quad (2.1)$$

$$EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + EI_{xy} \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + P \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + x_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + Q_y = 0 \quad (2.2)$$

$$EI_w \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} - \left(GJ - \frac{I_0}{A} P \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - P \left(x_0 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - y_0 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + k_x [u + (y_0 - h_y) \varphi] (y_0 - h_y) - Q_y (x_0 - h_x) + k_\varphi \varphi = 0 \quad (2.3)$$

Nas equações 2.1, 2.2 e 2.3:

E – Módulo de Elasticidade de Young

G – Módulo de Elasticidade Transversal

J – Constante de torção de Saint-Venant do conjunto mesa-enrijecedor de borda

I_w – Constante de empenamento do conjunto mesa-enrijecedor de borda com relação ao centro de cisalhamento do conjunto

I_x , I_y e I_{xy} – momentos de inércia e produto de inércia do conjunto mesa-enrijecedor com relação aos eixos x, y centroidais conforme figura 2.5

I_0 – momento polar de inércia em relação ao centro de cisalhamento do conjunto mesa-enrijecedor

A – área do conjunto mesa-enrijecedor

x_0 , y_0 – coordenadas do centro de cisalhamento da mesa enrijecida

h_x , h_y – coordenadas da junção alma/mesa

k_x – rigidez à translação lateral (direção x) do apoio

k_φ – rigidez rotacional do apoio

P – força de compressão atuante no centro de gravidade do conjunto

Q_y – reação de apoio na direção y

u – deslocamentos do centro de cisalhamento na direção do eixo x

v – deslocamentos do centro de cisalhamento na direção do eixo y

φ – rotação da seção em relação ao centro de cisalhamento

Os seguintes campos de deslocamentos são assumidos:

$$\varphi = A_1 \text{sen} \left(\frac{\pi z}{\lambda} \right) \quad (2.4)$$

$$u = A_2 \text{sen} \left(\frac{\pi z}{\lambda} \right) \quad (2.5)$$

Sendo A_1 e A_2 , constantes representando as amplitudes e λ o comprimento de meia-onda.

Considerando que o deslocamento vertical (na direção y) no ponto de junção entre alma e mesa (apoio) é nulo, a função que descreve o deslocamento v no centro de cisalhamento é dada por:

$$v = (x_0 - h_x)\varphi = (x_0 - h_x)A_1 \text{sen} \left(\frac{\pi z}{\lambda} \right) \quad (2.6)$$

Substituindo-se as funções de deslocamentos 2.4, 2.5 e 2.6 nas equações de equilíbrio 2.1, 2.2 e 2.3, a força crítica pode ser determinada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\pi^2}{\lambda^2} EI_{xy}(x_0 - h_x) + \frac{\lambda^2}{\pi^2} k_x(y_0 - h_y) - Py_0 \right]^2 \\ & - \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} EI_y + \frac{\lambda^2}{\pi^2} k_x - P \right) \left\{ \frac{\pi^2}{\lambda^2} [EI_w + EI_x(x_0 - h_x)^2] + GJ \right. \\ & \left. - \left(\frac{I_0}{A} - x_0^2 + h_x^2 \right) P + \frac{\lambda^2}{\pi^2} [k_x(y_0 - h_y)^2 + k_\varphi] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

A partir da construção de um gráfico de P por λ , pode-se determinar o ponto de mínimo (solução da equação 2.7) que corresponderá ao par força e comprimento críticos.

➤ Simplificações do Modelo e Fórmulas Finais

LAU e HANCOCK (1987) afirmam que o coeficiente da mola à translação k_x depende do fenômeno de perda de estabilidade da alma, ou seja, da magnitude dos

deslocamentos que a mesma apresenta. Esses deslocamentos são causados pela flambagem local na própria alma e pelos deslocamentos da junção alma/mesa.

Além da flexão na alma, o modo distorcional de perfis monossimétricos envolve rotação das mesas em torno da junção alma/mesa e flexão da seção no seu plano de simetria. A contribuição dessas duas últimas parcelas para o modo de flambagem depende da geometria da seção, sobretudo da relação entre largura da mesa e altura da alma. Seções com mesas largas em relação à alma (figura 2.6(b)), independentemente da posição do enrijecedor de extremidade (voltado para dentro ou para fora), apresentam basicamente rotação da mesa enrijecida, isto é, com pequenos deslocamentos da junção alma/mesa por flexão. Assim, essas seções apresentam tensões críticas de flambagem distorcional similares. Ao passo que, seções com mesas curtas em relação à alma (figuras 2.6(a) e 2.6(c)) apresentam maior parcela de flexão no plano de simetria. Nessas seções, o sentido do deslocamento final da junção alma/mesa depende da posição do enrijecedor, o que afeta a tensão crítica de flambagem distorcional. Adicionalmente, pode haver deformação por flexão de placa nas mesas (figura 2.6(d)).

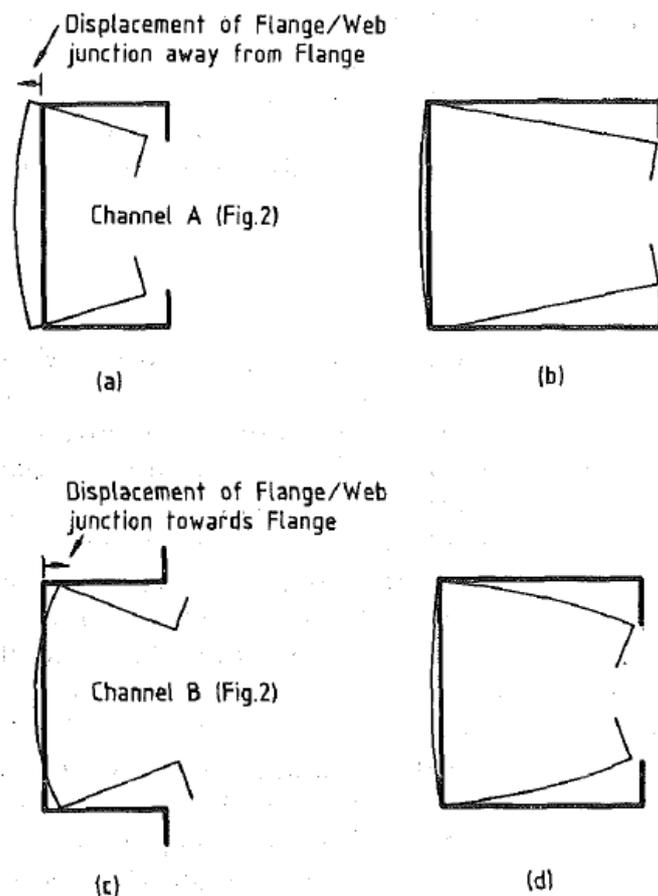


Figura 2.6: (a) Seção U enrijecido com mesa curta em relação à alma (b) Seção U enrijecido com mesa larga em relação à alma (c) Seção cartola com mesa curta em relação à alma (d) Seção U enrijecido com flexão na mesa, retirada de LAU e HANCOCK (1987).

Devido à estabilidade reduzida da alma no caso de perfis U enrijecidos, k_x é desprezado no cálculo da força crítica.

Lau e Hancock apresentam curvas de assinatura e concluem que os comprimentos de onda críticos λ não diferem muito para os valores extremos $k_x = 0$ e k_x tendendo ao infinito, estando o comprimento verdadeiro entre os dois. Por isso, o comprimento crítico é calculado considerando k_x tendendo a infinito. Os autores também apresentam expressão para a rigidez rotacional k_ϕ imposta pela alma em função das dimensões da mesma, comprimento de meia-onda e tensão aplicada, mas terminam por desprezar o efeito dos dois últimos fatores mencionados para determinação do comprimento crítico. Ainda, para cálculo da força crítica, uma nova expressão de k_ϕ é sugerida, levando-se em conta a influência das tensões de compressão na alma através do clássico fator de redução ($1 - P/P_{cr}$) além de fator de ajuste baseado em resultados obtidos pelo método das faixas finitas para levar em conta deformações por cisalhamento e distorção das mesas.

A força crítica é dada então pelo menor valor positivo obtido da Eq. 2.8:

$$P_{cr} = \frac{E}{2} \left\{ (\alpha_1 + \alpha_2) \pm \sqrt{[(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 4\alpha_3]} \right\} \quad (2.8)$$

Onde:

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\beta_1} (\beta_2 + 0,039J\lambda^2) + \frac{k_\varphi}{\beta_1 \eta E} \quad (2.9)$$

$$\alpha_2 = \eta \left(I_y - 2y_0 \frac{\beta_3}{\beta_1} \right) \quad (2.10)$$

$$\alpha_3 = \eta \left(\alpha_1 I_y - \frac{\eta}{\beta_1} \beta_3^2 \right) \quad (2.11)$$

$$\beta_1 = h_x^2 + \frac{(I_x + I_y)}{A} \quad (2.12)$$

$$\beta_2 = I_w + I_x (x_0 - h_x)^2 \quad (2.13)$$

$$\beta_3 = I_{xy} (x_0 - h_x) \quad (2.14)$$

$$\beta_4 = \beta_2 + (y_0 - h_y) [I_y (y_0 - h_y) - 2\beta_3] \quad (2.15)$$

$$\lambda = 4,80 \left(\frac{\beta_4 b_w}{t^3} \right)^{0,25} \quad (2.16)$$

$$\eta = \left(\frac{\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (2.17)$$

$$k_\varphi = \frac{Et^3}{5,46(b_w + 0,06\lambda)} \left[1 - \frac{1,11P'}{EA t^2} \left(\frac{b_w^2 \lambda}{b_w^2 + \lambda^2} \right)^2 \right] \quad (2.18)$$

P' é o menor valor positivo calculado pela expressão 2.8 usando:

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\beta_1} (\beta_2 + 0,039J\lambda^2) \quad (2.19)$$

Nas expressões acima:

b_w – altura da alma

t – espessura da alma

2.2.3 Modelo de Schafer (1997)

No modelo de Schafer, o conjunto mesa-enrijecedor é analisado isoladamente tal como no modelo de Lau e Hancock, enquanto a alma é analisada pelo Método das Faixas Finitas. A diferença entre os modelos está na função para mola rotacional da junção alma/mesa, que agora é constituída por parcelas elásticas e parcelas geométricas dependentes da tensão atuante. Além disso, tanto a alma quanto a mesa contribuem para a rigidez rotacional da junção, que pode ser expressa como:

$$k_{\varphi} = (k_{\varphi f} + k_{\varphi w})_e - (k_{\varphi f} + k_{\varphi w})_g \quad (2.20)$$

Onde os subíndices w referem-se à alma (*web*), f , à mesa (*flange*), e , à parcela elástica e g , à parcela geométrica.

A flambagem distorcional ocorrerá quando a rigidez rotacional for nula:

$$k_{\varphi} = 0 \quad (2.21)$$

A parcela geométrica de rigidez pode ser linearizada em função da tensão atuante f :

$$k_{\varphi} = k_{\varphi fe} + k_{\varphi we} - f(\tilde{k}_{\varphi fg} + \tilde{k}_{\varphi wg}) \quad (2.22)$$

A tensão crítica f_{crd} será então:

$$f_{crd} = \frac{k_{\varphi fe} + k_{\varphi we}}{\tilde{k}_{\varphi fg} + \tilde{k}_{\varphi wg}} \quad (2.23)$$

Onde as parcelas de rigidez podem ser calculadas pelas expressões:

$$k_{\varphi we} = \frac{Et^3}{6h(1-\nu^2)} \quad (2.24)$$

$$\tilde{k}_{\varphi wg} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \frac{th^3}{60} \quad (2.25)$$

$$k_{\varphi fe} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^4 \left[EI_x(x_0 - h_x)^2 + EC_w - E \frac{I_{xy}^2}{I_y}(x_0 - h_x)^2 \right] + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 GJ \quad (2.26)$$

$$\tilde{k}_{\varphi fg} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^4 \left\{ A \left[(x_0 - h_x)^2 \left(\frac{I_{xy}}{I_y}\right)^2 - 2y_0(x_0 - h_x) \left(\frac{I_{xy}}{I_y}\right) + h_x^2 + y_0^2 \right] + I_x + I_y \right\} \quad (2.27)$$

As expressões 2.24 e 2.25 das rigidezas da alma são obtidas a partir do modelo de Faixas Finitas para uma placa simplesmente apoiada. As funções de deslocamentos transversais da placa são polinômios cúbicos e suas matrizes de rigidez elástica e geométrica são conhecidas. A expressão de $\tilde{k}_{\varphi wg}$ apresenta a forma corrigida por SCHAFFER (2000) e exposta em SCHAFFER (2002).

As expressões 2.26 e 2.27 referentes às parcelas de rigidez da mesa são obtidas a partir do mesmo modelo de análise utilizado por LAU e HANCOCK (1987). Como neste, a rigidez lateral (k_x) é desprezada e se considera um apoio apenas restringindo a translação vertical (direção y) e uma mola rotacional.

O comprimento crítico L_{cr} é calculado pela equação 2.28:

$$L_{cr} = \left\{ \frac{6\pi^4 h(1 - \nu^2)}{t^3} \left[I_x(x_0 - h_x)^2 + C_w - \frac{I_{xy}^2}{I_y} (x_0 - h_x)^2 \right] \right\}^{1/4} \quad (2.28)$$

Nas expressões anteriores h é a altura da alma e C_w corresponde ao I_w do modelo de Lau e Hancock. Os demais parâmetros são os mesmos do modelo de Lau e Hancock.

As coordenadas x_0 , y_0 , h_x e h_y devem ser consideradas com sinal na aplicação das expressões de Lau e Hancock e de Schafer. Por exemplo, das dimensões indicadas na figura 2.7, apenas x_0 seria positiva.

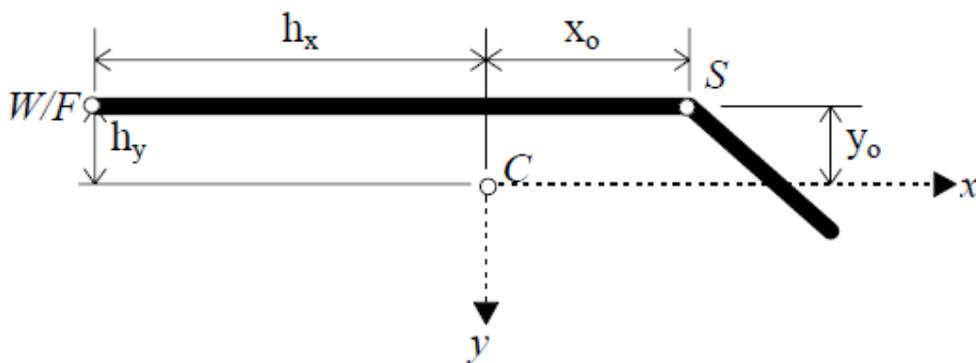


Figura 2.7: Dimensões para modelos de Lau e Hancock (1987) e Schafer (1997).

2.2.4 Modelo de Silvestre e Camotim (2010)

SILVESTRE e CAMOTIM (2010) apresentaram um procedimento analítico para o cálculo da distribuição de deslocamentos (u,v,w) associado ao modo de flambagem distorcional numa seção transversal, onde u , v e w correspondem, respectivamente, aos deslocamentos longitudinais (*warping*), na direção da linha média de cada parede da seção transversal e na direção da espessura da parede, conforme ilustrado na figura 2.8. Na mesma figura, são apresentados os eixos locais de cada parede (x,s,z) aos quais estão relacionados aos deslocamentos (u,v,w) . Obtidas as distribuições de deslocamentos na seção transversal, os campos de deslocamentos são obtidos adotando-se uma variação ao longo do eixo x (e.g. senoidal) e as deformações relacionadas podem ser obtidas na sequência. Conhecidas as deformações e deslocamentos, os autores utilizam formulação por energia, obtendo a Energia Potencial Total. A partir da extremização da expressão de energia, são obtidos o comprimento de flambagem e a tensão crítica. Para esse desenvolvimento, as seguintes hipóteses são adotadas:

- As deformações transversais de membrana na direção da linha média são nulas, isto é, $\varepsilon_{ss} = \partial v / \partial s = 0$.
- As deformações de membrana por cisalhamento no plano médio de cada parede são nulas, isto é, $\gamma_{xs} = 0$ ou $\partial u / \partial s = -\partial v / \partial x$.
- Para as paredes que apresentam *warping* significativo, assume-se que elas apresentam apenas movimentos de corpo rígido no plano da seção transversal, isto é, possuem curvatura transversal nula ($\partial^2 w / \partial s^2 = 0$).
- As deformações longitudinais originadas da flexão das paredes (*warping* secundário) são desprezadas, isto é, $\varepsilon_{xx} = -z \partial^2 w / \partial x^2 \approx 0$.

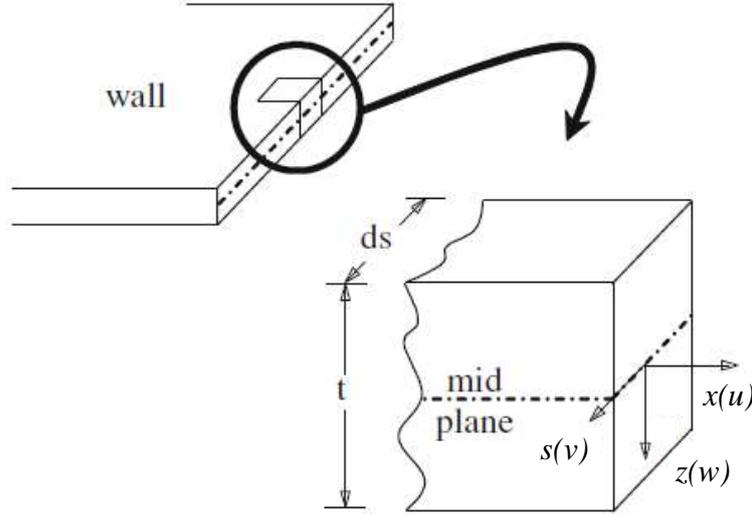


Figura 2.8: Sistema de eixos locais e deslocamentos de cada parede, adaptado de SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

A partir das duas primeiras hipóteses, conclui-se que os deslocamentos v são uniformes em cada parede da seção e se obtém a relação $v = -\frac{\partial u}{\partial s} dx$. Essas hipóteses são adotadas nas formulações GBT (e.g. SILVESTRE, 2005) e cFSM (ÁDÁNY e SCHAFER, 2008).

Para perfis U enrijecidos, a terceira hipótese acarreta curvatura transversal não nula apenas na alma. Já a quarta hipótese implica que o *warping* não varia ao longo da espessura da parede (direção de z). Essas duas últimas hipóteses (ou simplificações) não são adotadas pelas formulações GBT e cFSM.

Para a determinação da distribuição de *warping* do modo distorcional (*warping* refere-se às deformações longitudinais de membrana), assume-se uma distribuição de deslocamentos inicial arbitrária u_1 . Esta distribuição pode ser escrita como uma combinação linear dos deslocamentos dos seguintes modos: (i) axial (u_A); (ii) globais de flexão em torno dos eixos de maior e menor inércia (u_I e u_{II} , respectivamente); (iii) torsional (u_T); e (iv) distorcional (u_D).

$$u_1 = C_A u_A + C_I u_I + C_{II} u_{II} + C_T u_T + u_D \quad (2.29)$$

O perfil de *warping* do modo distorcional pode ser escrito como:

$$u_D = u_1 - C_A u_A - C_I u_I - C_{II} u_{II} - C_T u_T \quad (2.30)$$

No caso específico da seção U enrijecido, apenas os modos simétricos em relação ao eixo de simetria da seção podem ser considerados para determinar o perfil de

warping do modo distorcional, uma vez que, os modos antissimétricos, flexão em torno do eixo de maior inércia e torção, são automaticamente ortogonais ao modo distorcional. Logo, o perfil de *warping* da seção U enrijecido pode ser reescrito como:

$$u_D = u_1 - C_A u_A - C_{II} u_{II} \quad (2.31)$$

Os perfis de deslocamentos longitudinais do modo distorcional (u_D) bem como dos modos axial (u_A) e de flexão em torno do eixo de menor inércia (u_{II}) são apresentados na figura 2.9 para apenas meia seção U enrijecido, já que são simétricos em relação ao eixo de simetria da seção.

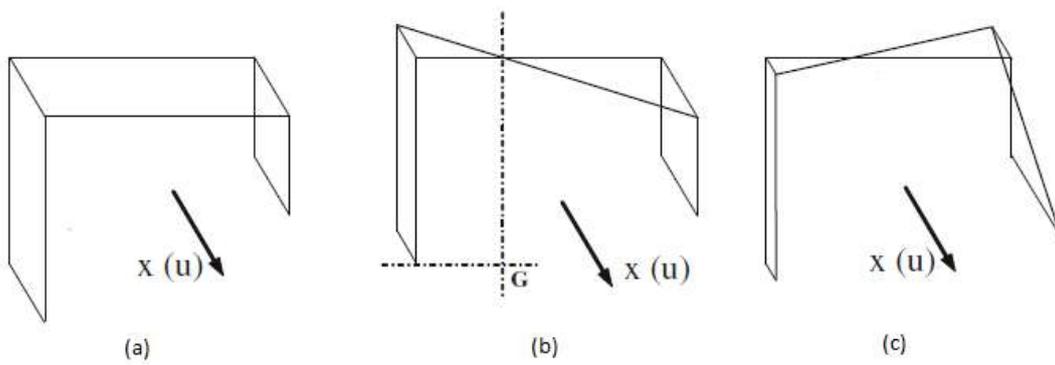


Figura 2.9: Perfis de deslocamentos longitudinais dos modos: (a) axial (b) flexão em torno do eixo de menor inércia e (c) distorcional, retirado de SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

Pela condição de ortogonalidade entre os modos de flambagem, os coeficientes C_A e C_{II} podem ser determinados:

$$C_A = \frac{1}{A} \int_{\Omega} u_A u_1 d \Omega \quad (2.32)$$

$$C_{II} = \frac{1}{I_{II}} \int_{\Omega} u_{II} u_1 d \Omega \quad (2.33)$$

Sendo A, a área da seção transversal e:

$$I_{II} = \int_{\Omega} u_{II} u_{II} d \Omega \quad (2.34)$$

Ω corresponde à integração na área da seção transversal.

Após o cálculo, a distribuição de deslocamentos u_D , a distribuição de v pode ser determinada com base nas segunda e terceira hipóteses assumidas e a distribuição de w pode ser obtida pelas compatibilidades de deslocamentos entre as paredes.

Os campos de deslocamentos serão expressos por:

$$U = u \cdot d \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.35)$$

$$V = v \cdot d \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.36)$$

$$W = w \cdot d \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.37)$$

Sendo d um parâmetro não nulo e L o comprimento do modo de flambagem.

As deformações associadas a esses campos de deslocamentos são de membrana e de flexão. Para o cálculo da energia de deformação, a única deformação não-nula de membrana será a deformação longitudinal, dada por $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$. As deformações por flexão consideradas para a energia serão: (i) o alongamento/encurtamento transversal dado por $\varepsilon_s = -z \partial^2 w / \partial s^2$; e (ii) a parcela de cisalhamento dada por $\gamma_{xs} = -2z (\partial^2 w / \partial x \partial s)$.

Para o cálculo do trabalho potencial, SILVESTRE e CAMOTIM (2010) consideram a deformação longitudinal dada por $\varepsilon_x = 1/2 (\partial v / \partial x)^2 + 1/2 (\partial w / \partial x)^2$.

Com a Energia Potencial Total calculada, basta extremizá-la em relação ao parâmetro d para obter a expressão da tensão crítica. O comprimento crítico será aquele que minimiza a tensão.

2.2.5 Modelo de Zhou *et al.* (2015)

A formulação de Zhou e colaboradores é bastante semelhante à de LAU e HANCOCK (1987), sendo a principal diferença a expressão para rigidez rotacional da junção: fatores C_w e C_c foram incluídos para considerar os efeitos da geometria da seção e das condições de apoio sobre a rigidez rotacional. Esses fatores foram ajustados de acordo com os resultados obtidos por análise de Faixas Finitas.

A força crítica é dada pelo menor valor positivo obtido pela mesma equação de LAU e HANCOCK, expressão 2.8. Os parâmetros α_1 , α_2 , α_3 , β_1 são calculados pelas mesmas expressões do modelo de LAU e HANCOCK (1987), equações 2.9 a 2.14.

A rigidez da mola rotacional é dada pela equação 2.38:

$$k_{\varphi} = \frac{2DC_w C_c}{h} \left[1 - \frac{P'}{k_w} \frac{th^2}{AD\pi^2} \right] \quad (2.38)$$

P' é o menor valor positivo calculado da mesma forma de LAU e HANCOCK (1987), equação 2.8 utilizando α_1 da equação 2.19.

Os fatores C_c , C_w , λ , η e k_w dependem das condições de contorno. Para o caso de extremidades rotuladas e com empenamento livre, ZHOU *et al.* (2015) recomendam os seguintes valores:

$$C_c = 1 \quad (2.39)$$

$$C_w = \min \left(\frac{1}{1 + 0,5b/h}, \frac{1}{0,25 + 0,5h/b} \right) \quad (2.40)$$

$$\lambda = 4,8 \left(\frac{I_x b^2 h}{t^3} \right)^{0,25} \quad (2.41)$$

$$\eta = \left(\frac{\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (2.42)$$

$$k_w = \left(\frac{h}{\lambda} + \frac{\lambda}{h} \right)^2 \quad (2.43)$$

Nas fórmulas acima:

D – Rigidez Flexional de placa = $Et^3/12(1-\nu^2)$

h – altura da alma

b – largura da mesa

Os demais parâmetros seguem a nomenclatura apresentada no modelo de Lau e Hancock.

3. Formulação para Flambagem Distorcional

O uso de Princípios de Energia é uma alternativa à abordagem mais utilizada de equações de equilíbrio para compreender o comportamento de estruturas submetidas a ações externas diversas. Sobretudo para problemas de estabilidade estrutural, a análise pelo enfoque da energia fornece informações importantes sobre as condições de equilíbrio do sistema.

Nesse capítulo, são apresentados os conceitos básicos de Energia Potencial de estruturas deformáveis, passando pelos critérios de equilíbrio e de estabilidade. Depois, é introduzido o Método do Quociente de Rayleigh, que foi utilizado no desenvolvimento teórico dessa pesquisa. Por fim, são apresentados os modelos desenvolvidos nesse trabalho para obtenção de equações para flambagem distorcional.

3.1 Energia Potencial de Sistemas Estruturais e Cargas de Flambagem

A Energia Potencial Total (Π) de uma estrutura deformável pode ser dividida em duas parcelas: energia de deformação (U) e energia potencial das cargas (W). A primeira parcela corresponde à energia armazenada na estrutura quando a mesma se deforma considerando que não há perda de energia, isto é, tratando-se de um sistema conservativo (VAZ, 2011). A energia potencial das cargas é o trabalho realizado pelas cargas atuantes, supostas constantes com seu valor final, para levar a estrutura da configuração indeformada à configuração deformada.

$$\Pi = U - W \quad (3.1)$$

O Princípio da Energia Potencial Total Estacionária (PEPTE) enuncia que entre todas as configurações geometricamente possíveis que uma estrutura pode assumir, a configuração que corresponde ao equilíbrio é aquela cuja Energia Potencial Total é estacionária. Matematicamente, o PEPTE equivale à primeira variação da Energia Potencial Total ser nula:

$\delta\Pi = 0$ – Condição de Equilíbrio

Esse equilíbrio pode ser estável, instável ou neutro. O conceito de estabilidade do equilíbrio pode ser compreendido pelo problema de uma esfera rígida em repouso sobre uma superfície. Por praticidade, a Energia Potencial Total será referida a partir desse ponto como EPT.

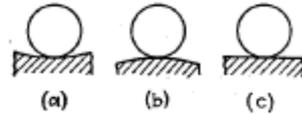


Figura 3.1: Esferas em equilíbrio (a) Estável (b) Instável e (c) Neutro, retirada de TIMOSHENKO e GERE (1963).

Nos 3 casos da figura 3.1, a esfera está em equilíbrio. Entretanto no caso (a), uma perturbação que tire a esfera da sua posição de equilíbrio, elevando-a, acarretará no aumento da EPT da esfera indicando que a configuração de equilíbrio inicial é um ponto de EPT mínima. Ademais, se a perturbação for retirada, a esfera retornará à configuração inicial caracterizando um equilíbrio estável. No caso (b), verifica-se exatamente o contrário do caso (a), qualquer perturbação diminuirá a EPT da esfera, indicando que a configuração de equilíbrio é um ponto de EPT máxima e caso a perturbação seja retirada, a esfera não retornará naturalmente à configuração de equilíbrio inicial, caracterizando um equilíbrio instável. Por último, o caso (c) corresponde ao equilíbrio neutro, pois uma perturbação na posição não alteraria a EPT da esfera e seu equilíbrio seria mantido.

Em resumo, para que uma configuração de equilíbrio seja estável, a Energia Potencial Total dessa configuração deve ser um mínimo local. No caso de ser instável, a Energia Potencial Total da configuração é um máximo local e no caso de equilíbrio neutro, a EPT não varia nas vizinhanças da configuração de equilíbrio. Matematicamente, o tipo de estabilidade pode ser obtido considerando uma variação $\Delta\Pi$ da EPT em torno do ponto de equilíbrio:

Se $\Delta\Pi > 0$ Equilíbrio Estável

Se $\Delta\Pi < 0$ Equilíbrio Instável

Se $\Delta\Pi = 0$ Equilíbrio Neutro

A variação $\Delta\Pi$ pode ser escrita como uma expansão de Série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio:

$$\Delta\Pi = \frac{1}{1!}\delta\Pi + \frac{1}{2!}\delta^2\Pi + \frac{1}{3!}\delta^3\Pi + \dots + \frac{1}{n!}\delta^n\Pi \quad (3.2)$$

Sendo $\delta^n\Pi$, a enésima variação de Π :

$$\delta\Pi = \sum_i \frac{\partial\Pi}{\partial q_i} \delta q_i \quad (3.3a)$$

$$\delta^2\Pi = \sum_i \sum_j \frac{\partial^2\Pi}{\partial q_i \partial q_j} \delta q_i \delta q_j \quad (3.3b)$$

$$\delta^3\Pi = \sum_i \sum_j \sum_k \frac{\partial^3\Pi}{\partial q_i \partial q_j \partial q_k} \delta q_i \delta q_j \delta q_k \quad (3.3c)$$

...

q_i 's são os deslocamentos que caracterizam a deformada da estrutura e δq_i 's são pequenas variações desses deslocamentos.

Na configuração de equilíbrio, $\delta\Pi$ se anula, portanto a condição de estabilidade é dada pelo termo dominante, a segunda variação da EPT:

$\delta^2\Pi > 0$ – Condição de Estabilidade

Em problemas de flambagem, o cálculo da carga crítica é um dos aspectos mais importantes. A carga de flambagem é aquela para a qual se atinge o limite da estabilidade, o que equivale matematicamente à segunda variação de Π deixar de ser positiva. Em estruturas cuja expressão da Energia Potencial Total tem uma forma quadrática e que a configuração de deslocamentos nulos é uma configuração de equilíbrio, a segunda variação de Π deixa de ser positiva para:

$$\delta^2\Pi = 0 \quad (3.4)$$

3.2 Método do Quociente de Rayleigh

O Método do Quociente de Rayleigh é um método para cálculo aproximado de cargas críticas de flambagem. Este método pode ser aplicado em estruturas cuja expressão da Energia Potencial Total tem uma forma quadrática e que a configuração de deslocamentos nulos é uma configuração de equilíbrio. Para estruturas que atendam a essas condições, a expressão de $\delta^2\Pi$ é a mesma de Π , pois $q_i = \delta q_i$. Assim, pode-se escrever:

$$\delta^2\Pi = \Pi = U - P\bar{W} \quad (3.5)$$

Sendo \bar{W} , o trabalho por unidade de carga atuante e U , a energia de deformação, que independe da carga ou parâmetro de carga P . No caso de uma coluna, P equivale à tensão de compressão uniforme em uma seção.

Igualando a expressão 3.5 a zero, a tensão crítica pode ser determinada:

$$P_{cr} = \frac{U}{\bar{W}} \quad (3.6)$$

No método do Quociente de Rayleigh, U e \bar{W} são determinados a partir de uma configuração deformada assumida, fornecendo valores de carga crítica maiores que os reais a menos que a configuração deformada seja a correta, neste caso, a carga crítica do método será igual à exata (BAZANT e CEDOLIN, 1991). Por isso, a escolha da configuração deformada é fundamental para garantir que a carga crítica aproximada esteja próxima da real. A forma deformada assumida deve atender às condições de contorno cinemáticas (geométricas) da estrutura, enquanto não há obrigatoriedade ao atendimento das condições de contorno estáticas (naturais). Entretanto, se estas últimas condições de contorno não forem satisfeitas, naturalmente a configuração deformada assumida estará mais distante da configuração real e, portanto, mais distante da carga de flambagem exata.

3.3 Modelo de Análise do Modo Distorcional

A seguir, será apresentada a formulação do problema pelo método do Quociente de Rayleigh em um formato genérico, ou seja, para uma forma assumida arbitrária. Na

sequência, serão apresentados os detalhes de cada modelo desenvolvido a partir dessa formulação básica. Todo o desenvolvimento matemático foi feito com auxílio dos softwares PTC Mathcad 15.0 (PTC, 2015) e MATLAB® 7.12.0 (MATHWORKS, 2011).

O problema em questão consiste em uma coluna de seção transversal U enrijecido submetida a uma tensão de compressão uniforme (compressão axial) para a qual se deseja calcular a tensão crítica de flambagem elástica distorcional e o comprimento crítico.

Apesar das seções formadas a frio terem cantos arredondados, as pesquisas em flambagem distorcional consideram as seções com cantos retos perpendiculares, assim, esse trabalho seguirá essa tendência. Sobre esse assunto, o EN 1993 Part 1-3 (EUROCODE, 2006) determina que a influência dos cantos arredondados na resistência da seção pode ser desprezada se $r \leq 6t$ e $r \leq 0,10b_p$, sendo r o raio externo, t , a espessura da seção e b_p , a dimensão da parede com menor largura da seção transversal.

As hipóteses básicas assumidas para esse desenvolvimento são as seguintes: (i) material isotrópico linearmente elástico; (ii) compatibilidade de rotações entre as paredes que constituem a seção, ou seja, os ângulos retos são preservados após a flambagem; (iii) pequenos deslocamentos e rotações; (iv) conjunto mesa+enrijecedor rígido, isto é, inexistência de flexão transversal nas mesas e enrijecedores; e (v) coluna suficientemente longa de forma que as condições de apoio possam ser desprezadas (rotações e empenamentos livres nas extremidades) e múltiplas meia-ondas do modo desenvolvam-se ao longo do comprimento.

A partir da hipótese (v), considerando uma única meia-onda, o modo de flambagem distorcional φ pode ser expresso por:

$$\varphi(X, Y, Z) = \varphi_{yz}(Y, Z) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi X}{L} \right) \quad (3.7)$$

Sendo φ_{yz} , a função que expressa a deformada da seção transversal, L , o comprimento de flambagem e X , Y e Z , eixos globais centroidais adotados. Eixos locais x , y e z para cada parede também foram considerados. Os sistemas de coordenadas adotados são apresentados na figura 3.2, assim como as dimensões da seção – b_w é a

largura da alma, b_f , a largura da mesa e b_s , a largura do enrijecedor. A espessura das paredes t é considerada constante.

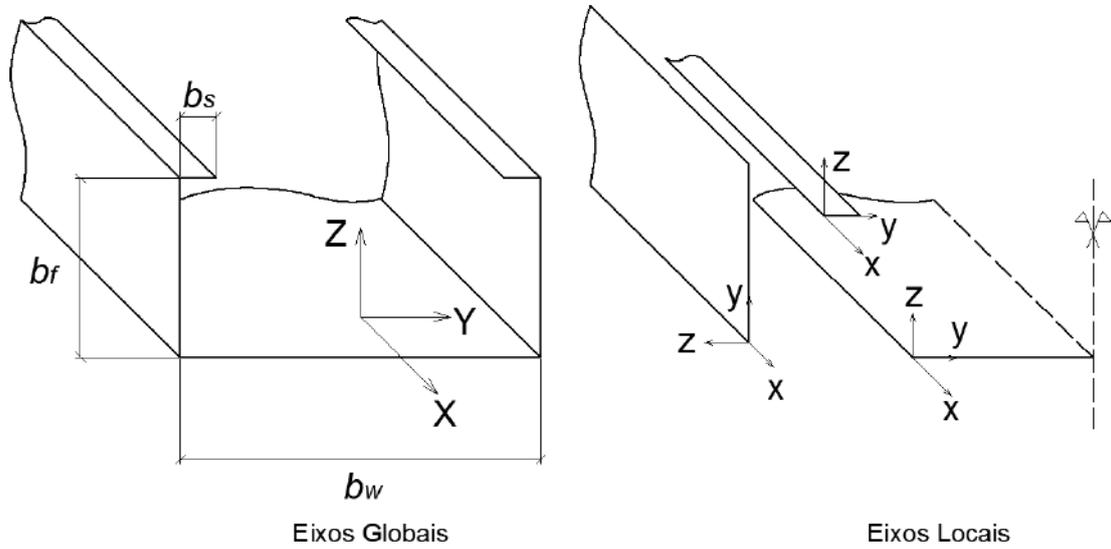


Figura 3.2: Eixos adotados para análise.

Assume-se que o modo distorcional, ilustrado na figura 3.3, seja a composição de 3 parcelas ou funções: (i) rotação do conjunto mesa-enrijecedor em torno do ponto S, expressa por θ ; (ii) flexão de placa da alma, expressa por $w_{p,w}$; e (iii) flexão da coluna em torno do eixo centroidal Y (menor inércia), expressa por δ . Na figura, Y_s é a distância do pólo de rotação S à junção da alma com a mesa.

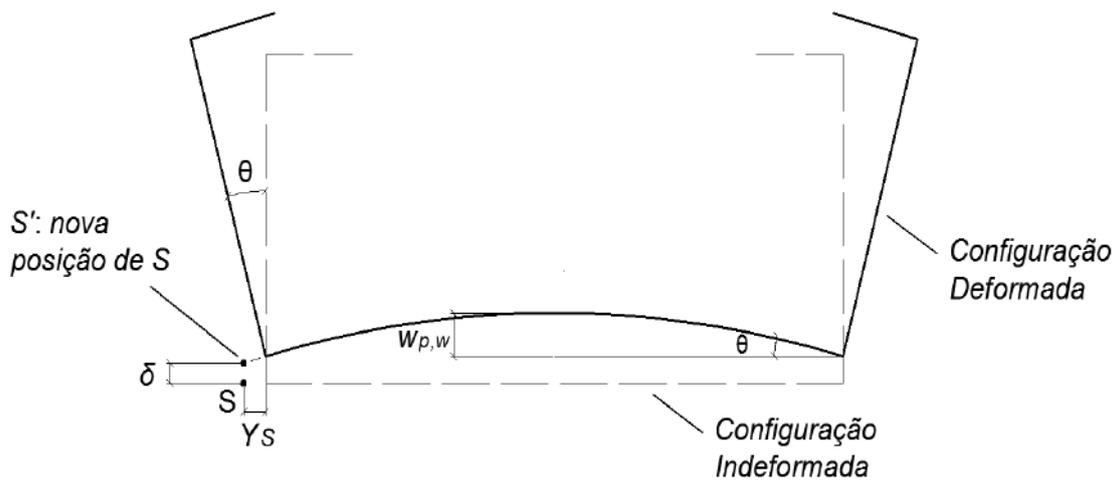


Figura 3.3: Deslocamentos do modo distorcional.

Adota-se a seguinte convenção para os deslocamentos de cada parede: v_i , denota os deslocamentos na direção do eixo local y da parede i e w_i , denota os deslocamentos na direção do eixo local z da parede i . Os subíndices w , f e s referem-se respectivamente a deslocamentos da alma (*web*), mesa (*flange*) e enrijecedor (*stiffener*). A figura 3.4 apresenta os sentidos positivos assumidos para esses deslocamentos.

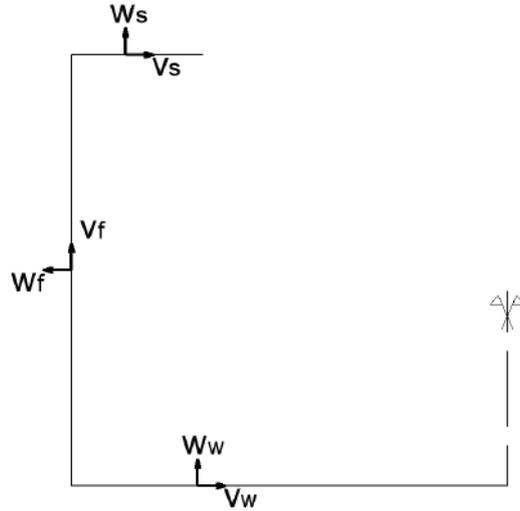


Figura 3.4: Componentes de deslocamentos de cada parede.

Para a aplicação do Método do Quociente de Rayleigh, a Energia Potencial Total para a configuração deformada da figura 3.3 será calculada. A energia de deformação U da coluna será calculada pelas seguintes equações, expressas em relação aos eixos locais (e.g., BAZANT e CEDOLIN, 1991):

$$U_{p,i} = \frac{D}{2} \int_0^L \int_0^{b_i} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} w_{p,i}(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_{p,i}(x,y) \right)^2 \\ -2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_{p,i}(x,y) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} w_{p,i}(x,y) \right)^2 \right] \end{array} \right\} dy dx \quad (3.8)$$

$$U_w = \frac{EI_w}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \right)^2 dx \quad (3.9)$$

$$U_t = \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial}{\partial x} \theta(x) \right)^2 dx \quad (3.10)$$

$$U_\delta = \frac{EI_{YY}}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right)^2 dx \quad (3.11)$$

$U_{p,i}$, U_w , U_t e U_δ são, respectivamente, as energias: (i) de deformação de placa da parede b_i ; (ii) de torção com empenamento do conjunto mesa+enrijecedor; (iii) de torção de St. Venant do conjunto mesa+enrijecedor; e (iv) de flexão em torno da menor inércia.

As energias das deformações por flexão em torno da menor inércia e por torção com empenamento podem ser escritas de forma mais genérica considerando que as mesmas geram apenas tensões longitudinais de membrana:

$$U_m = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \varepsilon_x^2 dA dx \quad (3.12)$$

U_m é a energia de deformação de membrana e ε_x são as deformações longitudinais de membrana.

As parcelas de energia calculadas variam de acordo com o modelo, o que será abordado à frente.

Nas expressões 3.8 a 3.12:

E – Módulo de Elasticidade de Young

ν – Coeficiente de Poisson

D – Rigidez Flexional de placa

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.13)$$

J – Constante de torção do conjunto mesa+enrijecedor

$$J = \frac{t^3(b_f + b_s)}{3} \quad (3.14)$$

G – Módulo de Elasticidade Transversal

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.15)$$

I_w – Constante de empenamento do conjunto mesa+enrijecedor em relação ao ponto S

I_{YY} – Momento de Inércia da seção transversal em relação ao eixo de menor inércia Y, dado por:

$$I_{YY} = 2 \left[b_s t (b_f - Z_{cg})^2 + \frac{t b_f^3}{12} + t b_f \left(\frac{b_f}{2} - Z_{cg} \right)^2 + t \frac{b_w}{2} Z_{cg}^2 \right] \quad (3.16)$$

A – Área da seção transversal

Na expressão 3.16 de I_{YY} , os termos t^3 foram desprezados. Z_{cg} é a posição do centróide em relação a alma, medida na direção de Z :

$$Z_{cg} = \frac{b_f^2 + 2b_f b_s}{b_w + 2b_f + 2b_s} \quad (3.17)$$

O trabalho W_i da tensão de compressão unitária para cada parede do perfil pode ser calculado pela expressão 3.18, sendo b_i , a largura da parede i . O trabalho potencial total W será a soma dos W_i 's.

$$W_i = \frac{t}{2} \int_0^L \int_0^{b_i} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} w_i(x, y, z) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial x} v_i(x, y, z) \right)^2 \right] dy dx \quad (3.18)$$

A tabela 3.1 apresenta as funções de w_i e v_i para cada parede, expressas em relação aos eixos locais na configuração indeformada. A dedução dessas expressões encontra-se no apêndice B.

Tabela 3.1: Componentes de Deslocamentos de cada Parede

Parede	v_i	w_i
Alma	$v_w(x, y) = 0$	$w_w(x, y) = w_{p,w}(x, y) + \delta(x) + \theta(x).Y_s$
Mesa	$v_f(x) = \delta(x) + \theta(x).Y_s$	$w_f(x, y) = \theta(x).y$
Enrijecedor	$v_s(x) = -\theta(x).b_f$	$w_s(x, y) = \delta(x) + \theta(x).(Y_s + y)$

No total, foram desenvolvidos 8 modelos, variando-se a configuração deformada e o cálculo da energia de deformação. Para cada um deles, foi aplicado o Método do Quociente de Rayleigh. As tabelas 3.2, 3.3 e 3.4 resumem a forma deformada assumida e as parcelas de energia de deformação de cada modelo.

Tabela 3.2 - Funções de deslocamentos adotadas em cada modelo

Configuração Deformada	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
$w_{p,w}(x, y)$	$\frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b_w}\right)$			$\frac{\alpha b_w}{4} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cdot \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b_w}\right) + \left(\frac{-1}{4} + \frac{1}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{3\pi y}{b_w}\right) \right]$
$\theta(x)$	$\alpha \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$			
	$(Y_s = 0)$	$(Y_s \neq 0)$		
$\delta(x)$	0		$\alpha \cdot \beta \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$	

Tabela 3.3 - Funções de deslocamentos adotadas em cada modelo

Configuração Deformada	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8
$w_{p,w}(x, y)$	$\alpha \cdot \left(\frac{-y^2}{b_w} + y\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$	Idem Modelo 3	Idem Modelo 4	Idem Modelo 5
$\theta(x)$	$\alpha \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ $(Y_s \neq 0)$			
$\delta(x)$	$\alpha \cdot \beta \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$			

Nas funções acima α é a amplitude de rotação e $(\alpha \cdot \beta)$ é a amplitude da flexão em torno do eixo de menor inércia. Os casos em que Y_s é nulo equivalem ao centro de rotação S estar localizado na junção alma/mesa.

Tabela 3.4 – Parcelas de energia de deformação em cada modelo

	Modelos 1 e 2	Modelos 3, 4 e 5	Modelos 6, 7 e 8
Parcelas de Energia de Deformação	$U_{p,w}$ – Deformação de Placa da Alma	$U_{p,w}$ – Deformação de Placa da Alma	$U_{p,w}$ – Energia de Deformação por placa da alma
	U_w – Torção com empenamento	U_w – Torção com empenamento	$U_{p,f}$ – Energia de Deformação por placa da mesa
	U_t – Torção de St. Venant	U_t – Torção de St. Venant	$U_{p,s}$ – Energia de Deformação por placa do enrijecedor
		U_δ – Flexão em torno do eixo de menor inércia	U_m – Energia de Deformação de membrana

O desenvolvimento analítico, isto é, o cálculo da EPT de cada modelo, está exposto no apêndice A. Em seguida, são apresentadas as características mais relevantes e as expressões de comprimento e tensão crítica de cada modelo. É importante mencionar que nos modelos 1 a 5:

- a energia associada à flexão de placa do enrijecedor e da mesa é calculada de maneira simplificada, considerando-se $U_{p,f} + U_{p,s} = U_t$;
- a energia associada às deformações de membrana é calculada de maneira aproximada nos modelos 3 a 5, assumindo-se que $U_m = U_w + U_\delta$. No item 3.9, mostra-se que o cálculo correto de U_m leva a uma parcela adicional, que acopla as deformações devido ao empenamento e à flexão na menor inércia.

3.4 Modelo 1

Nesse primeiro modelo, considera-se o pólo de rotação S na junção alma/mesa ($Y_S=0$) e se despreza a parcela de flexão de coluna na menor inércia ($\delta=0$).

A amplitude da parcela de flexão da alma $\frac{\alpha b_w}{\pi}$ foi considerada de forma a garantir a compatibilidade de rotação entre a alma e a mesa.

Pela expressão 3.6, a tensão crítica do Modelo 1 pode ser determinada. Após manipulações algébricas, a seguinte expressão é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{I_0 + b_w^3 t / (4\pi^2)} \quad (3.19)$$

As manipulações algébricas feitas para a obtenção da expressão de $\sigma_{cr,d}$ em 3.19 são apresentadas passo-a-passo no Apêndice C.

I_w do Modelo 1 pode ser calculado pela expressão a seguir:

$$I_w = \frac{b_f^2 t b_s^3 (4b_f + b_s)}{12(b_f + b_s)} \quad (3.20)$$

I_0 é o momento polar de inércia do conjunto mesa+enrijecedor em relação à junção mesa/alma:

$$I_0 = t \frac{b_f^3}{3} + t \frac{b_s^3}{3} + t b_f^2 b_s \quad (3.21)$$

J é a constante de torção do conjunto mesa+enrijecedor, equação 3.14.

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$:

$$\frac{\partial \sigma_{cr,d}}{\partial L} = 0 \quad (3.22)$$

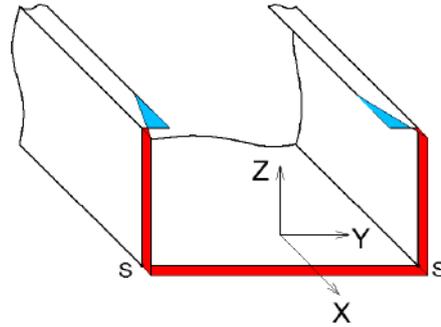
A raiz dessa equação, o comprimento crítico $L_{cr,d}$, será:

$$L_{cr,d} = \left[\frac{b_w (Db_w^3 + 4\pi^2 EI_w)}{D} \right]^{1/4} \quad (3.23)$$

3.5 Modelo 2

A figura 3.5 apresenta o diagrama de tensões normais geradas pela torção com empenamento no Modelo 1. Nessa figura, a cor azul representa tensões de compressão e vermelho, tensões de tração, de acordo com a configuração deformada da figura 3.3, isto é, mesas e enrijecedores ‘abrindo’. Esse diagrama relaciona-se às coordenadas setoriais da mesa e do enrijecedor para o caso de Y_S nulo.

O empenamento não nulo na junção alma/mesa significa a existência de tensões normais na alma devido à torção, o que não é esperado no modo distorcional. Para que não haja tensões desse tipo na alma, é necessário que o pólo de rotação S esteja deslocado da junção de uma distância Y_S , de forma que o empenamento nessa junção seja nulo. A dedução da expressão de Y_S por essa premissa encontra-se no apêndice B.



Tensões normais geradas pela torção com empenamento - Modelo 1

Figura 3.5: Tensões normais - Modelo 1.

Assim, no modelo 2, considera-se o pólo de rotação S distante Y_S da junção alma/mesa. Além disso, desprezam-se a parcela de flexão de coluna na menor inércia ($\delta=0$).

As expressões de energia de deformação dos modelos 1 e 2 são as mesmas, entretanto as energias de deformação terão valores diferentes uma vez que os valores de I_w serão distintos. Isso ocorre, pois a torção desenvolve-se em torno de pontos distintos para cada modelo.

As parcelas de trabalho potencial serão distintas, já que, com o pólo de rotação S na nova posição, as paredes apresentarão deslocamentos distintos do Modelo 1, vide tabela 3.1 para expressões de deslocamentos.

Pela expressão 3.6, a tensão crítica do Modelo 2 pode ser determinada. Após manipulações algébricas, a seguinte expressão é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{Y_S^2 \frac{A}{2} + Y_S t \left(b_s^2 + \frac{2}{\pi^2} b_w^2 \right) + I_0 + \frac{t}{4\pi^2} b_w^3} \quad (3.24)$$

A sequência de manipulações algébricas feitas até a obtenção da expressão 3.24 pode ser vista no Apêndice C.

O momento polar de inércia I_0 do conjunto mesa+enrijecedor em relação à junção mesa/alma é dado pela expressão 3.21.

A é a área da seção transversal $A = t(b_w + 2b_f + 2b_s)$.

J pode ser calculado pela equação 3.14.

I_w é calculado pela seguinte expressão:

$$I_w = \frac{b_f^2 t (b_s^3 - 3b_s^2 Y_S + 3b_s Y_S^2 + b_f Y_S^2)}{3} \quad (3.25)$$

Y_S é calculado pela fórmula 3.26:

$$Y_S = \frac{b_s^2}{b_f + 2b_s} \quad (3.26)$$

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22. Dessa forma, obtém-se para comprimento crítico $L_{cr,d}$ do modelo 2:

$$L_{cr,d} = \left[\frac{b_w (D b_w^3 + 4\pi^2 E I_w)}{D} \right]^{1/4} \quad (3.27)$$

3.6 Modelo 3

A consideração do pólo S na nova posição não gera empenamento na alma conforme esperado. Entretanto, no modelo 2, não se verifica o equilíbrio de momentos na direção Z (em torno de Y) da seção transversal. Para esse equilíbrio, deve-se considerar uma parcela de flexão em torno de Y. O momento de flexão em torno de Y deve equilibrar o momento gerado pelas tensões normais da torção com empenamento. A figura 3.6 apresenta as tensões normais de cada parcela de deformação e o diagrama resultante dessas tensões. Nessa figura, a cor azul representa tensões de compressão e vermelho, tensões de tração, assumindo a configuração deformada da figura 3.3.

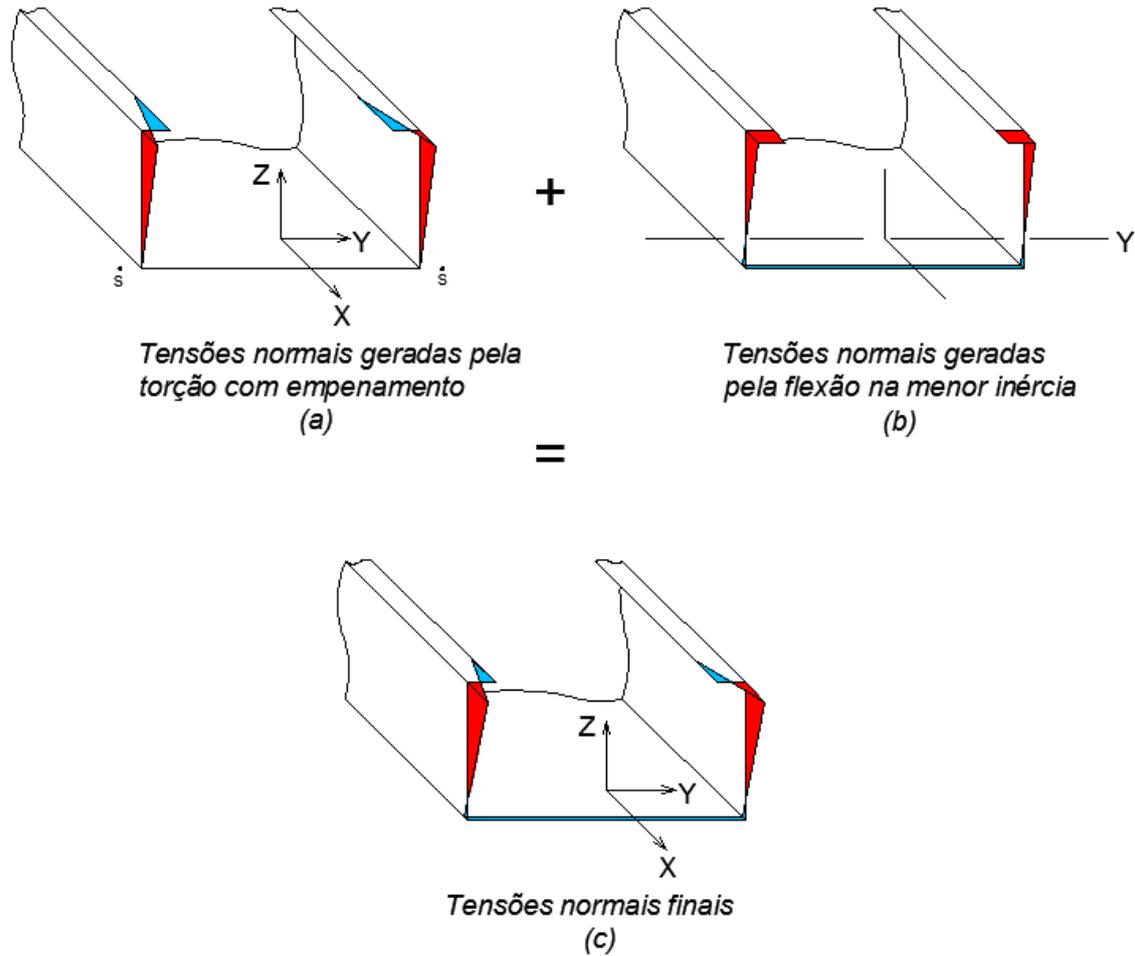


Figura 3.6: Diagramas de tensões normais (a) Modelo 2 (torção com empenamento) (b) Flexão em torno do eixo Y (c) Modelo 3 (diagrama final).

Logo, no modelo 3, consideram-se o pólo de rotação S distante Y_S da junção alma/mesa e a flexão de coluna em torno da menor inércia, conforme tabela 3.2.

O parâmetro β na expressão de $\delta(x)$ relaciona as amplitudes das parcelas de flexão e torção. A dedução da expressão de β pelo equilíbrio de momentos encontra-se no Apêndice B.

Pela expressão 3.6, a tensão crítica do Modelo 3 pode ser determinada. Após manipulações algébricas, a seguinte expressão é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2 E I_{YY} \beta^2}{2L^2} + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2}}{(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2} + t(Y_S + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2}} \quad (3.28)$$

As manipulações algébricas feitas até a obtenção da expressão 3.28 podem ser vistas no Apêndice C.

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w , Y_S são calculados pelas mesmas fórmulas do Modelo 2, expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 , o momento polar de inércia do conjunto mesa+enrijecedor em relação à junção mesa/alma, dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado por uma das fórmulas a seguir:

$$\beta = \frac{3b_f b_s^2 + 3b_s^2 b_w}{b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w} - Y_S \quad (3.29a)$$

$$\beta = \frac{b_f b_s^2 (b_w + 2b_f + 2b_s)}{(b_f + 2b_s)(b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w)} \quad (3.29b)$$

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22. Dessa forma, obtém-se para comprimento crítico $L_{cr,d}$:

$$L_{cr,d} = \left[\frac{b_w (D b_w^3 + 4\pi^2 E I_w + 2\pi^2 E I_{YY} \beta^2)}{D} \right]^{1/4} \quad (3.30)$$

3.7 Modelo 4

Em relação ao modelo 3, o modelo 4 apresenta apenas uma mudança na configuração deformada: a função de deslocamentos de placa da alma.

A função dupla de senos $\frac{\alpha b_w}{4} \cdot \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) + \left(\frac{-1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \text{sen} \left(\frac{3\pi y}{b_w} \right) \right]$ para a flexão de placa da alma foi escolhida de forma a atender: (i) à compatibilidade de rotações entre alma e mesa; e (ii) à relação de SILVESTRE e CAMOTIM (2004) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010) entre a rotação da mesa e o máximo deslocamento de placa da alma, dada por $\theta(x) / w_{p,w}(x, b_w/2) = b_w/4$. Nos modelos 1, 2 e 3, essa relação vale b_w/π .

Pela expressão 3.6, a tensão crítica do Modelo 4 pode ser determinada. Após manipulações algébricas, a seguinte expressão será obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3 \left[\frac{DL^2}{b_w} (656 - 312\pi + 45\pi^2) + Db_w(160 - 48\pi + 18\pi^2) + 512GJ + \frac{Db_w^3}{L^2} (16 + 8\pi + 5\pi^2) + \frac{256\pi^2 E}{L^2} (I_{YY}\beta^2 + 2I_w) \right]}{768(Y_S + \beta)^2 A + 512t(Y_S + \beta) \left[3b_s^2 + \frac{b_w^2}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right) \right] + 1536I_0 + 3tb_w^3 \left[5 + \frac{8}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right) \right]} \quad (3.31)$$

As manipulações algébricas para a obtenção da expressão 3.31 seguem a mesma lógica das manipulações feitas para as expressões dos Modelos 1, 2 e 3. Entretanto, por serem muito extensas para o Modelo 4, elas não são apresentadas.

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w , Y_S são calculados pelas expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 é dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado pela mesma fórmula do Modelo 3, expressão 3.29.

Para compactar a expressão, as seguintes constantes podem ser definidas:

$$K_1 = 656 - 312\pi + 45\pi^2 = 119,955 \quad (3.32)$$

$$K_2 = 160 - 48\pi + 18\pi^2 = 186,856 \quad (3.33)$$

$$K_3 = 16 + 8\pi + 5\pi^2 = 90,481 \quad (3.34)$$

$$K_4 = \frac{2}{\pi} + 1 = 1,637 \quad (3.35)$$

$$K_5 = 5 + \frac{8}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right) = 9,168 \quad (3.36)$$

Assim, a expressão 3.31 pode ser reescrita como:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3 \left[\frac{DL^2}{b_w} K_1 + Db_w K_2 + 512GJ + \frac{Db_w^3}{L^2} K_3 + \frac{256\pi^2 E}{L^2} (I_{YY}\beta^2 + 2I_w) \right]}{768(Y_S + \beta)^2 A + 512t(Y_S + \beta) \left[3b_s^2 + \frac{b_w^2}{\pi} K_4 \right] + 1536I_0 + 3tb_w^3 K_5} \quad (3.37)$$

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22. Dessa forma, obtém-se para comprimento crítico $L_{cr,d}$:

$$L_{cr,d} = \left\{ \frac{b_w}{D} \left[\frac{Db_w^3(16 + 8\pi + 5\pi^2) + 512\pi^2 EI_w + 256\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{656 - 312\pi + 45\pi^2} \right] \right\}^{1/4} \quad (3.38a)$$

Utilizando as constantes K_1 e K_3 já definidas em 3.32 e 3.34, o comprimento crítico pode ser reescrito como:

$$L_{cr,d} = \left[\frac{b_w}{D} \left(\frac{Db_w^3 K_3 + 512\pi^2 EI_w + 256\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{K_1} \right) \right]^{1/4} \quad (3.38b)$$

3.8 Modelo 5

O Modelo 5 é semelhante ao Modelo 3, a única diferença é a função escolhida para expressar a variação dos deslocamentos de placa da alma na seção transversal, que não será mais uma função senoidal, mas sim uma função polinomial do 2º grau.

A função do 2º grau $\alpha \cdot \left(\frac{-y^2}{b_w} + y \right)$ foi escolhida de forma a atender: (i) à compatibilidade de rotações entre alma e mesa; e (ii) à relação de SILVESTRE e CAMOTIM (2004) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010) entre a rotação da mesa e o máximo deslocamento de placa da alma, dada por $\theta(x)/w_{p,w}(x, b_w/2) = b_w/4$.

Os dois trabalhos mencionados no último parágrafo, bem como os *softwares* GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008) e CUFISM (SCHAFER, 2010), utilizam funções polinomiais para expressar a variação dos deslocamentos no plano da seção transversal.

Pela expressão 3.6, a tensão crítica do Modelo 5 pode ser determinada. Após manipulações algébricas, a seguinte expressão será obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{12DL^2}{\pi^2 b_w} + 2Db_w + 6GJ + \frac{\pi^2 Db_w^3}{10L^2} + \frac{3\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{L^2} + \frac{6\pi^2 EI_w}{L^2}}{3(Y_s + \beta)^2 A + t(Y_s + \beta)(6b_s^2 + b_w^2) + 6I_0 + \frac{tb_w^3}{10}} \quad (3.39)$$

As manipulações algébricas feitas para a obtenção da expressão de $\sigma_{cr,d}$ em 3.39 são apresentadas passo-a-passo no Apêndice C.

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w, Y_S são calculados pelas expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 é dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado pela expressão 3.29.

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22. Dessa forma, obtém-se para comprimento crítico $L_{cr,d}$:

$$L_{cr,d} = \pi \left[b_w \left(\frac{b_w^3}{120} + \frac{EI_w}{2D} + \frac{EI_{YY}\beta^2}{4D} \right) \right]^{1/4} \quad (3.40)$$

3.9 Modelo 6

O Modelo 6 considera a mesma forma deformada do Modelo 3. Apesar dessa característica comum, a energia de deformação total desses modelos será distinta, uma vez que, para o presente modelo, as parcelas das energias de deformação serão calculadas de forma mais precisa.

O comportamento da coluna será separado no comportamento de membrana, que gera deslocamentos dos cantos dobrados e, portanto, deformações longitudinais ε_x (não variam ao longo da espessura da parede), e no comportamento de placa que não gera deformações longitudinais expressivas (variavam ao longo da espessura da parede). Essas deformações são apresentadas na figura 3.7. Adotando essa separação no modelo em estudo, as parcelas de deslocamentos relacionados à flexão na menor inércia e ao empenamento da torção do conjunto mesa-enrijecedor são as únicas que geram deformações longitudinais.

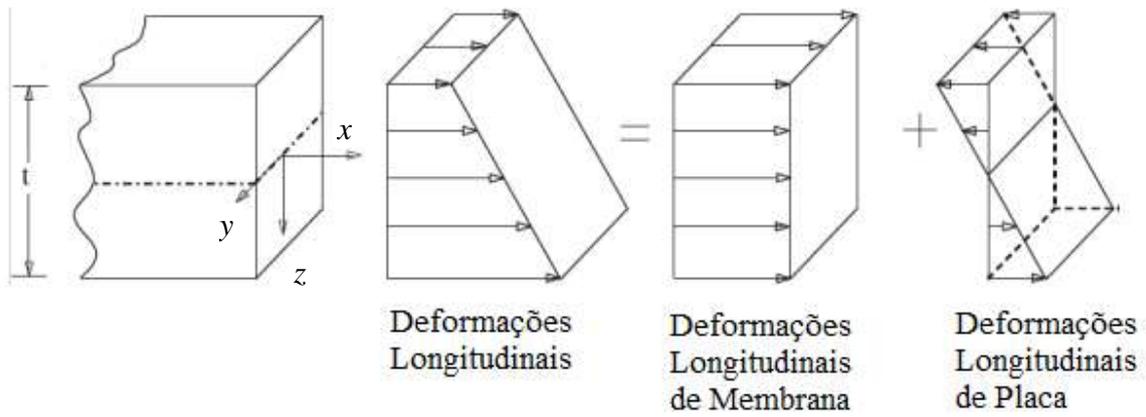


Figura 3.7: Parcelas de deformação longitudinal.

Os deslocamentos na seção transversal são apresentados separadamente na figura 3.8 de acordo com o critério de comportamento de membrana ou de placa.

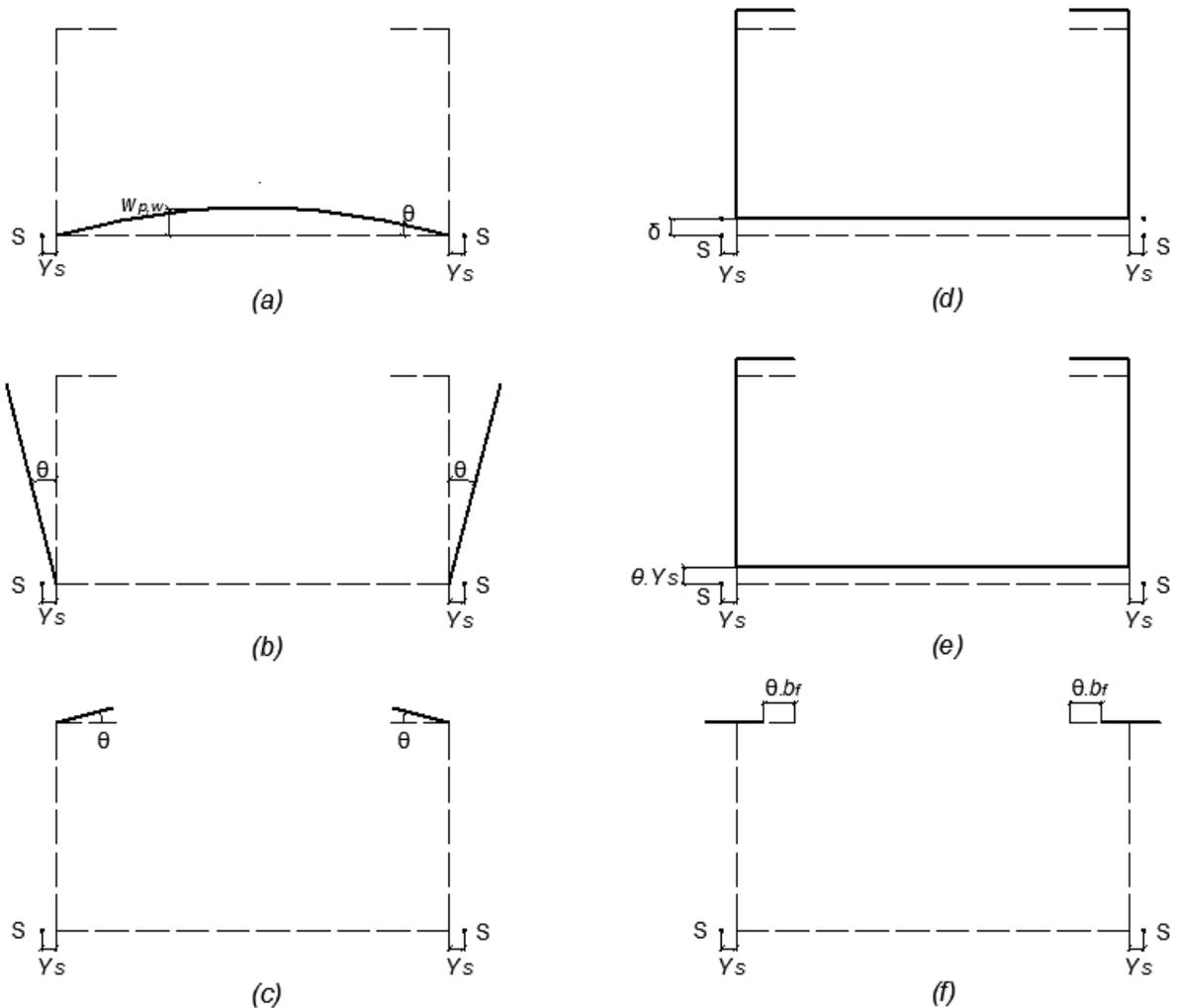


Figura 3.8: Deslocamentos na seção transversal.

- Figura 3.8(a): deslocamentos de placa da alma
- Figura 3.8(b): deslocamentos de placa da mesa

- Figura 3.8(c): deslocamentos de placa do enrijecedor
- Figura 3.8(d): deslocamentos pela flexão em torno da menor inércia Y
- Figura 3.8(e): deslocamentos na direção Z pela torção com empenamento
- Figura 3.8(f): deslocamentos na direção Y pela torção com empenamento

Apenas os deslocamentos em 3.8(d), 3.8(e) e 3.8(f), relacionados à flexão e ao empenamento devido à torção do conjunto mesa-enrijecedor provocam deslocamentos fora da seção transversal.

As energias relacionadas às deformações de membrana podem ser calculadas pela fórmula:

$$U_m = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \varepsilon_x(x, y, Z)^2 dAdx \quad (3.41)$$

As deformações $\varepsilon_x(x, y, Z)$ serão a soma das deformações por flexão $\varepsilon_{x,\delta}(x, Z)$ e por torção com empenamento $\varepsilon_{x,\theta}(x, y)$:

$$\varepsilon_x(x, y, Z) = \varepsilon_{x,\delta}(x, Z) + \varepsilon_{x,\theta}(x, y) \quad (3.42)$$

Cada deformação é calculada de acordo com as fórmulas:

$$\varepsilon_{x,\delta}(x, Z) = Z \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_{x,\theta}(x, y) = w(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \quad (3.44)$$

As expressões 3.43 e 3.44 aplicam-se para cada parede da seção, $w(y)$ é a coordenada setorial do ponto de coordenada y . Lembrando que Z é o eixo global perpendicular à alma e y é o eixo local de cada parede, conforme figura 3.2.

Substituindo a expressão de $\varepsilon_x(x, y, Z)$ em 3.41:

$$U_m = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A [\varepsilon_{x,\delta}(x, Z) + \varepsilon_{x,\theta}(x, y)]^2 dAdx \quad (3.45)$$

Desenvolvendo a expressão 3.45:

$$U_{m,i} = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \varepsilon_{x,\delta}(x, Z)^2 + 2\varepsilon_{x,\delta}(x, Z)\varepsilon_{x,\theta}(x, y) + \varepsilon_{x,\theta}(x, y)^2 dAdx \quad (3.46)$$

A integral em 3.46 pode ser separada em 3 integrais. Substituindo-se $\varepsilon_{x,\delta}(x, Z)$, a primeira integral, I_1 , será:

$$I_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \left\{ Z \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \right\}^2 dAdx = \frac{E}{2} \int_A Z^2 dA \int_0^L \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right]^2 dx \quad (3.47)$$

A integral $\int_A Z^2 dA$ é o momento de inércia I_{YY} . Logo, a primeira integral I_1 é a energia de deformação por flexão U_δ , já apresentada na expressão 3.11.

$$I_1 = \frac{E}{2} I_{YY} \int_0^L \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right]^2 dx = U_\delta = \frac{E I_{YY}}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right)^2 dx \quad (3.48)$$

Substituindo $\varepsilon_{x,\theta}(x, y)$ em 3.46, a segunda integral I_2 , será:

$$I_2 = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \left[w(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \right]^2 dAdx = \frac{E}{2} \int_A w(y)^2 dA \int_0^L \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \right]^2 dx \quad (3.49)$$

Como a alma possui coordenadas setoriais nulas, a integral $\int_A w(y)^2 dA$ é o dobro da constante de empenamento I_w do conjunto mesa+enrijecedor. Logo, a segunda integral I_2 corresponde ao dobro da energia de deformação da parcela de torção com empenamento U_w do conjunto mesa+enrijecedor, apresentada na expressão 3.9.

$$I_2 = \frac{E}{2} 2I_w \int_0^L \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \right]^2 dx = 2U_w = 2 \frac{E I_w}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) \right)^2 dx \quad (3.50)$$

Substituindo $\varepsilon_{x,\delta}(x, Z)$ e $\varepsilon_{x,\theta}(x, y)$ em 3.46, a terceira integral I_3 , será:

$$I_3 = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A 2Z \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] w(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dAdx = \frac{E}{2} 2 \int_A Z w(y) dA \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx \quad (3.51)$$

A integral $\int_A Z w(y) dA$ é nula ao longo da alma já que esta possui coordenadas setoriais nulas ($w(y) = 0$). Logo a área de integração A será as duas mesas e os dois enrijecedores. Pode ser definido um I_{wz} , sendo o valor dessa integral apenas para uma mesa e um enrijecedor (metade da área). Teremos:

$$I_{wz} = \int_{A/2} Z w(y) dA = \frac{1}{2} \int_A Z w(y) dA \quad (3.52)$$

Assim, a terceira integral I_3 pode ser reescrita como:

$$I_3 = 2 \frac{E}{2} 2I_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx = 2EI_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx \quad (3.53)$$

A coordenada Z na mesa (flange) pode ser escrita em função de y local:

$$Z_f(y) = (y - Z_{cg}) \quad (3.54)$$

A coordenada Z não varia no enrijecedor:

$$Z_s(y) = (b_f - Z_{cg}) \quad (3.55)$$

Logo I_{wz} será:

$$I_{wz} = t \left[\int_0^{b_f} Z_f(y) w_f(y) dy + \int_0^{b_s} Z_s(y) w_s(y) dy \right] \quad (3.56)$$

Substituindo-se $Z_s(y)$, $Z_f(y)$, dados por 3.54 e 3.55, $w_f(y)$, dado pela expressão B.39 e $w_s(y)$ dado por B.40 (ver Apêndice B), a expressão final de I_{wz} será:

$$I_{wz} = \frac{b_f^3 b_s^2 t}{6(b_f + 2b_s)} \quad (3.57)$$

Finalmente, a energia de deformação de membrana será a soma de I_1 , I_2 e I_3 :

$$U_m = U_\delta + 2U_w + 2EI_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx \quad (3.58)$$

Assim, de acordo com a expressão 3.58, mostra-se que há o aparecimento de um termo que acopla as deformações de membrana associadas à flexão e ao empenamento do conjunto mesa-enrijecedor. Esse termo, como mencionado anteriormente, foi desprezado nos modelos 3 a 5.

De acordo com a figura 3.8, os deslocamentos de cada parede que não provocam deformações de membrana, mas apenas deformações de placa são os seguintes:

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) \quad (3.59)$$

$$w_{p,f}(x, y) = y \cdot \theta(x) \quad (3.60)$$

$$w_{p,s}(x, y) = y \cdot \theta(x) \quad (3.61)$$

As energias de deformação pelo comportamento de placa podem ser calculadas pela expressão 3.8 para cada parede. SILVESTRE e CAMOTIM (2010) referem-se às deformações longitudinais de placa, que variam ao longo da espessura, como *warping* secundário em oposição ao *warping* primário, as deformações longitudinais de membrana, que controlam o modo distorcional. Por isso, SILVESTRE e CAMOTIM (2010) desprezam as deformações longitudinais de placa, algo que os modelos desse trabalho não adotam.

Pela expressão 3.6, a tensão crítica pode ser determinada. Após simplificações, a expressão final de $\sigma_{cr,d}$ será:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{DL^2}{4b_w} \left[1 + \left(\frac{b_w}{L} \right)^2 \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2 E}{L^2} \left(\frac{I_{YY} \beta^2}{2} + I_w - 2I_{wz} \beta \right) + \frac{\pi^2 D}{3L^2} (b_f^3 + b_s^3)}{(Y_s + \beta)^2 \frac{A}{2} + t(Y_s + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2}} \quad (3.62)$$

As simplificações para a obtenção da expressão 3.62 seguem a mesma sequência de simplificações do modelo 3, que pode ser vista no apêndice C.

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w , Y_s são calculados pelas expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 é dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado pela expressão 3.29.

I_{wz} calculado pela expressão 3.57.

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22:

$$L_{cr,d} = \left\{ \frac{2\pi^2 b_w \left[E(I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) + D \left(\frac{b_w^3}{2\pi^2} + \frac{2b_f^3}{3} + \frac{2b_s^3}{3} \right) \right]}{D} \right\}^{1/4} \quad (3.63)$$

3.10 Modelo 7

O modelo 7 segue o mesmo desenvolvimento que o Modelo 6 para o cálculo das parcelas de energia. Porém, a forma deformada assumida será a mesma do Modelo 4. A menos da alma, as demais paredes apresentam as mesmas funções de deslocamentos do Modelo 6.

Pela expressão 3.6, a expressão da tensão crítica $\sigma_{cr,d}$ será obtida. Após simplificações, a expressão final de $\sigma_{cr,d}$ será:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left[\frac{DL^2}{b_w} (1968 - 936\pi + 135\pi^2) + \frac{3Db_w^3}{L^2} (16 + 8\pi + 5\pi^2) + 512 \frac{\pi^2 D}{L^2} (b_f^3 + b_s^3) \right]}{768(Y_s + \beta)^2 A + 512t(Y_s + \beta) \left[3b_s^2 + \frac{b_w^2}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right) \right] + 1536I_0 + 3tb_w^3 \left[5 + \frac{8}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right) \right]} + 1536GJ + 3Db_w(160 - 48\pi + 18\pi^2) + \frac{768\pi^2 E}{L^2} (I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) \quad (3.64)$$

As simplificações para a obtenção da expressão 3.64 por serem muito extensas, não são apresentadas.

Conforme expressão 3.22, o comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$:

$$L_{cr,d} = \left\{ \frac{b_w \left[Db_w^3 (48 + 24\pi + 15\pi^2) + 768\pi^2 E (I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) + 512\pi^2 D (b_f^3 + b_s^3) \right]}{D \left[1968 - 936\pi + 135\pi^2 \right]} \right\}^{1/4} \quad (3.65)$$

Para reduzir o tamanho da expressão, as seguintes constantes podem ser definidas:

$$K_6 = 1968 - 936\pi + 135\pi^2 = 119,955 \quad (3.66)$$

$$K_7 = 48 + 24\pi + 15\pi^2 = 271,442 \quad (3.67)$$

Utilizando as constantes K_2 , K_3 , K_4 e K_5 já definidas para o modelo 4, e as novas constantes K_6 e K_7 , as expressões 3.64 e 3.65 podem ser reescritas como:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left[\frac{DL^2}{b_w} K_6 + \frac{3Db_w^3}{L^2} K_3 + 1536GJ + 3Db_w K_2 + \frac{768\pi^2 E}{L^2} (I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) + 512 \frac{\pi^2 D}{L^2} (b_f^3 + b_s^3) \right]}{768(Y_S + \beta)^2 A + 512t(Y_S + \beta) \left[3b_s^2 + \frac{b_w^2}{\pi} K_4 \right] + 1536I_0 + 3tb_w^3 K_5} \quad (3.68)$$

$$L_{cr,d} = \left\{ \frac{b_w}{D} \left[\frac{Db_w^3 K_7 + 768\pi^2 E (I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) + 512\pi^2 D (b_f^3 + b_s^3)}{K_6} \right] \right\}^{1/4} \quad (3.69)$$

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w , Y_S são calculados pelas expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 é dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado pela expressão 3.29.

I_{wz} calculado pela expressão 3.57.

3.11 Modelo 8

Nesse modelo 8, também será utilizada a abordagem do Modelo 6 para o cálculo da energia de deformação. A forma deformada será a mesma do Modelo 5. A menos da alma, que possuirá uma função parabólica de deslocamentos, as demais paredes apresentam as mesmas funções de deslocamentos do Modelo 6.

Pela expressão 3.6, a expressão da tensão crítica $\sigma_{cr,d}$ será obtida. Após simplificações, a expressão final de $\sigma_{cr,d}$ será:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{2Db_w \left[6 \left(\frac{L}{\pi b_w} \right)^2 + 1 \right] + \frac{2D}{L^2} \left(b_f^3 + b_s^3 + \frac{b_w^3}{20} \right) + 6GJ + \frac{3\pi^2 E}{L^2} (I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta)}{3(Y_S + \beta)^2 A + t(Y_S + \beta)(6b_s^2 + b_w^2) + 6I_0 + \frac{tb_w^3}{10}} \quad (3.70)$$

O comprimento crítico será aquele que anula a primeira derivada de $\sigma_{cr,d}$, conforme expressão 3.22.

$$L_{cr,d} = \pi \left\{ \frac{b_w \left[3E(I_{YY}\beta^2 + 2I_w - 4I_{wz}\beta) + 2D \left(b_f^3 + b_s^3 + \frac{b_w^3}{20} \right) \right]}{12D} \right\}^{1/4} \quad (3.71)$$

J é calculado de acordo com a equação 3.14.

I_w , Y_S são calculados pelas expressões 3.25 e 3.26, respectivamente.

A é a área da seção transversal e I_0 é dado pela expressão 3.21.

I_{YY} dado pela expressão 3.16.

β é calculado pela expressão 3.29.

I_{wz} calculado pela expressão 3.57.

4. Comparação dos Métodos de Previsão do Modo Distorcional

Nesse capítulo, são apresentados os resultados obtidos dos modelos propostos no capítulo anterior para seções U enrijecidos com diversas dimensões. Além disso, os resultados obtidos dos modelos desenvolvidos por outros pesquisadores, descritos no Capítulo 2, também são apresentados. Ao final, são feitas análises e comparações entre os diversos modelos.

4.1 Estudo Paramétrico

Foi realizado um estudo paramétrico com 182 seções do tipo U enrijecido. Os valores da tensão crítica de flambagem distorcional calculados pelos modelos propostos nesse trabalho foram comparados com as formulações de LAU e HANCOCK (1987), SCHAFER (1997), SILVESTRE e CAMOTIM (2010), ZHOU *et al.* (2015) e com o *software* GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008). Os resultados do GBTUL foram obtidos para duas condições distintas: (i) modo distorcional puro, isto é, somente o modo distorcional ativado; e (ii) com todos os modos convencionais (*Conventional Modes*) ativados.

Foram consideradas colunas sob compressão axial e extremidades simplesmente apoiadas (translações impedidas, rotações e empenamentos livres). O material considerado possui módulo de Elasticidade $E = 210$ GPa e $\nu = 0,3$.

As seções analisadas tiveram suas dimensões, de acordo com a figura 4.1, variando nos domínios:

$$b_w/t = 45 - 250$$

$$b_f/b_w = 0,3 - 1,0$$

$$b_s/b_w = 0,08 - 0,3$$

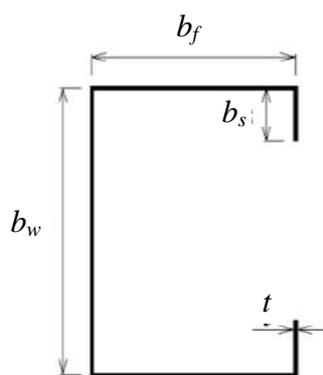


Figura 4.1: Dimensões da seção U Enrijecido.

No apêndice D, é possível observar as dimensões das seções utilizadas. As relações médias obtidas entre os valores de tensão e comprimento críticos calculados pelos diversos modelos e obtidos pelo GBTUL (modo distorcional puro) são apresentadas nas tabelas 4.1 a 4.3.

Tabela 4.1 - Resultados dos modelos 1 a 4 em relação ao GBTUL (Distorcional Puro)

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4	
	$L_{cr,d} / L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$						
Média	0,94	1,46	0,88	1,16	0,89	1,13	0,91	1,16
Desv. Padrão	0,04	0,27	0,02	0,13	0,02	0,14	0,02	0,09

Tabela 4.2 - Resultados dos modelos 5 a 8 em relação ao GBTUL (Distorcional Puro)

	Modelo 5		Modelo 6		Modelo 7		Modelo 8	
	$L_{cr,d} / L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$						
Média	0,94	1,10	0,87	1,09	0,89	1,12	0,92	1,06
Desv. Padrão	0,02	0,08	0,02	0,12	0,02	0,08	0,03	0,07

Tabela 4.3 - Resultados de outros modelos em relação ao GBTUL (Distorcional Puro)

	SILVESTRE e CAMOTIM (2010)		SCHAFFER (1997)		ZHOU <i>et al.</i> (2015)		LAU e HANCOCK (1987)	
	$L_{cr,d} / L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$						
Média	0,92	1,05	0,91	1,06	0,99	0,90	0,99	0,88
Desv. Padrão	0,03	0,07	0,02	0,06	0,04	0,10	0,04	0,09

As relações médias obtidas entre os valores de tensão e comprimento críticos calculados pelos diversos modelos e obtidos pelo modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) são apresentadas nas tabelas 4.4 a 4.6.

Tabela 4.4 - Resultados dos modelos 1 a 4 em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4	
	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$
	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$
Média	1,02	1,40	0,96	1,10	0,97	1,08	0,98	1,11
Desv. Padrão	0,02	0,25	0,00	0,05	0,00	0,06	0,00	0,01

Tabela 4.5 - Resultados dos modelos 5 a 8 em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

	Modelo 5		Modelo 6		Modelo 7		Modelo 8	
	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$
	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$
Média	1,02	1,05	0,95	1,04	0,97	1,07	1,00	1,01
Desv. Padrão	0,00	0,01	0,00	0,05	0,00	0,01	0,00	0,01

Tabela 4.6 - Resultados de outros modelos em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

	SCHAFER (1997)		ZHOU <i>et al.</i> (2015)		LAU e HANCOCK (1987)	
	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$	$L_{cr,d}/$	$\sigma_{cr,d}/$
	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$	$L_{cr,dSILVESTRE}$	$\sigma_{cr,dSILVESTRE}$
Média	0,99	1,02	1,07	0,86	1,07	0,85
Desv. Padrão	0,01	0,04	0,02	0,10	0,02	0,12

Os resultados de comprimento e tensão crítica dos modelos para cada seção analisada encontram-se no apêndice D.

4.1.1 Comprimentos Críticos de Flambagem Distorcional

As médias de $L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$ dos modelos 1 a 8 variaram entre 0,87 (Modelo 6) e 0,94 (Modelos 1 e 5). Os comprimentos críticos dos modelos 1 e 5 foram os que apresentaram maior concordância com o GBTUL, especialmente o modelo 5 com desvio padrão de 2%.

Em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010), a média dos modelos para $L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$ variou entre 0,95 (Modelo 6) e 1,02 (Modelos 1 e 5), ou seja, todos próximos dos valores de referência. O modelo 8 apresentou os resultados mais precisos em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010) com média de 1,00 e desvio padrão nulo. Isso porque as expressões desenvolvidas por esses autores também são baseadas em métodos de energia, assumindo-se forma parabólica para a deflexão da alma.

Sem exceções, todos os modelos propostos apresentaram para a relação $L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$ as médias mais próximas da unidade e os menores desvios padrão em comparação a $L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$. Pode-se afirmar que os modelos propostos apresentaram maior concordância com SILVESTRE e CAMOTIM (2010) na comparação dos comprimentos críticos de flambagem.

A média dos resultados de ZHOU *et al.* (2015) e LAU e HANCOCK (1987) para os comprimentos críticos ficaram mais próximas do GBTUL enquanto os resultados de SCHAFER (1997) ficaram mais próximos de SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

4.1.2 Tensões Críticas de Flambagem Distorcional Elástica

As figuras 4.2 a 4.7 apresentam gráficos de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ (Distorcional Puro) e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ para cada seção. Os valores entre parênteses nas legendas dos gráficos correspondem às médias e desvios padrão da relação expressa no eixo das ordenadas. A numeração das seções segue o exposto no apêndice D.

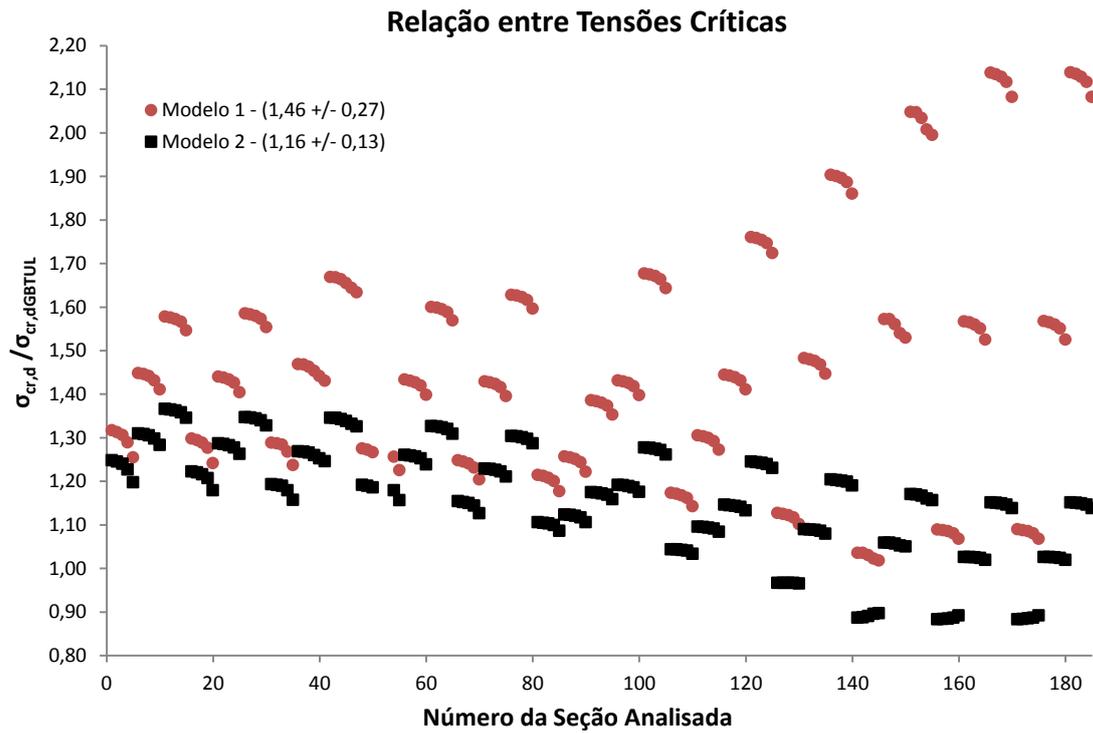


Figura 4.2: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ dos modelos 1 e 2 para as seções indicadas no apêndice D.

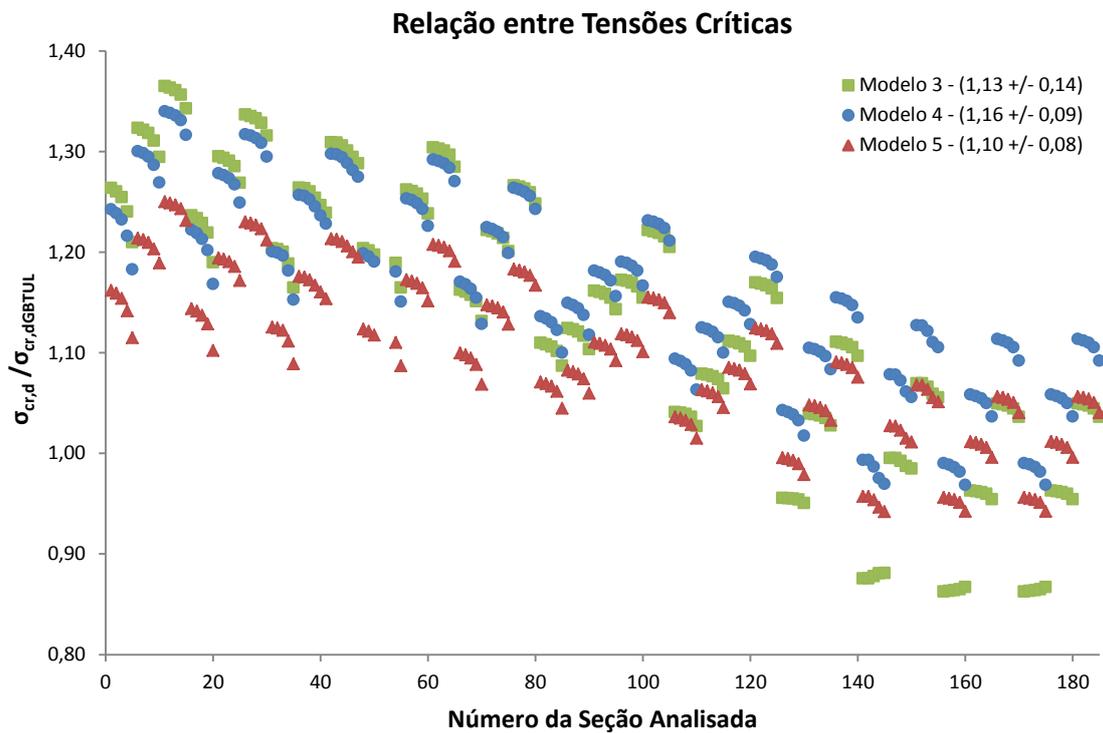


Figura 4.3: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ dos modelos 3, 4 e 5 para as seções indicadas no apêndice D.

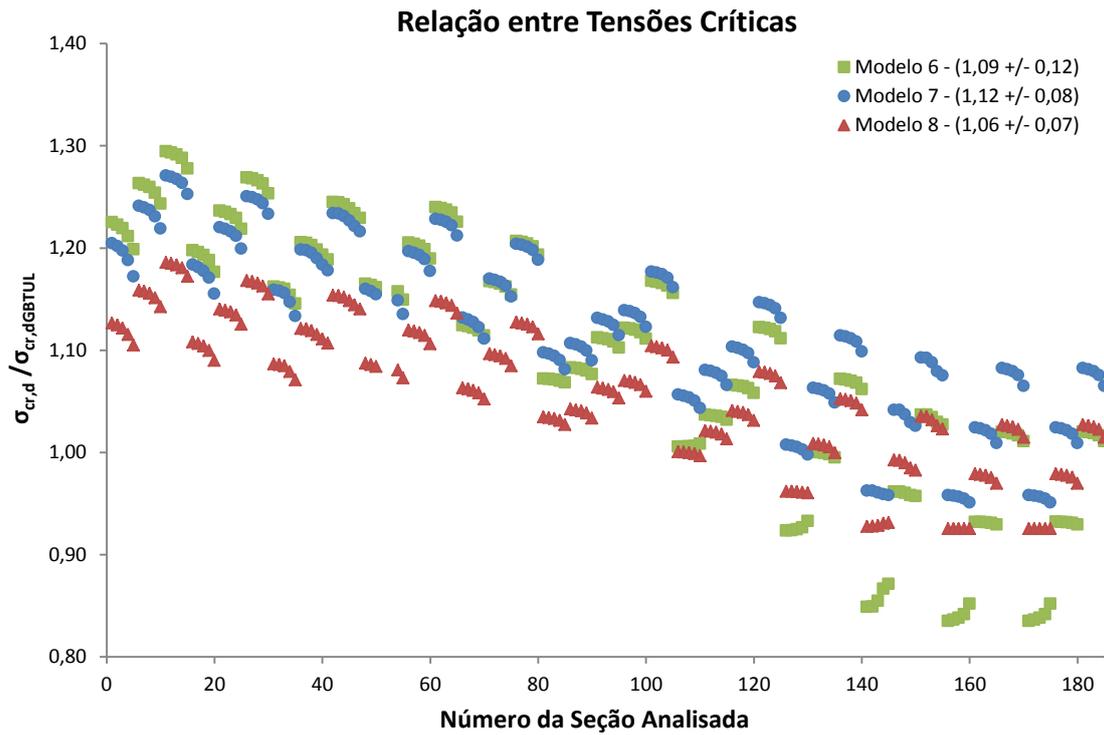


Figura 4.4: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ dos modelos 6, 7 e 8 para as seções indicadas no apêndice D.

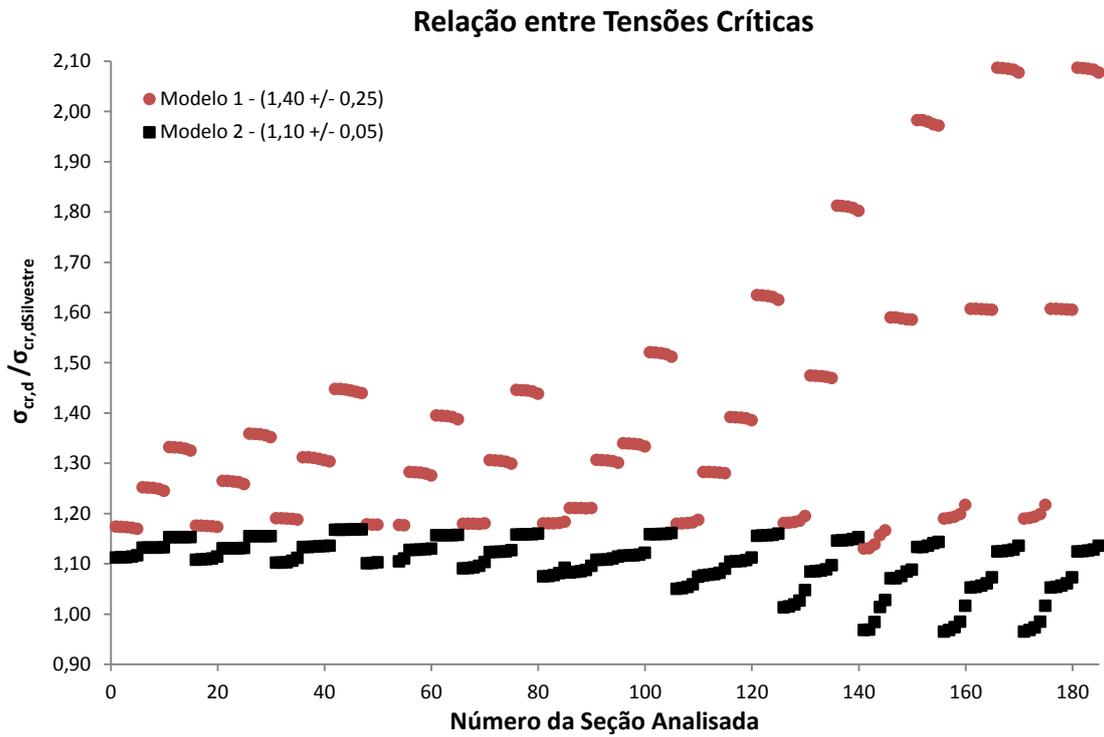


Figura 4.5: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ dos modelos 1 e 2 para as seções indicadas no apêndice D.

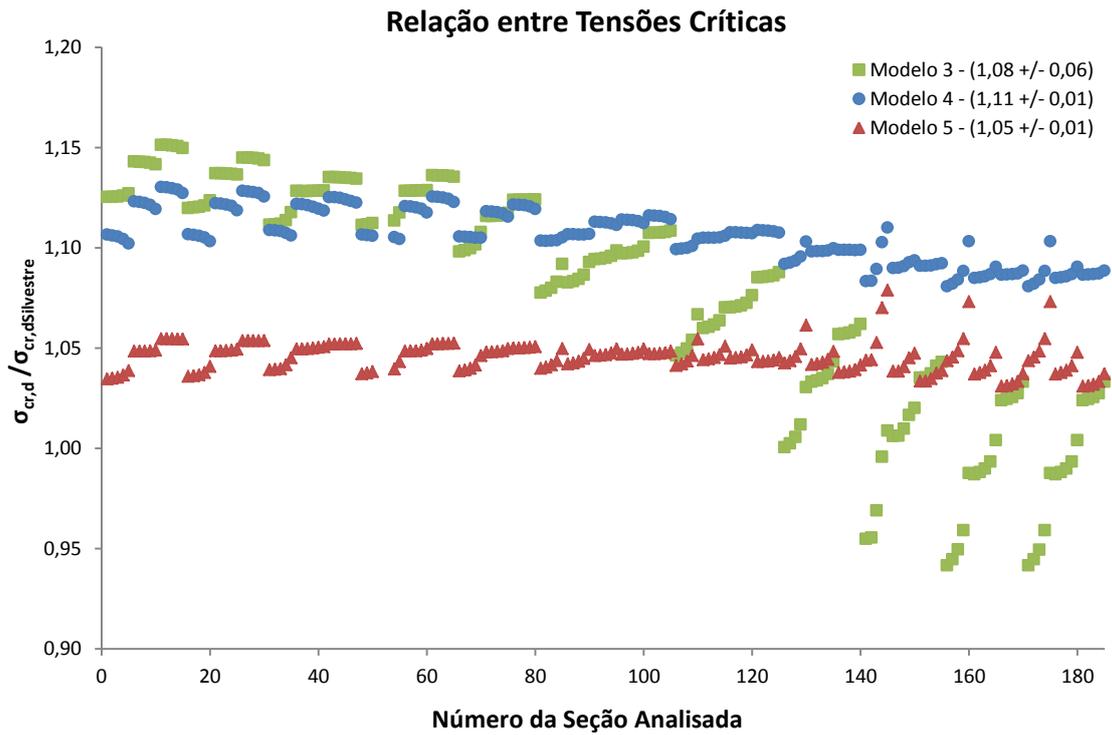


Figura 4.6: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ dos modelos 3, 4 e 5 para as seções indicadas no apêndice D.

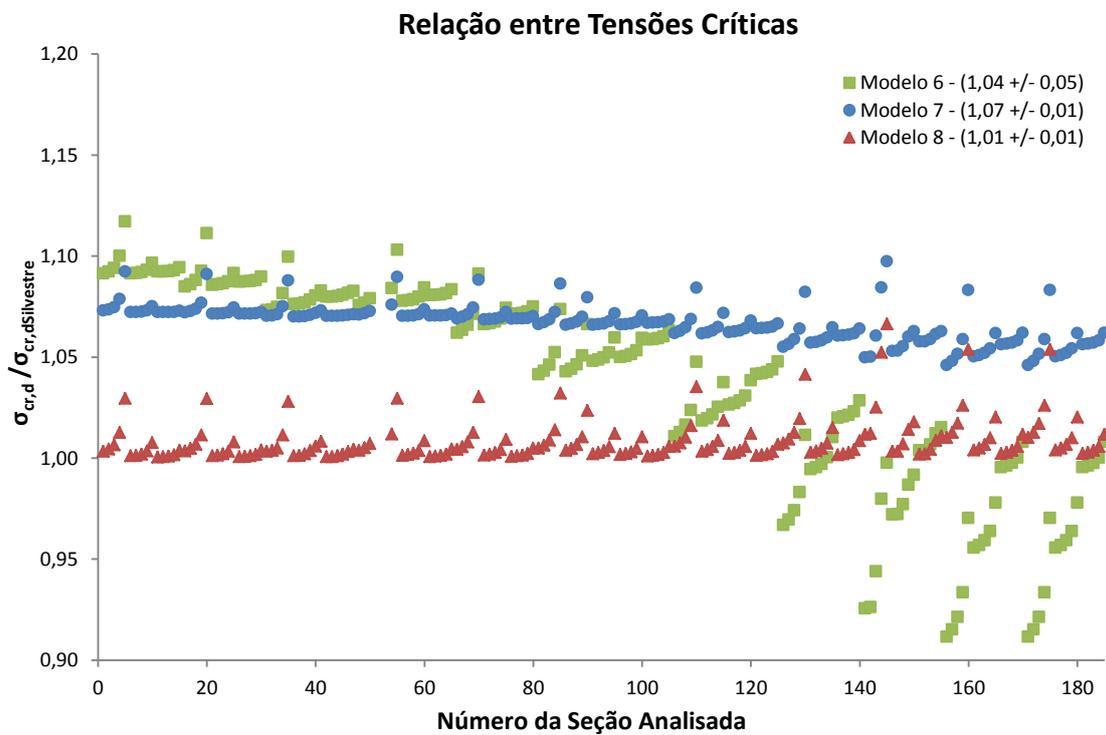


Figura 4.7: Relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ dos modelos 6, 7 e 8 para as seções indicadas no apêndice D.

As médias de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ dos modelos 1 a 8 variaram entre 1,06 (Modelo 8) e 1,46 (Modelo 1). Enquanto a média de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ variou entre 1,01 (Modelo 8) e 1,40 (Modelo 1).

Do modelo 1 ao 8, as médias de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ aproximam-se progressivamente de 1,00, exceto do modelo 3 para o 4 e do modelo 6 para o 7. Os modelos 4 e 7 apresentam a mesma configuração deformada. Ainda assim, fica comprovada a influência da escolha da configuração deformada na estimativa de força crítica, pois essa escolha foi feita de forma progressivamente mais criteriosa do modelo 1 ao 8.

O Modelo 8 apresentou as médias de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ mais próximas de 1,00 e os menores desvios padrão dos modelos propostos nesse trabalho. Por isso, as análises que se seguem estão focadas nesse modelo.

Em relação ao GBTUL, as diferenças máximas positivas e negativas para tensões críticas do Modelo 8 foram de (+19% e -7%). Os modelos de SCHAFER (1997), ZHOU *et al.* (2015) e LAU e HANCOCK (1987) tiveram as diferenças percentuais em relação ao GBTUL variando entre: (+16% e -13%), (7% e -41%) e (0% e -34%) (nunca foram positivas) respectivamente.

Nenhum dos modelos desenvolvidos considera flexão transversal nas mesas ou nos enrijecedores, isto é, os deslocamentos na direção da espessura dessas paredes sempre variam linearmente na seção transversal. O mesmo ocorre para todos os outros modelos de comparação, apenas o *software* GBTUL considera funções de deslocamentos para a mesa e o enrijecedor com parcelas de flexão transversal (termos não lineares) além de parcelas de deslocamentos de translação e rotação (termos lineares e constantes).

Para as seções com $b_f/b_w = 0,5$ e $b_s/b_w = 0,1$ (seções de 103 a 107), os resultados do modelo 8 tiveram as menores diferenças em relação ao GBTUL. As seções com $0,9 \leq b_f/b_w \leq 1,0$ e $b_s/b_w = 0,3$ (seções de 11 a 15 e de 26 a 30) foram as que o modelo 8 mais superestimou a tensão crítica em comparação com o GBTUL. Estes casos são de perfis com mesas e enrijecedores largos, onde a flexão transversal nessas paredes tem participação significativa, o que é desprezado pelo Modelo 8. Já as seções de $b_f/b_w = 0,3$ e $b_s/b_w = 0,1$ (seções 153 a 157 e de 168 a 172) e de $b_f/b_w = 0,33$ e $b_s/b_w = 0,08$ (seções

138 a 142) foram as mais subestimadas pelo modelo 8 em relação ao GBTUL. A relação geométrica b_w/t parece ser a menos influente nas diferenças entre o modelo 8 e o GBTUL, para um mesmo $b_w \times b_f \times b_s$, variando-se t , as diferenças entre os dois pouco variam.

Comparando com SILVESTRE e CAMOTIM (2010), as diferenças máximas das tensões críticas do Modelo 8 chegaram a +7% (seção 120x40x10 t = 2,5 mm) e nunca foram negativas, já os modelos de SCHAFER (1997), ZHOU *et al.* (2015) e LAU e HANCOCK (1987) apresentaram diferenças em relação a SILVESTRE e CAMOTIM (2010) variando entre: (+12% e -2%), (+7% e -41%) e (+10% e -36%), respectivamente.

As diferenças do Modelo 8 em relação ao modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) podem ser explicadas por este desprezar as deformações longitudinais de placa, o que não é feito no Modelo 8 nem nos demais modelos. A seção 142, com dimensões 120x40x10 (t = 2,5 mm), para o qual os dois modelos mais diferiram, está localizado no limite das faixas do estudo paramétrico ($b_w/t = 48$, $b_f/b_w = 0,3$ e $b_s/b_w = 0,08$).

Pelos resultados, fica claro que os modelos desse trabalho apresentam maior concordância com o modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) do que com o modo distorcional do GBTUL.

O formulário de LAU e HANCOCK (1987) apresentou menor desvio padrão e média mais próxima de 1,00 para a relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ em comparação à relação $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$. Ao passo que, para o modelo de SCHAFER (1997), verificou-se o oposto. Por fim, os resultados de ZHOU *et al.* (2015) apresentaram a média de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ mais próxima de 1,00 do que a média de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ e desvios padrão iguais.

4.2 Comparação com o GBTUL para todos os Modos Convencionais ativados

As comparações com o GBTUL apresentadas até aqui consideraram apenas o modo distorcional ativado para análise de estabilidade elástica. Entretanto, a análise do GBTUL considerando todos os chamados modos convencionais, *Conventional Modes*,

que ainda exclui os modos extensionais e de cisalhamento, corresponde ao comportamento mais próximo da realidade dos perfis. Por isso, uma comparação entre os modelos desse trabalho e o GBTUL com todos os modos convencionais ativados deve ser feita. Essa comparação será feita apenas para o modelo 8.

Os resultados para todas as seções, com as tensões críticas de flambagem distorcional e as participações modais do GBTUL encontram-se no apêndice D. A tabela 4.7 apresenta os principais resultados das comparações entre o GBTUL (*Conventional Modes*) e o Modelo 8.

Tabela 4.7 - Comparação entre Modelo 8 e GBTUL (*Conventional Modes*) - Dimensões em mm

	Modelo 8		Seção	Participação Modal GBTUL (%)		
	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$					
				Distorcional	Local	Global
Média	1,14	-	-	-	-	
Desvio Padrão	0,05	-	-	-	-	
Maior Diferença Positiva	0,32	100x30x30 t=0,4	75	2	22	
Menor Diferença Positiva	0,04	100x50x10 t=2,0	95	4	1	
Maior Diferença Negativa	-	-	-	-	-	
Menor Diferença Negativa	-	-	-	-	-	

A maior diferença entre o modelo 8 e o GBTUL foi para uma seção com participação significativa do modo global, mas esta não foi a seção com a maior participação global. Enquanto a seção com menor diferença teve baixa participação de modos globais e alta participação do modo distorcional. De fato, as diferenças entre o modelo 8 e o GBTUL foram sempre menores para as seções com menor participação de modos globais. A ocorrência de interação de modos de flambagem no GBTUL dificulta maiores análises do modelo 8.

Por fim, nessa comparação, as tensões do modelo 8 foram sempre superiores às tensões do GBTUL.

4.3 Redução da Faixa de Estudo

O estudo paramétrico feito inicialmente abrange seções U enrijecido com uma grande variedade de geometrias. Para observar o comportamento dos modelos de 3 a 8 para seções mais usuais, o intervalo de b_f/b_w foi reduzido de $0,3 \leq b_f/b_w \leq 1,0$ para $0,4 \leq$

$b_f/b_w \leq 0,6$. Dessa forma, o número total de seções passou a ser de 60. Os resultados dos modelos 3 a 8 para esse novo conjunto de seções são apresentados na tabela 4.8.

Tabela 4.8 - Comparação dos Modelos 3 a 8 com GBTUL (Distorcional Puro), GBTUL (Conventional Modes) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

		GBTUL (Distorcional Puro)		SILVESTRE e CAMOTIM (2010)		GBTUL (Conventional Modes)
		$L_{cr,d} /$ $L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d} /$ $\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d} /$ $L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d} /$ $\sigma_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$
Modelo 3	Média	0,90	1,10	0,97	1,07	1,18
	Desvio Padrão	0,01	0,07	0,00	0,03	0,08
Modelo 4	Média	0,91	1,14	0,98	1,11	1,22
	Desvio Padrão	0,01	0,05	0,00	0,01	0,07
Modelo 5	Média	0,95	1,08	1,02	1,05	1,15
	Desvio Padrão	0,01	0,04	0,00	0,00	0,06
Modelo 6	Média	0,88	1,06	0,95	1,03	1,14
	Desvio Padrão	0,01	0,06	0,00	0,02	0,07
Modelo 7	Média	0,90	1,10	0,97	1,07	1,18
	Desvio Padrão	0,01	0,04	0,00	0,01	0,07
Modelo 8	Média	0,93	1,04	1,00	1,01	1,11
	Desvio Padrão	0,01	0,04	0,00	0,01	0,06

As faixas de variação percentual de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ dos modelos 3 a 8 são apresentadas nas tabelas 4.9, 4.10 e 4.11.

Tabela 4.9 - Comparação dos Modelos 3 a 8 com GBTUL (Distorcional Puro)

	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8
Maior Diferença Positiva	22%	23%	16%	17%	18%	10%
Maior Diferença Negativa/Menor Diferença Positiva	-5%	2%	-2%	-8%	0%	-4%

Tabela 4.10 - Comparação dos Modelos 3, 4 e 5 com GBTUL (Conventional Modes)

	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8
Maior Diferença Positiva	32%	35%	28%	27%	31%	23%
Maior Diferença Negativa/Menor Diferença Positiva	4%	11%	6%	2%	9%	4%

Tabela 4.11 - Comparação dos Modelos 3 a 8 com SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8
Maior Diferença Positiva	11%	12%	6%	7%	9%	4%
Maior Diferença Negativa/Menor Diferença Positiva	0%	9%	4%	-3%	6%	0%

Os 6 modelos fornecem resultados com boa concordância com o GBTUL (Distorcional Puro) e com SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

O modelo 5 apresentou os menores desvios padrão e médias de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ (modo distorcional puro) inferiores a 1,10. Além disso, entre os modelos 3, 4 e 5, foi o único a apresentar diferenças para ao modo distorcional do GBTUL sempre inferiores a $\pm 20\%$. Portanto, as fórmulas para o cálculo dos comprimentos e tensões críticas deste modelo podem ser utilizadas manualmente como alternativa mais prática à utilização de *softwares* de análise de flambagem.

De todos os modelos, o modelo 8 apresentou as médias de $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$ e $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$ (modo distorcional puro e *Conventional Modes*) mais próximas de 1,0 além de desvios padrão baixos, semelhantes aos do modelo 5. Em relação aos modelos 3, 4 e 5, as fórmulas para o cálculo dos comprimentos e tensões críticas do modelo 8 são mais complexas, entretanto fornecem estimativas mais precisas.

Todos os modelos distanciam-se mais dos resultados do GBTUL com todos os modos de deformação ativados (*Conventional Modes*). Como já foi mencionado, a ocorrência de interação natural do modo distorcional com outros modos dificulta uma avaliação da precisão dos modelos.

5. Análise dos Modelos

Nesse capítulo, estudos adicionais dos modelos analíticos desenvolvidos são realizados para analisar a mecânica do modo distorcional e comprovar a capacidade dos modelos em reproduzir os comportamentos esperados deste modo de flambagem. Por fim, possíveis causas para as diferenças em relação ao modo distorcional puro do GBTUL são analisadas.

5.1 Curvas de Tensão x Comprimento de Flambagem

As figuras 5.1 a 5.10 mostram as curvas de tensão x comprimento de flambagem para os perfis 100x100x10 ($t = 0,4$ mm) e 120x36x36 ($t = 2,5$ mm) obtidas pelos modelos de 3 a 8 e os pontos de mínimo obtidos pelo GBTUL (modo distorcional puro) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010). Gráficos apenas com os modelos que possuem a mesma configuração deformada, pares 3/6, 4/7 e 5/8 também são apresentados.

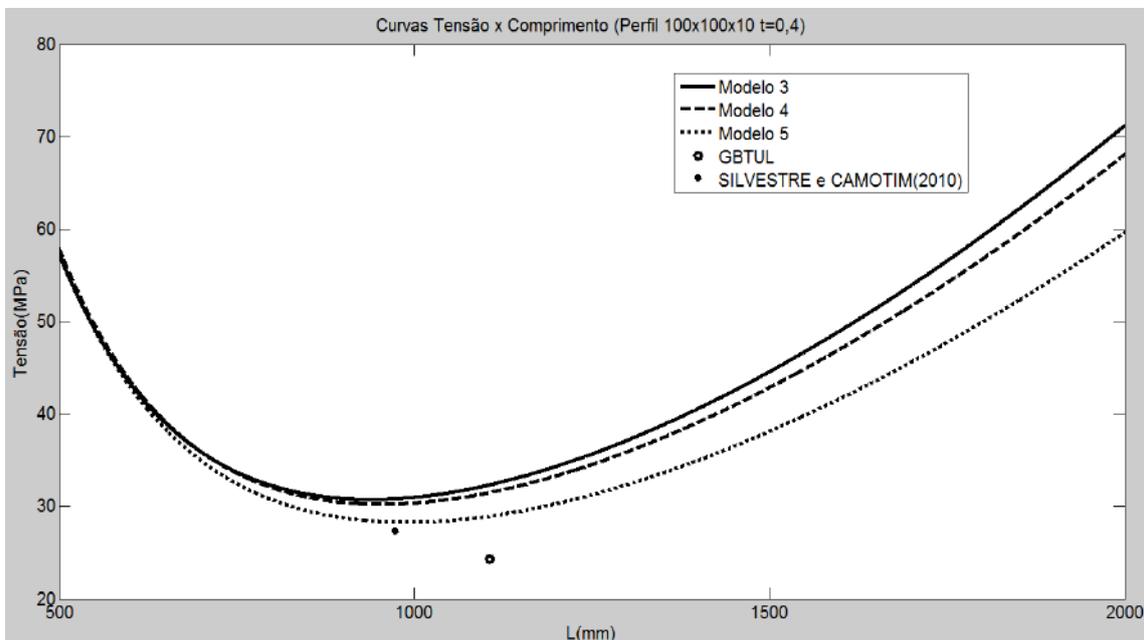


Figura 5.1: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 3, 4 e 5 para perfil 100x100x10 t=0,4 mm.

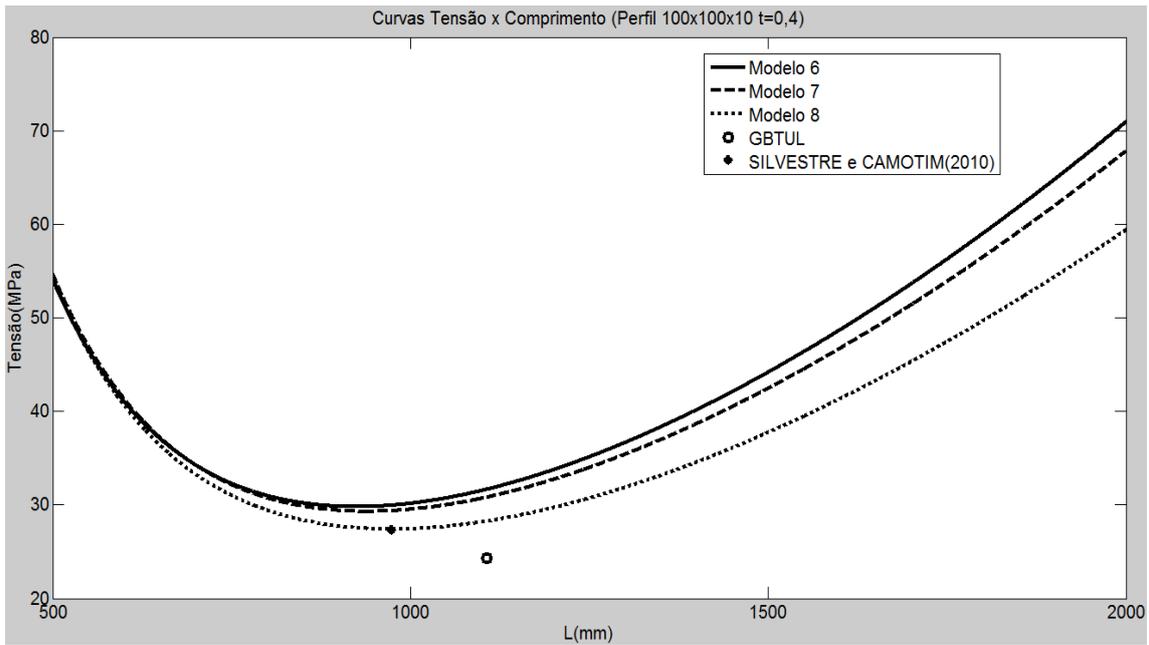


Figura 5.2: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 6, 7 e 8 para perfil 100x100x10 t=0,4 mm.

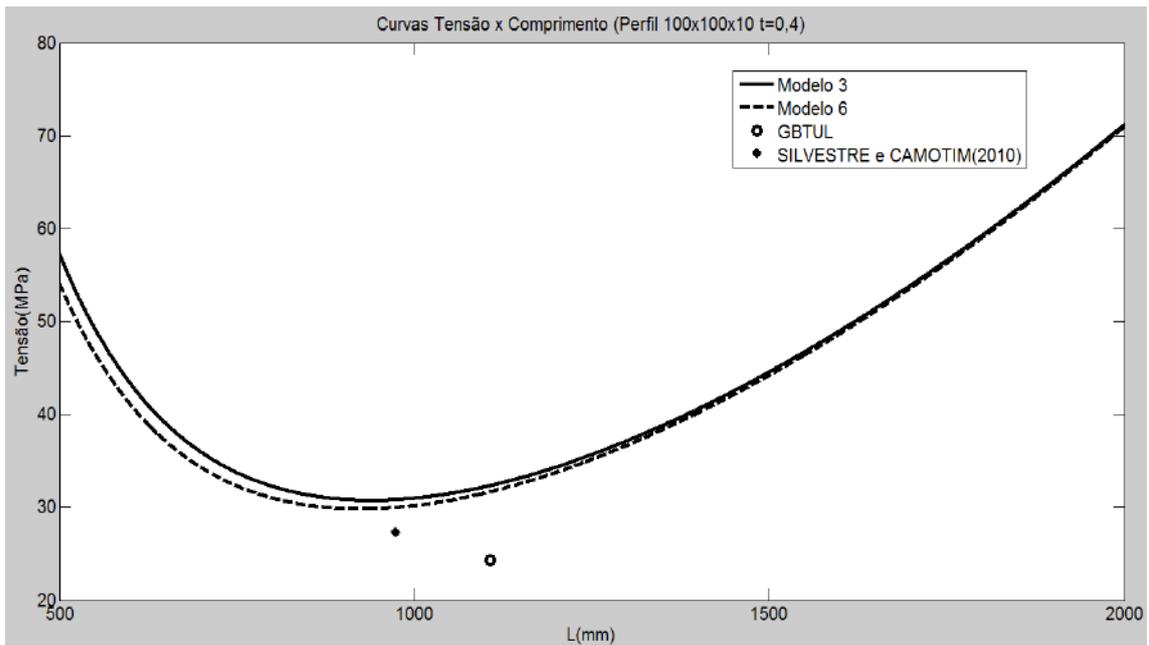


Figura 5.3: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 3 e 6 para perfil 100x100x10 t=0,4 mm.

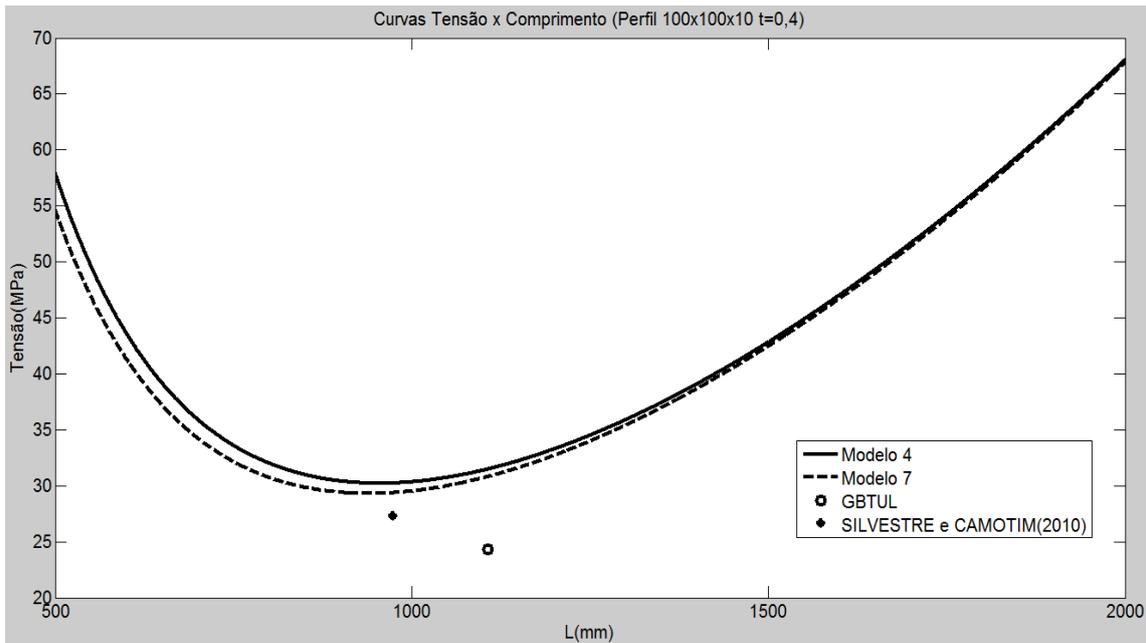


Figura 5.4: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 4 e 7 para perfil 100x100x10 t=0,4 mm.

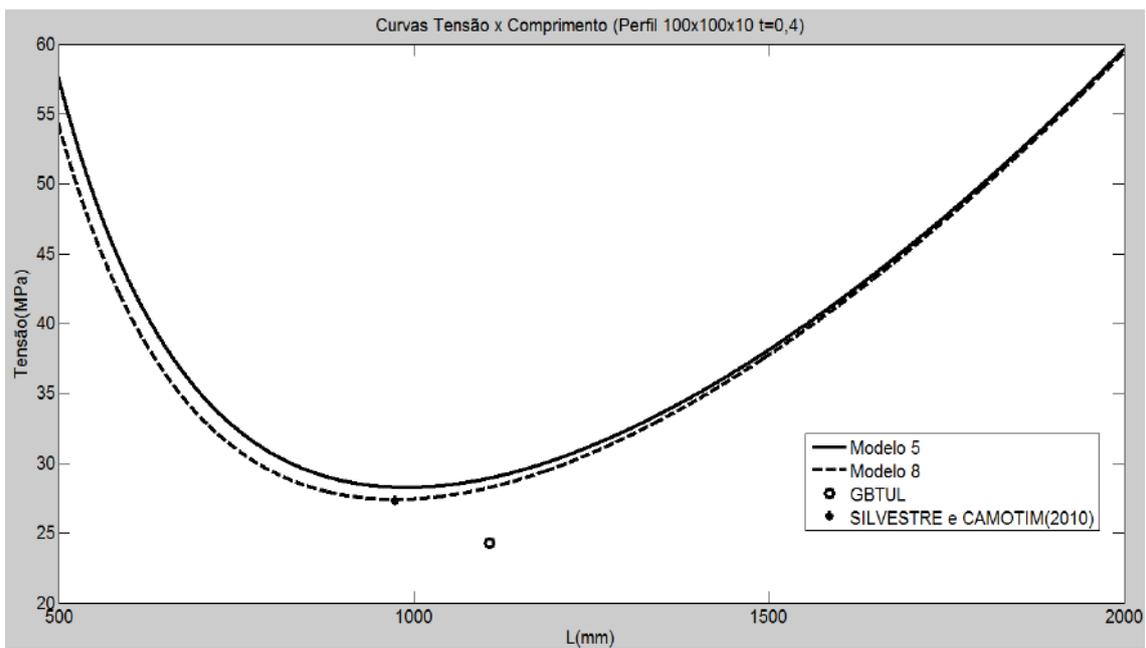


Figura 5.5: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 5 e 8 para perfil 100x100x10 t=0,4 mm.

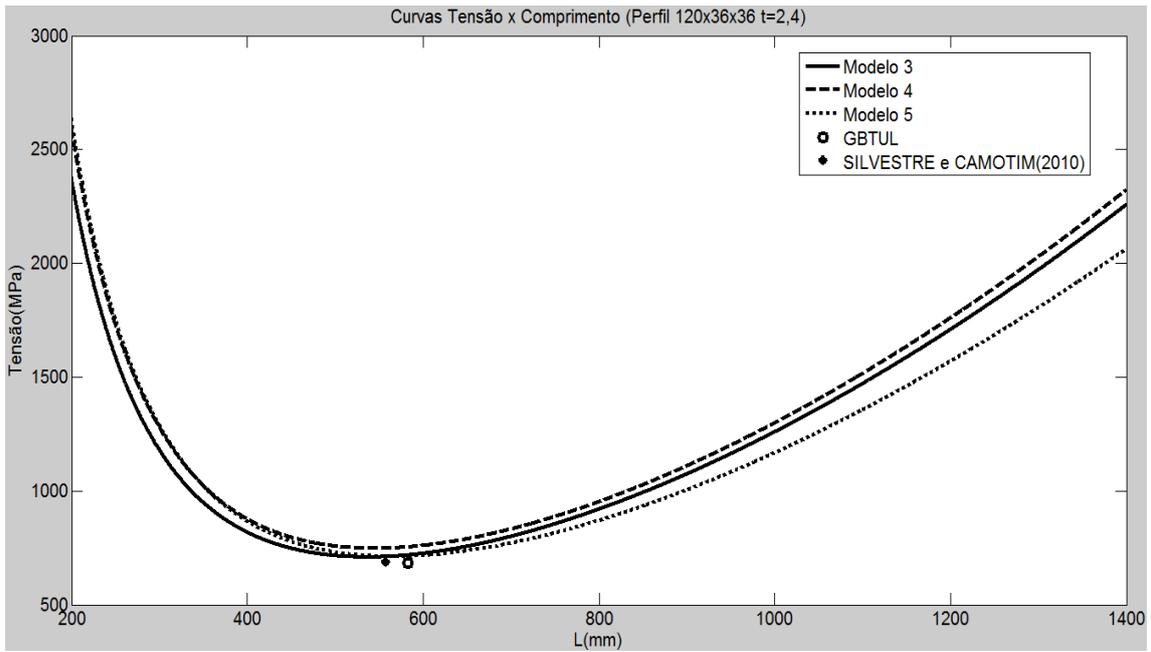


Figura 5.6: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 3, 4 e 5 para perfil 120x36x36 t=2,4 mm.

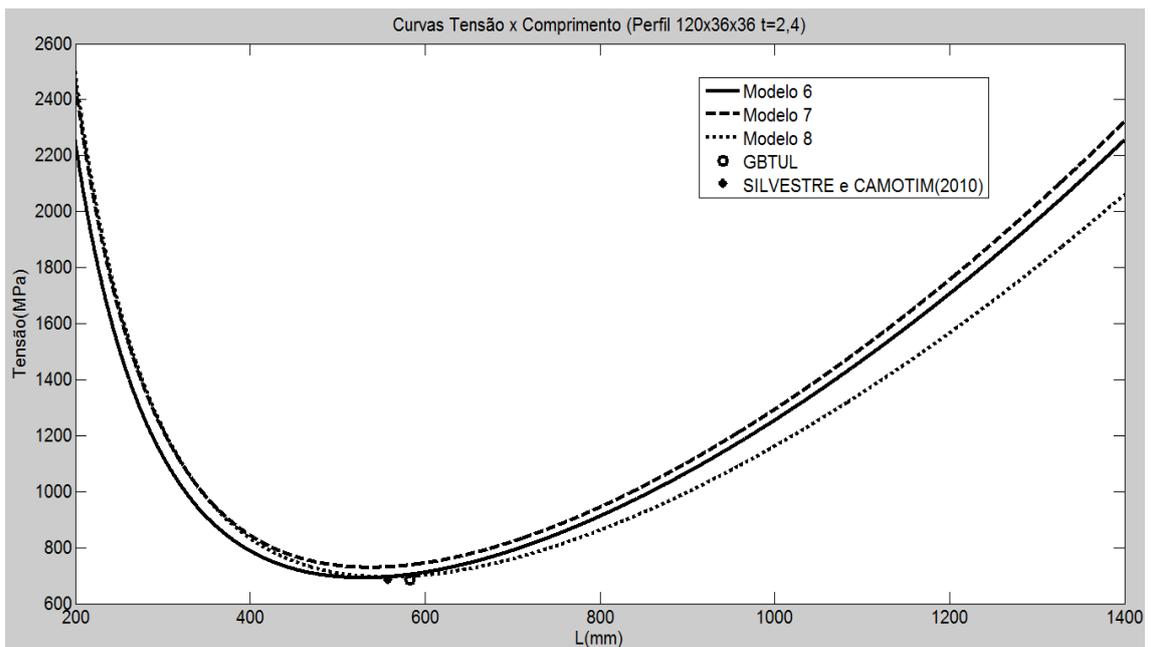


Figura 5.7: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 6, 7 e 8 para perfil 120x36x36 t=2,4 mm.

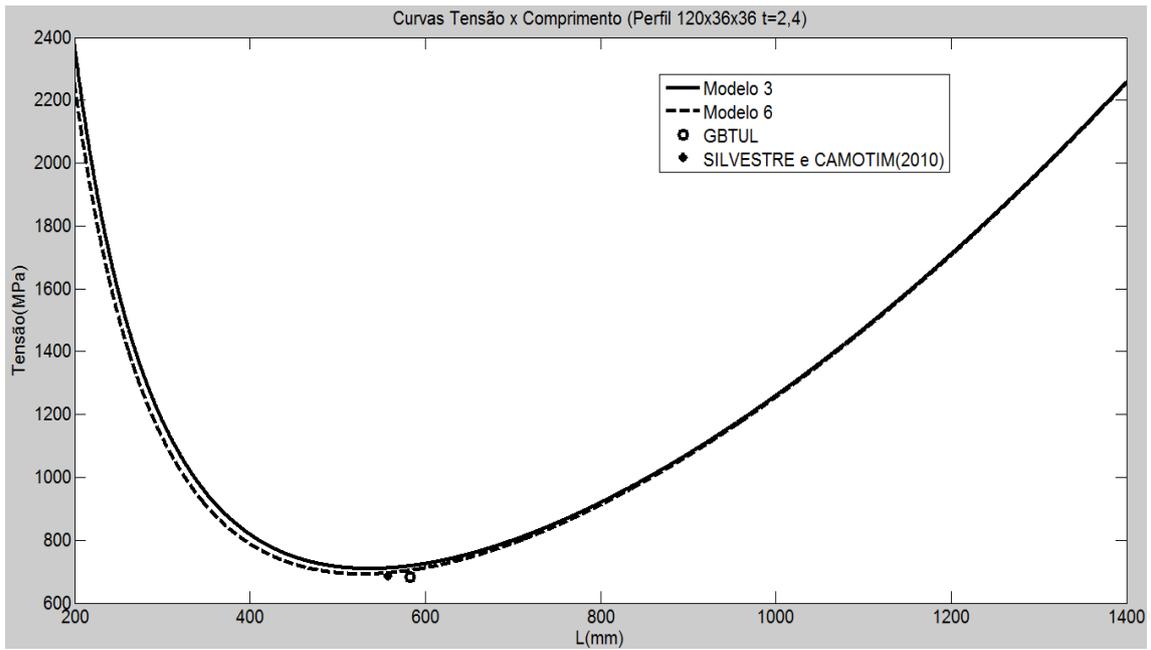


Figura 5.8: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 3 e 6 para perfil 120x36x36 t=2,4 mm.

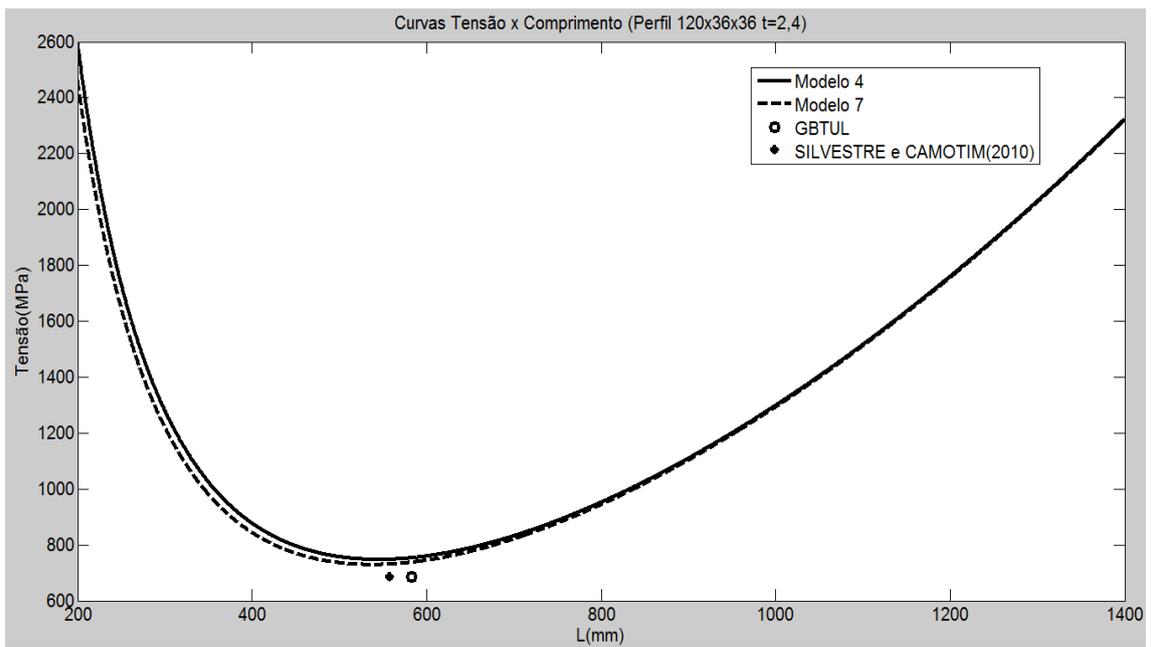


Figura 5.9: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 4 e 7 para perfil 120x36x36 t=2,4 mm.

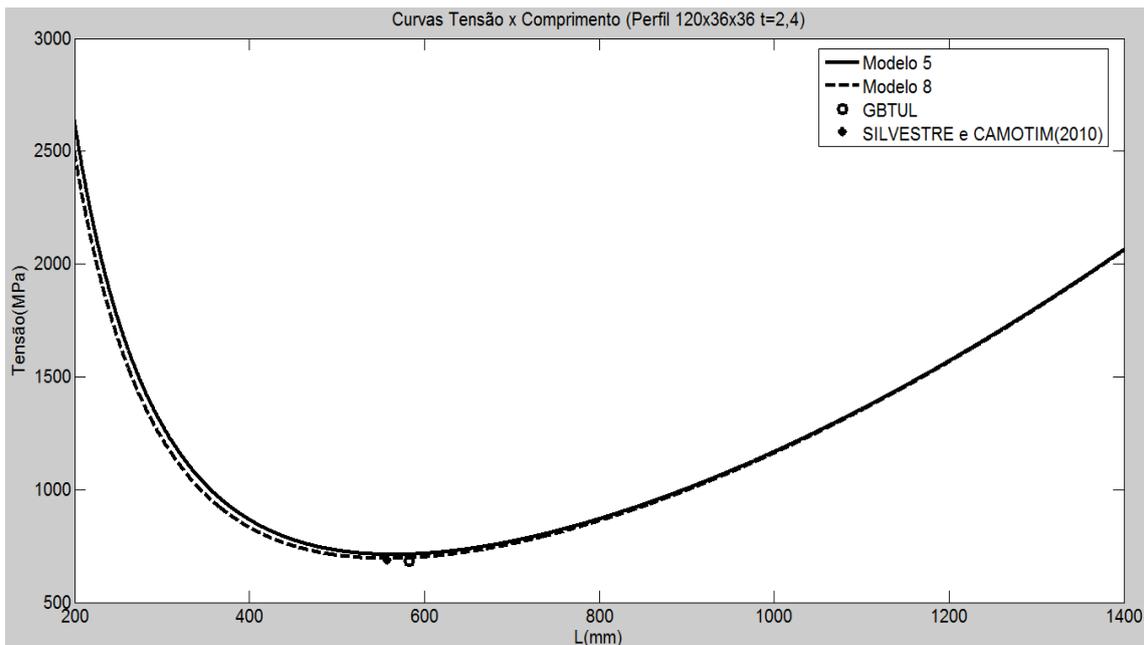


Figura 5.10: Curvas de Tensão x Comprimento de flambagem dos Modelos 5 e 8 para perfil 120x36x36 t=2,4 mm.

Pelos gráficos de ambos os perfis, fica evidente a aproximação progressiva dos modelos aos pontos de mínimo do GBTUL e de SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

Pelos gráficos do perfil 100x100x10 ($t = 0,4$ mm), verifica-se para comprimentos a partir de 800 mm (valor aproximado), nos modelos 3, 4 e 5, a relação $\sigma_{cr5} < \sigma_{cr4} < \sigma_{cr3}$, o mesmo ocorre para os modelos 6, 7 e 8: $\sigma_{cr8} < \sigma_{cr7} < \sigma_{cr6}$.

Já para o perfil 120x36x36 ($t = 2,4$ mm), as relações $\sigma_{cr5} < \sigma_{cr3} < \sigma_{cr4}$ e $\sigma_{cr8} < \sigma_{cr6} < \sigma_{cr7}$ são válidas para comprimentos maiores que 600 mm (valor aproximado). Para comprimentos inferiores a 500 mm, as tensões do modelo 3 são menores que as dos modelos 4 e 5, o mesmo verifica-se para o modelo 6 em relação aos modelos 7 e 8.

Os modelos que possuem a mesma configuração deformada (pares 3/6, 4/7 e 5/8) tendem à mesma curva à medida que o comprimento cresce. A explicação para isso será detalhada no item 5.5 de considerações sobre energia de deformação. Um dos fatores já esperados para explicar esse comportamento é que, quando o comprimento cresce, a influência do comportamento de placa da mesa e do enrijecedor diminuem, aproximando-se do comportamento puramente torsional, ou seja, a energia de deformação de placa da mesa e do enrijecedor dos modelos 6, 7 e 8 aproxima-se da energia de torção de St. Venant dos modelos 3, 4 e 5, respectivamente. Esse fenômeno é

semelhante ao que ocorre em colunas cruciformes, descrito por TIMOSHENKO e GERE (1963).

Para os dois perfis, a posição relativa das curvas dos modelos 3, 4 e 5 é bastante semelhante à posição das curvas dos modelos 6, 7 e 8, ou seja, a nova consideração das parcelas de energia de deformação tem os mesmos efeitos sobre os modelos 3, 4 e 5.

5.2 Influência da Geometria da Seção

Os gráficos a seguir apresentam as tensões $\sigma_{cr,dist}$ críticas do modo distorcional do Modelo 8 normalizadas pela tensão crítica de flambagem local da alma, $\sigma_{cr,p} = 4\pi^2 E (t/b_w)^2 / [12(1-\nu^2)]$ em função das relações geométricas da seção transversal.

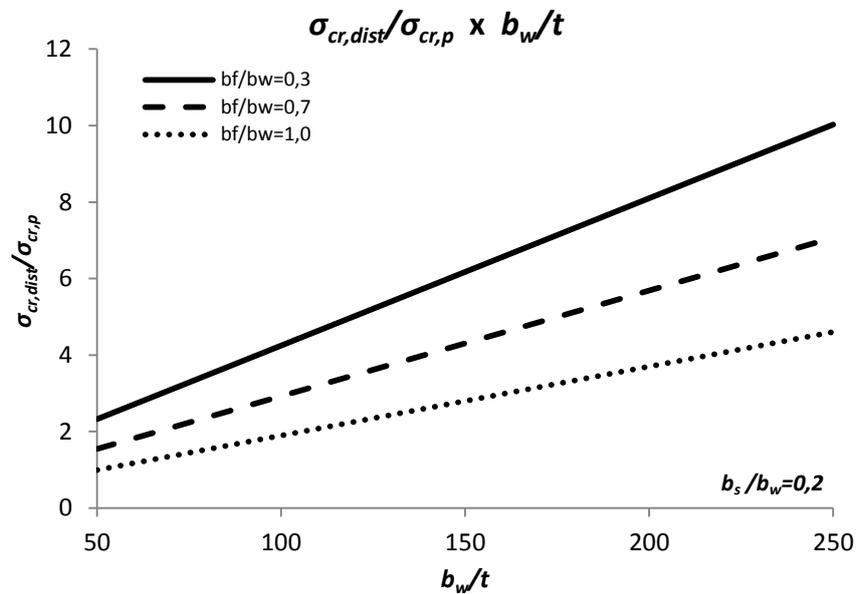


Figura 5.11: Gráfico da tensão crítica distorcional normalizada pela tensão de flambagem local da alma em função de b_w/t para b_s/b_w fixo e diversos b_f/b_w .

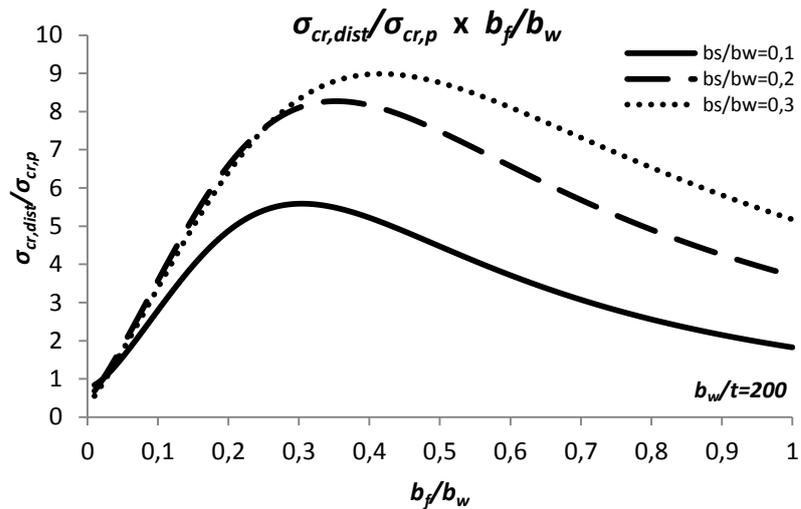


Figura 5.12: Gráfico da tensão crítica distorcional normalizada pela tensão de flambagem local da alma em função de b_f/b_w para b_w/t fixo e diversos b_s/b_w .

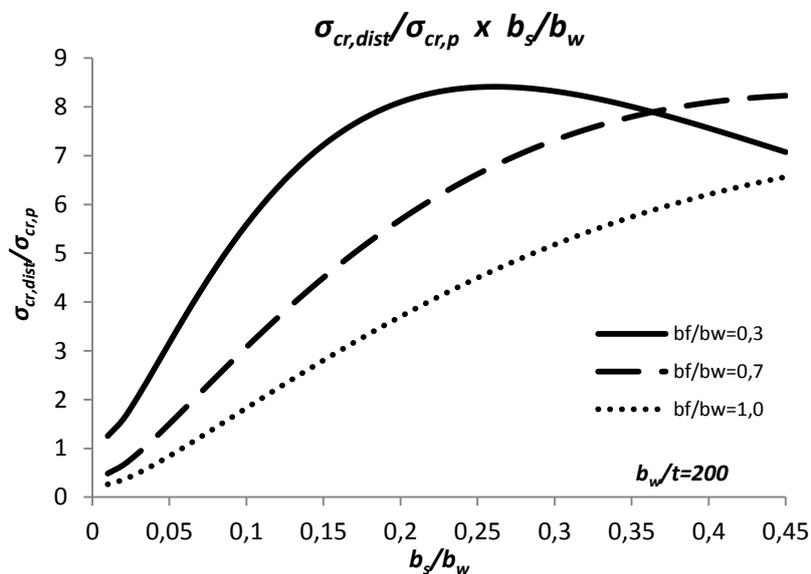


Figura 5.13: Gráfico da tensão crítica distorcional normalizada pela tensão de flambagem local da alma em função de b_s/b_w para b_w/t fixo e diversos b_f/b_w .

Pelo primeiro gráfico, verifica-se uma relação aparentemente linear entre $\sigma_{cr,dist}/\sigma_{cr,p}$ e b_w/t . O coeficiente angular dessa relação linear é maior quanto menor for b_f/b_w , o que significa que alterações de b_w em seções com b_f/b_w menores produzem maiores diferenças na relação $\sigma_{cr,dist}/\sigma_{cr,p}$. Sabe-se que a tensão crítica de flambagem local da alma varia com $(b_w/t)^{-2}$, logo a tensão crítica de flambagem distorcional varia com $(b_w/t)^{-1}$ ou linearmente com t/b_w , o que está de acordo com SCHAFER (2000), que observa uma relação aparentemente linear entre aumento do b_w e diminuição de $\sigma_{cr,dist}$, mantendo-se demais dimensões inalteradas.

Pelo segundo gráfico, observa-se que o aumento de b_f/b_w acarreta aumento da tensão crítica de flambagem distorcional até um determinado valor de b_f/b_w , esse valor máximo depende da relação b_s/b_w . Esse comportamento também foi percebido por SCHAFER (2000). Seções com mesmo b_f/b_w apresentam tensões menores, quanto menor for b_s/b_w , essa relação não se verifica quando são comparadas seções de b_f/b_w entre aproximadamente 0,1 e 0,3 e b_s/b_w entre 0,2 e 0,3.

No terceiro gráfico, para a curva de $b_f/b_w = 0,3$, o aumento de b_s/b_w acarreta aumento da tensão crítica de flambagem distorcional até um determinado valor de b_s/b_w , aproximadamente de 0,25. Esse ponto corresponde a $b_s/b_f \approx 1$, a partir do qual, segundo SCHAFER (2000), há degradação da tensão crítica. As curvas de $b_f/b_w = 0,7$ e $b_f/b_w = 1,0$ não atingem o ponto de máximo no intervalo plotado, mas no final do mesmo já caminham para um ponto de primeira derivada nula.

5.3 Parâmetros Y_s e β

Os parâmetros Y_s e β controlam as parcelas de torção e de flexão na menor inércia, por isso, possuem influência direta sobre os deslocamentos da seção transversal.

Os deslocamentos laterais da seção transversal são equivalentes ao deslocamento da mesa $v_f(x) = \delta(x) + \theta(x).Y_s$, dado pela tabela 3.1. Substituindo as funções utilizadas, esse deslocamento é:

$$v_f(x) = \alpha \cdot \beta \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) + \alpha \cdot Y_s \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (5.1)$$

Logo, os parâmetros β e Y_s são diretamente proporcionais ao deslocamento lateral do canto dobrado alma/mesa. Os gráficos a seguir apresentam a variação desses parâmetros normalizados pela dimensão da alma em função da geometria da seção.

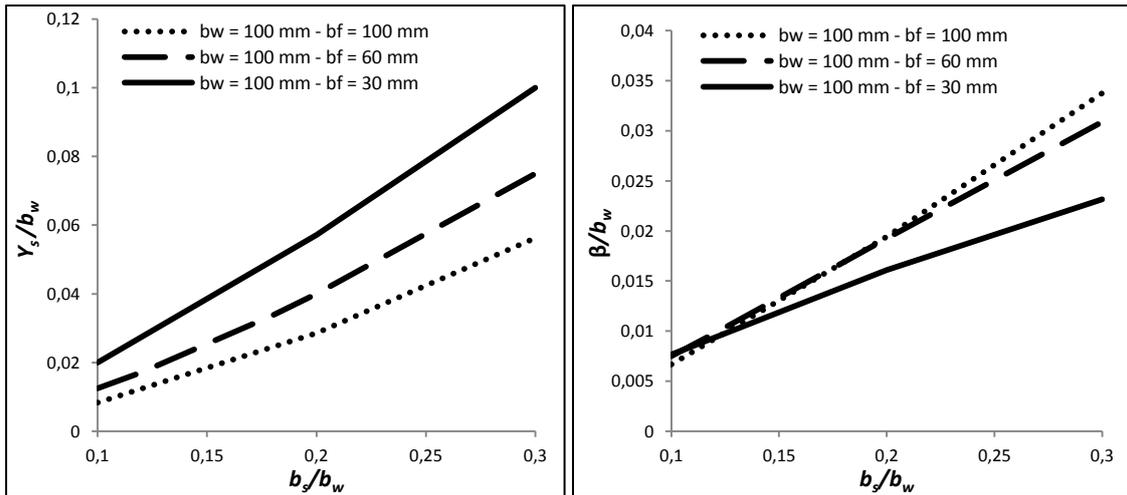


Figura 5.14: Gráfico dos parâmetros Y_s e β normalizados por b_w em função de b_s/b_w para valores fixos de b_w e b_f .

Para as seções plotadas, observa-se que:

- Mantendo-se b_w e b_f fixos, tanto Y_s quanto β crescem quando enrijecedores maiores são adotados. Para Y_s , esse crescimento é mais pronunciado quanto mais curta for a mesa, enquanto para β , o crescimento é mais acentuado para mesas largas. Conclui-se que enrijecedores maiores levam a maiores deslocamentos laterais.
- Mesas mais largas geram Y_s menores para b_w e b_s fixos.
- Mesas mais largas geram β maiores para b_s/b_w acima de 0,2 aproximadamente.

A relação β/Y_s expressa a contribuição da parcela de flexão da menor inércia para os deslocamentos laterais da seção em relação à contribuição da parcela de torção. Para as seções do estudo paramétrico, verificou-se que $0,23 \leq \beta/Y_s \leq 0,80$, ou seja, a contribuição da flexão nunca foi superior à contribuição da torção para os deslocamentos laterais.

O gráfico a seguir apresenta a variação de β/Y_s de acordo com a geometria da seção.

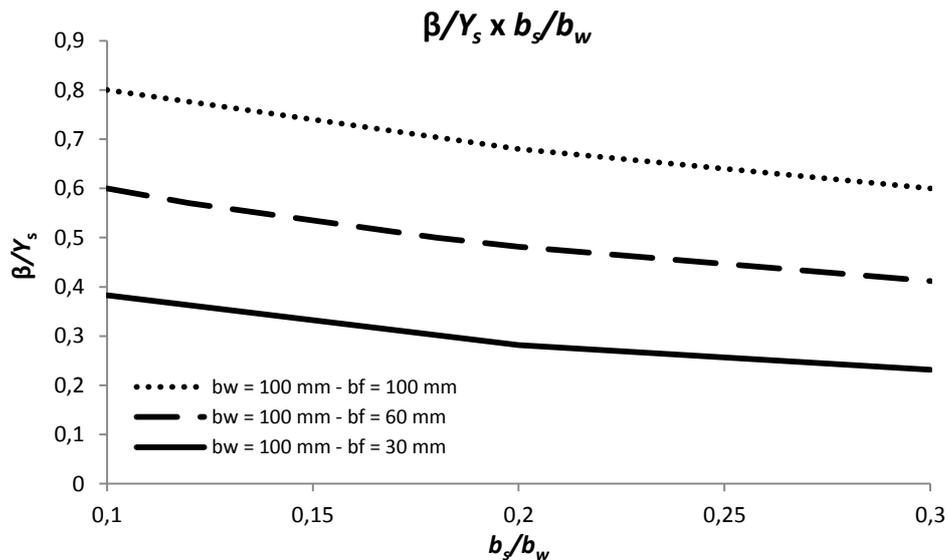


Figura 5.15: Gráfico da relação β/Y_s em função de b_s/b_w para valores fixos de b_w e b_f .

Algumas conclusões podem ser obtidas pela análise do gráfico:

- Enrijecedores maiores em relação à alma (b_w e b_f fixos) conduzem à maior participação relativa da torção nos deslocamentos laterais da seção. O oposto verifica-se para enrijecedores curtos.
- Mesas mais curtas em relação à alma (b_w e b_s fixos) acarretam maior participação relativa da torção nos deslocamentos laterais da seção, o que é compreensível pela diminuição do momento de inércia I_{yy} . O oposto verifica-se para mesas largas em relação à alma.

De acordo com a tabela 3.1, o deslocamento da mesa na direção do eixo z , relacionado ao movimento de abertura da mesma, é $w_f(x,y) = \theta(x).y$. O valor máximo desse deslocamento é:

$$w_f(x, b_f) = \alpha \cdot b_f \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (5.2)$$

A razão entre os deslocamentos máximos da mesa nas direções y e z indica a relação entre os movimentos do canto dobrado alma/mesa e de abertura das mesas, que são dois fenômenos característicos do modo distorcional. Fazendo-se a razão entre 5.1 e 5.2, tem-se:

$$\frac{v_f(x)}{w_f(x, b_f)} = \frac{\beta + Y_s}{b_f} \quad (5.3)$$

O gráfico a seguir apresenta a variação de $(\beta + Y_s)/b_f$ de acordo com a geometria da seção.

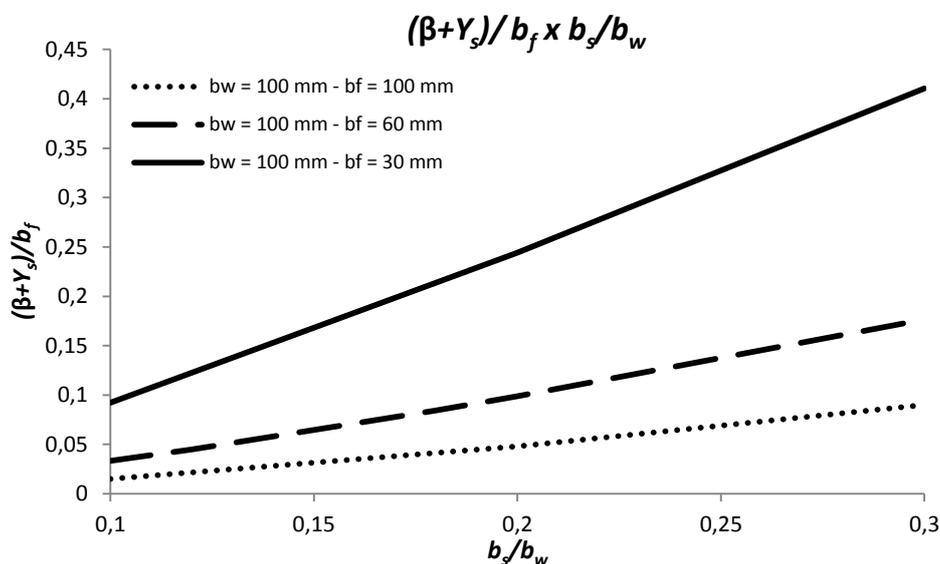


Figura 5.16: Gráfico da relação $(\beta + Y_s)/b_f$ em função de b_s/b_w para valores fixos de b_w e b_f .

Pelo gráfico, observa-se que:

- Fixando-se b_w e b_f , enrijecedores curtos em relação à alma levam a uma participação menos significativa dos deslocamentos do canto dobrado alma/mesa em relação aos deslocamentos de abertura da mesa. O oposto verifica-se para enrijecedores largos. Esse comportamento é mais acentuado para seções com mesas curtas.
- Fixando-se b_w e b_s , mesas largas em relação à alma levam a participação menos significativa dos deslocamentos do canto dobrado alma/mesa no modo distorcional. O oposto verifica-se para mesas curtas em relação à alma.

A segunda observação está de acordo com LAU e HANCOCK (1987), os quais afirmam que seções com mesas largas em relação à alma apresentam basicamente rotação da mesa enrijecida, isto é, com pequenos deslocamentos laterais da junção alma/mesa.

5.4 Deformações Longitudinais

As deformações longitudinais despertadas na seção transversal são de dois tipos: (i) de membrana, não variam ao longo da espessura da parede; e (ii) de placa, variam ao longo da espessura da parede. As deformações de membrana relacionam-se aos deslocamentos dos cantos dobrados, por isso, têm um papel fundamental no modo distorcional.

É possível, para os modelos desse trabalho, determinar a distribuição das deformações longitudinais de membrana (ε_x), basta somar a distribuição das parcelas de flexão $\varepsilon_{x\delta}$ e de torção com empenamento $\varepsilon_{x\theta}$. O diagrama final de deformações será proporcional ao diagrama de tensões apresentado anteriormente na figura 3.6(c) e linear, uma vez que os diagramas originados da torção e da flexão também o são. Matematicamente, pode-se escrever para cada parede b_i :

$$\varepsilon_{x,i}(x, y) = \varepsilon_{x\delta,i}(x, y) + \varepsilon_{x\theta,i}(x, y) \quad (5.4)$$

Para os modelos 3 a 8, as expressões de $\varepsilon_{x,i}(x, y)$ para cada parede são as seguintes:

$$\varepsilon_{x,w}(x) = -Z_{cg} \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.5)$$

$$\varepsilon_{x,f}(x, y) = w_f(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + (y - Z_{cg}) \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.6)$$

$$\varepsilon_{x,s}(x, y) = w_s(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + (b_f - Z_{cg}) \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.7)$$

A alma é a única parede que não apresenta deformações longitudinais de membrana pela torção com empenamento, apenas pela flexão em torno do eixo de menor inércia.

As deformações longitudinais na junção alma/mesa (ponto 0), junção mesa/enrijecedor (ponto 1) e extremidade livre do enrijecedor (ponto 2) serão:

$$\varepsilon_0(x) = \varepsilon_{x,w}(x) = -Z_{cg} \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_1(x) = \varepsilon_{x,f}(x, b_f) = w_f(b_f) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + (b_f - Z_{cg}) \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.9)$$

$$\varepsilon_2(x) = \varepsilon_{x,s}(x, b_s) = w_s(b_s) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + (b_f - Z_{cg}) \cdot \left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \right] \quad (5.10)$$

$w_f(b_f)$ e $w_s(b_s)$ são as coordenadas setoriais da junção mesa/enrijecedor e da extremidade livre do enrijecedor respectivamente.

Substituindo-se em 5.8, 5.9 e 5.10 as funções de deslocamentos $\theta(x)$ e $\delta(x)$, dadas na tabela 3.2, as expressões de Z_{cg} e Y_s dadas, respectivamente, por 3.17 e 3.26, e os valores de $w_f(b_f)$ e $w_s(b_s)$ dados por B.37 e B.38 obtém-se:

$$\varepsilon_0(x) = -\frac{\pi^2 \alpha b_f^2 b_s^2}{L^2 (b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_w b_s)} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_1(x) = \frac{\pi^2 \alpha b_f b_s^2 (2b_f + 3b_w)}{L^2 (b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_w b_s)} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (5.12)$$

$$\varepsilon_2(x) = -\frac{\pi^2 \alpha b_f b_s (b_f^2 + 2b_f b_s + 2b_f b_w + 3b_w b_s)}{L^2 (b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_w b_s)} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (5.13)$$

A razão entre essas deformações fornece a distribuição relativa de deformações/tensões/deslocamentos longitudinais na seção transversal:

$$\frac{\varepsilon_0(x)}{\varepsilon_1(x)} = \frac{-b_f}{2b_f + 3b_w} \quad (5.14)$$

$$\frac{\varepsilon_1(x)}{\varepsilon_2(x)} = \frac{b_f^2 + 2b_f b_w}{b_f^2 + 2b_f b_s + 2b_f b_w + 3b_w b_s} - 1 \quad (5.15)$$

As relações entre deformações das expressões 5.14 e 5.15 são as mesmas de SILVESTRE e CAMOTIM (2004) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010).

Logo, a metodologia aplicada nesse trabalho para a determinação das parcelas de torção e de flexão que compõem o modo de flambagem distorcional é equivalente à metodologia desenvolvida em SILVESTRE e CAMOTIM (2010) para determinar a distribuição dos deslocamentos longitudinais do modo distorcional.

5.5 Considerações sobre Energia de Deformação

As tensões críticas dos modelos 6, 7 e 8 foram sempre inferiores às dos modelos 3, 4 e 5 respectivamente, conforme os resultados do apêndice D. Os pares de modelos 3/6, 4/7 e 5/8 possuem as mesmas funções de deslocamentos, isto é, a mesma configuração deformada. Como já foi exposto, a diferença entre os modelos do mesmo par reside no cálculo da energia de deformação.

Nos modelos 3, 4 e 5, a energia de deformação total foi dividida nas parcelas de: flexão em torno da menor inércia (U_δ), torção de Saint Venant (U_t), torção com empenamento (U_w) e flexão de placa da alma ($U_{p,w}$). Já nos modelos 6, 7 e 8, a energia de deformação foi dividida em duas parcelas: as que geram tensões longitudinais de membrana (U_m , membrana) e as que não geram (U_p , deformações de placa). O critério de separação dos modelos 6, 7 e 8 significa tratar a parcela de torção de Saint Venant dos modelos 3, 4 e 5 pela teoria de placas.

Os trabalhos potenciais de todos esses modelos foram calculados da mesma forma, logo a diferença para as tensões críticas encontradas está na energia de deformação. Há ainda o fato dos comprimentos críticos diferirem, entretanto como essas diferenças são pequenas entre os modelos do mesmo par, sua influência nas tensões críticas será desprezada nessa avaliação.

Para comparar a energia de deformação de cada par de modelos, aplica-se o critério dos modelos 6, 7 e 8 para dividir as energias de deformação dos modelos 3, 4 e 5: as parcelas de flexão na menor inércia (U_δ) e de torção com empenamento (U_w) geram tensões longitudinais de membrana, enquanto as parcelas de torção de Saint Venant (U_t) e flexão localizada da alma ($U_{p,w}$) não geram tensões de membrana na direção X .

Adotando-se o superíndice i para denotar o modelo i , as energias de membrana U_m^i e de placa U_p^i para os modelos 3, 4 e 5 serão:

$$U_m^i = U_\delta + 2U_w \quad (5.16)$$

$$U_p^i = U_{p,w}^i + 2U_t \quad (5.17)$$

$U_{p,w}^i$ depende do modelo i analisado (3, 4 ou 5), já que cada um assume uma função distinta para a flexão de placa na alma.

Já para os modelos 6, 7 e 8, as energias de membrana U_m^{i+3} e de placa U_p^{i+3} serão, de acordo com as expressões 3.58 e A.51:

$$U_m^{i+3} = U_\delta + 2U_w + 2EI_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx \quad (5.18)$$

$$U_p^{i+3} = U_{p,w}^i + 2(U_{dif} + U_t) \quad (5.19)$$

U_{dif} é definido no apêndice A, expressões A.49 e A.50.

As diferenças entre as energias de deformação de membrana e de placa dos pares de modelos $i/i+3$ serão:

$$U_p^{i+3} - U_p^i = 2U_{dif} = \frac{\pi^4 D \alpha^2 (b_f^3 + b_s^3)}{6L^3 (1 - \nu^2)} \quad (5.20)$$

$$U_m^{i+3} - U_m^i = 2EI_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx = -\frac{\pi^4 EI_{wz} \beta \alpha^2}{L^3} \quad (5.21)$$

Substituindo I_{wz} e β , dados respectivamente pelas expressões 3.57 e 3.29, em 5.21:

$$U_m^{i+3} - U_m^i = -\frac{\pi^4 E \alpha^2 b_f^4 b_s^4 t (2b_f + 2b_s + b_w)}{6L^3 (b_f + 2b_s)^2 (b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w)} \quad (5.22)$$

As duas diferenças em 5.20 e 5.22 variam com o inverso de L^3 , logo, à medida que L cresce, as diferenças diminuem, tendendo a zero. Os gráficos de tensão x comprimento de flambagem das figuras 5.1 a 5.10 ilustram essa tendência com a aproximação das curvas dos modelos 3/6, 4/7 e 5/8.

As energias de placa dos modelos 6, 7 e 8 são maiores que as energias de placas dos modelos 3, 4 e 5, o que já era esperado. De forma análoga ao feito nessa dissertação para o conjunto mesa+enrijecedor, TIMOSHENKO e GERE (1963) resolvem o problema de uma seção cruciforme sofrendo flambagem torsional de duas formas: apenas com a rigidez torsional e considerando o comportamento de placa das paredes, na segunda forma encontram tensões críticas maiores.

Por outro lado, as energias de membrana dos modelos 6, 7 e 8 são inferiores às energias de membrana dos modelos 3, 4 e 5 como mostra a expressão 5.22. A explicação para isso é que, nos modelos 3, 4 e 5, as energias de deformação de flexão e de torção com empenamento são calculadas separadamente e depois somadas, isso equivale a: (i) obter as deformações de membrana de cada uma dessas parcelas isoladas; (ii) calcular, para cada uma, a energia de deformação correspondente; e (iii) finalmente somar as energias de torção e de flexão. Enquanto nos modelos 6, 7 e 8, as deformações de membrana pela flexão e pela torção com empenamento são somadas antes do cálculo da energia de deformação. Assim, os termos ‘cruzados’ das deformações na mesa e no enrijecedor são desprezados nos modelos 3, 4 e 5 já que $\epsilon_{flex}^2 + \epsilon_{tor}^2 \neq (\epsilon_{flex} + \epsilon_{tor})^2 = \epsilon_{flex}^2 + 2\epsilon_{flex}\epsilon_{tor} + \epsilon_{tor}^2$.

A alma, por não apresentar torção por empenamento, não terá termos cruzados de deformação longitudinal. A diferença entre as energias de deformação de membrana dos modelos 3/6, 4/7 e 5/8 são os termos ‘cruzados’ das mesas e enrijecedores. A contribuição deles é negativa, o que representa um decréscimo da energia de deformação.

O saldo final na energia de deformação será a soma das diferenças dadas por 5.20 e 5.22. A razão R entre as diferenças de energia de deformação de placa e membrana em módulo será:

$$R = \frac{|U_m^{i+3} - U_m^i|}{U_p^{i+3} - U_p^i} = \frac{12b_f^4 b_s^4 (1 - \nu^2)(2b_f + 2b_s + b_w)}{t^2 (b_f + 2b_s)^2 (b_f^3 + b_s^3)(b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w)} \quad (5.23)$$

Para as seções do estudo paramétrico, a razão R esteve sempre no intervalo $1,5 \leq R \leq 1805,2$, ou seja, a redução da energia de deformação por membrana foi sempre superior ao aumento da energia de deformação de placa. As menores razões ocorreram para os perfis de maior espessura (2 mm) e enrijecedores mais curtos (10 mm). Nos casos opostos, ocorreram as maiores razões (perfis com $t=0,36$ ou $0,4$ mm e enrijecedor de 30 mm). Por causa disso, as tensões críticas dos modelos 6, 7 e 8 foram sempre inferiores às tensões dos modelos 3, 4 e 5 respectivamente.

5.6 U Simples ($b_s = 0$)

À medida que os enrijecedores de uma seção do tipo U enrijecido são reduzidos, o modo de flambagem distorcional assemelha-se ao modo de flambagem local da seção U simples de mesmas dimensões do U enrijecido. Pelas expressões 3.26 e 3.29, respectivamente, verifica-se que Y_s e β terão valores nulos se os enrijecedores não existirem ($b_s = 0$). Com isso, o comportamento dos modelos se aproxima do modo flambagem local: (i) não haverá deslocamentos dos cantos dobrados, logo não haverá tensões/deformações de membrana; e (ii) haverá apenas flexão da alma e rotação da mesa em torno do canto dobrado dela com a alma. De fato, as expressões 5.11, 5.12 e 5.13 para deformações longitudinais se anulam no caso de b_s nulo.

Como comprovação desse comportamento, tomaram-se todas as seções do estudo paramétrico com $b_s = 0$ e determinou-se a tensão crítica de flambagem elástica pelo Modelo 8 ($\sigma_{cr,8}$) e pelas prescrições da NBR 14762 (ABNT, 2010), aplicando a expressão $\sigma_{cr,local} = k_l \pi^2 E (t/b_w)^2 / [12(1 - \nu^2)]$, obtida por regressão linear da solução por faixas finitas/GBT. O coeficiente k_l de flambagem local para seção completa foi calculado de acordo com as fórmulas apresentadas na norma. A tabela 5.1 apresenta os resultados mais relevantes dessa comparação.

Tabela 5.1 - Comparação do Modelo 8
com NBR 14762 (ABNT,2010)

	$\sigma_{cr,8} / \sigma_{cr,local}$
Média	1,10
Desvio Padrão	0,06
Maior Diferença Positiva	23%
Menor Diferença Positiva	2%

*não houve caso de $\sigma_{cr,8} < \sigma_{cr,local}$

Logo, o modelo proposto apresentou o comportamento esperado de se aproximar do modo de flambagem local de um U simples com a retirada do enrijecedor.

5.7 Modo Distorcional Puro segundo GBTUL

Os modelos apresentados nessa dissertação mostraram estarem muito mais próximos do modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) do que do próprio *software* GBTUL. Em relação ao GBTUL com apenas o modo distorcional ativado, as médias ficaram mais distantes de 1,0, os desvios padrão foram sempre maiores e alguns valores de tensão dos modelos ficaram abaixo das tensões do GBTUL. Esse último fato viola uma das características mais importantes do Método do Quociente de Rayleigh, que é o de sempre fornecer cargas críticas maiores que a carga crítica real. A tabela 5.2 apresenta as seções cujos resultados do modelo 8 foram inferiores ao modo distorcional puro no GBTUL.

Tabela 5.2 - Resultados inferiores ao GBTUL para as seções analisadas (Dimensões em mm)

Seção	Seção Analisada					Modelo 8
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\frac{\sigma_{cr,d}}{\sigma_{cr,dGBTUL}}$
123	100x40x10	0,4	250	0,40	0,10	0,96
124		0,5	200	0,40	0,10	0,96
125		0,67	149	0,40	0,10	0,96
126		1	100	0,40	0,10	0,96
127		2	50	0,40	0,10	0,96
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	0,93
139		0,5	240	0,33	0,08	0,93
140		1	120	0,33	0,08	0,93
141		2	60	0,33	0,08	0,93
142		2,5	48	0,33	0,08	0,93
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	0,99
144		0,5	240	0,33	0,21	0,99
145		1	120	0,33	0,21	0,99
146		2	60	0,33	0,21	0,98
147		2,5	48	0,33	0,21	0,98
153	100x30x10	0,4	250	0,3	0,10	0,93
154		0,5	200	0,3	0,10	0,93
155		0,67	149,2	0,3	0,10	0,93
156		1	100	0,3	0,10	0,93
157		2	50	0,3	0,10	0,93
158	100x30x20	0,4	250	0,3	0,20	0,98
159		0,5	200	0,3	0,20	0,98
160		0,67	149,2	0,3	0,20	0,98
161		1	100	0,3	0,20	0,98
162		2	50	0,3	0,20	0,97
168	120x36x12	0,48	250	0,3	0,10	0,93
169		0,6	200	0,3	0,10	0,93
170		0,8	150	0,3	0,10	0,93
171		1,2	100	0,3	0,10	0,93
172		2,4	50	0,3	0,10	0,93
173	120x36x24	0,48	250	0,3	0,20	0,98
174		0,6	200	0,3	0,20	0,98

Seção	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\sigma_{cr,d} / \sigma_{cr,dGBTUL}$
175	120x36x24	0,8	150	0,3	0,20	0,98
176		1,2	100	0,3	0,20	0,98
177		2,4	50	0,3	0,20	0,97

Possíveis explicações para a maior discrepância com o GBTUL devem ser investigadas ainda que não seja o objetivo desse trabalho estudar a formulação e implementação computacional do GBTUL.

Os resultados mais inferiores ao GBTUL (diferenças de até -7%) ocorreram para as seções com os menores enrijecedores e mesas em relação à alma ($0,3 \leq b_f/b_w \leq 0,4$ e $0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,21$).

De forma semelhante ao que foi feito para o modelo 8, o comportamento do modo distorcional puro do GBTUL para seções com enrijecedores quase nulos foi avaliado. Para isso, tomaram-se as seções U simples 100x30 ($t = 0,4$ mm) e 100x100 ($t = 0,4$ mm) e seções U enrijecido adicionando um enrijecedor quase desprezível de 0,1 mm às seções U simples. As análises do GBTUL para a seção U enrijecido foram realizadas apenas com o primeiro modo distorcional ativado (figura 5.17(a)) e para a seção U simples apenas com o primeiro modo local ativado (figura 5.17(b)). Os resultados do GBTUL, do modelo 8, do modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) e das prescrições da NBR 14762 (ABNT, 2010) para essas seções são apresentados nas tabelas 5.3 a 5.6.

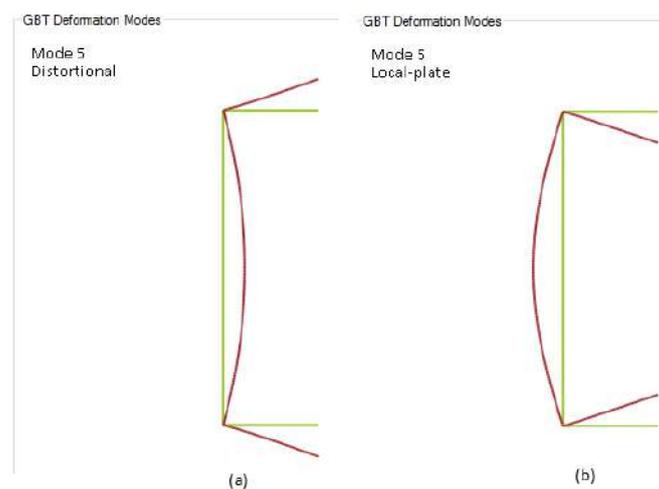


Figura 5.17: Modo 5 de deformação do GBTUL (a) distorcional na seção U enrijecido com enrijecedor desprezível e (b) local na seção U simples.

Tabela 5.3 - Comparação entre GBTUL (Local Puro), modelo 8, SILVESTRE e CAMOTIM (2010) e NBR 14762 (ABNT, 2010)

b_w (mm)	b_f (mm)	b_s (mm)	t (mm)	GBTUL Local Puro (Modo 5)	Modelo 8	SILVESTRE e CAMOTIM (2010)	NBR 14762 (ABNT, 2010)
				$\sigma_{cr,IGBTUL}$ (MPa)	$\sigma_{cr,8}$ (MPa)	$\sigma_{cr,d}$ (MPa)	$\sigma_{cr,local}$ (MPa)
100	30	0	0,4	13,80	14,46	7,83	13,17

Tabela 5.4 - Comparação entre GBTUL (Distorcional Puro), modelo 8, SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

b_w (mm)	b_f (mm)	b_s (mm)	t (mm)	GBTUL Distorcional Puro (Modo 5)	Modelo 8	Modelo SILVESTRE e CAMOTIM (2010)
				$\sigma_{cr,dGBTUL}$ (MPa)	$\sigma_{cr,8}$ (MPa)	$\sigma_{cr,d}$ (MPa)
100	30	0,1	0,4	15,37	14,43	7,97

Tabela 5.5 - Comparação entre GBTUL (Local Puro), modelo 8, SILVESTRE e CAMOTIM (2010) e NBR 14762 (ABNT, 2010)

b_w (mm)	b_f (mm)	b_s (mm)	t (mm)	GBTUL Local Puro (Modo 5)	Modelo 8	SILVESTRE e CAMOTIM (2010)	NBR 14762 (ABNT, 2010)
				$\sigma_{cr,IGBTUL}$ (MPa)	$\sigma_{cr,8}$ (MPa)	$\sigma_{cr,d}$ (MPa)	$\sigma_{cr,local}$ (MPa)
100	100	0	0,4	2,73	2,99	1,44	2,43

Tabela 5.6 - Comparação entre GBTUL (Distorcional Puro), modelo 8 e SILVESTRE e CAMOTIM (2010)

b_w (mm)	b_f (mm)	b_s (mm)	t (mm)	GBTUL Distorcional Puro (Modo 5)	Modelo 8	SILVESTRE e CAMOTIM (2010)
				$\sigma_{cr,dGBTUL}$ (MPa)	$\sigma_{cr,8}$ (MPa)	$\sigma_{cr,d}$ (MPa)
100	100	0,1	0,4	2,76	2,99	1,47

O modelo 8 apresenta valores de tensões idênticos para as seções U simples e U enrijecidos 100x100, o que é bastante aceitável. Como foi apresentado no item anterior, no modelo 8, a redução do enrijecedor diminui o empenamento da seção, até este ser nulo no caso de $b_s = 0$, o que se assemelha ao modo local de flambagem. Porém, para as seções 100x30 ($t = 0,4$ mm), a tensão do modelo 8 foi ligeiramente superior (0,2%) no caso sem enrijecedor, o que não é esperado, mas ainda assim, é bastante aceitável.

De acordo com o GBTUL, a adição do enrijecedor de apenas 0,1 mm no perfil 100x30 ($t = 0,4$ mm) produz um aumento significativo de 11% na tensão crítica, o que não parece corresponder à realidade. Já para o perfil 100x100 ($t = 0,4$ mm), o

enrijecedor produz um aumento de 1% na tensão crítica do GBTUL, o que é aceitável. Para perfis com mesas e enrijecedores curtos, o modo distorcional do GBTUL aparenta superestimar as tensões críticas de flambagem elástica e não “convergir” para o modo local. Essa é uma possível causa para os resultados dos modelos 8 ficarem abaixo do GBTUL (com modo distorcional puro) nas seções do estudo paramétrico com mesas e enrijecedores mais curtos.

Um indicativo desse comportamento é que, mesmo para casos de enrijecedores de 0,1 mm, o *software* mostra empenamentos quase nulos na alma e nas mesas, mas empenamentos significativos nos enrijecedores. A figura 5.18 apresenta, para a seção 100x30x0,1 ($t = 0,4$ mm), o empenamento de acordo com o GBTUL, que se confunde com a geometria da seção na alma e na mesa, por ser quase nulo, enquanto no enrijecedor há empenamento significativo. Para melhor compreensão do diagrama de *warping* da seção 100x30x0,1 ($t = 0,4$ mm), é apresentado na figura 5.19, o mesmo diagrama para a seção 100x30x10 ($t = 0,4$ mm).

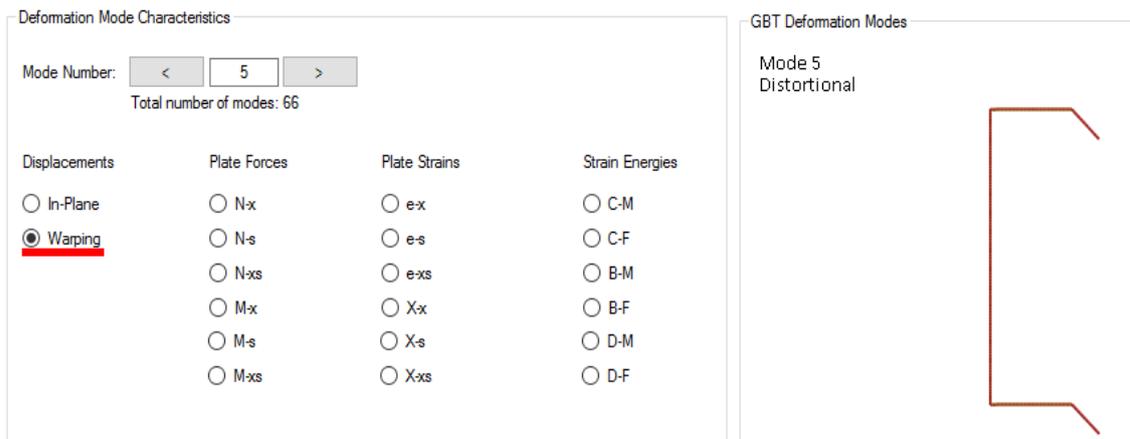


Figura 5.18: Warping do Modo 5 do GBTUL para seção 100x30x0,1 $t=0,4$ mm.

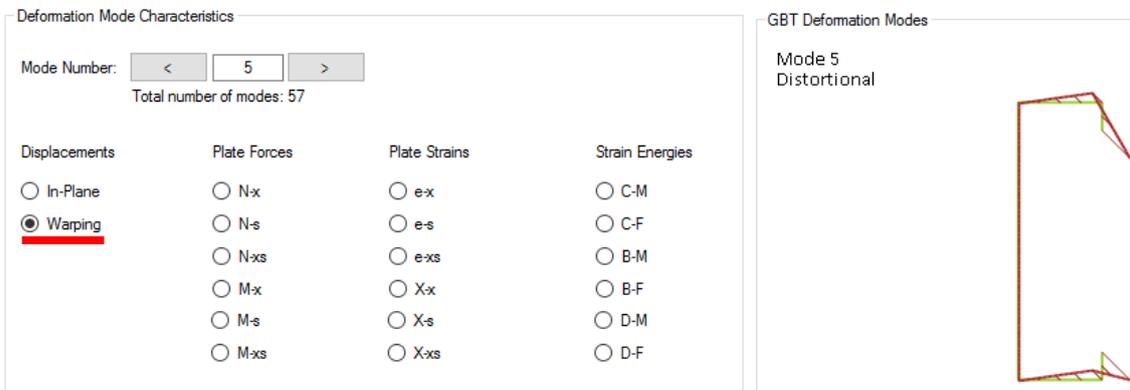


Figura 5.19: Warping do Modo 5 do GBTUL para seção 100x30x10 $t=0,4$ mm.

O modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) não se comporta adequadamente para seções com enrijecedores mínimos possivelmente por desprezar as deformações longitudinais de placa. No estudo paramétrico, as maiores diferenças entre o modelo 8 e SILVESTRE e CAMOTIM (2010) foram de +5% e +7% para seções 120x40x10, 100x30x10 e 120x36x12, todas com enrijecedores curtos.

6. Investigação Experimental

Esse capítulo descreve toda a investigação experimental desenvolvida nessa pesquisa, desde o estudo preliminar para seleção da coluna até a descrição dos ensaios de compressão centrada e de tração direta para caracterização do material.

Os objetivos dessa investigação são: (i) obter evidências experimentais, através da medição de deformações e deslocamentos, do modo distorcional e observar o comportamento de uma coluna cujo modo de flambagem crítico é distorcional; (ii) comparar o comportamento real da coluna com aquele obtido em análise numérica; e (iii) obter estimativas da força crítica experimental aplicando o método de Southwell Plot (SOUTHWELL, 1932).

6.1 Definição da geometria da coluna

Inicialmente, foi feito um estudo numérico para determinar uma seção U enrijecido em que o modo distorcional fosse prevalente. As pesquisas já existentes sobre o tema indicam que seções U enrijecidos com formatos quadrados, isto é, com relação entre altura da alma e largura da mesa em torno de 1 e com enrijecedores curtos são seções em que o modo distorcional pode dominar a flambagem da coluna (SCHAFER, 2000).

As seções apresentadas no apêndice D tiveram suas forças críticas para os modos local e global calculadas pelo GBTUL e comparadas com a força crítica do modo distorcional. A tabela 6.1 apresenta os resultados das forças de flambagem pelo GBTUL (com todos os modos ativados) para uma das colunas birrotuladas e com empenamento livre nas extremidades mais afetadas pelo modo distorcional. Nessa tabela, os valores $L_{cr,l}$ e $L_{cr,g}$ correspondem aos comprimentos críticos para os modos local e global, respectivamente, enquanto $L_{cr,g}$ representa o comprimento a partir do qual o modo global passa a ter força crítica inferior às dos demais modos, governando o comportamento. Para a seção em questão, o modo distorcional apresenta força crítica inferior à do modo local e o modo global passaria a ser crítico somente a partir de um comprimento da coluna igual a quase 4 meia-ondas (3,87) do modo distorcional. A

figura 6.1 apresenta a curva de assinatura dessa seção (escala horizontal logarítmica), obtida pela análise de estabilidade elástica.

Tabela 6.1 - Resultados do GBTUL (Conventional Modes) - Dimensões em mm; Forças em kN

E = 210 GPa				LOCAL		DISTRACIONAL		GLOBAL		$P_{cr,l}/P_{cr,d}$	$P_{cr,g}/P_{cr,d}$	$L_{cr,g}/L_{cr,d}$
b_w	b_f	b_s	t	$L_{cr,l}$	$P_{cr,l}$	$L_{cr,d}$	$P_{cr,d}$	$L_{cr,g}$	$P_{cr,g}$			
100	100	10	1,1	101,6	33,1	661,2	25,2	2556,8	25,2	1,31	1,00	3,87

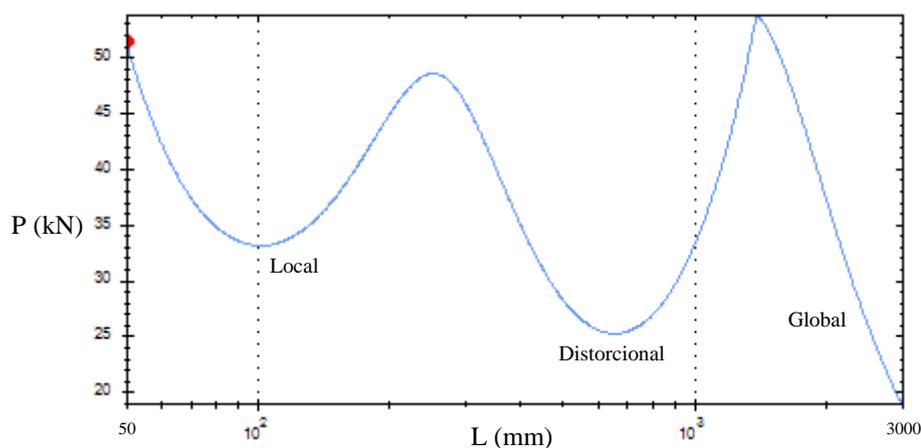


Figura 6.1: Curva de assinatura da coluna birrotulada de seção 100x100x10 t=1,1 mm.

Nesse trabalho, toda base teórica foi desenvolvida para colunas birrotuladas e com empenamento livre nas extremidades ou suficientemente longas e capazes de desenvolver múltiplas meia-ondas, de modo que as condições de contorno não tenham influência significativa na força crítica. Como a materialização da condição de apoio birrotulada liberando empenamento é bastante difícil, optou-se por engastar as colunas nas extremidades, com restrição de todos os movimentos. Em uma análise preliminar, decidiu-se por uma coluna biengastada com comprimento tal que 3 meia-ondas do modo distorcional ocorressem, assumindo que a meia onda do trecho central não seja tão afetada pelas condições de apoio.

Para comprimento com ocorrência de 3 meia-ondas do modo distorcional, a análise pelo GBTUL para todos os modos ativados e condições biengastadas de apoio fornece o resultado exibido na Figura 6.2. Observou-se, então, que o comprimento de 2505 mm é aquele que resulta no valor mínimo de força crítica, que nesse caso é de 27,98 kN, com participação modal de 96,6% do modo distorcional e 3,1% do modo local.

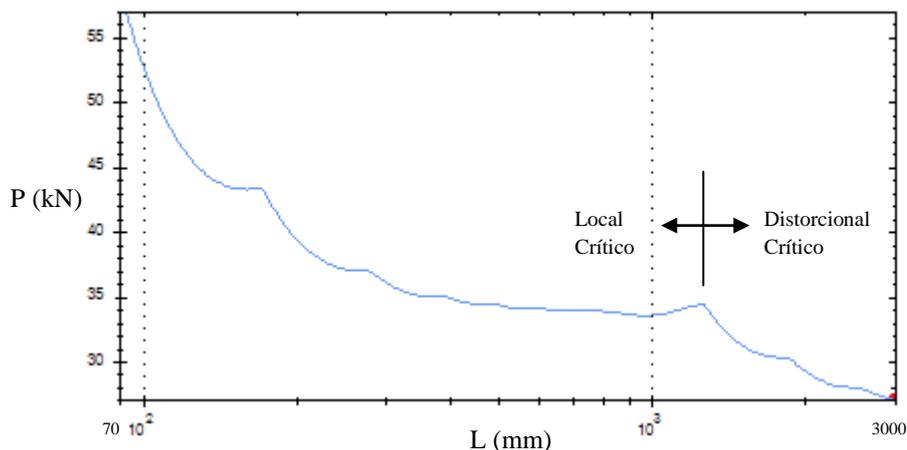


Figura 6.2: Análise GBTUL (*Conventional Modes*) para coluna biengastada de seção 100x100x10 t=1,1 mm.

Refazendo a análise pelo GBTUL, mas considerando o modo distorcional puro em condições biengastadas, o comprimento de coluna com ocorrência de 3 meia-ondas que resulta na menor força crítica é de 2533 mm, que vale 27,51 kN.

Para esse mesmo comprimento, a análise do GBTUL considerando separadamente os modos puros locais e globais fornece os valores de força crítica apresentados na Tabela 6.2. Pode-se perceber que as forças críticas local e global são, respectivamente, 30% e 279% superiores à força crítica distorcional. Assim, numericamente, a coluna biengastada de 2530 mm de comprimento e seção 100x100x10 t = 1,1 mm terá o modo distorcional como crítico.

Tabela 6.2 - GBTUL (Modos Puros)

Seção	Distorcional		Local	Global	$P_{cr,g}/P_{cr,d}$	$P_{cr,l}/P_{cr,d}$
	$L_{cr,d}$ (mm)	$P_{cr,d}$ (kN)	$P_{cr,l}$ (kN)	$P_{cr,g}$ (kN)		
100x100x10 t=1,1 mm	2533,6	27,51	35,80	104,20	3,79	1,30

Como as forças críticas do modo distorcional para os comprimentos de 2505 e 2533 mm são semelhantes (diferença inferior a 2%), optou-se por adotar coluna com 2533 mm no programa experimental.

6.2 Etapas de Preparação do Experimento

Nessa pesquisa, foi realizado um único ensaio em coluna. O perfil utilizado foi fornecido pela empresa Marko Sistemas Metálicos do Rio de Janeiro, que fabrica perfis de aço formados a frio para sistemas de cobertura, pisos etc.

6.2.1 Medição da Coluna

Foram medidas as dimensões das seções transversais em 5 posições ao longo da coluna, a saber, nas extremidades e a cada $\frac{1}{4}$ do comprimento total. Além disso, foi medido o comprimento total da peça, igual a 2529 mm. As dimensões medidas encontram-se na tabela 6.3 e a tabela 6.4 apresenta as diferenças percentuais entre as médias da coluna ensaiada e a coluna de referência. As nomenclaturas utilizadas seguem a convenção da figura 6.3.

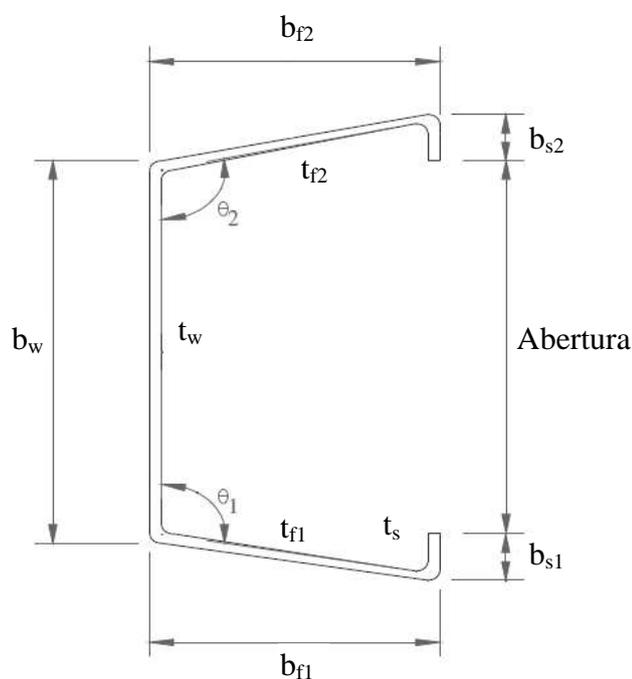


Figura 6.3: Dimensões medidas na seção transversal.

Tabela 6.3 - Dimensões nominais e medidas da coluna em mm

	b_w	b_{f1}	b_{f2}	b_{s1}	b_{s2}	t_w	t_{f1}	t_{f2}	t_s	Abertura	θ_1 (°)	θ_2 (°)
Nominais	101,10	101,10	101,10	10,55	10,55	1,10	1,10	1,10	1,10	80	90	90
C1 - 0	109,00	102,90	102,00	10,90	10,80	1,10	1,03	1,07	1,04	81,00	90,86	90,85
C1 - L/4	110,10	103,70	102,50	10,30	10,30	-	-	-	1,04	83,00	-	-
C1 - L/2	109,50	105,15	101,85	10,05	10,10	-	-	-	1,05	82,00	-	-
C1 - 3L/4	109,85	103,75	101,70	10,80	10,80	-	-	-	1,05	83,10	-	-
C1 - L	109,45	102,70	102,20	11,20	11,20	1,04	1,04	1,03	1,08	80,00	92,70	90,73
C1 - Média	103,14	102,61	105,19	10,33	10,36	1,09	1,10	1,11	1,11	82,15	90,87	93,37

Tabela 6.4 - Diferenças percentuais em relação a dimensões nominais

	b_w	b_{f1}	b_{f2}	b_{s1}	b_{s2}	t_w	t_{f1}	t_{f2}	t_s	Abertura	θ_1	θ_2
C1	2,0%	1,5%	4,0%	-2,1%	-1,8%	-0,9%	-0,5%	0,5%	0,9%	2,7%	1,0%	3,7%

6.2.2 Condições de Apoio

Para garantir as condições de apoio biengastadas da coluna, isto é, impedindo rotações, translações e empenamento, chapas de aço tipo SAE 1020 e espessura de 12 mm foram fixadas com solda TIG às extremidades da coluna. Estas chapas por sua vez foram fixadas por parafusos nas placas de base do pórtico de reação. A placa de base é apresentada na figura 6.4. A correta execução desse processo é fundamental para garantir que a força de compressão seja aplicada uniformemente na coluna. As principais etapas dessa montagem são as seguintes:

- Reprodução das seções transversais de extremidades da coluna em papel milimetrado.
- Obtenção das coordenadas dos pontos da linha média da seção. Esse passo e o anterior são apresentados na figura 6.5.
- As coordenadas nodais obtidas foram inseridas no CUFISM (SCHAFFER, 2010) juntamente com as espessuras das paredes para que as propriedades geométricas das seções reais fossem obtidas. Assim, a posição do centróide e os eixos principais de inércia reais de cada extremidade foram determinados.
- Os eixos principais de inércia foram marcados no papel milimetrado, conforme figura 6.6.
- Foram marcados nas chapas de extremidade os eixos principais da placa de base do pórtico de reação. As chapas são mostradas na figura 6.7.
- Coincidindo os eixos principais das seções transversais (papel milimetrado) com os eixos marcados nas chapas de extremidade, como mostra a figura 6.8, as chapas foram posicionadas nas extremidades da coluna e assim procedeu-se ao processo de soldagem.

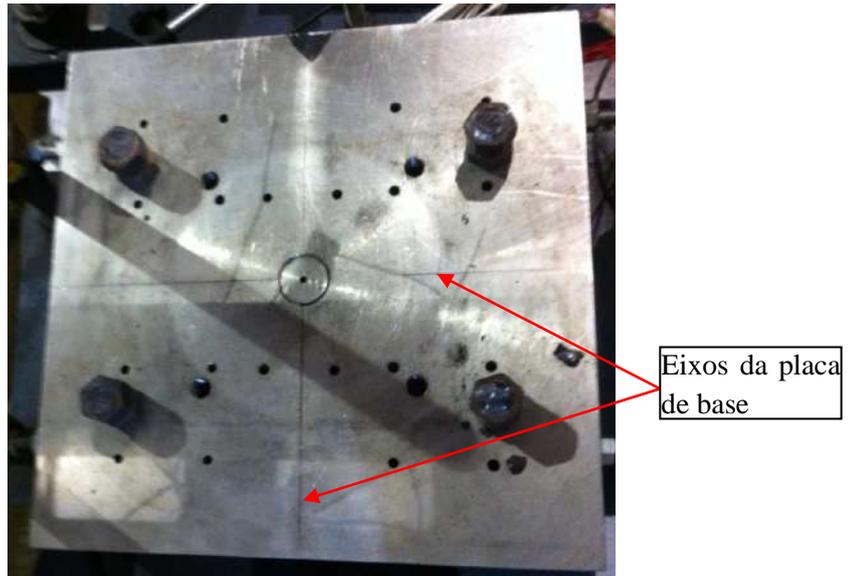


Figura 6.4: Placa de base.

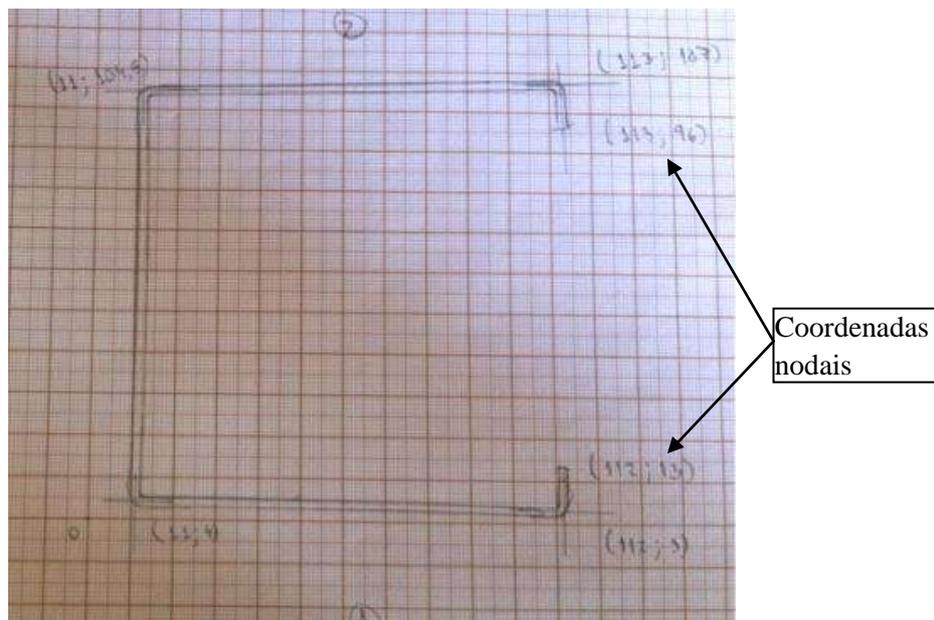


Figura 6.5: Seção de extremidade com coordenadas da linha média.

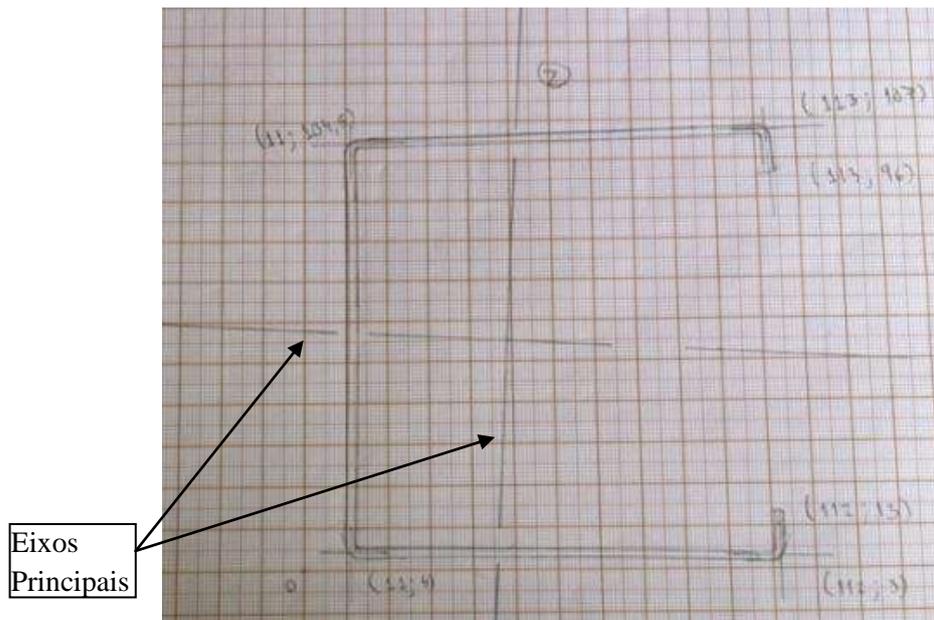


Figura 6.6: Seção transversal com eixos principais.



Figura 6.7: Chapa de extremidade com eixos marcados (riscados).

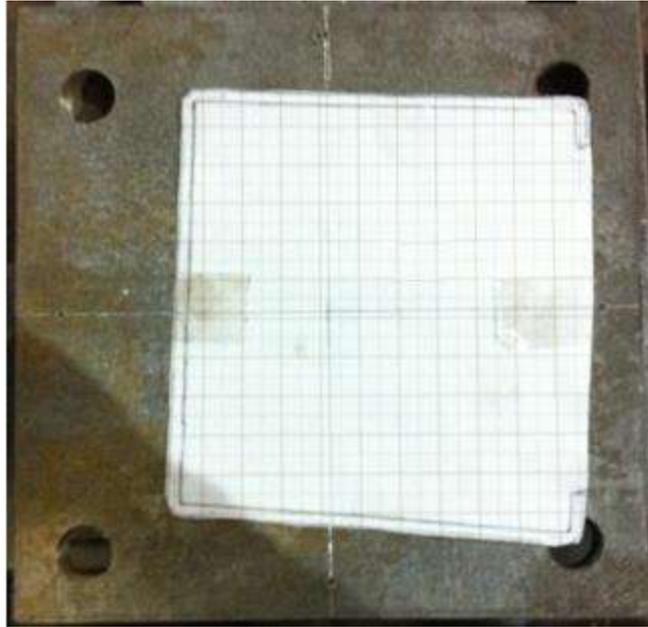


Figura 6.8: Posicionamento do papel milimetrado na chapa de extremidade.

Devido às dimensões e ao posicionamento dos perfis nas chapas de extremidade de forma a coincidir os eixos principais, não foi possível a fixação dos 4 parafusos nas chapas de extremidade já que o perfil se sobrepunha a dois furos. Essa observação está ilustrada na figura 6.8 pelo papel milimetrado e na figura 6.9 pelo próprio perfil.

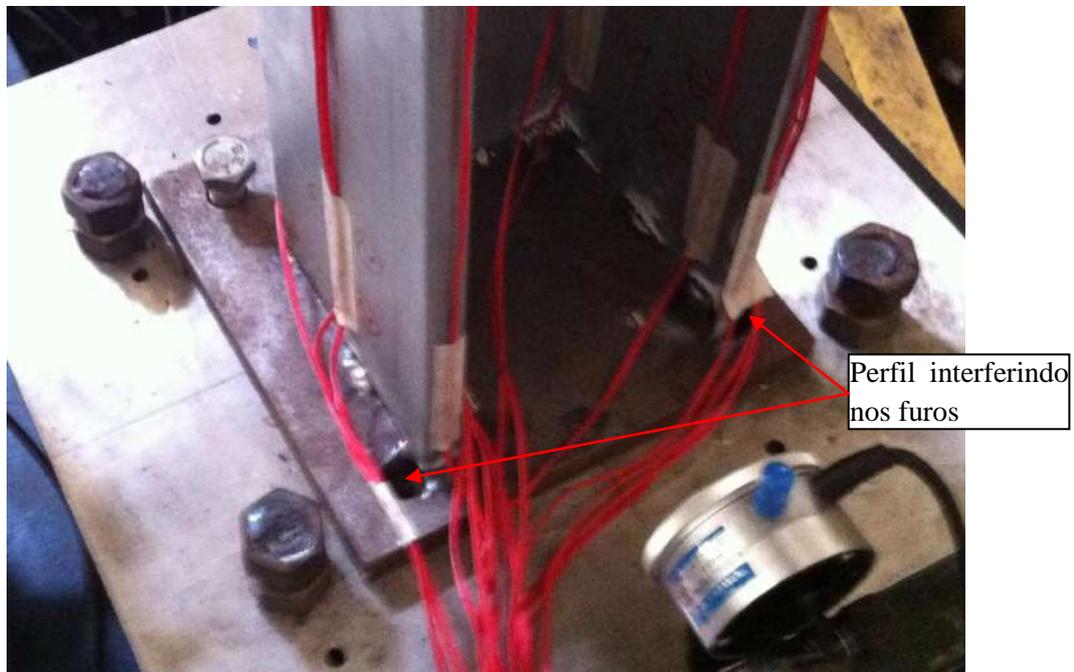


Figura 6.9: Furos sobrepostos pelo perfil.

A extremidade superior de engastamento da coluna consiste em duas chapas rígidas de aço inox e uma rótula esférica entre elas. Durante a fase de posicionamento e

ajustes, esse sistema permaneceu livre (todos os parafusos livres) para acomodar a coluna, apenas com a chapa rígida inferior ligada ao pórtico por cantoneiras que impediam sua queda.

Antes da realização do ensaio, todos os parafusos existentes entre as chapas rígidas da extremidade superior foram apertados e ajustados de forma a impedir rotações entre as mesmas. Além disso, uma terceira chapa, vertical (chapa azul da figura 6.10), impede rotação das chapas rígidas. Esta chapa está fixada através de 2 parafusos à chapa rígida inferior enquanto outros 2 parafusos permanecem encostados na chapa rígida superior. Para aferir possíveis rotações da extremidade superior, foram fixadas cantoneiras com transdutores de deslocamentos para medir deslocamentos na direção vertical. A descrição da extremidade superior de apoio está ilustrada nas figuras 6.10, 6.11 e 6.12.

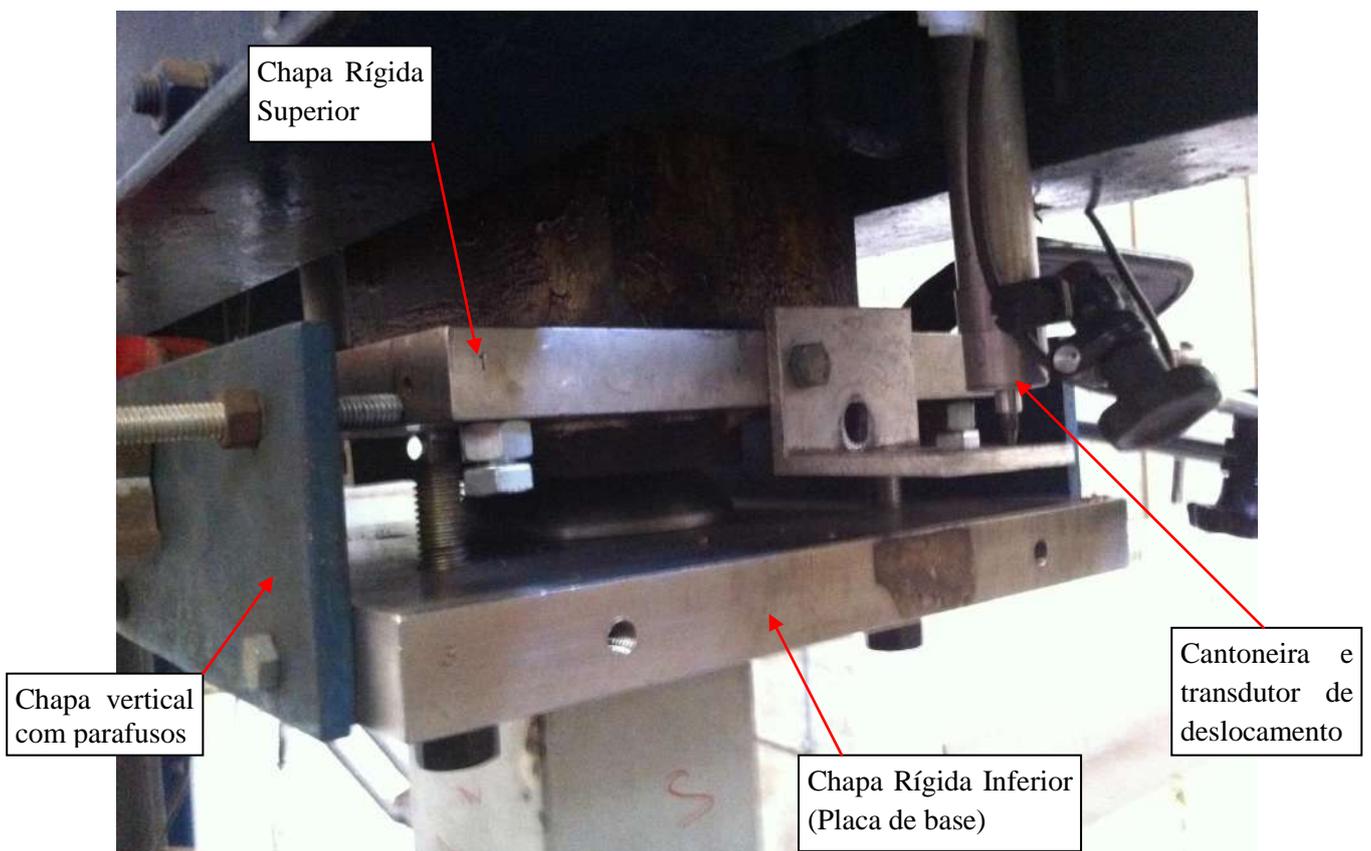


Figura 6.10: Extremidade superior.



Figura 6.11: Extremidade superior.

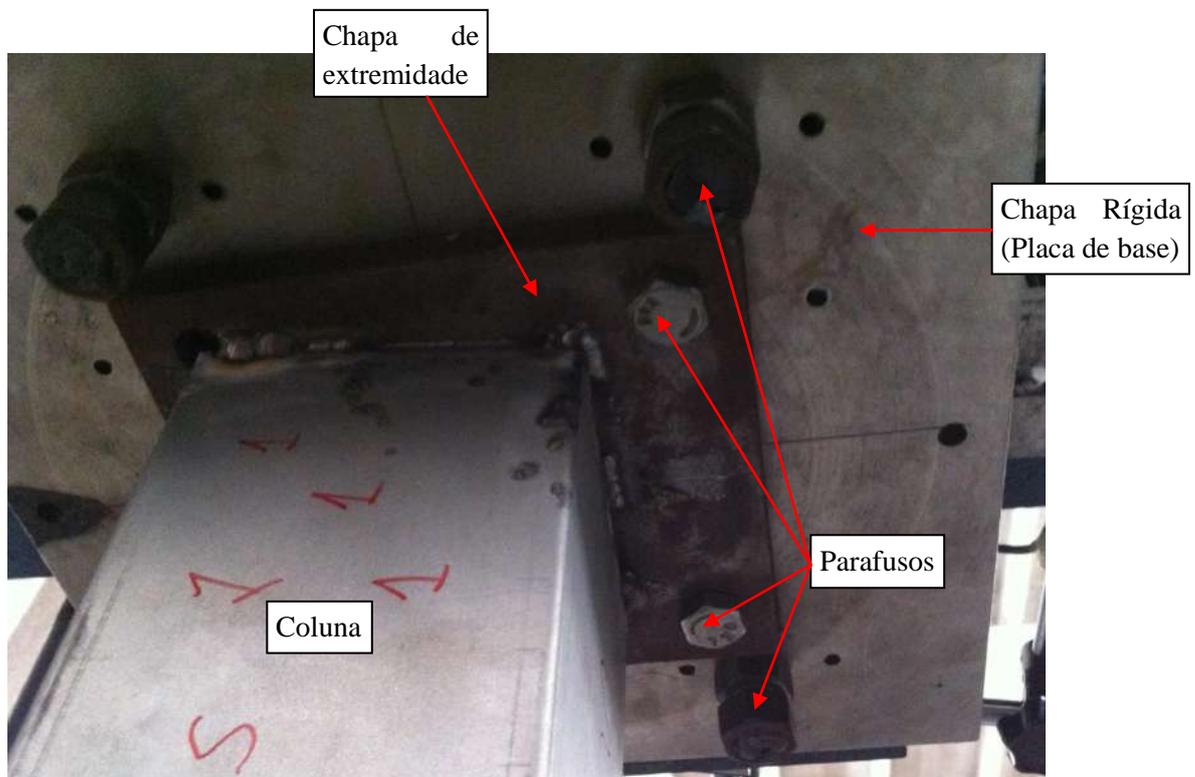


Figura 6.12: Extremidade superior.

Na extremidade inferior também se encontram duas chapas rígidas de aço inox e uma rótula esférica, que permaneceram fixas desde a fase de posicionamento e ajustes.

Ao iniciar o ensaio, os parafusos existentes entre as chapas rígidas foram ajustados de forma a impedir rotações. Além disso, parafusos posicionados horizontalmente ficam apertados desde a fase de ajustes para impedir rotações no plano horizontal. Transdutores de deslocamento também foram posicionados na extremidade inferior para aferir possíveis rotações do apoio. As condições da extremidade inferior são apresentadas nas figuras 6.13, 6.14 e 6.15.



Figura 6.13: Extremidade inferior.

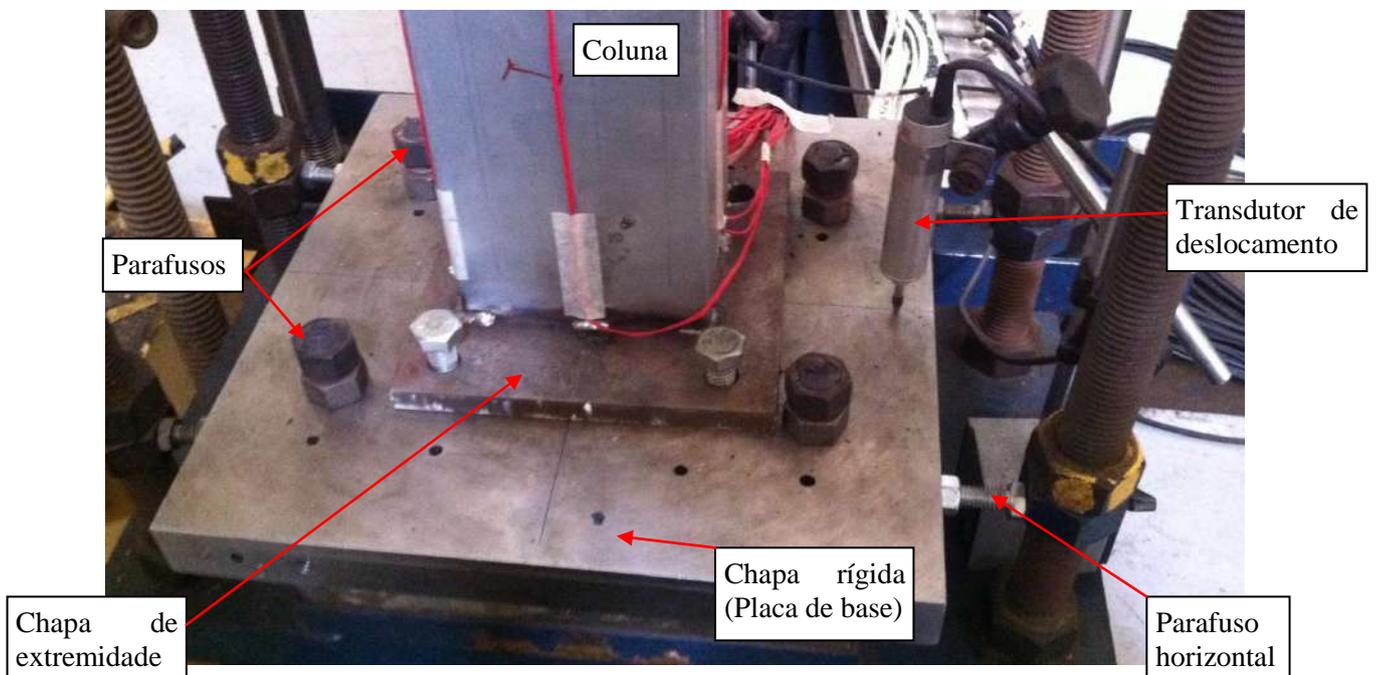
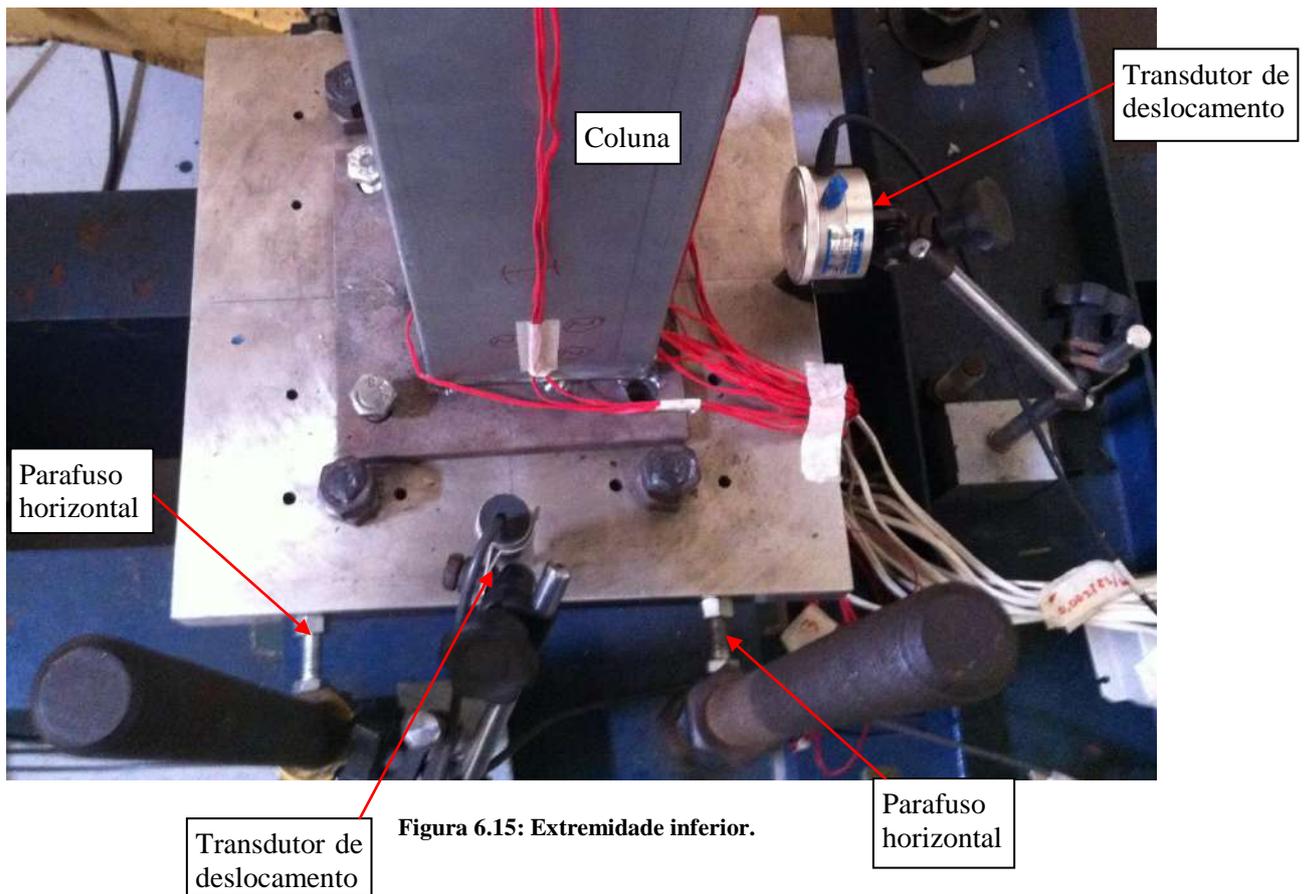
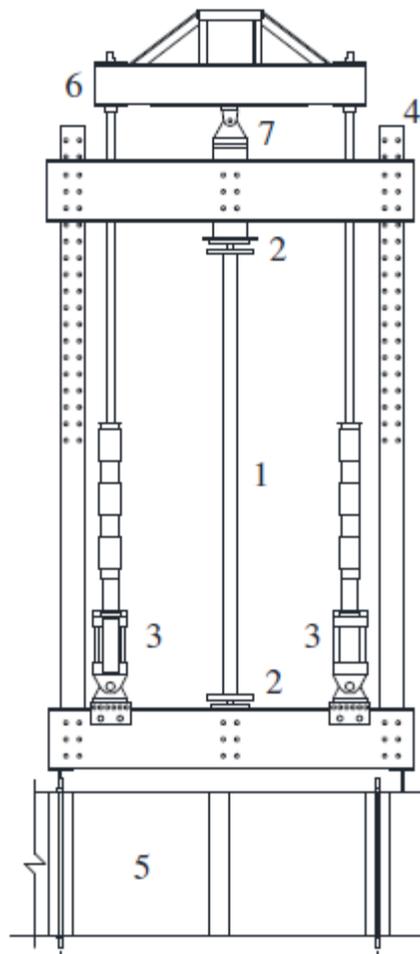


Figura 6.14: Extremidade inferior.



6.2.3 Pórtico e Sistema de Carregamento

A coluna foi ensaiada em um dos pórticos de reação do Laboratório de Estruturas e Materiais Professor Lobo Carneiro do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ. Sobre o pórtico, agiam dois atuadores hidráulicos servo-controlados MTS com controle de deslocamento. Cada atuador possui 150 mm de curso e pode atingir força de até 50 kN. A disposição do ensaio é apresentada nas figuras 6.16 e 6.17.



- 1 – Coluna
- 2 – Engastes = chapas rígidas + rótulas esféricas
- 3 – Atuadores hidráulicos
- 4 – Pórtico de Reação
- 5 – Laje de Reação
- 6 – Travessa Superior
- 7 – Êmbolo móvel

Figura 6.16: Configuração do ensaio.



- 1 – Coluna
- 2 – Engastes = chapas rígidas + rótulas esféricas
- 3 – Atuadores hidráulicos
- 4 – Pórtico de Reação
- 5 – Travessa Superior
- 6 – Êmbolo Móvel
- 7 – Carrinho para excursão dos flexímetros
- 8 – Barra de deslizamento do carrinho

Figura 6.17: Configuração do ensaio.

Foi aplicada uma taxa constante de deslocamento dos atuadores igual a 0,002 mm/s. Quando necessário fazer a leitura de deslocamentos ao longo de toda a coluna, o carregamento era momentaneamente interrompido mantendo-se um nível de força constante. O controle dos atuadores foi feito através do software fornecido pela própria MTS, Station Manager™. Ao iniciar o ensaio e a aquisição, a força atuante na coluna corresponde apenas aos pesos da travessa superior, do êmbolo e do engaste superior, que totalizam em torno de 4,9 kN. A partir desse ponto, os atuadores começam a se deslocar e carregar progressivamente a coluna.

6.2.4 Instrumentação para medição de deslocamentos

Transdutores foram instalados nas extremidades para medir deslocamentos e aferir posteriormente possíveis rotações dos apoios. Na extremidade inferior, os transdutores foram denominados T6 e T7, já na superior, T8 e T9. Os transdutores superiores foram posicionados com o auxílio de cantoneiras. A posição de cada um desses transdutores é apresentada nas figuras 6.10, 6.14, 6.15, 6.18 e 6.19.

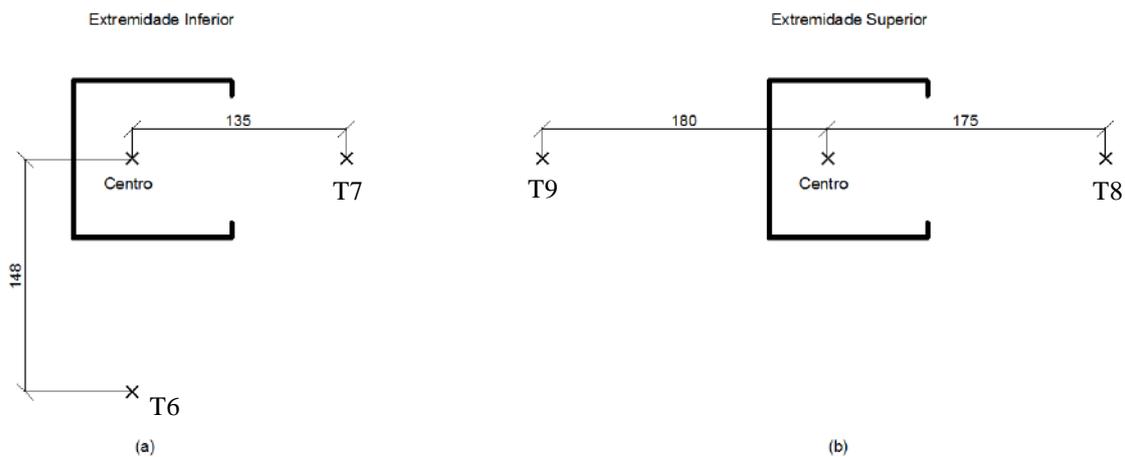


Figura 6.18: Representação esquemática dos transdutores de deslocamentos nas extremidades (a) inferior e (b) superior (dimensões em milímetros).

Somente na extremidade inferior, foi possível posicionar os transdutores em duas direções perpendiculares, de forma a verificar rotações da base nas duas direções.



Figura 6.19: Transdutores de deslocamento da extremidade superior.

Foram utilizados 5 transdutores denominados T1, T2, T3, T4 e T5 para captar deslocamentos na alma e nas mesas do perfil. Enquanto a coluna era carregada a uma taxa constante, os sensores permaneciam fixos à meia altura da coluna. Periodicamente, o carregamento era paralisado (mantido constante) e passeios com os transdutores eram feitos ao longo de toda coluna através de um sistema de roldanas e um “carrinho” controlado manualmente. Um sensor elétrico, cujo sinal foi adquirido, media a posição do carrinho durante os passeios. A figura 6.20 ilustra a disposição dos transdutores de deslocamento e a convenção de sinais para os deslocamentos registrados por cada um deles.

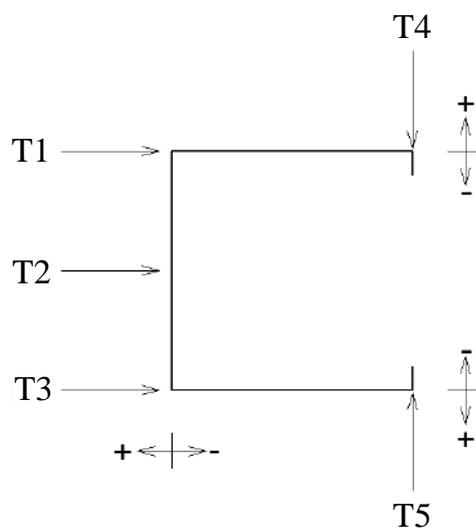


Figura 6.20: Representação esquemática dos transdutores de deslocamento.

As figuras 6.21 e 6.22 apresentam os sensores instalados.

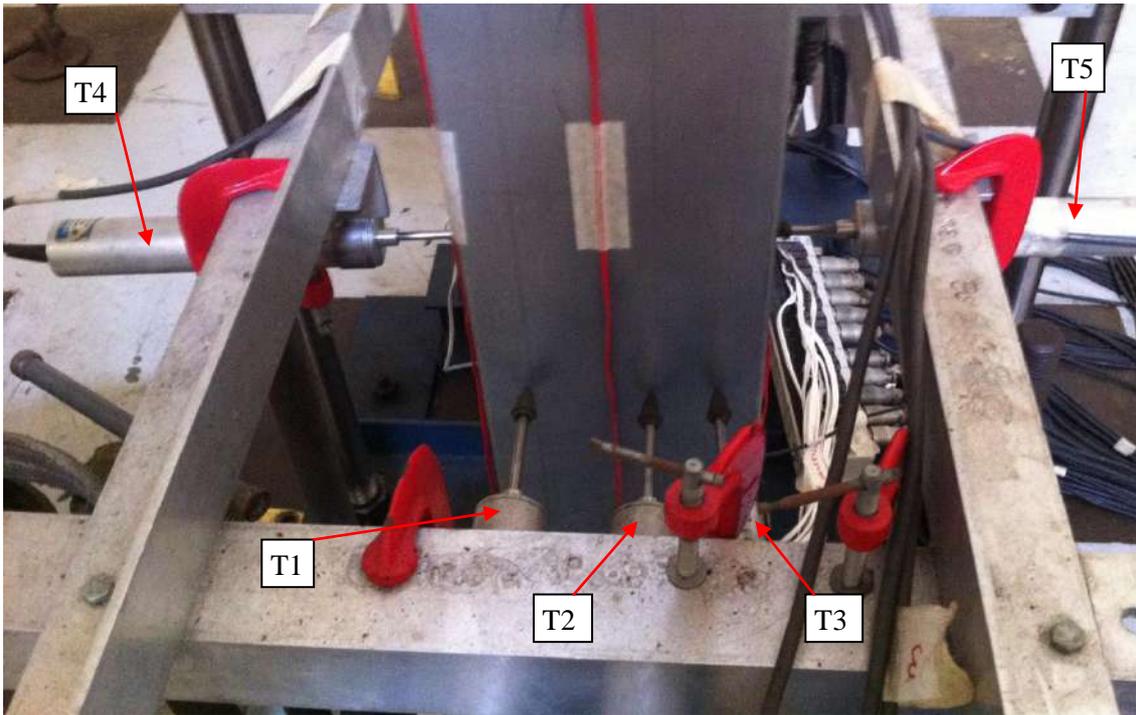


Figura 6.21: Transdutores de deslocamento na alma e mesas do perfil.

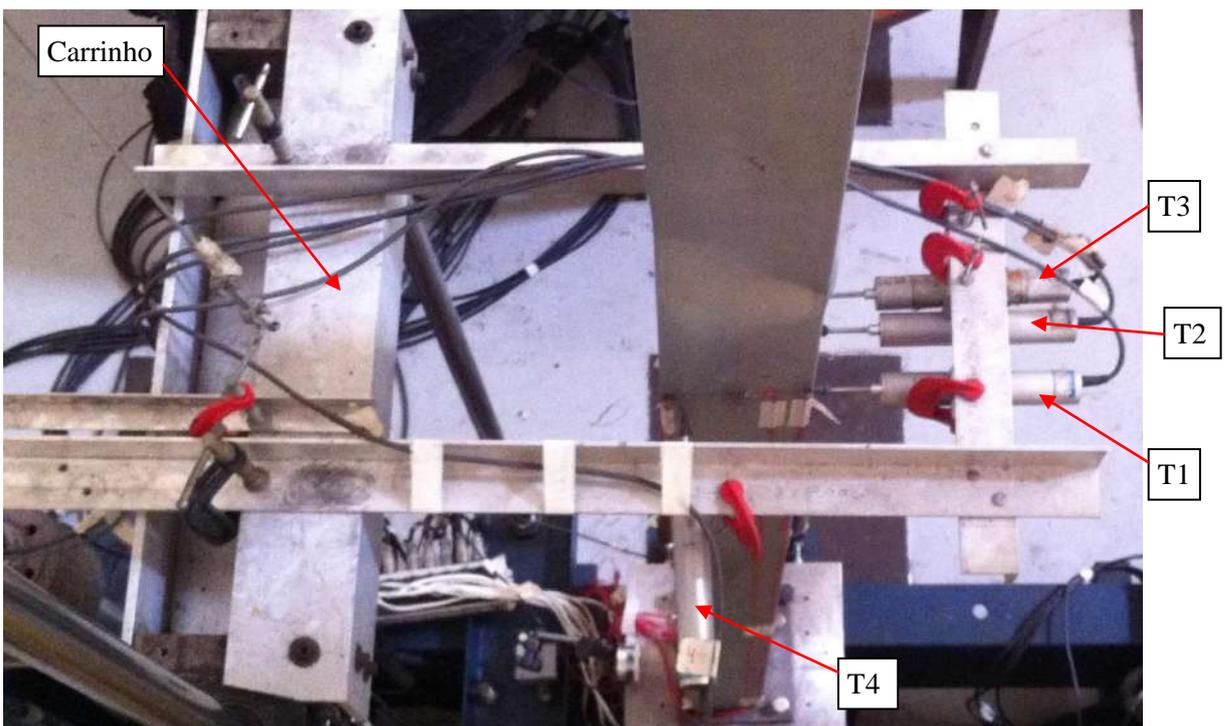


Figura 6.22: Transdutores de deslocamento na alma e mesas do perfil.

Os transdutores T4 e T5 foram posicionados de forma a captar abertura e fechamento das mesas, característicos do modo distorcional. Enquanto os demais foram posicionados para captar os deslocamentos da alma.

6.2.5 Instrumentação para medição de deformações

Foram colados extensômetros à meia altura da coluna para medir deformações nas direções longitudinal e transversal. A disposição dos extensômetros é apresentada na figura 6.23. Os extensômetros denominados E1, E2, E3, E4, E5 e E6 captam as deformações longitudinais do modo distorcional. Enquanto, E7, E8, E9 e E10 captam deformações por flexão transversal nas mesas. Os medidores foram posicionados no centro de cada parede.

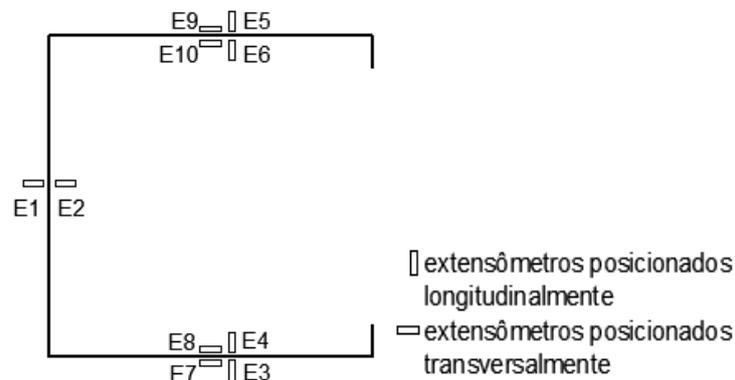


Figura 6.23: Posicionamento dos extensômetros.

6.2.6 Aquisição de Dados

A aquisição dos dados, que incluiu as medições dos transdutores de deslocamentos e extensômetros, os registros da posição do carrinho e das forças nos atuadores, foi feita na frequência de 2 Hz através do sistema da KYOWA, UCAM-500B e UCAM-500A. O software de aquisição utilizado foi o Execute MEAS.

6.3 Caracterização das Propriedades Mecânicas

O aço utilizado para fabricação do perfil é do tipo ASTM A572 grau 50, com as seguintes propriedades mecânicas nominais: (i) limite de escoamento mínimo de 345 MPa; (ii) limite de resistência mínimo de 450 MPa; e (iii) alongamento mínimo pós-ruptura de 18%.

Para obter as propriedades mecânicas do aço empregado nessa investigação experimental, ensaios de tração direta padronizados de acordo com a NBR ISO 6892

(ABNT, 2013) foram realizados para 4 amostras extraídas da coluna ensaiada. As dimensões em milímetros dos corpos de prova, pelas especificações da NBR ISO 6892, são apresentadas na figura 6.24.

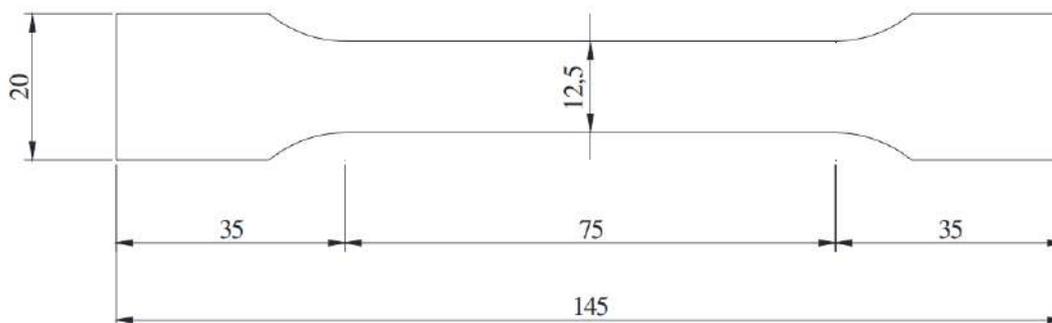


Figura 6.24: Dimensões dos corpos de prova para ensaio de tração direta (em milímetros).

Os ensaios foram realizados na máquina SHIMADZU AGX do Laboratório de Ensaio Mecânicos pertencente ao Laboratório de Estruturas e Materiais Professor Lobo Carneiro do Programa de Engenharia Civil. Para medição das deformações longitudinais, foram empregados extensômetros elétricos, um em cada face do corpo de prova. O ensaio foi feito por controle de deslocamentos a uma taxa de 0,5 mm/min., a frequência de aquisição foi de 3 Hz. A figura 6.25 apresenta a configuração do ensaio.



Figura 6.25: Configuração do ensaio de tração direta.

Os gráficos obtidos de tensão por deformação de cada ensaio são apresentados na figura 6.26.

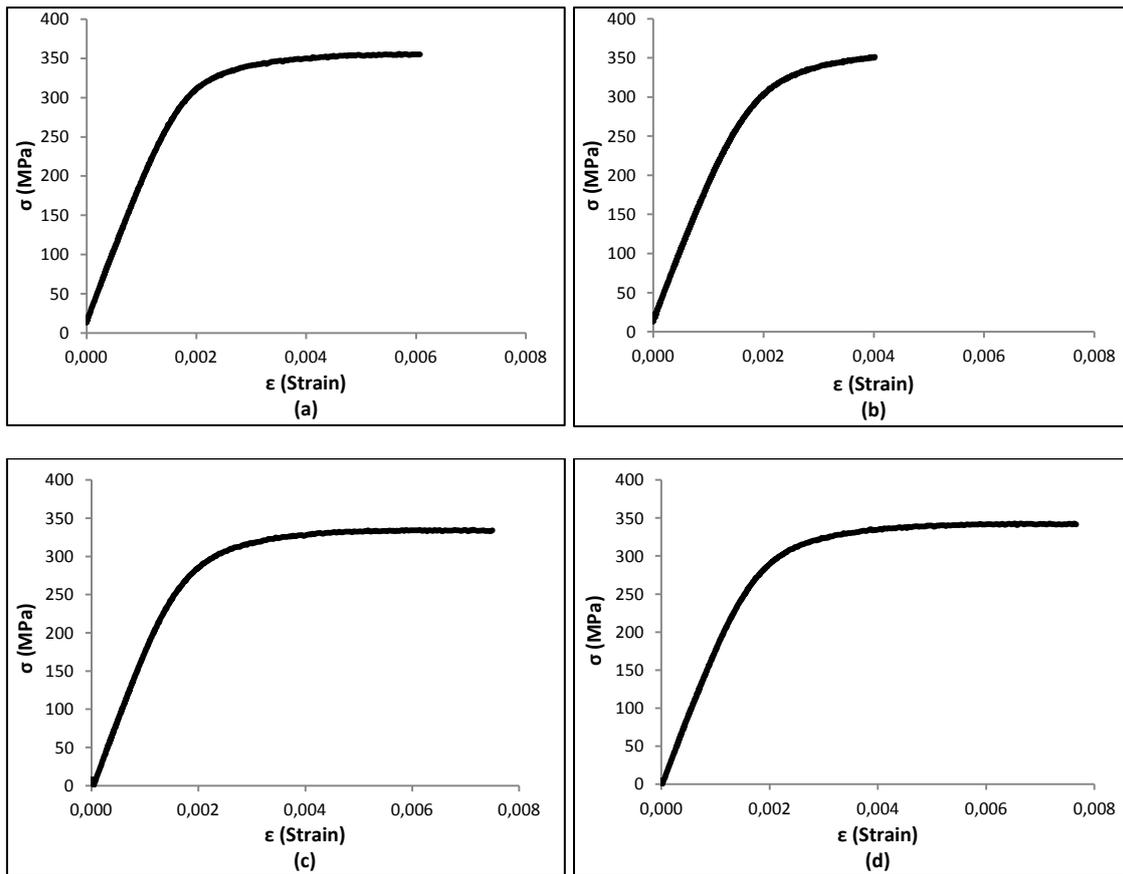


Figura 6.26: Gráficos de Tensão x Deformação dos ensaios de tração direta: (a) CP1 (b) CP2 (c) CP3 e (d) CP4.

A tabela 6.5 resume as propriedades mecânicas obtidas em cada ensaio. O módulo de elasticidade E foi determinado a partir de uma regressão linear no trecho inicial do ensaio enquanto a tensão de escoamento f_y foi determinada a partir do traçado de uma reta paralela ao trecho linear do ensaio cruzando o eixo horizontal na deformação de 0,2%. A ordenada do ponto em que esta reta intercepta a curva de tensão x deformação do ensaio corresponde à tensão de escoamento.

Tabela 6.5 - Propriedades mecânicas do aço

CP	E (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
CP 1	179001	343	435
CP 2	177932	348	441
CP 3	178053	335	420
CP 4	174653	342	427
Média	177410	342	431
Desv. Padrão	1899	5,4	9,2
Coef. de Variação	1,07%	1,57%	2,13%

7. Análise do Experimento

Esse capítulo apresenta, na forma de gráficos, as medições realizadas durante o ensaio. A partir dos registros de deslocamentos e deformações, análises sobre o comportamento da coluna ao longo do ensaio são feitas e a força crítica experimental é estimada pelo método de Southwell Plot.

A figura 7.1 mostra a evolução dos deslocamentos na coluna durante o ensaio. A abertura e o fechamento das mesas caracteriza a ocorrência do modo distorcional, o que foi notado desde o início do ensaio. A formação de meia-ondas curtas na alma, característica do modo local, foi observada por inspeção manual a partir de uma força de 30 kN aproximadamente, sendo, no entanto, imperceptíveis visualmente.



A força máxima atingida foi de 33,4 kN, o modo de colapso foi distorcional com formação de rótula plástica próximo ao trecho central da coluna no canto dobrado alma/mesa.

7.1 Rotações dos Apoios

Para verificar o grau de engastamento dos apoios, os deslocamentos dos transdutores T6, T7, T8 e T9 foram utilizadas para calcular as rotações da placa de base. As rotações são o deslocamento de cada transdutor dividido pela distância do mesmo ao centro da placa. A tabela 7.1 resume as rotações máximas calculadas.

Tabela 7.1 - Rotações das placas de base

	Flexímetro	Deslocamento Máximo (mm)	Rotação Máxima (rad.)
Extremidade Inferior	T6 T7	-0,14 -0,11	-0,0009 -0,0008
Extremidade Superior	T8 T9	-0,10 0,15	-0,0006 0,0008

As rotações máximas não ultrapassaram 0,001 rad, assim, as condições de apoio do ensaio restringiram as rotações efetivamente.

7.2 Deformações a meia altura

A figura 7.2 apresenta os gráficos que relacionam a força F de compressão aplicada ao longo do ensaio com as deformações de cada extensômetro.

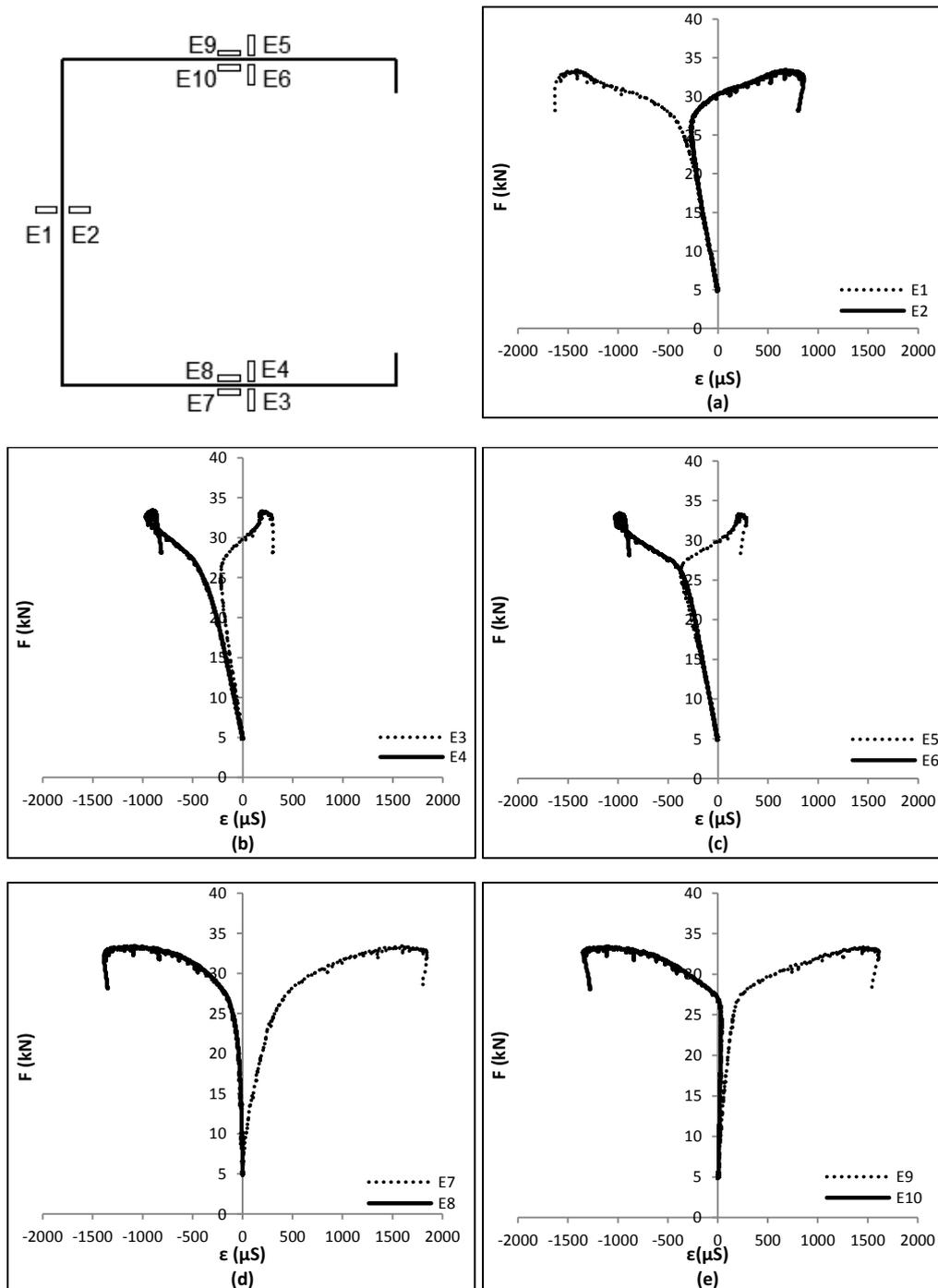


Figura 7.2: Gráficos força x deformação de cada extensômetro.

Os gráficos indicam claramente, a partir de uma força entre 25 kN e 30 kN, uma bifurcação na trajetória de equilíbrio, isto é, a coluna entra na trajetória pós-crítica do modo distorcional.

Pela figura 7.2(a), a partir de uma força de aproximadamente 22 kN, os extensômetros da alma começaram a divergir, indicando flexão na alma, com o surgimento de tensões de tração na face interna (E2). Essa divergência acentuou-se a

partir de aproximadamente 27 kN de força aplicada, quando a coluna entra no regime pós-crítico.

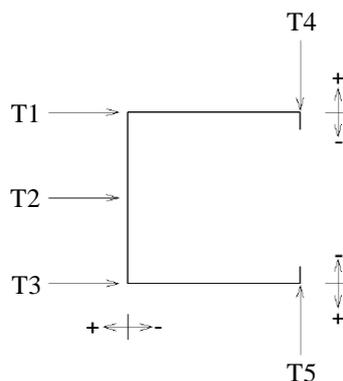
As mesas apresentaram deformações transversais mais expressivas que as deformações longitudinais nas posições medidas. As deformações transversais (figuras 7.2(d) e 7.2(e)) indicam a ocorrência de flexão das mesas no plano da seção transversal.

A partir de uma força de aproximadamente 27 kN, verificou-se a acentuação das deformações transversais de tração/compressão nas mesas, caracterizando flexão no plano da seção transversal. As faces externas (E7 e E9) das mesas foram tracionadas transversalmente enquanto as faces internas (E8 e E10) foram comprimidas.

Na direção longitudinal, as mesas apresentaram deformações de tração significativas a partir da força de aproximadamente 27 kN, caracterizando flexão das paredes na direção longitudinal da coluna (figuras 7.2(b) e 7.2(c)). As faces externas (E3 e E5) apresentaram deformações de tração, enquanto as internas (E4 e E6) apresentaram deformações de compressão.

7.3 Deslocamentos ao longo da Coluna

Os gráficos a seguir apresentam o perfil dos deslocamentos ao longo da coluna registrados pelos passeios dos transdutores para níveis de carregamento constantes. A excursão do carrinho com transdutores não cobria o comprimento total da coluna devido a impedimentos físicos (os grampos de fixação dos transdutores encostavam nas chapas e parafusos de extremidade). Tendo em vista que a distância não coberta pelos transdutores era pequena, os pontos máximos e mínimos que aqueles atingiram foram considerados como sendo as extremidades fixas da coluna.



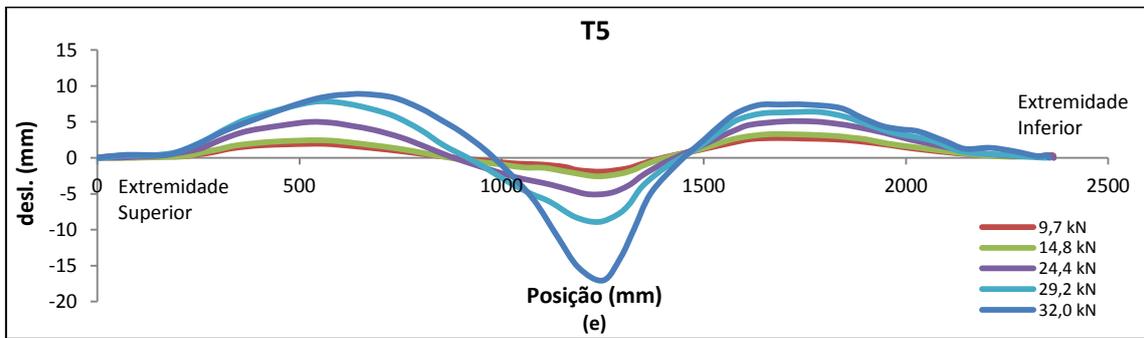
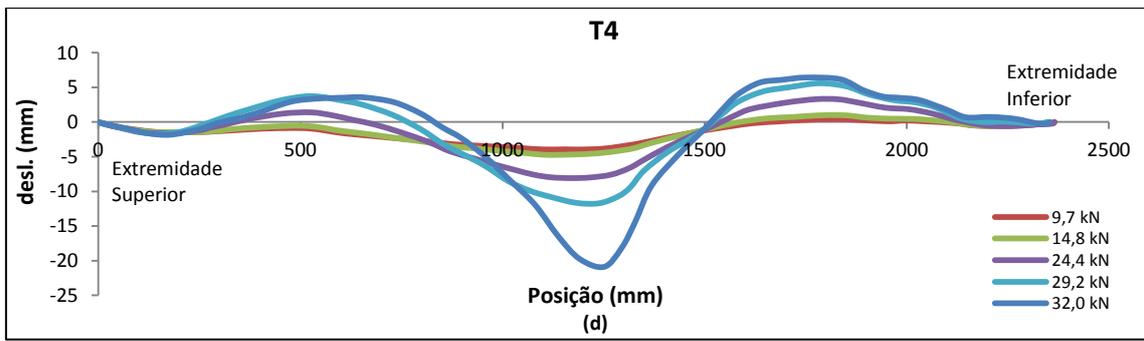
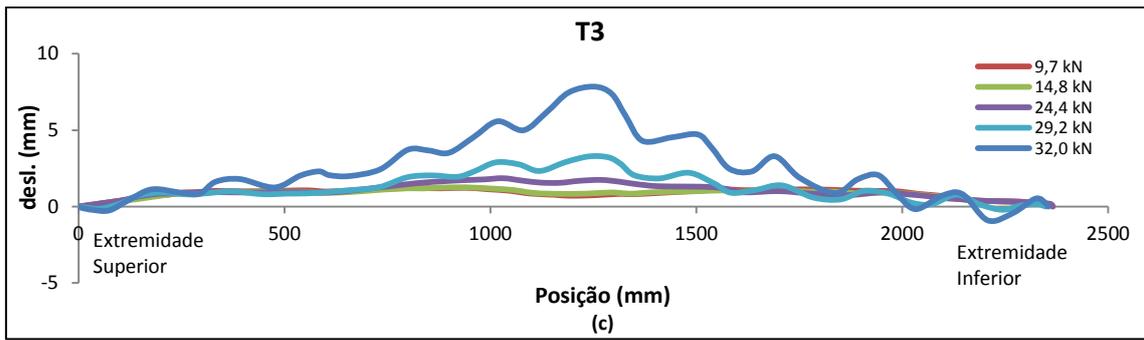
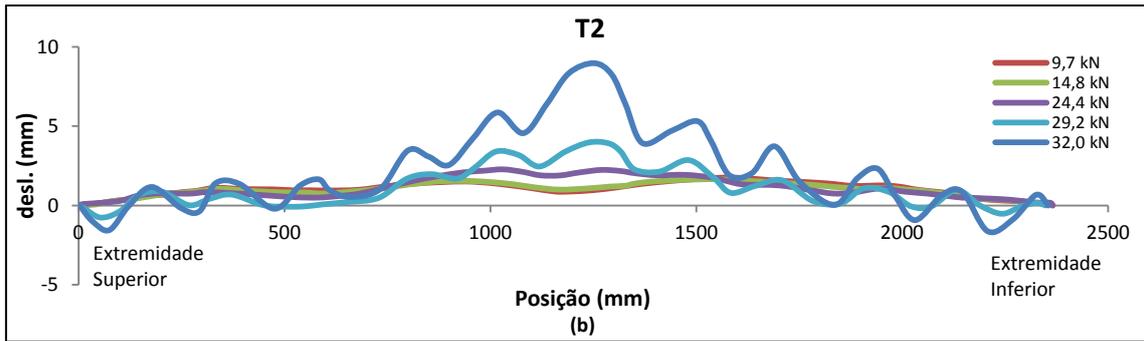
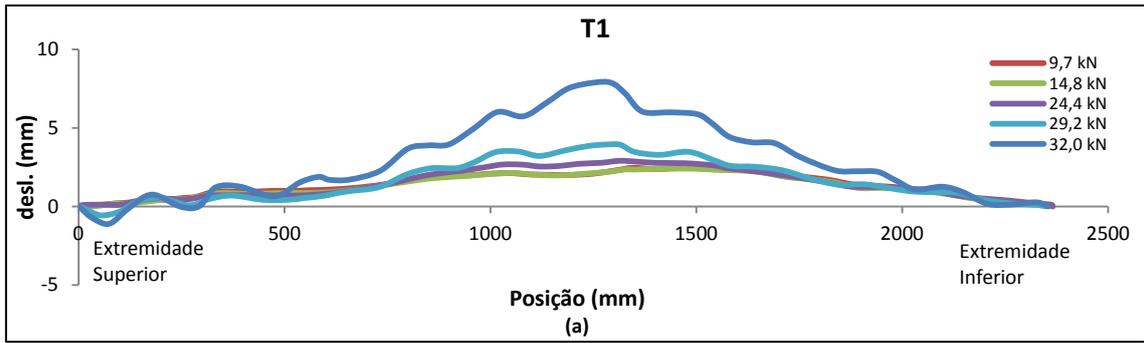


Figura 7.3: Deslocamentos medidos ao longo da coluna.

Pela figura 7.3, os transdutores que percorreram a alma, T1, T2 e T3, revelam a ocorrência de flambagem local de forma clara a partir do passeio para força de 29,2 kN. Por outro lado, os passeios desses sensores não mostram de forma clara deslocamentos relacionados ao modo distorcional. Se forem plotados apenas os passeios de T2 com força inferior a 29,2 kN, conforme figura 7.4, pode ser observada a presença de meia-ondas curtas entre a metade e a extremidade inferior da coluna.

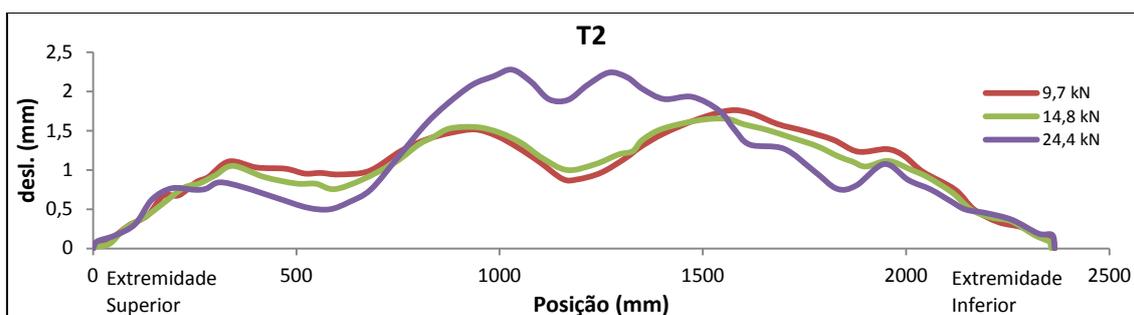


Figura 7.4: Deslocamentos registrados por T2.

T2, por estar localizado mais próximo do centro da alma, apresentou as maiores amplitudes de meia-ondas. A formação das ondas do modo local era percebida durante o ensaio através de inspeção manual a partir da força de 30 kN. Após o descarregamento da coluna, essas deformações da alma, relacionadas à flambagem local, não eram mais percebidas por inspeção manual indicando que estavam ainda no regime elástico do material.

Os passeios dos transdutores de deslocamentos T4 e 55, posicionados nas mesas, mostram a formação de 3 meia-ondas do modo distorcional, conforme a previsão do GBTUL. Houve fechamento das mesas na semi onda central e abertura nas outras 2 semi ondas, o que corresponde ao modo distorcional simétrico. Após o descarregamento, as deformações relacionadas ao modo distorcional mantiveram-se, o que indica que o regime plástico foi atingido.

7.4 Deslocamentos a meia altura

Os gráficos da figura 7.5 apresentam as trajetórias de equilíbrio para os deslocamentos a meia altura da coluna captados pelos transdutores T1, T2, T3, T4 e T5.

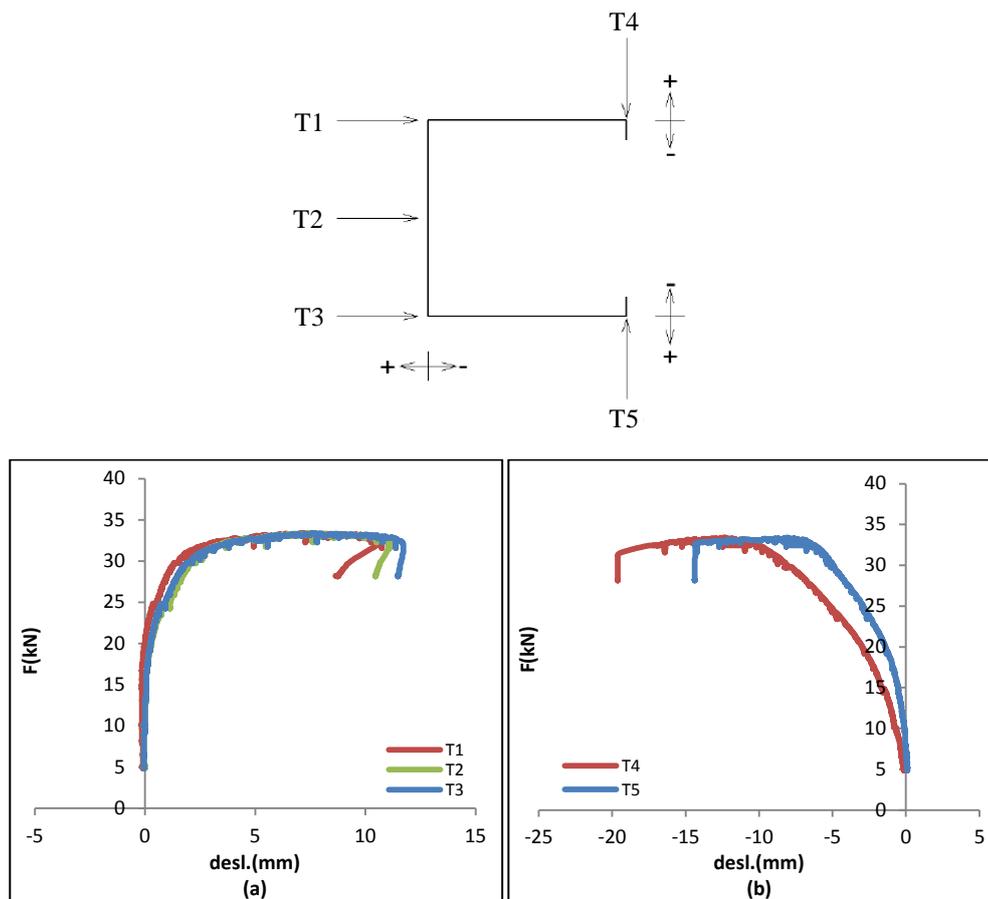


Figura 7.5: Trajetórias de equilíbrio Força x Deslocamentos.

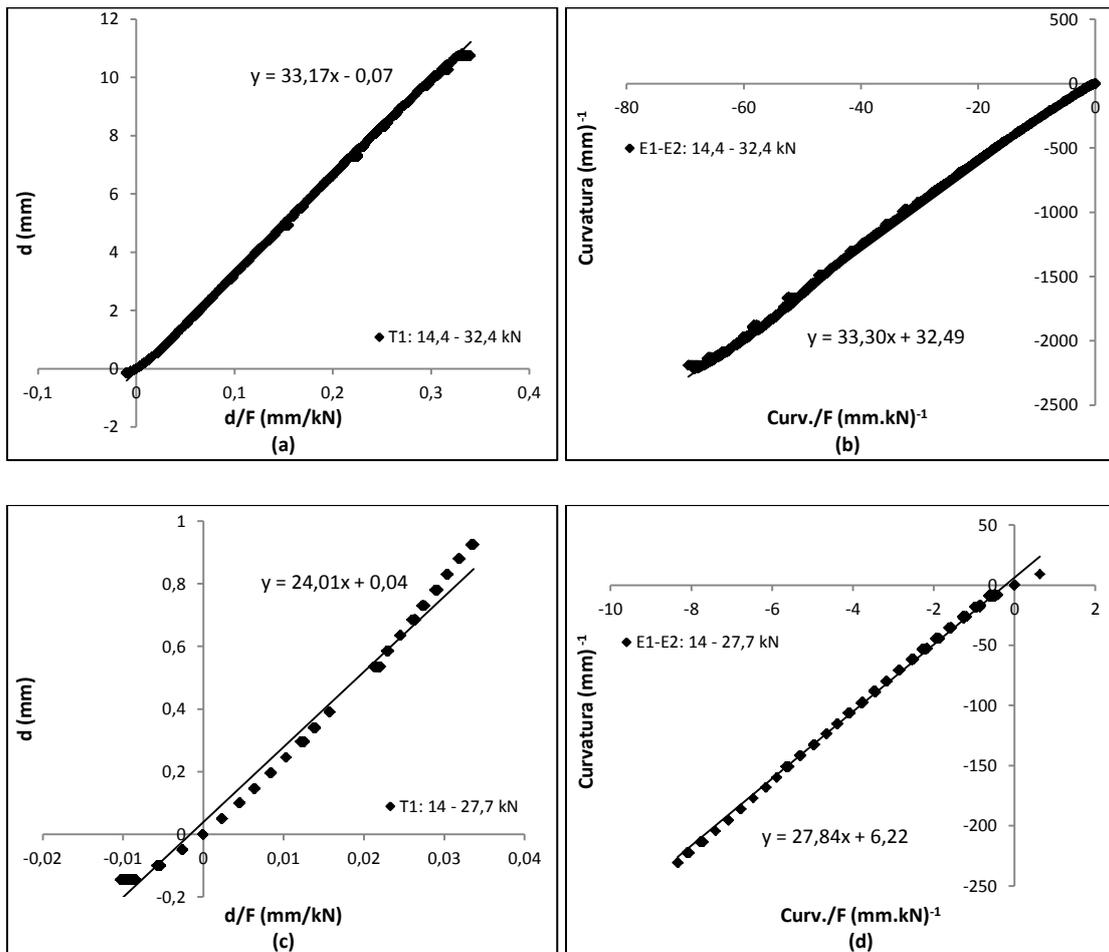
De acordo com a figura 7.5(a), os deslocamentos da alma a meia altura foram no sentido contrário à boca do perfil, o trecho central da alma (posição de T2) apresentou deslocamentos ligeiramente maiores que as extremidades (T1 e T3). Pelos transdutores T4 e T5 (figura 7.5(b)), as mesas fecharam a meia altura. Esse comportamento foi observado ao longo do ensaio e está registrado na figura 7.1. As trajetórias de equilíbrio parecem não apontar comportamento pós-crítico pronunciado.

7.5 Força Crítica Experimental de Flambagem

Pelas trajetórias de equilíbrio obtidas no experimento, a força crítica de flambagem experimental pode ser estimada pelo método Southwell Plot (SOUTHWELL, 1932). Esse método consiste em plotar os deslocamentos (d) medidos ao longo do ensaio em função da razão (d/F) entre os deslocamentos (d) e a força aplicada (F). Através de uma regressão linear, a força crítica experimental de flambagem será o coeficiente angular da reta obtida. Para a execução da regressão, os

pontos com valores baixos de força devem ser desconsiderados por apresentarem uma tendência não linear. De forma semelhante, esse método pode ser aplicado para as deformações, basta plotar a curvatura (dada pela diferença entre leituras dos extensômetros posicionados em uma mesma parede, mas em faces opostas, dividida pela espessura da parede) em função da razão curvatura/força aplicada. O coeficiente angular da reta obtida por regressão será a força crítica experimental de flambagem.

Levando-se em conta que a força última foi superior à força crítica teórica, é esperada alguma reserva de resistência pós-flambagem. Nesse caso, o método de Southwell não é válido no trecho pós-crítico (SPENCER e WALKER, 1975). Outros métodos existentes na literatura e que levam em conta o regime pós-crítico (SPENCER e WALKER, 1975) servem apenas para a análise de flambagem em placas, não se aplicando ao modo distorcional. As figuras a seguir apresentam a aplicação do método Southwell Plot para as trajetórias de equilíbrio de T1 e do par de extensômetros E1/E2, em diversas faixas de carregamento.



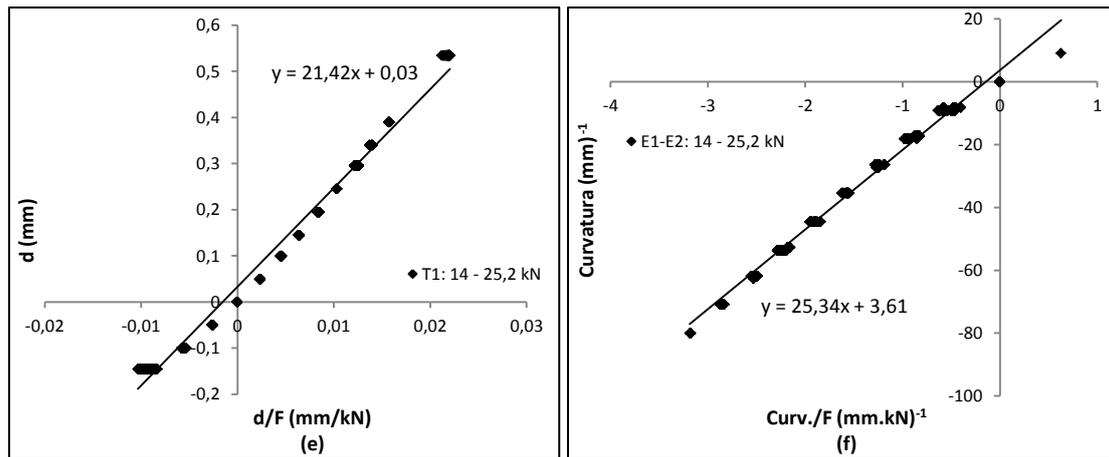
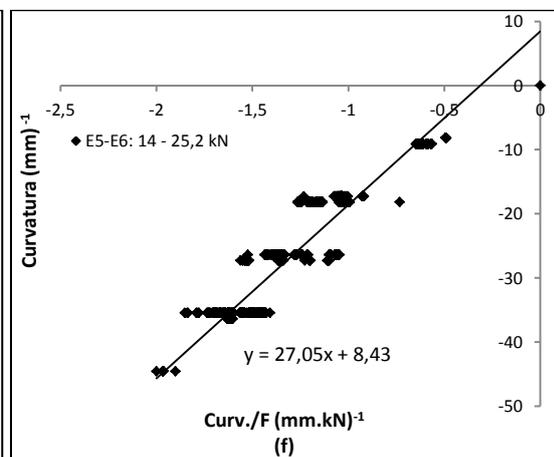
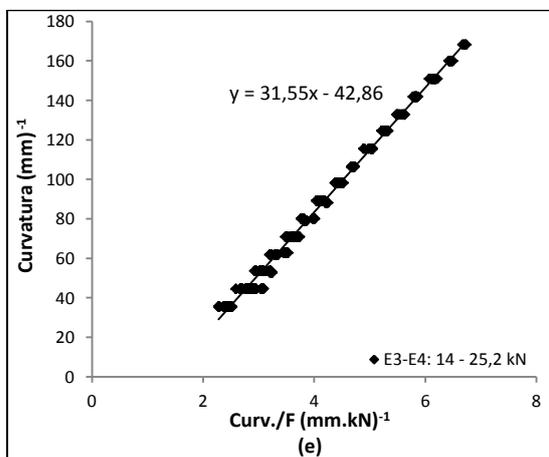
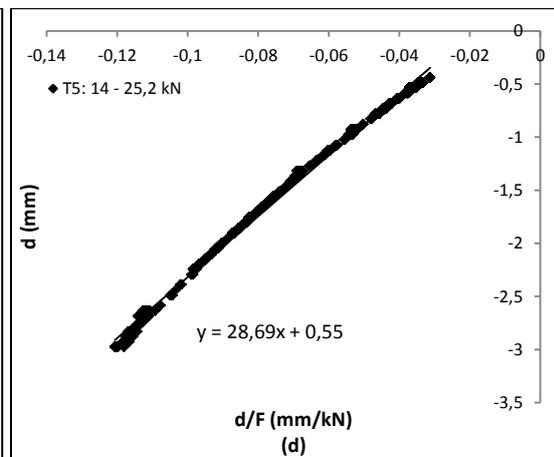
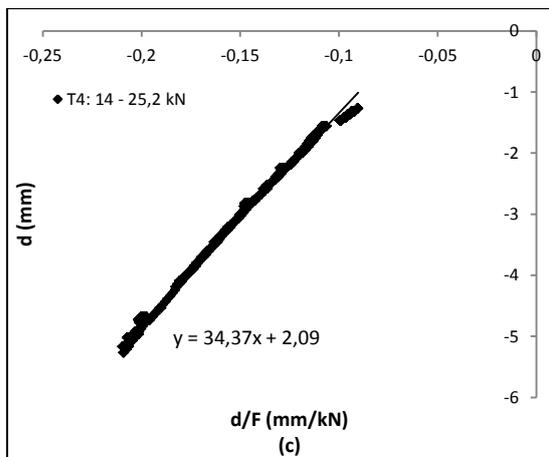
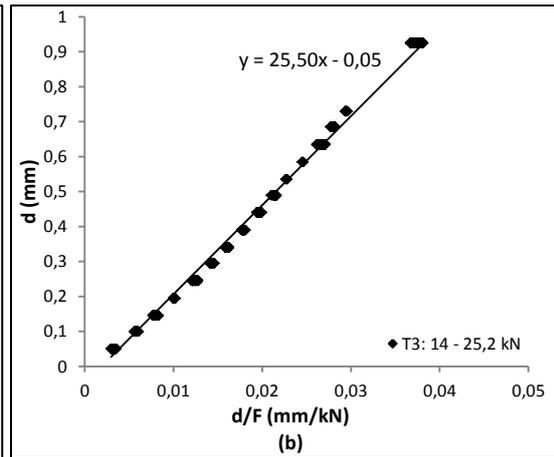
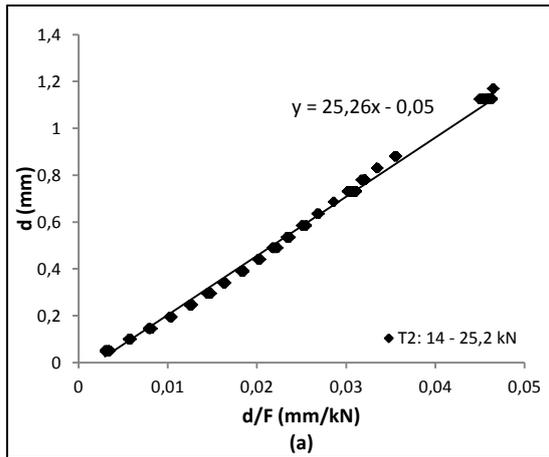


Figura 7.6: Southwell Plot para T1 e extensômetros E1-E2.

Os gráficos acima mostram que a escolha do intervalo de plotagem altera significativamente a força crítica experimental de flambagem. No maior intervalo (força variando de 14,4 kN a 32,4 kN), a força crítica obtida é elevada e bem acima da teórica prevista, o que indica influência do comportamento pós-crítico no resultado. Uma variação pequena do intervalo de plotagem, de 14 kN – 25,2 kN para 14 kN – 27,7 kN, afeta consideravelmente a força crítica experimental, com aumento de 12% no caso do transdutor e de 10% no caso dos extensômetros. Mesmo para força em torno de 27 kN, o comportamento pós-crítico já parece ter forte influência no método de Southwell Plot. Intervalos menores do que este representariam poucos pontos para a realização da regressão linear. Tal fato dificulta a obtenção da força crítica de flambagem do modo puramente distorcional.

Essa sensibilidade do método de Southwell Plot ocorreu para todos os transdutores e extensômetros, apesar de somente ser apresentada nesse capítulo para T1 e E1/E2. Os resultados dos demais sensores para todos os intervalos encontram-se no apêndice E. Neste item, serão apresentados os gráficos apenas para o intervalo de 14 kN a 25,2 kN, o mais distante do regime pós-crítico.

As figuras a seguir apresentam a aplicação do método Southwell Plot para as trajetórias de equilíbrio de T2, T3, T4 e T5 e dos pares de extensômetros E3/E4, E5/E6, E7/E8 e E9/E10.



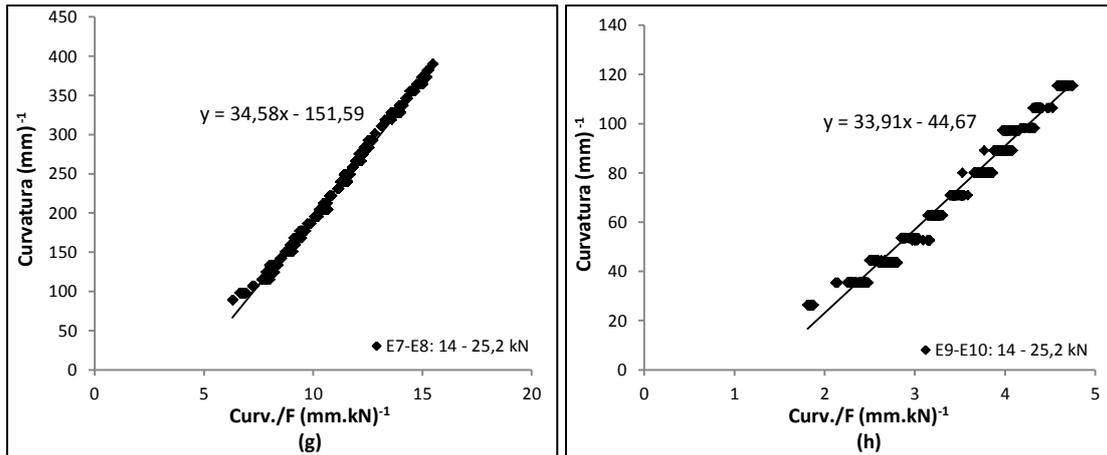


Figura 7.7: Aplicação do método de Southwell Plot.

Os valores numéricos de força crítica local, distorcional e global devem ser atualizados de acordo com o módulo de elasticidade obtido nos ensaios de caracterização de 177410 MPa. Para este valor de E, as forças críticas de flambagem são:

$$P_{\text{crd,GBTUL}} = 23,64 \text{ kN}$$

$$P_{\text{crl,GBTUL}} = 31,10 \text{ kN (31,6\% superior à força crítica distorcional)}$$

$$P_{\text{crg,GBTUL}} = 88,35 \text{ kN (273,7\% superior à força crítica distorcional)}$$

As forças críticas teóricas não foram atualizadas de acordo com as medidas reais da coluna, visto que, as diferenças percentuais entre as medidas reais e nominais não ultrapassaram 5%, conforme mostra tabela 6.4.

A tabela 7.2 resume todas as forças críticas experimentais de flambagem obtidas.

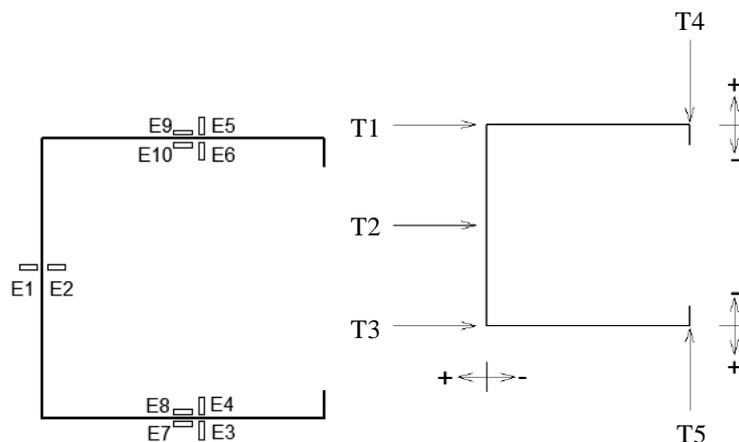


Tabela 7.2 - Resultados de Forças Críticas Experimentais

Intervalo de Força	E1 E2	E3 E4	E5 E6	E7 E8	E9 E10	T1	T2	T3	T4	T5	Média	Desv. Padrão	Coef. Variação	
14,4-32,4 kN	33,30	34,55	32,64	34,95	33,22	33,17	33,79	33,70	39,75	36,03	34,51	2,10	6,1%	
$P_{cr,exp}$ (kN)	14,0-27,7 kN	27,84	31,20	26,11	34,92	-	24,01	27,30	27,56	36,47	30,82	29,58	4,12	13,9%
	14,0-25,2 kN	25,34	31,55	27,05	34,58	33,91	21,42	25,26	25,50	34,37	28,69	28,77	4,61	16,0%

O resultado do par de extensômetros E9 e E10 no intervalo 14,0 – 27,7 kN foi de -7,5 , um valor totalmente discrepante dos demais, por isso, não foi considerado para os cálculos da média, desvio padrão e coeficiente de variação.

Observa-se que a redução do intervalo de plotagem leva a forças críticas experimentais menores. Os resultados para a faixa mais extensa de carregamento apresentam influência do regime pós-crítico da coluna, o que explica o valor médio elevado. Os comentários a seguir referem-se aos resultados da menor faixa de carregamento (14,0 – 25,2 kN).

As estimativas pelo método de Southwell Plot apresentaram grande dispersão (16% de coeficiente de variação) e, de forma geral, ficaram distantes do esperado pelas análises numéricas. A média dos resultados apresenta diferença de +21,7% para a força crítica de flambagem distorcional obtida pelo GBTUL.

Excetuando-se T1, os demais sensores da alma (T2, T3 e E1/E2) forneceram estimativas semelhantes para a força crítica, com diferenças inferiores a 8% para a força crítica distorcional do GBTUL.

O método de Southwell Plot para as deformações e deslocamentos das mesas forneceu estimativas bem discrepantes. Os pares de extensômetros E7/E8 e E9/E10 e o transdutor T4 apresentaram melhor concordância na regressão. A média destes 3 casos foi de 34,29 kN, 45% acima do valor de força crítica distorcional.

8. Considerações Finais

Esse trabalho pode ser dividido em uma parte teórica e uma parte experimental. A parte teórica dedicou-se ao desenvolvimento de uma formulação para descrever o modo de flambagem distorcional em casos de compressão uniforme de seções tipo U enrijecido. As metodologias de LAU e HANCOCK (1987) e SCHAFER (1997), que são as mais difundidas e incorporadas nas normas de projeto (AS/NZS 4600, 2005 e AISI, 2016), adotam modelos simplificados de análise, considerando o conjunto mesa+enrijecedor isoladamente e a influência da alma através de apoios elásticos. Os modelos desenvolvidos nessa pesquisa não adotam essas simplificações, estes têm como base a escolha de uma configuração deformada e a aplicação do Método do Quociente de Rayleigh. Pela aplicação deste método, basta uma boa aproximação da configuração deformada para que o método resulte em boas estimativas do comprimento e da tensão crítica de flambagem.

É reconhecido que o modo distorcional caracteriza-se pela rotação da mesa enrijecida, deslocamentos dos cantos dobrados e flexão na alma, por isso, atendendo às condições de contorno e se mantendo a ortogonalidade entre as paredes, a escolha da configuração deformada pode ser feita de forma relativamente precisa. Os 8 modelos apresentados no Capítulo 3 adotaram diversas configurações deformadas para a análise da flambagem distorcional. Nos modelos 3 a 8, recorreu-se adicionalmente à condição de equilíbrio de momentos na seção transversal para melhorar a qualidade da aproximação. A partir dessa consideração adicional de equilíbrio, os modelos passaram a apresentar um diagrama de deformações longitudinais coincidentes com os modelos de SILVESTRE e CAMOTIM (2004) e SILVESTRE e CAMOTIM (2010). A abordagem utilizada por este último para separar o comportamento da coluna em deformações de membrana e de placa foi aplicada para os modelos de 6 a 8, assim, a energia de deformação destes modelos foi calculada de forma mais exata.

As expressões de comprimento e tensão crítica de cada modelo foram comparadas e validadas com os resultados do GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008) e do modelo de SILVESTRE e CAMOTIM (2010) por este apresentar o tratamento do modo distorcional mais semelhante ao desenvolvido nessa pesquisa. Os resultados comprovaram que a escolha das funções de deslocamentos têm papel fundamental no

método e que o cálculo da energia de deformação pela separação explícita em comportamentos de membrana e de placa conduz a expressões mais precisas. Os modelos propostos apresentaram boa concordância com o modo distorcional puro do GBTUL e com SILVESTRE e CAMOTIM (2010), sobretudo com o último. Uma possível explicação para as diferenças em relação ao modo distorcional do GBTUL foi apresentada, já que o GBTUL parece superestimar o empenamento de seções com mesas e enrijecedores curtos. Este trabalho não se aprofundou nessa investigação, então, como sugestão para trabalhos futuros, um estudo mais aprofundado dessas diferenças pode ser feito comparando-se matematicamente os perfis de empenamento do GBTUL e dos modelos propostos. As comparações com o GBTUL para todos os modos convencionais ativados foram dificultadas devido à ocorrência de interação natural entre modos de flambagem em diversas seções analisadas.

Os modelos desse trabalho foram comparados com apenas métodos numéricos baseados na GBT (e.g. SILVESTRE, 2005), uma comparação com resultados do Método das Faixas Finitas (e.g. SCHAFER e ÁDÁNY, 2006), sobretudo para os casos em que os modelos diferiram de forma mais pronunciada do GBTUL, pode ser feita em trabalhos futuros.

Eventuais distorções das mesas e enrijecedores por flexão transversal, consideradas no GBTUL e em SILVESTRE e CAMOTIM (2004), foram desprezadas nos modelos dessa pesquisa. Por isso, uma análise do efeito que essa parcela de deformação tem sobre os modelos pode ser feita futuramente.

As expressões dos modelos 3 a 8 fornecem boas estimativas para o comprimento e a tensão crítica do modo distorcional, os quais são dois parâmetros fundamentais para o dimensionamento estrutural de PFFs. Para o modelo 8, as seguintes médias foram obtidas nas comparações com o modo distorcional puro do GBTUL e SILVESTRE e CAMOTIM (2010):

- $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL} = (1,06 \pm 0,07) - L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL} = (0,92 \pm 0,03)$, para 182 seções ($45 \leq b_w/t \leq 250 - 0,3 \leq b_f/b_w \leq 1,0 - 0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,3$)
- $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre} = (1,01 \pm 0,01) - L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre} = (1,00 \pm 0,00)$, para 182 seções ($45 \leq b_w/t \leq 250 - 0,3 \leq b_f/b_w \leq 1,0 - 0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,3$)

- $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL} = (1,04\pm 0,04) - L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL} = (0,93\pm 0,01)$, para 60 seções ($45 \leq b_w/t \leq 250 - 0,4 \leq b_f/b_w \leq 1,5 - 0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,3$)
- $\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre} = (1,01\pm 0,01) - L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre} = (1,00\pm 0,00)$, para 60 seções ($45 \leq b_w/t \leq 250 - 0,4 \leq b_f/b_w \leq 0,6 - 0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,3$)

Para a utilização dos formulários propostos, é necessário o cálculo habitual de propriedades geométricas e do material, tais como momento de inércia, constante de empenamento e rigidez de placa. Portanto, podem ser utilizados de forma prática como alternativa a *softwares* de análise de estabilidade elástica.

O método utilizado para descrever o modo distorcional em seções U enrijecido sob compressão uniforme pode ser generalizado para seções com enrijecedores intermediários, seções tipo rack com e sem enrijecedores adicionais e Z enrijecidos, bem como, para casos de flexão ou flexão e compressão combinadas. As bases para esses desenvolvimentos seriam as mesmas desse trabalho: (i) adoção de uma configuração deformada; e (ii) aplicação do Método do Quociente de Rayleigh.

A parte experimental consistiu no ensaio de uma coluna de seção U enrijecido sob compressão uniforme com condições de apoio biengastadas. Pela revisão bibliográfica conduzida pelo autor, ensaios com colunas longas, acima de 2000 mm de comprimento, de seção U enrijecido afetadas pelo modo distorcional não são usuais. Essa pesquisa experimental utilizou uma coluna com 2529 mm de comprimento cujas forças críticas elásticas local e global eram respectivamente 31,6% e 273,7% superiores à força crítica distorcional de acordo com as análises numéricas. O comportamento real observado revelou a ocorrência do modo distorcional desde o princípio do carregamento e do modo local durante a trajetória pós-crítica do modo distorcional. As estimativas de força crítica pelo Método de Southwell Plot (SOUTHWELL, 1932) distanciaram-se do valor teórico do GBTUL. Como foi comprovado, o método não é válido no trecho pós-crítico da coluna, fornecendo estimativas de força crítica muito acima do valor teórico neste trecho.

Para experimentos futuros voltados para o modo distorcional, sugere-se a realização de mais ensaios dessa geometria de coluna para verificação de algum padrão de comportamento. Ensaios com perfis de espessura maior, o que aumentaria a força crítica de flambagem local e a distanciaria do modo distorcional, também podem ser

realizados para uma avaliação da influência que a ocorrência de flambagem local tem sobre o comportamento da coluna. Estudos numéricos utilizando *softwares* de elementos finitos podem ser feitos para simular o comportamento da coluna ensaiada. Por fim, a utilização de um dispositivo automático para a execução dos passeios a uma velocidade constante permitiria uma aquisição mais adequada dos deslocamentos.

Referências Bibliográficas

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas (2001) ABNT NBR 14762 – Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas (2003) ABNT NBR 6355 – Perfis Estruturais de Aço formados a frio – Padronização.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas (2010) ABNT NBR 14762 – Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas (2013) ABNT NBR ISO 6892 – Materiais Metálicos – Ensaio de Tração à Temperatura Ambiente.

ÁDÁNY, S., SCHAFER, B.W., 2008, “A full modal decomposition of thin-walled, single-branched open cross-section members via the constrained finite strip method”, *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, n.1 (Jan), pp 12-29.

American Iron and Steel Institute 1946 – Specification for the Design of Light-Gauge Steel Structural Members.

American Iron and Steel Institute 1996 - Cold-Formed Steel Design Manual.

American Iron and Steel Institute 2016 – North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members.

Australian/New Zealand Standard 1996, AS/NZS 4600:1996 - Cold-Formed Steel Structures.

Australian/New Zealand Standard 2005, AS/NZS 4600:2005 - Cold-Formed Steel Structures.

BATISTA, E.M., GHAVAMI, K., 2005, “Development of Brazilian steel construction”, *Journal of Constructional Steel Research*, v. 61, n. 8 (Aug), pp. 1009-1024.

BAZANT, Z. P., CEDOLIN, L., 1991, *Stability of structures: elastic, inelastic, fracture and damage theories*, 1 ed. New York, Oxford University Press.

BEBIANO, R., PINA, P., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2008, GBTUL 1.0β – Buckling and vibration analysis of thin-walled members. DECivil/IST, Technical University of Lisbon. Disponível em: <http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/>.

CARDOSO, D.C.T., HARRIES, K. A., BATISTA, E. M., 2014, “Closed-form Equations for Local Buckling of Pultruded Thin-Walled Sections”, *Thin-Walled Structures*, v.44, n. 6 (Jun), pp 16-22.

CHARNVARNICHBORIKARN, P., POLYZOIS, D., 1992, "Distortional Buckling of Cold-Formed Steel Z-Section Columns". *Eleventh International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, St. Louis, Missouri, USA.

DESMOND, T.P., 1977, *The Behavior and Strength of Thin-Walled Compression Elements with Longitudinal Stiffeners*. Ph.D. Thesis. Cornell University, Ithaca, New York, USA.

DWIGHT, J.B., 1963, "Aluminum Sections with Lipped Flanges and Their Resistance to Local Buckling". *Proc., Symposium on Aluminum in Structural Engineering*, Londres, Inglaterra.

EUROCODE 3, 2006. *Design of steel Structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*, European Standard.

GOLDBERG, J.E., BOGDANOFF, J.L., GLAUZ, W.D., 1964, "Lateral and Torsional Buckling of Thin-Walled Beams". *Proc., IABSE*, v. 24, pp 91-100.

HANCOCK, G.J., 1985, "Distortional Buckling of Steel Storage Rack Columns", *Journal of Structural Engineering*, v. 111, n. 12 (Dez), pp 2770-2783.

HANCOCK, G.J., 1997, "Design for distortional buckling of flexural members." *Thin-Walled Structures*, v. 27, n. 1 (Jan), pp 3–12.

JOHNSTON, B.G., 1976, *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 3 ed. New York, John Wiley and Sons.

KWON, Y.B., HANCOCK, G.J., 1992, "Tests of Cold-Formed Channels with Local and Distortional Buckling", *Journal of Structural Engineering*, v. 117, n.7 (Jul), pp. 1786-1803.

LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., 2013, "On the Direct Strength Method (DSM) Design of Cold-formed Steel Columns against Distortional Failure", *Thin-Walled Structures*, v.67, pp. 168-187.

LAU, S.C.W., HANCOCK, G.J., 1986, "Buckling of Thin Flat-Walled Structures by a Spline Finite Strip Method", *Thin-Walled Structures*, v.4, n.4, pp. 269-294.

LAU, S.C.W., HANCOCK, G.J., 1987, "Distortional Buckling Formulas for Channel Columns", *Journal of Structural Engineering*, v. 113, n. 5 (May), pp. 1063-1078.

LAU, S.C.W., HANCOCK, G.J., 1988, *Strength Tests and Design Methods for Cold Formed Channel Columns Undergoing Distortional Buckling*, Research Report No. R579, School of Civil and Mining Engineering of Sydney.

LAU, S.C.W., HANCOCK, G.J., 1990, "Inelastic Buckling of Channel Columns in the Distortional Mode", *Thin-Walled Structures*, v.10, n.1, pp. 59-84.

- LI, L., CHEN, J., 2008, “An analytical model for analysing distortional buckling of cold-formed steel sections”, *Thin-Walled Structures*, v.46, n.12 (Dec), pp. 1430-1436.
- MATHWORKS, 2011, MATLAB, Getting started with MATLAB, version 7.12.0 (R2011a).
- METFORM, 2016. Galeria Perfis de Série. Disponível em: http://www.metform.com.br/wordpress/?page_id=469. Acesso em: 25 de Abril, 2016.
- METSTO, 2016. Metal Storage Systems. Disponível em: <https://www.metalstoragesystems.com/product-gallery/>. Acesso em: 25 de Abril, 2016.
- MILLER, T.H., PEKÖZ, T., 1994, “Load-eccentricity Effects on Cold-formed Steel Lipped-channel Columns”, *Journal of Structural Engineering*, v. 120, n. 3 (Marc), pp. 805-823.
- MULLIGAN, G.P., 1983, *The Influence of Local Buckling on the Structural Behavior of Singly-Symmetric Cold-Formed Steel Columns*. Ph.D. Thesis. Cornell University, Ithaca, New York, USA.
- PALA, M., 2006, “A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members”, *Journal of Constructional Steel Research*, v.62, n.7 (Jul), pp. 716-722.
- PARAMETRIC TECHNOLOGY CORPORATION (PTC), 2015, Mathcad, Getting Started with PTC Mathcad, version 15.0.
- PEKÖZ, T. 1987, *Development of a Unified Approach to the Design of Cold-formed Steel Members*. American Iron and Steel Institute Research Report.
- PERFILNORTE, 2016. Catálogo Perfil Norte. Disponível em: http://www.perfilnorte.com/images/downloads/catalogo_perfilnorte.pdf. Acesso em: 25 de Abril, 2016.
- REIS, A., CAMOTIM, D., 2000, *Estabilidade Estrutural*, 1 ed. Portugal, McGraw-Hill.
- SCHAFER, B.W., 1997, *Cold-Formed Steel Behaviour and Design: Analytical and Numerical Modeling of Elements and Members with Longitudinal Stiffeners*. Ph.D. Thesis. Cornell University, Ithaca, New York, USA.
- SCHAFER, B.W., 2000, *Distortional Buckling of Cold-Formed Steel Columns*. Final Report, Project sponsored by The American Iron and Steel Institute.
- SCHAFER, B.W., 2002, “Local, Distortional and Euler Buckling of Thin-Walled Columns”, *Journal of Structural Engineering*, v.128, n.3 (Mar), pp. 289-299.
- SCHAFER, B.W., ÁDÁNY, S., 2006, “Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finit strip methods”. *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, Orlando, Florida, USA, October 26-27.

- SCHAFER, B.W., 2010, CUFSM 4.05 Elastic Buckling Analysis of Thin-Walled Members with general end boundary conditions software. Users Manual and Tutorials. Disponível em: <http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>.
- SHARP, M.L., 1966, “Longitudinal Stiffeners for Compression Members”, *Journal of the Structural Division*, v. 92, n. 5 (Set/Out), pp. 187-212.
- SILVESTRE, N., 2005, *Generalised Beam Theory: New Formulations, Numerical Implementation and Applications*. PhD. Thesis. IST, Technical University of Lisbon, Lisbon, Portugal.
- SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2004, “Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z- section members Part I-derivation”, *Thin-Walled Structures*, v. 42, n. 11 (Nov), pp. 1567-1597.
- SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2004, “Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z- section members Part II-Validation and application”, *Thin-Walled Structures*, v. 42, n. 11 (Nov), pp. 1599-1629.
- SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2010, “On the mechanics of distortion in thin-walled open sections”, *Thin-Walled Structures*, v. 48, n. 7 (Jul.), pp. 469-481.
- SOUTHWELL, E. V., 1932, “On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability”, *Proceedings of Royal Society of London*, 135, pp 601-616.
- SPENCER, H. H., WALKER, A. C., 1975, “Critique of Southwell Plots with Proposals Alternative Methods”, *Experimental Mechanics*, v.15, n. 8 (Ag.), pp 303-310.
- SWANSON ANALYSIS SYSTEM (SAS), 2009, ANSYS, Reference Manual, version 12.0.1.
- TÉCHNE, 2014. Disponível em: <http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/normas-legislacao/revisao-da-norma-para-perfis-para-light-steel-framing-esta-318039-1.aspx>. Acesso em: 25 de Abril, 2016.
- TENG, J.G., YAO, J., ZHAO, Y., 2003, “Distortional Buckling of Channel Beam-columns”, *Thin-Walled Structures*, v. 41, n. 7 (Jul), pp. 595-617.
- THOMASSON, P., 1978, *Thin-Walled C-shaped Panels in Axial Compression*. Swedish Council for Building Research. D1:1978, Stockholm, Sweden.
- TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M., 1963, *Theory of Elastic Stability*, 2 ed. New York, McGraw-Hill.
- VAZ, L.E., 2011, *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. 1 ed. Rio de Janeiro, Elsevier.

VAZQUEZ, E.G., 2002, *Análise Teórica e Experimental da Instabilidade Torcional de Perfis Formados a Frio sob Compressão Centrada*. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

WINTER, G., 1968, “Thin-Walled Structures – Theoretical solutions and test results”, *Preliminary Publication of the 8th Congress*, IABSE, pp 101-112, Zurich, Switzerland.

WITTRICK, W.H., 1968, “General Sinusoidal Stiffness Matrices for Buckling and Vibration Analyses of Thin-Walled Structures”, *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 10, n. 12 (Dez), pp. 949-966.

ZHOU, X., LIU, Z., HE, Z., 2015, “General Distortional Buckling Formulae for both Fixed-ended and Pinned-ended C-section Columns”, *Thin-Walled Structures*, v. 94 (Sept), pp. 603-611.

Apêndice A – Desenvolvimento Analítico dos Modelos

Esse apêndice apresenta detalhadamente o cálculo das parcelas de energia de deformação e trabalhos potenciais dos modelos 1 a 8 apresentados no Capítulo 3.

A.1 Modelo 1

Nesse primeiro modelo, considera-se o pólo de rotação S na junção alma/mesa ($Y_S=0$) e despreza-se a parcela de flexão de coluna na menor inércia ($\delta=0$). Assim, a forma deformada assumida para a estrutura é expressa pelas seguintes funções:

$$\theta(x) = \alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) \quad (\text{A.2})$$

As energias de deformação de cada componente do modo distorcional serão, de acordo com as expressões 3.8, 3.9 e 3.10:

$$U_{p,w} = \frac{\pi^2 D \alpha^2 (L^2 + b_w^2)^2}{8L^3 b_w} \quad (\text{A.3})$$

$$U_w = \frac{\pi^4 E I_w \alpha^2}{4L^3} \quad (\text{A.4})$$

$$U_t = \frac{\pi^2 G J \alpha^2}{4L} \quad (\text{A.5})$$

A energia de deformação total U_i da coluna será:

$$U_1 = U_{p,w} + 2 (U_w + U_t) \quad (\text{A.6})$$

Os trabalhos potenciais W_i 's serão obtidos pela equação 3.18 aplicando-se os deslocamentos da tabela 3.1:

$$W_w = \frac{\alpha^2 b_w^3 t}{8L} \quad (\text{A.7})$$

$$W_f = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_f^3 t}{12L} \quad (\text{A.8})$$

$$W_s = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_s (3b_f^2 + b_s^2) t}{12L} \quad (\text{A.9})$$

O trabalho potencial total do modelo 1 W_1 será:

$$W_1 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.10})$$

A.2 Modelo 2

No modelo 2, considera-se o pólo de rotação S distante Y_S da junção alma/mesa. Além disso, desprezam-se a parcela de flexão de coluna na menor inércia ($\delta=0$). A forma deformada assumida para a estrutura é expressa pelas seguintes funções:

$$\theta(x) = \alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) \quad (\text{A.12})$$

As funções são as mesmas do Modelo 1, assim a expressão da energia de deformação U_2 também será igual à do Modelo 1:

$$U_2 = U_1 = U_{p,w} + 2 (U_w + U_t) \quad (\text{A.13})$$

A expressão da energia de deformação do modelo 2 será a mesma do modelo 1, equação A.6.

Os trabalhos potenciais W_i 's serão obtidos pela equação 3.18 aplicando-se os deslocamentos da tabela 3.1:

$$W_w = \frac{\alpha^2 b_w t (2\pi^2 Y_S^2 + 8Y_S b_w + b_w^2)}{8L} \quad (\text{A.14})$$

$$W_f = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_f t (3Y_S^2 + b_f^2)}{12L} \quad (\text{A.15})$$

$$W_s = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_s t (3Y_S^2 + 3Y_S b_s + 3b_f^2 + b_s^2)}{12L} \quad (\text{A.16})$$

Nota-se que para o caso de $Y_S=0$, as expressões tornam-se idênticas às do Modelo 1.

O trabalho potencial total W_2 será:

$$W_2 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.17})$$

A.3 Modelo 3

No modelo 3, consideram-se o pólo de rotação S distante Y_S da junção alma/mesa e a flexão de coluna na menor inércia. A forma deformada assumida para a estrutura é expressa pelas seguintes funções:

$$\theta(x) = \alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.18})$$

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) \quad (\text{A.19})$$

$$\delta(x) = \alpha \cdot \beta \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.20})$$

A energia de deformação U_3 do Modelo 3 será a mesma do Modelo 2, $U_2 = U_{p,w} + 2 (U_w + U_t)$, dada pela expressão A.13, adicionada U_δ , a energia de deformação pela flexão de Euler (expressão 3.11):

$$U_\delta = \frac{\pi^4 E I_{Y_Y} \alpha^2 \beta^2}{4L^3} \quad (\text{A.21})$$

$$U_3 = U_2 + U_\delta \quad (\text{A.22})$$

Com a consideração da flexão na menor inércia, os trabalhos W_i 's da força de compressão sobre cada parede serão:

$$W_w = \frac{\alpha^2 b_w t (2\pi^2 Y_S^2 + 4\pi^2 Y_S \beta + 8Y_S b_w + 2\pi^2 \beta^2 + 8\beta b_w + b_w^2)}{8L} \quad (\text{A.23})$$

$$W_f = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_f t (3Y_S^2 + 6Y_S \beta + 3\beta^2 + b_f^2)}{12L} \quad (\text{A.24})$$

$$W_s = \frac{\pi^2 \alpha^2 b_s t (3Y_S^2 + 6Y_S \beta + 3Y_S b_s + 3\beta^2 + 3\beta b_s + 3b_f^2 + b_s^2)}{12L} \quad (\text{A.25})$$

O trabalho potencial total W_3 será:

$$W_3 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.26})$$

A.4 Modelo 4

Em relação ao modelo 3, o modelo 4 apresenta apenas uma mudança: a função de deslocamentos de placa da alma. A configuração deformada assumida para esse modelo será expressa pelas parcelas:

$$\theta(x) = \alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.27})$$

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{4} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) + \left(\frac{-1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \text{sen} \left(\frac{3\pi y}{b_w} \right) \right] \quad (\text{A.28})$$

$$\delta(x) = \alpha \cdot \beta \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.29})$$

As parcelas de energia de deformação do Modelo 4 serão iguais às do Modelo 3 exceto a parcela de flexão de placa da alma, que será agora:

$$U_{p,w} = \frac{\pi^2 D \alpha^2 \left(45\pi^2 L^4 + 5\pi^2 b_w^4 + 656L^4 + 16b_w^4 + 160L^2 b_w^2 \right)}{1024L^3 b_w} \quad (\text{A.30})$$

A energia de deformação total será a soma das parcelas:

$$U_4 = U_{p,w} + 2(U_w + U_t) + U_\delta \quad (\text{A.31})$$

$U_{p,w}$, U_w , U_t e U_δ dados pelas expressões A.30, A.4, A.5 e A.21 respectivamente.

Os trabalhos W_i 's da força de compressão sobre cada parede serão os mesmos do Modelo 3 para as mesas e os enrijecedores. O trabalho na alma será:

$$W_w = \frac{\alpha^2 b_w t \left(768\pi^2 Y_s^2 + 768\pi^2 \beta^2 + 15\pi^2 b_w^2 + 48b_w^2 + 1024Y_s b_w \right)}{3072L} \quad (\text{A.32})$$

O trabalho potencial total W_4 será:

$$W_4 = W_w + 2(W_f + W_s) \quad (\text{A.33})$$

W_w , W_f e W_s dados pelas expressões A.32, A.24 e A.25 respectivamente.

A.5 Modelo 5

O Modelo 5 é semelhante ao Modelo 3, a única diferença na configuração deformada é a função escolhida para expressar a variação dos deslocamentos de placa da alma na seção transversal, que será uma função polinomial do 2º grau. Portanto, a configuração deformada da coluna no Modelo 5 será expressa pelas seguintes funções:

$$\theta(x) = \alpha \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A.34})$$

$$w_{p,w}(x, y) = \alpha \cdot \left(\frac{-y^2}{b_w} + y\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A.35})$$

$$\delta(x) = \alpha \cdot \beta \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A.36})$$

As parcelas de energia de deformação do Modelo 5 serão iguais às do Modelo 3 exceto a parcela de flexão de placa da alma, que será:

$$U_{p,w} = \frac{D\alpha^2(120L^4 + 20\pi^2L^2b_w^2 + \pi^4b_w^4)}{120L^3b_w} \quad (\text{A.37})$$

A energia de deformação total será a soma das parcelas:

$$U_5 = U_{p,w} + 2(U_w + U_t) + U_\delta \quad (\text{A.38})$$

$U_{p,w}$, U_w , U_t e U_δ dados pelas expressões A.37, A.4, A.5 e A.21 respectivamente.

Os trabalhos W_i 's da força de compressão sobre cada parede serão os mesmos do Modelo 3 para as mesas e os enrijecedores. O trabalho na alma será:

$$W_w = \frac{\pi^2\alpha^2b_w t(30Y_s^2 + 60Y_s\beta + 10Y_sb_w + 30\beta^2 + 10\beta b_w + b_w^2)}{120L} \quad (\text{A.39})$$

O trabalho potencial total W será:

$$W_5 = W_w + 2(W_f + W_s) \quad (\text{A.40})$$

W_w , W_f e W_s dados pelas expressões A.39, A.24 e A.25 respectivamente.

A.6 Modelo 6

O Modelo 6 considera a mesma forma deformada do Modelo 3, de acordo com as expressões A.18, A.19 e A.20.

Conforme expressão 3.58, a energia de deformação de membrana será:

$$U_m = U_\delta + 2U_w + 2EI_{wz} \int_0^L -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) dx \quad (A.41)$$

Substituindo U_δ , U_w e efetuando a última integral de A.41, U_m será:

$$U_m = \frac{\pi^4 EI_{YY} \alpha^2 \beta^2}{4L^3} + \frac{\pi^4 EI_w \alpha^2}{2L^3} - \frac{\pi^4 EI_{wz} \beta \alpha^2}{L^3} \quad (A.42)$$

Os deslocamentos de cada parede que não provocam deformações de membrana, mas apenas deformações de placa são os seguintes:

$$w_{p,w}(x, y) = \frac{\alpha b_w}{\pi} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi y}{b_w} \right) \quad (A.43)$$

$$w_{p,f}(x, y) = y \cdot \theta(x) \quad (A.44)$$

$$w_{p,s}(x, y) = y \cdot \theta(x) \quad (A.45)$$

A energia de deformação da alma $U_{p,w}$ será a mesma dos Modelos 1, 2 e 3, dada pela expressão A.3. De acordo com a expressão 3.8, as energias de deformação por placa da mesa e do enrijecedor serão:

$$U_{p,f} = \frac{\pi^2 D \alpha^2 b_f (\pi^2 b_f^2 - 6L^2 \nu + 6L^2)}{12L^3} \quad (A.46)$$

$$U_{p,s} = \frac{\pi^2 D \alpha^2 b_s (\pi^2 b_s^2 - 6L^2 \nu + 6L^2)}{12L^3} \quad (A.47)$$

A energia de deformação de placa será:

$$U_p = U_{p,w} + 2 (U_{p,f} + U_{p,s}) \quad (A.48)$$

O critério de separação de energia do modelo 6 significa tratar, para a mesa e o enrijecedor, os deslocamentos da torção de Saint Venant do modelos 3 como deslocamentos de placa. A energia da mesa+enrijecedor pela torção de Saint Venant era U_t . No modelo 6, a energia da mesa+enrijecedor passa a ser $U_{p,f} + U_{p,s}$, logo a diferença entre essas energias, denominada U_{dif} , será:

$$U_{dif} = (U_{p,f} + U_{p,s}) - U_t \quad (A.49)$$

Substituindo-se $U_{p,f}$, $U_{p,s}$ e U_t dados respectivamente por A.46, A.47 e A.5 em U_{dif} e simplificando, obtém-se:

$$U_{dif} = \frac{\pi^4 D \alpha^2 (b_f^3 + b_s^3)}{12L^3} \quad (\text{A.50})$$

A energia de deformação de placa no Modelo 6 pode ser reescrita como:

$$U_p = U_{p,w} + 2 (U_{dif} + U_t) \quad (\text{A.51})$$

Substituindo $U_{p,w}$, U_{dif} e U_t , dados respectivamente por A.3, A.50 e A.5 em U_p :

$$U_p = \frac{\pi^2 D \alpha^2 (L^2 + b_w^2)^2}{8L^3 b_w} + \frac{\pi^4 D \alpha^2 (b_f^3 + b_s^3)}{6L^3} + \frac{\pi^2 G J \alpha^2}{2L} \quad (\text{A.52})$$

A energia de deformação total do modelo 6 será a soma de A.52 e A.42:

$$U_6 = U_p + U_m \quad (\text{A.53})$$

Os trabalhos W_i 's da força de compressão sobre cada parede serão os mesmos do Modelo 3 já que os deslocamentos de cada parede são os mesmos:

$$W_6 = W_3 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.54})$$

W_w , W_f e W_s dados pelas expressões A.23, A.24 e A.25 respectivamente.

A.7 Modelo 7

A forma deformada assumida será a mesma do Modelo 4 dada pelas expressões A.27, A.28 e A.29, destacando-se a função dupla de senos para os deslocamentos da alma. A menos da alma, as demais paredes apresentam as mesmas funções de deslocamentos do Modelo 6.

Como os deslocamentos de torção por empenamento e flexão são os mesmos do modelo 6, a energia de deformação por membrana do modelo 7 será a mesma do modelo 6:

$$U_m = \frac{\pi^4 E I_{YY} \alpha^2 \beta^2}{4L^3} + 2 \frac{\pi^4 E I_w \alpha^2}{4L^3} - \frac{\pi^4 E I_{wz} \beta \alpha^2}{L^3} \quad (\text{A.55})$$

As parcelas de energia de deformação de placa serão também as mesmas do modelo 6 (expressão A.52), exceto a parcela da alma, $U_{p,w}$, que será igual a do modelo 4.

$$U_p = U_{p,w} + \frac{\pi^4 D \alpha^2 (b_f^3 + b_s^3)}{6L^3} + \frac{\pi^2 G J \alpha^2}{2L} \quad (\text{A.56})$$

$U_{p,w}$ dado pela expressão A.30.

A energia de deformação total do Modelo 7 será a soma de A.55 e A.56:

$$U_7 = U_p + U_m \quad (\text{A.57})$$

As parcelas de trabalho da força de compressão serão as mesmas dos Modelos 4.

$$W_7 = W_4 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.58})$$

W_w , W_f e W_s dados pelas expressões A.32, A.24 e A.25 respectivamente.

A.8 Modelo 8

No modelo 8, a forma deformada será a mesma do Modelo 5, dada pelas fórmulas A.34, A.35 e A.36. A menos da alma, que possuirá uma função parabólica de deslocamentos, as demais paredes apresentam as mesmas funções de deslocamentos do Modelo 6.

Como os deslocamentos de torção por empenamento e flexão, são os mesmos do modelo 6, a energia de deformação por membrana do modelo 8 será como no modelo 6:

$$U_m = \frac{\pi^4 EI_{YY} \alpha^2 \beta^2}{4L^3} + 2 \frac{\pi^4 EI_w \alpha^2}{4L^3} - \frac{\pi^4 EI_{wz} \beta \alpha^2}{L^3} \quad (\text{A.59})$$

As parcelas de energia de deformação de placa serão também as mesmas do modelo 6 (expressão A.52), exceto a parcela da alma, $U_{p,w}$, que será igual a do modelo 5.

$$U_p = U_{p,w} + 2 \left(\frac{\pi^4 D \alpha^2 (b_f^3 + b_s^3)}{12L^3} + \frac{\pi^2 GJ \alpha^2}{4L} \right) \quad (\text{A.60})$$

$U_{p,w}$ dado pela expressão A.37.

As parcelas de trabalho da força de compressão serão as mesmas dos Modelos 5.

$$W_8 = W_5 = W_w + 2 (W_f + W_s) \quad (\text{A.61})$$

W_w , W_f e W_s dados pelas expressões A.39, A.24 e A.25 respectivamente.

Apêndice B – Deduções

Este apêndice contém todas as deduções necessárias para o desenvolvimento dos modelos de 1 a 8.

B.1 Dedução das expressões de v_i e w_i

➤ Mesa

A parcela de torção (rotação) da mesa produzirá componentes de deslocamento nas direções y e z da mesa.

Pela figura B.1, a parcela na direção y , v_{f1} , será a projeção do arco $R \cdot \theta(x)$ na direção horizontal, pois, assumindo-se pequenos deslocamentos e rotações, o comprimento do arco aproxima-se da hipotenusa do triângulo de catetos v_{f1} e w_{f1} .

$$v_{f1}(x) = R \cdot \theta(x) \cdot \cos\left(90^\circ + \frac{\theta(x)}{2} - \gamma\right) \quad (\text{B.1})$$

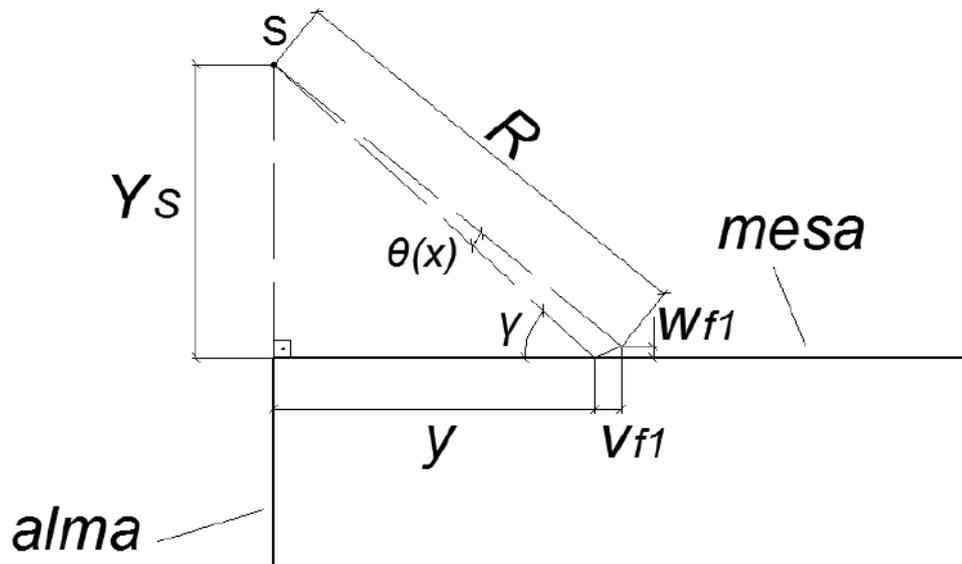


Figura B.1: Componentes de deslocamento da mesa pela torção.

Como são considerados pequenos deslocamentos e rotações, $\theta(x)/2$ pode ser desprezado, obtendo-se assim:

$$v_{f1}(x) = R \cdot \theta(x) \cdot \cos(90^\circ - \gamma) \quad (\text{B.2})$$

Observando a figura B.1, temos que:

$$\cos(90^\circ - \gamma) = \frac{Y_S}{R} \quad (\text{B.3})$$

Logo, a expressão de v_{f1} será:

$$v_{f1}(x) = \theta(x).Y_S \quad (\text{B.4})$$

A parcela na direção z , w_{f1} , será a projeção do arco ($R. \theta$) na direção vertical:

$$w_{f1}(x, y) = R. \theta(x). \text{sen} \left(90^\circ + \frac{\theta(x)}{2} - \gamma \right) \quad (\text{B.5})$$

Seguindo o mesmo desenvolvimento de v_{f1} e observando pela figura B.1 que:

$$\text{sen}(90^\circ - \gamma) = \frac{y}{R} \quad (\text{B.6})$$

A expressão de w_{f1} será:

$$w_{f1}(x, y) = \theta(x).y \quad (\text{B.7})$$

A parcela de flexão de coluna produzirá deslocamentos apenas na direção y na mesa (as convenções de eixos locais para cada parede podem ser vistas na figura 3.2):

$$v_{f2}(x) = \delta_w(x) \quad (\text{B.8})$$

A parcela de flexão da alma não produzirá deslocamentos na mesa, logo os deslocamentos finais serão:

$$w_f(x, y) = w_{f1}(x, y) = \theta(x).y \quad (\text{B.9})$$

$$v_f(x) = v_{f1}(x) + v_{f2}(x) = \theta(x).Y_S + \delta_w(x) \quad (\text{B.10})$$

➤ Alma

A parcela de flexão da alma produzirá deslocamentos somente na direção z da alma:

$$w_{w1}(x, y) = w_{p,w}(x, y) \quad (\text{B.11})$$

Por compatibilidade de deslocamentos das paredes, a rotação do conjunto mesa+enrijecedor não produzirá componentes de deslocamentos na direção y da alma, pois $w_{f1}(x, 0) = 0$. Apenas na direção z da alma haverá deslocamentos, que correspondem a $v_{f1}(x)$:

$$w_{w2}(x) = v_{f1}(x) = \theta(x).Y_S \quad (\text{B.12})$$

A flexão em torno do eixo de menor inércia provocará deslocamentos apenas na direção z da alma:

$$w_{w3}(x) = \delta_w(x) \quad (\text{B.13})$$

Nenhuma parcela gerará deslocamentos na direção y da alma:

$$v_w(x, y) = 0 \quad (\text{B.14})$$

Os deslocamentos finais da alma serão então:

$$w_w(x, y) = w_{w1}(x, y) + w_{w2}(x) + w_{w3}(x) \quad (\text{B.15})$$

$$v_w(x, y) = 0 \quad (\text{B.16})$$

Substituindo $w_{w1}(x, y)$, $w_{w2}(x)$ e $w_{w3}(x)$ dados por B.11, B.12 e B.13 respectivamente em B.15:

$$w_w(x, y) = w_{p,w}(x, y) + \theta(x) \cdot Y_s + \delta_w(x) \quad (\text{B.17})$$

➤ Enrijecedor

A parcela de flexão da alma não produzirá deslocamentos no enrijecedor.

A parcela de torção provocará componentes de deslocamentos nas direções y e z do enrijecedor, conforme figura B.2.

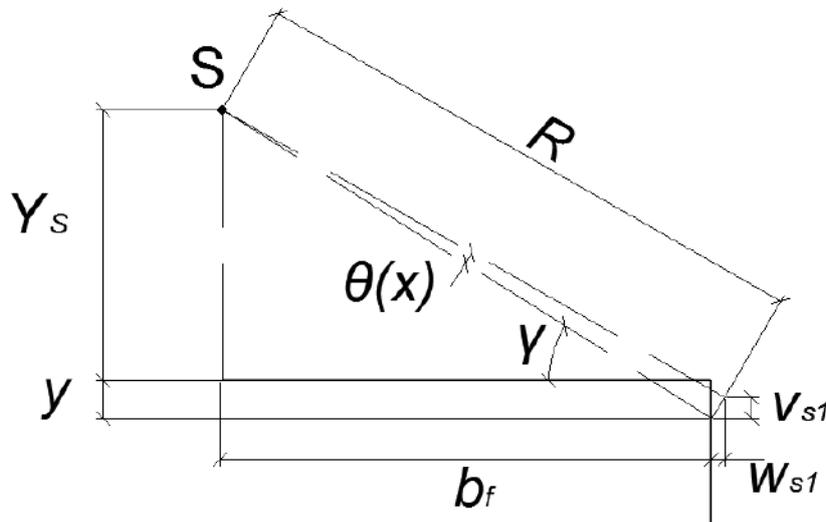


Figura B.2: Componentes de deslocamento do enrijecedor pela torção.

Novamente, no domínio de pequenos deslocamentos e rotações, a componente de deslocamento na direção y , v_{s1} , será a projeção do arco ($R \cdot \theta(x)$) na direção vertical:

$$v_{s1}(x) = -R \cdot \theta \cdot \text{sen} \left(90^\circ + \frac{\theta(x)}{2} - \gamma \right) \quad (\text{B.18})$$

O sinal negativo deve-se a orientação do eixo y : da extremidade apoiada para a extremidade livre do enrijecedor.

Como consideram-se pequenos deslocamentos e rotações, $\theta(x)/2$ pode ser desprezado, obtendo-se assim:

$$v_{s1}(x) = -R \cdot \theta(x) \cdot \text{sen}(90^\circ - \gamma) \quad (\text{B.19})$$

Por geometria da figura B.2, sabe-se que:

$$\text{sen}(90^\circ - \gamma) = \frac{b_f}{R} \quad (\text{B.20})$$

Logo, a expressão de v_{s1} será:

$$v_{s1}(x) = -\theta(x) \cdot b_f \quad (\text{B.21})$$

A parcela na direção z , w_{s1} , será a projeção do arco ($R \cdot \theta(x)$) na direção horizontal:

$$w_{s1}(x, y) = R \cdot \theta(x) \cdot \cos\left(90^\circ + \frac{\theta(x)}{2} - \gamma\right) \quad (\text{B.22})$$

Novamente desprezando $\theta(x)/2$ e observando pela figura B.2 que:

$$\cos(90^\circ - \gamma) = \frac{Y_S + y}{R} \quad (\text{B.23})$$

A expressão de w_{s1} será:

$$w_{s1}(x, y) = \theta(x) \cdot (Y_S + y) \quad (\text{B.24})$$

Por fim, a flexão em torno da menor inércia produzirá deslocamentos no enrijecedor apenas na direção z :

$$w_{s2}(x) = \delta_w(x) \quad (\text{B.25})$$

Os deslocamentos finais do enrijecedor serão então:

$$w_s(x, y) = w_{s1}(x, y) + w_{s2}(x) \quad (\text{B.26})$$

$$v_s(x) = v_{s1}(x) \quad (\text{B.27})$$

Substituindo-se $w_{s1}(x, y)$, $w_{s2}(x)$ e $v_{s1}(x)$:

$$w_s(x, y) = \theta(x) \cdot (Y_S + y) + \delta_w(x) \quad (\text{B.28})$$

$$v_s(x) = -\theta(x) \cdot b_f \quad (\text{B.29})$$

B.2 Dedução da expressão de Y_s

Para a obtenção de Y_s é necessário calcular a variação das coordenadas setoriais na mesa e no enrijeecedor para um pólo de rotação S alinhado com a alma, mas a uma distância desconhecida d da junção alma/mesa. Como o diagrama de tensões normais geradas será proporcional às coordenadas setoriais da seção, basta igualar a coordenada setorial da junção alma/mesa a zero para determinar o ponto S em torno do qual a torção não gera empenamento na alma.

O diagrama de coordenadas setoriais para um ponto S qualquer tem o formato da figura B.3(a) já o diagrama a ser obtido tem o formato da figura B.3(b). As figuras apresentam a numeração dos nós adotada.

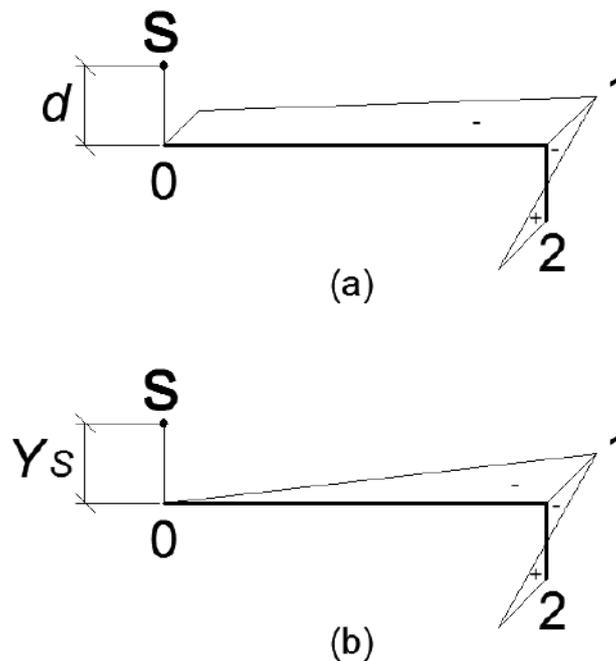


Figura B.3: Coordenadas setoriais do conjunto mesa+enrijeecedor (a) para S qualquer (b) para S distante Y_s da junção alma/mesa.

Ainda que não afete a demonstração, o diagrama apresentado na figura B.3(a) é válido para $d < Y_s$. O cálculo das coordenadas setoriais e o diagrama de empenamento segue a sequência apresentada em REIS e CAMOTIM (2000).

Arbitrando rotação no sentido anti-horário como sentido positivo, as coordenadas setoriais dos pontos 0, 1 e 2 para o caso do centro de rotação a uma distância d do ponto 0 serão:

$$w_0 = \frac{\frac{db_f^2}{2} - \frac{b_f b_s (b_s - 2d)}{2}}{b_f + b_s} \quad (\text{B.30})$$

$$w_1 = \frac{\frac{db_f^2}{2} - \frac{b_f b_s (b_s - 2d)}{2}}{b_f + b_s} - db_f \quad (\text{B.31})$$

$$w_2 = \frac{\frac{db_f^2}{2} - \frac{b_f b_s (b_s - 2d)}{2}}{b_f + b_s} - db_f + b_f b_s \quad (\text{B.32})$$

Deseja-se que a coordenada setorial w_0 seja nula, logo:

$$w_0 = 0 \quad (\text{B.33})$$

Isolando d na expressão acima, obtém-se:

$$d = \frac{b_s^2}{b_f + 2b_s} \quad (\text{B.34})$$

Mas nesse caso d é Y_s :

$$Y_s = \frac{b_s^2}{b_f + 2b_s} \quad (\text{B.35})$$

Substituindo d por Y_s nas expressões B.30, B.31 e B.32, as coordenadas setoriais dos pontos 0, 1 e 2 podem ser obtidas:

$$w_0 = 0 \quad (\text{B.36})$$

$$w_1 = \frac{-b_f b_s^2}{b_f + 2b_s} \quad (\text{B.37})$$

$$w_2 = \frac{b_f b_s (b_f + b_s)}{b_f + 2b_s} \quad (\text{B.38})$$

A variação das coordenadas setoriais entre os pontos 0 e 1 (na mesa) é expressa pela equação da reta:

$$w_f(y) = \frac{(w_1 - w_0)}{b_f} y + w_0 = \frac{w_1}{b_f} y \quad (\text{B.39})$$

y variando de 0 a b_f

$$w_0 = w_f(0) \text{ e } w_1 = w_f(b_f)$$

A variação das coordenadas setoriais entre os pontos 1 e 2 (no enrijecedor) é expressa pela equação da reta:

$$w_s(y) = \frac{(w_2 - w_1)}{b_s} y + w_1 \quad (\text{B.40})$$

y variando de 0 a b_s

$$w_1 = w_s(0) \text{ e } w_2 = w_s(b_s)$$

O ponto em que as coordenadas setoriais mudam de sinal no enrijecedor ocorre em $w_s(\tilde{y}) = 0$:

$$\tilde{y} = -\frac{w_1 b_s}{(w_2 - w_1)} \quad (\text{B.41})$$

A constante de empenamento I_w será:

$$I_w = t \left(\int_0^{b_f} w_f(y)^2 dy + \int_0^{b_s} w_s(y)^2 dy \right) = \frac{b_f^2 t (b_s^3 - 3b_s^2 Y_S + 3b_s Y_S^2 + b_f Y_S^2)}{3} \quad (\text{B.42})$$

B.3 Dedução da expressão de β

Para obter a fórmula de β , é necessário fazer o equilíbrio de momentos em torno do eixo Y da seção transversal. O momento gerado pelas tensões pelo empenamento deve ser equilibrado pelo momento da flexão na menor inércia. O diagrama de empenamento $w(y)$ já foi apresentado na figura B.3(b). As tensões normais de empenamento são dadas pela seguinte expressão:

$$\sigma(x, y) = E \theta_{,xx}(x) w(y) \quad (\text{B.43})$$

Sendo $\theta_{,xx}(x)$ a segunda derivada em relação a x da função que expressa a rotação do conjunto mesa+enrijecedor. Nesse caso, será:

$$\theta_{,xx}(x) = -\frac{\alpha \pi^2}{L^2} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{B.44})$$

Substituindo B.44 na expressão B.43:

$$\sigma(x, y) = -E \frac{\alpha \pi^2}{L^2} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) w(y) \quad (\text{B.45})$$

Utilizando a mesma nomenclatura e convenções de sinais do apêndice anterior para as coordenadas setoriais, o diagrama de tensões pela torção com empenamento terá o aspecto da figura B.4.

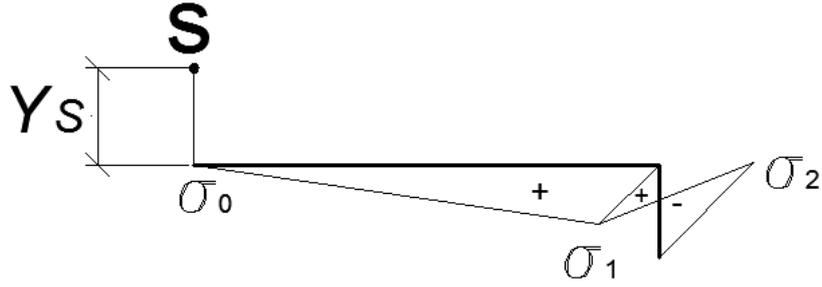


Figura B.4: Diagrama de tensões longitudinais pela torção com empenamento.

A força resultante na mesa será a área do diagrama triangular de tensões:

$$F_{mesa}(x) = \frac{b_f \sigma_1 t}{2} = \frac{w_1 b_f t}{2} \left[-\frac{\alpha \pi^2 E}{L^2} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.46})$$

Substituindo w_1 dado por B.37 em B.46:

$$F_{mesa}(x) = \frac{\pi^2 E b_f^2 b_s^2 t}{2L^2 (b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.47})$$

Analogamente, a força resultante no enrijecedor será:

$$F_{enrijecedor}(x) = \frac{1\sigma_2 (b_s - \tilde{y})t}{2} + \frac{1\sigma_1 \tilde{y}t}{2} \quad (\text{B.48})$$

\tilde{y} é o ponto de tensão nula no enrijecedor, dado pela expressão B.41.

Substituindo σ_1 e σ_2 em B.48 de acordo com a expressão B.45 de $\sigma(x, y)$:

$$F_{enrijecedor}(x) = \left[\frac{1w_2 (b_s - \tilde{y})t}{2} + \frac{1w_1 \tilde{y}t}{2} \right] \left[-\frac{\alpha \pi^2 E}{L^2} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.49})$$

Substituindo w_1 , w_2 e \tilde{y} , dados por B.37, B.38 e B.41 respectivamente:

$$F_{enrijecedor}(x) = \frac{-\pi^2 E b_f^2 b_s^2 t}{2L^2 (b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.50})$$

A resultante de forças na mesa é de tração enquanto a resultante no enrijecedor é de compressão.

O momento gerado pela força resultante das mesas em torno do eixo horizontal centroidal Y será:

$$M_{mesa}(x) = 2F_{mesa}(x) \left(\frac{2}{3} b_f - Z_{cg} \right) \quad (\text{B.51})$$

Z_{cg} é a distância do eixo principal Y à alma:

$$Z_{cg} = \frac{b_f(b_f + 2b_s)}{b_w + 2b_f + 2b_s} \quad (\text{B.52})$$

Substituindo B.47 e B.52 em B.51 e simplificando a expressão, obtém-se:

$$M_{mesa}(x) = \frac{\pi^2 E b_f^3 b_s^2 t (b_f + 2b_w - 2b_s)}{3L^2 (b_f + 2b_s)(b_w + 2b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.53})$$

O momento gerado pela força resultante dos enrijecedores em torno do eixo horizontal centroidal será:

$$M_{enrijecedor}(x) = 2F_{enrijecedor}(x)(b_f - Z_{cg}) \quad (\text{B.54})$$

Substituindo B.50 e B.52 em B.54 e simplificando:

$$M_{enrijecedor}(x) = -\frac{\pi^2 E b_f^3 b_s^2 t (b_f + b_w)}{L^2 (b_f + 2b_s)(b_w + 2b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.55})$$

O momento resultante $M_{total}(x)$ gerado pelas tensões de empenamento será soma dos momentos $M_{enrijecedor}(x)$ e $M_{mesa}(x)$. Após simplificações, será obtido:

$$M_{total}(x) = -\frac{\pi^2 E b_f^3 b_s^2 t}{3L^2 (b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.56})$$

O momento resultante das tensões de empenamento é negativo.

Esse momento deve equilibrar o momento da flexão em torno de Y , logo deve satisfazer a equação da linha elástica:

$$EI_{YY} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x) = -(-M_{total}(x)) \quad (\text{B.57})$$

Para equilibrar o momento negativo das tensões de empenamento, o momento de flexão deve ser positivo, isto é, tracionar os enrijecedores e comprimir a alma.

Em todos os modelos, a função assumida para os deslocamentos de flexão é:

$$\delta(x) = \alpha \cdot \beta \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{B.58})$$

Substituindo B.56 e B.58 em B.57 e efetuando as derivadas de $\delta(x)$:

$$EI_{YY} \alpha \beta \frac{\pi^2}{L^2} \left[\text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] = \frac{\pi^2 E b_f^3 b_s^2 t}{3L^2 (b_f + 2b_s)} \left[\alpha \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] \quad (\text{B.59})$$

Os termos com t^3 na expressão de I_{YY} podem ser desprezados. Assim, isolando β em B.59 e simplificando a expressão obtida, β será:

$$\beta = \frac{b_f b_s^2 (b_w + 2b_f + 2b_s)}{(b_f + 2b_s)(b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w)} \quad (\text{B.60a})$$

Ou:

$$\beta = \frac{3b_f b_s^2 + 3b_s^2 b_w}{b_f^2 + 4b_f b_s + 2b_f b_w + 6b_s b_w} - Y_s \quad (\text{B.60b})$$

Apêndice C – Simplificações das expressões de $\sigma_{cr,d}$

Este apêndice contém todas as simplificações matemáticas para a obtenção das expressões de $\sigma_{cr,d}$ dos modelos 1, 2, 3 e 5 que foram apresentadas no Capítulo 3.

C.1 Modelo 1

Aplicando a expressão 3.6 para o modelo 1, a seguinte expressão para $\sigma_{cr,d}$ é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2 DL^4 + 6\pi^2 DL^2 b_w^2 + 12\pi^2 GJL^2 b_w + 3\pi^2 D b_w^4 + 12\pi^4 EI_w b_w}{L^2 b_w t (4\pi^2 b_f^3 + 12\pi^2 b_f^2 b_s + 4\pi^2 b_s^3 + 3b_w^3)} \quad (C.1)$$

Colocando $12\pi^2 L^2 b_w$ em evidência no numerador e $4\pi^2$ no denominador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{12\pi^2 L^2 b_w \left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{D b_w}{2} + GJ + \frac{D b_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{4\pi^2 L^2 b_w t \left(b_f^3 + 3b_f^2 b_s + b_s^3 + \frac{3b_w^3}{4\pi^2} \right)} \quad (C.2)$$

O momento polar de inércia do conjunto mesa+enrijecedor em relação à junção mesa/alma é:

$$I_0 = t \frac{b_f^3}{3} + t \frac{b_s^3}{3} + t b_f^2 b_s \quad (C.3)$$

Substituindo C.3 em C.2:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{12\pi^2 L^2 b_w \left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{D b_w}{2} + GJ + \frac{D b_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{4\pi^2 L^2 b_w \left(3I_0 + \frac{3b_w^3 t}{4\pi^2} \right)} \quad (C.4)$$

Cancelando termos comuns no numerador e denominador e rearranjando a expressão C.4:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + \frac{Db_w^3}{4L^2} + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{\left(I_0 + \frac{b_w^3 t}{4\pi^2}\right)} \quad (C.5)$$

Colocando $\frac{Db_w}{4}$ em evidência nos 3 primeiros termos do numerador da expressão C.5:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left(\frac{L^2}{b_w^2} + \frac{2}{1} + \frac{b_w^2}{L^2} \right) + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{I_0 + \frac{b_w^3 t}{4\pi^2}} \quad (C.6)$$

A expressão em parênteses no numerador é um produto notável do tipo $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ que pode ser reescrita como:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{I_0 + b_w^3 t / (4\pi^2)} \quad (C.7)$$

C.2 Modelo 2

Aplicando a expressão 3.6 para o modelo 2, a seguinte expressão para $\sigma_{cr,d}$ é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2 DL^4 + 6\pi^2 DL^2 b_w^2 + 12\pi^2 GJL^2 b_w + 3\pi^2 Db_w^4 + 12\pi^4 EI_w b_w}{L^2 b_w t \left(\begin{array}{l} 12\pi^2 Y_S^2 b_f + 12\pi^2 Y_S^2 b_s + 6\pi^2 Y_S^2 b_w + 12\pi^2 Y_S b_s^2 \\ + 24Y_S b_w^2 + 4\pi^2 b_f^3 + 12\pi^2 b_f^2 b_s + 4\pi^2 b_s^3 + 3b_w^3 \end{array} \right)} \quad (C.8)$$

Colocando $12\pi^2 L^2 b_w$ em evidência no numerador e $4\pi^2$ no denominador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{12\pi^2 L^2 b_w \left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{4\pi^2 L^2 b_w t \left(\begin{array}{l} 3Y_S^2 b_f + 3Y_S^2 b_s + \frac{3}{2} Y_S^2 b_w + 3Y_S b_s^2 + \\ \frac{6}{\pi^2} Y_S b_w^2 + b_f^3 + 3b_f^2 b_s + b_s^3 + \frac{3}{4\pi^2} b_w^3 \end{array} \right)} \quad (C.9)$$

O momento polar de inércia I_0 do conjunto mesa+enrijecedor em relação à junção mesa/alma é dado pela expressão C.3. Substituindo C.3 em C.9:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{12\pi^2 L^2 b_w \left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{4\pi^2 L^2 b_w \left(3Y_S^2 b_f t + 3Y_S^2 b_s t + \frac{3}{2} Y_S^2 b_w t + 3Y_S b_s^2 t + \frac{6}{\pi^2} Y_S b_w^2 t + 3I_0 + \frac{3t}{4\pi^2} b_w^3 \right)} \quad (C.10)$$

Cancelando termos no numerador e denominador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{\left(Y_S^2 b_f t + Y_S^2 b_s t + \frac{1}{2} Y_S^2 b_w t + Y_S b_s^2 t + \frac{2}{\pi^2} Y_S b_w^2 t + I_0 + \frac{t}{4\pi^2} b_w^3 \right)} \quad (C.11)$$

Colocando Y_S^2 e Y_S em evidência no denominador da expressão C.11:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{Y_S^2 (b_f t + b_s t + \frac{1}{2} b_w t) + Y_S (b_s^2 t + \frac{2}{\pi^2} b_w^2 t) + I_0 + \frac{t}{4\pi^2} b_w^3} \quad (C.12)$$

O termo que multiplica Y_S^2 corresponde à metade da área da seção transversal A, visto que:

$$A = t(2b_f + 2b_s + b_w) \quad (C.13)$$

Logo podemos reescrever C.12 como:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)}{Y_S^2 \frac{A}{2} + Y_S t (b_s^2 + \frac{2}{\pi^2} b_w^2) + I_0 + \frac{t}{4\pi^2} b_w^3} \quad (C.14)$$

As simplificações no numerador seguem a mesma sequência do Modelo 1, assim a expressão final para tensão crítica do Modelo 2 será:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w}{Y_S^2 \frac{A}{2} + Y_S t (b_s^2 + \frac{2}{\pi^2} b_w^2) + I_0 + \frac{t}{4\pi^2} b_w^3} \quad (C.15)$$

C.3 Modelo 3

Aplicando a expressão 3.6 para o modelo 3, a seguinte expressão para $\sigma_{cr,d}$ é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{L^2b_w t \left(\begin{array}{l} 12\pi^2Y_S^2b_f + 12\pi^2Y_S^2b_s + 6\pi^2Y_S^2b_w + 24\pi^2Y_S\beta b_f + 24\pi^2Y_S\beta b_s + \\ 12\pi^2Y_S\beta b_w + 12\pi^2Y_Sb_s^2 + 24Y_Sb_w^2 + 12\pi^2\beta^2b_f + 12\pi^2\beta^2b_s + \\ 6\pi^2\beta^2b_w + 12\pi^2\beta b_s^2 + 24\beta b_w^2 + 4\pi^2b_f^3 + 12\pi^2b_f^2b_s + 4\pi^2b_s^3 + 3b_w^3 \end{array} \right)} \quad (C.16)$$

Colocando em evidência no denominador os termos $12\pi^2Y_S^2$, $24\pi^2Y_S\beta$ e $12\pi^2\beta^2$:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{L^2b_w t \left[\begin{array}{l} 12\pi^2Y_S^2(b_f + b_s + b_w/2) + 24\pi^2Y_S\beta(b_f + b_s + b_w/2) + 12\pi^2Y_Sb_s^2 \\ + 24Y_Sb_w^2 + 12\pi^2\beta^2(b_f + b_s + b_w/2) + 12\pi^2\beta b_s^2 + \\ 24\beta b_w^2 + 4\pi^2b_f^3 + 12\pi^2b_f^2b_s + 4\pi^2b_s^3 + 3b_w^3 \end{array} \right]} \quad (C.17)$$

Colocando o termo $(b_f + b_s + b_w/2)$ em evidência no denominador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{L^2b_w t \left[\begin{array}{l} (12\pi^2Y_S^2 + 24\pi^2Y_S\beta + 12\pi^2\beta^2)(b_f + b_s + b_w/2) + \\ 12\pi^2Y_Sb_s^2 + 24Y_Sb_w^2 + 12\pi^2\beta b_s^2 + 24\beta b_w^2 + \\ 4\pi^2b_f^3 + 12\pi^2b_f^2b_s + 4\pi^2b_s^3 + 3b_w^3 \end{array} \right]} \quad (C.18)$$

O termo $(12\pi^2Y_S^2 + 24\pi^2Y_S\beta + 12\pi^2\beta^2)$ pode ser reescrito como:

$$(12\pi^2Y_S^2 + 24\pi^2Y_S\beta + 12\pi^2\beta^2) = 12\pi^2(Y_S + \beta)^2 \quad (C.19)$$

Substituindo C.19 em C.18 e colocando em evidência no denominador o termo $12\pi^2$:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{L^2b_w t \left[\begin{array}{l} 12\pi^2(Y_S + \beta)^2(b_f + b_s + b_w/2) + 12\pi^2Y_Sb_s^2 \\ + 24Y_Sb_w^2 + 12\pi^2\beta b_s^2 + 24\beta b_w^2 + 12\pi^2 \left(\frac{b_f^3}{3} + b_f^2b_s + \frac{b_s^3}{3} \right) + 3b_w^3 \end{array} \right]} \quad (C.20)$$

No denominador da expressão C.20:

$$\frac{b_f^3}{3} + b_f^2b_s + \frac{b_s^3}{3} \text{ corresponde a } I_0/t$$

$$b_f + b_s + b_w/2 \text{ corresponde a } A/(2t)$$

Fazendo as substituições de I_0/t e $A/(2t)$ rearranjando a expressão C.20:

$$\begin{aligned} \sigma_{cr,d} &= \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{L^2b_w t \left[\begin{aligned} &12\pi^2(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2t} + 12\pi^2Y_Sb_s^2 \\ &+ 24Y_Sb_w^2 + 12\pi^2\beta b_s^2 + 24\beta b_w^2 + 12\pi^2 \frac{I_0}{t} + 3b_w^3 \end{aligned} \right]} \end{aligned} \quad (C.21)$$

Colocando $12\pi^2$ em evidência no denominador de C.21:

$$\begin{aligned} \sigma_{cr,d} &= \frac{3\pi^2(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{12\pi^2L^2b_w t \left[\begin{aligned} &(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2t} + Y_Sb_s^2 \\ &+ \frac{2Y_Sb_w^2}{\pi^2} + \beta b_s^2 + \frac{2\beta b_w^2}{\pi^2} + \frac{I_0}{t} + \frac{b_w^3}{4\pi^2} \end{aligned} \right]} \end{aligned} \quad (C.22)$$

Colocando b_s^2 e $\frac{2b_w^2}{\pi^2}$ em evidência no denominador de C.22:

$$\begin{aligned} \sigma_{cr,d} &= \frac{(DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w)}{4L^2b_w t \left[\begin{aligned} &(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2t} \\ &+ \frac{2b_w^2(Y_S + \beta)}{\pi^2} + (\beta + Y_S)b_s^2 + \frac{I_0}{t} + \frac{b_w^3}{4\pi^2} \end{aligned} \right]} \end{aligned} \quad (C.23)$$

Colocando $(Y_S + \beta)$ em evidência no denominador de C.23:

$$\begin{aligned} \sigma_{cr,d} &= \frac{DL^4 + 2DL^2b_w^2 + 4GJL^2b_w + 2\pi^2EI_{YY}\beta^2b_w + Db_w^4 + 4\pi^2EI_wb_w}{4L^2b_w \left[\begin{aligned} &(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2} \\ &+ t(Y_S + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2} \end{aligned} \right]} \end{aligned} \quad (C.24)$$

Dividindo o numerador de C.24 por $4L^2b_w$:

$$\begin{aligned} \sigma_{cr,d} &= \frac{\frac{DL^2}{4b_w} + \frac{Db_w}{2} + GJ + \frac{\pi^2EI_{YY}\beta^2}{2L^2} + \frac{Db_w^3}{4L^2} + \frac{\pi^2EI_w}{L^2}}{\left[\begin{aligned} &(Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2} \\ &+ t(Y_S + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2} \end{aligned} \right]} \end{aligned} \quad (C.25)$$

Colocando $\frac{D}{4b_w}$ e $\frac{\pi^2E}{L^2}$ em evidência no numerador de C.25:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{D}{4b_w} \left(L^2 + 2b_w^2 + \frac{b_w^4}{L^2} \right) + GJ + \frac{\pi^2 EI_{YY} \beta^2}{2L^2} + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2}}{\left[\begin{array}{c} (Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2} \\ + t(Y_S + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2} \end{array} \right]} \quad (C.26)$$

O termo em parênteses no numerador de C.26 é um produto notável $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, que pode ser reescrito como:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{D}{4b_w} \left(L + \frac{b_w^2}{L} \right)^2 + GJ + \frac{\pi^2 EI_{YY} \beta^2}{2L^2} + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2}}{\left[\begin{array}{c} (Y_S + \beta)^2 \frac{A}{2} \\ + t(Y_S + \beta) \left(b_s^2 + \frac{2b_w^2}{\pi^2} \right) + I_0 + \frac{tb_w^3}{4\pi^2} \end{array} \right]} \quad (C.27)$$

Colocando b_w^2 em evidência no primeiro termo do numerador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{Db_w}{4} \left[\left(\frac{L}{b_w} \right) + \left(\frac{b_w}{L} \right) \right]^2 + GJ + \frac{\pi^2 EI_{YY} \beta^2}{2L^2} + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2}}{(Y_S + \beta)^2 A/2 + t(Y_S + \beta)(b_s^2 + 2b_w^2/\pi^2) + I_0 + tb_w^3/4\pi^2} \quad (C.28)$$

C.4 Modelo 5

Aplicando a expressão 3.6 para o modelo 5, a seguinte expressão para $\sigma_{cr,d}$ é obtida:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{(120DL^4 + 20\pi^2 DL^2 b_w^2 + 60\pi^2 GJL^2 b_w + 30\pi^4 EI_{YY} \beta^2 b_w + \pi^4 Db_w^4 + 60\pi^4 EI_w b_w)}{\pi^2 L^2 b_w t \left(\begin{array}{c} 60Y_S^2 b_f + 60Y_S^2 b_s + 30Y_S^2 b_w + 120Y_S \beta b_f + 120Y_S \beta b_s + \\ 60Y_S \beta b_w + 60Y_S b_s^2 + 10Y_S b_w^2 + 60\beta^2 b_f + 60\beta^2 b_s + \\ 30\beta^2 b_w + 60\beta b_s^2 + 10\beta b_w^2 + 20b_f^3 + 60b_f^2 b_s + 20b_s^3 + b_w^3 \end{array} \right)} \quad (C.29)$$

Colocando em evidência no numerador $\pi^2 L^2 b_w$ e cancelando com o denominador:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{120DL^2}{\pi^2 b_w} + 20Db_w + 60GJ + \frac{30\pi^2 EI_{YY} \beta^2}{L^2} + \frac{\pi^2 Db_w^3}{L^2} + \frac{60\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}{t \left(\begin{array}{c} 60Y_S^2 b_f + 60Y_S^2 b_s + 30Y_S^2 b_w + 120Y_S \beta b_f + 120Y_S \beta b_s + \\ 60Y_S \beta b_w + 60Y_S b_s^2 + 10Y_S b_w^2 + 60\beta^2 b_f + 60\beta^2 b_s + \\ 30\beta^2 b_w + 60\beta b_s^2 + 10\beta b_w^2 + 20b_f^3 + 60b_f^2 b_s + 20b_s^3 + b_w^3 \end{array} \right)} \quad (C.30)$$

Dividindo o numerador e o denominador de C.30 por 10:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{12DL^2}{\pi^2 b_w} + 2Db_w + 6GJ + \frac{3\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{L^2} + \frac{\pi^2 Db_w^3}{10L^2} + \frac{6\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}{t \begin{pmatrix} 6Y_S^2 b_f + 6Y_S^2 b_s + 3Y_S^2 b_w + 12Y_S \beta b_f + 12Y_S \beta b_s + \\ 6Y_S \beta b_w + 6Y_S b_s^2 + Y_S b_w^2 + 6\beta^2 b_f + 6\beta^2 b_s + \\ 3\beta^2 b_w + 6\beta b_s^2 + \beta b_w^2 + 2b_f^3 + 6b_f^2 b_s + 2b_s^3 + b_w^3/10 \end{pmatrix}} \quad (C.31)$$

Colocando $3Y_S^2$, $6Y_S\beta$, Y_S , $3\beta^2$, β e 6 em evidência no denominador de C.31:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{12DL^2}{\pi^2 b_w} + 2Db_w + 6GJ + \frac{3\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{L^2} + \frac{\pi^2 Db_w^3}{10L^2} + \frac{6\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}{t \begin{bmatrix} 3Y_S^2(2b_f + 2b_s + b_w) + 6Y_S\beta(2b_f + 2b_s + b_w) \\ + Y_S(6b_s^2 + b_w^2) + 3\beta^2(2b_f + 2b_s + b_w) \\ + \beta(6b_s^2 + b_w^2) + 6(b_f^3/3 + b_f^2 b_s + b_s^3/3) + b_w^3/10 \end{bmatrix}} \quad (C.32)$$

Colocando $6b_s^2 + b_w^2 + 2b_f + 2b_s + b_w = A/t$ em evidência no denominador e substituindo $I_0/t = b_f^3/3 + b_f^2 b_s + b_s^3/3$ em C.32:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\left(\frac{12DL^2}{\pi^2 b_w} + 2Db_w + 6GJ + \frac{3\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{L^2} + \frac{\pi^2 Db_w^3}{10L^2} + \frac{6\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}{t \left[(3Y_S^2 + 6Y_S\beta + 3\beta^2)(A/t) + (\beta + Y_S)(6b_s^2 + b_w^2) + 6I_0/t + b_w^3/10 \right]} \quad (C.33)$$

Substituindo $(3Y_S^2 + 6Y_S\beta + 3\beta^2) = 3(Y_S + \beta)^2$ e efetuando a multiplicação por t em C.33:

$$\sigma_{cr,d} = \frac{\frac{12DL^2}{\pi^2 b_w} + 2Db_w + 6GJ + \frac{3\pi^2 EI_{YY}\beta^2}{L^2} + \frac{\pi^2 Db_w^3}{10L^2} + \frac{6\pi^2 EI_w}{L^2}}{3(Y_S + \beta)^2 A + t(\beta + Y_S)(6b_s^2 + b_w^2) + 6I_0 + tb_w^3/10} \quad (C.34)$$

Apêndice D – Resultados dos Modelos

Tabela D.1- Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Distorcional Puro)		Silvestre e Camotim (2010)			
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	1106,36	24,32	974,08	27,30	0,88	1,12
2		0,50	200	1,00	0,10	991,45	30,82	871,24	34,51	0,88	1,12
3		0,67	149	1,00	0,10	857,84	42,26	752,64	47,09	0,88	1,11
4		1,10	91	1,00	0,10	669,37	73,44	587,39	80,88	0,88	1,10
5		2,00	50	1,00	0,10	500,54	149,65	435,62	160,59	0,87	1,07
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1793,85	48,26	1578,28	55,87	0,88	1,16
7		0,50	200	1,00	0,20	1606,22	60,69	1411,66	70,17	0,88	1,16
8		0,67	149	1,00	0,20	1384,13	82,15	1219,49	94,76	0,88	1,15
9		1,10	91	1,00	0,20	1081,23	138,30	951,74	158,65	0,88	1,15
10		2,00	50	1,00	0,20	801,65	264,74	705,83	300,15	0,88	1,13
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2366,61	66,07	2079,45	78,31	0,88	1,19
12		0,50	200	1,00	0,30	2114,58	82,91	1859,92	98,17	0,88	1,18
13		0,67	149	1,00	0,30	1827,79	111,82	1606,72	132,19	0,88	1,18
14		1,00	100	1,00	0,30	1496,33	168,99	1315,16	199,17	0,88	1,18
15		2,00	50	1,00	0,30	1056,31	350,84	929,96	409,67	0,88	1,17
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	1034,51	29,10	920,03	32,13	0,89	1,10
17		0,50	200	0,90	0,10	922,90	36,88	822,90	40,61	0,89	1,10
18		0,67	149	0,90	0,10	801,92	50,58	710,88	55,46	0,89	1,10
19		1,00	100	0,90	0,10	655,26	78,90	581,88	85,79	0,89	1,09
20		2,00	50	0,90	0,10	465,24	179,29	411,45	189,84	0,88	1,06
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1676,85	56,32	1487,64	64,14	0,89	1,14
22		0,50	200	0,90	0,20	1492,52	70,83	1330,58	80,56	0,89	1,14
23		0,67	149	0,90	0,20	1287,63	95,90	1149,45	108,84	0,89	1,13
24		1,00	100	0,90	0,20	1060,78	145,98	940,86	165,01	0,89	1,13
25		2,00	50	0,90	0,20	747,00	309,54	665,29	345,56	0,89	1,12
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	2199,16	75,32	1958,02	87,92	0,89	1,17
27		0,50	200	0,90	0,30	1968,61	94,53	1751,31	110,23	0,89	1,17
28		0,67	149	0,90	0,30	1698,37	127,52	1512,90	148,47	0,89	1,16
29		1,00	100	0,90	0,30	1399,15	192,82	1238,36	223,80	0,89	1,16
30		2,00	50	0,90	0,30	985,28	400,76	875,65	460,98	0,89	1,15
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	912,92	40,94	823,06	44,34	0,90	1,08
32		0,40	225	0,78	0,11	867,50	45,75	780,82	49,49	0,90	1,08
33		0,50	180	0,78	0,11	776,69	57,98	698,39	62,58	0,90	1,08
34		1,00	90	0,78	0,11	548,88	124,00	493,83	132,30	0,90	1,07
35		2,00	45	0,78	0,11	390,03	281,41	349,19	293,19	0,90	1,04
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1469,91	74,15	1324,23	83,05	0,90	1,12
37		0,40	225	0,78	0,22	1396,78	82,59	1256,27	92,46	0,90	1,12
38		0,60	150	0,78	0,22	1140,86	125,46	1025,74	140,10	0,90	1,12
39		1,00	90	0,78	0,22	882,38	214,34	794,54	238,18	0,90	1,11
40		1,50	60	0,78	0,22	719,79	331,42	648,74	366,06	0,90	1,10
41		2,00	45	0,78	0,22	625,25	455,25	561,82	499,79	0,90	1,10
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1931,22	92,85	1739,22	107,06	0,90	1,15
43		0,40	225	0,78	0,33	1832,19	103,34	1649,97	119,11	0,90	1,15
44		0,60	150	0,78	0,33	1497,41	156,32	1347,19	179,83	0,90	1,15
45		1,00	90	0,78	0,33	1161,05	264,89	1043,53	303,58	0,90	1,15
46		1,50	60	0,78	0,33	944,75	405,53	852,04	462,60	0,90	1,14
47		2,00	45	0,78	0,33	821,03	551,72	737,89	626,45	0,90	1,14
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	958,37	35,27	862,85	38,20	0,90	1,08
49		0,50	200	0,80	0,10	857,90	44,71	771,76	48,31	0,90	1,08
50		0,67	149	0,80	0,10	740,14	61,34	666,70	66,02	0,90	1,08
51		1,00	100	0,80	0,10	609,74	95,75	545,71	102,25	0,89	1,07
52		2,00	50	0,80	0,10	433,36	217,88	385,88	227,01	0,89	1,04
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1548,65	66,21	1391,97	74,04	0,90	1,12
54		0,50	200	0,80	0,20	1386,30	83,29	1245,02	93,02	0,90	1,12
55		0,67	149	0,80	0,20	1195,99	112,80	1075,53	125,72	0,90	1,11
56		1,00	100	0,80	0,20	976,23	171,83	880,36	190,75	0,90	1,11
57		2,00	50	0,80	0,20	693,83	364,98	622,51	400,35	0,90	1,10
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	2042,64	86,07	1830,20	98,78	0,90	1,15
59		0,50	200	0,80	0,30	1828,51	108,03	1636,98	123,87	0,90	1,15

Tabela D.2 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Distorcional Puro)		Silvestre e Camotim (2010)			
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1577,50	145,77	1414,13	166,89	0,90	1,14
61		1,00	100	0,80	0,30	1287,63	220,53	1157,52	251,72	0,90	1,14
62		2,00	50	0,80	0,30	915,16	459,11	818,49	519,37	0,89	1,13
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	881,99	43,30	801,93	45,84	0,91	1,06
64		0,50	200	0,70	0,10	789,53	54,92	717,27	58,01	0,91	1,06
65		0,67	149	0,70	0,10	681,14	75,38	619,63	79,34	0,91	1,05
66		1,00	100	0,70	0,10	561,14	117,81	507,19	123,09	0,90	1,04
67		2,00	50	0,70	0,10	398,82	268,77	358,63	274,46	0,90	1,02
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1425,21	78,29	1290,40	85,72	0,91	1,10
69		0,50	200	0,70	0,20	1275,80	98,51	1154,17	107,73	0,90	1,09
70		0,67	149	0,70	0,20	1100,67	133,48	997,05	145,68	0,91	1,09
71		1,00	100	0,70	0,20	898,42	203,51	816,12	221,27	0,91	1,09
72		2,00	50	0,70	0,20	638,53	433,38	577,09	465,73	0,90	1,07
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1861,29	98,19	1694,88	110,61	0,91	1,13
74		0,50	200	0,70	0,30	1674,87	123,28	1515,94	138,74	0,91	1,13
75		0,67	149	0,70	0,30	1436,53	166,42	1309,58	187,00	0,91	1,12
76		1,00	100	0,70	0,30	1174,39	251,95	1071,93	282,26	0,91	1,12
77		2,00	50	0,70	0,30	831,40	525,66	757,97	583,65	0,91	1,11
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	805,11	53,73	736,47	55,32	0,91	1,03
79		0,50	200	0,60	0,10	713,91	68,18	658,72	70,05	0,92	1,03
80		0,67	149	0,60	0,10	620,47	93,68	569,04	95,93	0,92	1,02
81		1,00	100	0,60	0,10	507,81	146,66	465,78	149,15	0,92	1,02
82		2,00	50	0,60	0,10	361,21	336,07	329,36	334,48	0,91	1,00
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	907,97	63,26	835,10	65,69	0,92	1,04
84		0,50	200	0,60	0,12	805,11	80,05	746,94	82,98	0,93	1,04
85		0,67	149	0,60	0,12	699,74	109,48	645,26	113,16	0,92	1,03
86		1,00	100	0,60	0,12	572,68	169,88	528,17	174,60	0,92	1,03
87		2,00	50	0,60	0,12	407,35	380,04	373,47	383,74	0,92	1,01
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1202,01	86,61	1100,65	91,93	0,92	1,06
89		0,50	200	0,60	0,18	1079,28	109,13	984,45	115,67	0,91	1,06
90		0,67	149	0,60	0,18	919,40	148,16	850,44	156,71	0,92	1,06
91		1,00	100	0,60	0,18	758,49	226,76	696,11	238,88	0,92	1,05
92		2,00	50	0,60	0,18	533,05	488,26	492,23	507,97	0,92	1,04
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1283,45	92,63	1181,72	98,98	0,92	1,07
94		0,50	200	0,60	0,20	1149,03	116,60	1056,97	124,45	0,92	1,07
95		0,67	149	0,60	0,20	991,44	158,11	913,08	168,41	0,92	1,07
96		1,00	100	0,60	0,20	813,17	241,38	747,39	256,12	0,92	1,06
97		2,00	50	0,60	0,20	575,48	515,92	528,48	541,13	0,92	1,05
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1686,86	111,04	1550,60	122,49	0,92	1,10
99		0,50	200	0,60	0,30	1508,57	139,45	1386,90	153,69	0,92	1,10
100		0,67	149	0,60	0,30	1305,09	188,35	1198,10	207,26	0,92	1,10
101		1,00	100	0,60	0,30	1068,82	285,46	980,69	313,15	0,92	1,10
102		2,00	50	0,60	0,30	754,30	597,43	693,45	649,41	0,92	1,09
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	715,08	66,76	665,31	66,42	0,93	0,99
104		0,50	200	0,50	0,10	639,32	84,80	595,07	84,20	0,93	0,99
105		0,67	149	0,50	0,10	553,16	116,72	514,07	115,50	0,93	0,99
106		1,00	100	0,50	0,10	453,37	183,25	420,78	180,12	0,93	0,98
107		2,00	50	0,50	0,10	322,61	422,98	297,54	407,11	0,92	0,96
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	940,61	91,50	876,97	93,15	0,93	1,02
109		0,50	200	0,50	0,15	844,80	115,56	784,38	117,46	0,93	1,02
110		0,67	149	0,50	0,15	728,18	157,55	677,60	159,74	0,93	1,01
111		1,00	100	0,50	0,15	598,26	243,01	554,64	245,22	0,93	1,01
112		2,00	50	0,50	0,15	423,80	534,53	392,19	531,64	0,93	0,99
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1144,27	108,35	1064,28	112,53	0,93	1,04
114		0,50	200	0,50	0,20	1022,11	136,48	951,92	141,57	0,93	1,04
115		0,67	149	0,50	0,20	884,07	185,25	822,33	191,76	0,93	1,04
116		1,00	100	0,50	0,20	722,76	283,40	673,11	292,19	0,93	1,03
117		2,00	50	0,50	0,20	513,25	609,13	475,96	620,60	0,93	1,02
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1499,34	122,66	1395,35	132,19	0,93	1,08
119		0,50	200	0,50	0,30	1338,62	154,13	1248,04	165,94	0,93	1,08
120		0,67	149	0,50	0,30	1158,98	208,36	1078,14	223,94	0,93	1,07
121		1,00	100	0,50	0,30	948,54	316,28	882,50	338,84	0,93	1,07
122		2,00	50	0,50	0,30	670,92	664,97	624,02	705,55	0,93	1,06

Tabela D.3 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Distorcional Puro)		Silvestre e Camotim (2010)			
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	623,46	80,96	586,76	77,32	0,94	0,95
124		0,50	200	0,40	0,10	555,66	103,02	524,81	98,16	0,94	0,95
125		0,67	149	0,40	0,10	481,18	142,18	453,37	134,99	0,94	0,95
126		1,00	100	0,40	0,10	393,38	224,34	371,10	211,47	0,94	0,94
127		2,00	50	0,40	0,10	281,17	524,35	262,41	483,53	0,93	0,92
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	988,13	121,91	935,63	122,63	0,95	1,01
129		0,50	200	0,40	0,20	889,16	153,70	836,85	154,41	0,94	1,00
130		0,67	149	0,40	0,20	769,98	208,99	722,93	209,47	0,94	1,00
131		1,00	100	0,40	0,20	629,47	320,73	591,74	320,07	0,94	1,00
132		2,00	50	0,40	0,20	445,63	695,60	418,43	685,16	0,94	0,98
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1305,11	128,81	1226,15	135,35	0,94	1,05
134		0,50	200	0,40	0,30	1163,18	161,98	1096,71	170,01	0,94	1,05
135		0,67	149	0,40	0,30	1007,27	219,25	947,41	229,70	0,94	1,05
136		1,00	100	0,40	0,30	823,47	333,64	775,49	348,28	0,94	1,04
137		2,00	50	0,40	0,30	582,97	706,54	548,35	729,60	0,94	1,03
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	588,90	76,71	560,91	70,35	0,95	0,92
139		0,50	240	0,33	0,08	578,14	80,23	549,57	73,53	0,95	0,92
140		1,00	120	0,33	0,08	410,42	176,61	388,61	159,96	0,95	0,91
141		2,00	60	0,33	0,08	292,50	420,03	274,79	371,48	0,94	0,88
142		2,50	48	0,33	0,08	262,93	568,70	245,78	496,58	0,93	0,87
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1091,03	126,68	1038,06	125,32	0,95	0,99
144		0,50	240	0,33	0,21	1068,21	132,17	1017,09	130,71	0,95	0,99
145		1,00	120	0,33	0,21	755,59	274,73	719,19	270,03	0,95	0,98
146		2,00	60	0,33	0,21	534,76	591,63	508,54	574,51	0,95	0,97
147		2,50	48	0,33	0,21	480,24	766,29	454,85	739,66	0,95	0,97
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1395,16	126,36	1324,06	130,54	0,95	1,03
149		0,50	240	0,33	0,30	1367,10	131,77	1297,31	136,11	0,95	1,03
150		1,00	120	0,33	0,30	966,70	271,02	917,34	278,50	0,95	1,03
151		2,00	60	0,33	0,30	684,11	572,39	648,65	582,15	0,95	1,02
152		2,50	48	0,33	0,30	611,66	734,69	580,17	743,41	0,95	1,01
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	524,45	89,79	498,05	82,25	0,95	0,92
154		0,50	200	0,30	0,10	464,88	114,59	445,47	104,70	0,96	0,91
155		0,67	149	0,30	0,10	404,94	158,95	384,83	144,58	0,95	0,91
156		1,00	100	0,30	0,10	330,96	253,06	314,99	228,19	0,95	0,90
157		2,00	50	0,30	0,10	235,62	605,43	222,73	531,59	0,95	0,88
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	824,80	124,38	791,91	121,31	0,96	0,98
159		0,50	200	0,30	0,20	741,71	157,09	708,30	152,98	0,95	0,97
160		0,67	149	0,30	0,20	639,26	214,25	611,88	208,05	0,96	0,97
161		1,00	100	0,30	0,20	522,47	330,68	500,84	319,39	0,96	0,97
162		2,00	50	0,30	0,20	371,97	728,64	354,15	692,48	0,95	0,95
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1087,03	122,23	1038,26	125,25	0,96	1,02
164		0,50	200	0,30	0,30	967,20	153,91	928,64	157,50	0,96	1,02
165		0,67	149	0,30	0,30	842,50	208,80	802,23	213,19	0,95	1,02
166		1,00	100	0,30	0,30	688,58	319,12	656,65	324,39	0,95	1,02
167		2,00	50	0,30	0,30	485,05	684,33	464,32	686,33	0,96	1,00
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	623,46	89,79	597,66	82,25	0,96	0,92
169		0,60	200	0,30	0,10	561,02	114,58	534,56	104,70	0,95	0,91
170		0,80	150	0,30	0,10	485,82	158,04	462,95	143,77	0,95	0,91
171		1,20	100	0,30	0,10	397,17	253,06	377,99	228,19	0,95	0,90
172		2,40	50	0,30	0,10	283,89	605,43	267,28	531,59	0,94	0,88
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	997,65	124,37	950,29	121,31	0,95	0,98
174		0,60	200	0,30	0,20	889,16	157,09	849,96	152,98	0,96	0,97
175		0,80	150	0,30	0,20	769,98	213,10	736,09	206,96	0,96	0,97
176		1,20	100	0,30	0,20	629,47	330,67	601,01	319,39	0,95	0,97
177		2,40	50	0,30	0,20	445,63	728,64	424,98	692,48	0,95	0,95
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1305,11	122,22	1245,91	125,25	0,95	1,02
179		0,60	200	0,30	0,30	1163,18	153,90	1114,37	157,50	0,96	1,02
180		0,80	150	0,30	0,30	1007,27	207,71	965,08	212,09	0,96	1,02
181		1,20	100	0,30	0,30	823,47	319,12	787,98	324,39	0,96	1,02
182		2,40	50	0,30	0,30	582,97	684,32	557,19	686,33	0,96	1,00

Tabela D.4 - Resultados para seções analisadas (Dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 1					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	956,49	32,03	0,86	1,32	0,98	1,17
2		0,50	200	1,00	0,10	855,53	40,47	0,86	1,31	0,98	1,17
3		0,67	149	1,00	0,10	739,09	55,21	0,86	1,31	0,98	1,17
4		1,10	91	1,00	0,10	576,90	94,70	0,86	1,29	0,98	1,17
5		2,00	50	1,00	0,10	428,06	187,73	0,86	1,25	0,98	1,17
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1583,48	69,92	0,88	1,45	1,00	1,25
7		0,50	200	1,00	0,20	1416,31	87,77	0,88	1,45	1,00	1,25
8		0,67	149	1,00	0,20	1223,51	118,46	0,88	1,44	1,00	1,25
9		1,10	91	1,00	0,20	954,90	198,03	0,88	1,43	1,00	1,25
10		2,00	50	1,00	0,20	708,22	373,55	0,88	1,41	1,00	1,24
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2116,13	104,25	0,89	1,58	1,02	1,33
12		0,50	200	1,00	0,30	1892,73	130,65	0,90	1,58	1,02	1,33
13		0,67	149	1,00	0,30	1635,07	175,83	0,89	1,57	1,02	1,33
14		1,00	100	1,00	0,30	1338,37	264,65	0,89	1,57	1,02	1,33
15		2,00	50	1,00	0,30	946,39	542,68	0,90	1,55	1,02	1,32
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	905,75	37,77	0,88	1,30	0,98	1,18
17		0,50	200	0,90	0,10	810,14	47,73	0,88	1,29	0,98	1,18
18		0,67	149	0,90	0,10	699,89	65,16	0,87	1,29	0,98	1,17
19		1,00	100	0,90	0,10	572,96	100,72	0,87	1,28	0,98	1,17
20		2,00	50	0,90	0,10	405,42	222,60	0,87	1,24	0,99	1,17
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1497,32	81,11	0,89	1,44	1,01	1,26
22		0,50	200	0,90	0,20	1339,25	101,84	0,90	1,44	1,01	1,26
23		0,67	149	0,90	0,20	1156,94	137,50	0,90	1,43	1,01	1,26
24		1,00	100	0,90	0,20	947,01	208,22	0,89	1,43	1,01	1,26
25		2,00	50	0,90	0,20	669,70	434,63	0,90	1,40	1,01	1,26
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1998,73	119,41	0,91	1,59	1,02	1,36
27		0,50	200	0,90	0,30	1787,72	149,66	0,91	1,58	1,02	1,36
28		0,67	149	0,90	0,30	1544,36	201,47	0,91	1,58	1,02	1,36
29		1,00	100	0,90	0,30	1264,12	303,36	0,90	1,57	1,02	1,36
30		2,00	50	0,90	0,30	893,89	622,86	0,91	1,55	1,02	1,35
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	815,93	52,76	0,89	1,29	0,99	1,19
32		0,40	225	0,78	0,11	774,06	58,89	0,89	1,29	0,99	1,19
33		0,50	180	0,78	0,11	692,36	74,44	0,89	1,28	0,99	1,19
34		1,00	90	0,78	0,11	489,68	157,23	0,89	1,27	0,99	1,19
35		2,00	45	0,78	0,11	346,55	348,10	0,89	1,24	0,99	1,19
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1343,70	108,91	0,91	1,47	1,01	1,31
37		0,40	225	0,78	0,22	1274,75	121,23	0,91	1,47	1,01	1,31
38		0,60	150	0,78	0,22	1040,84	183,54	0,91	1,46	1,01	1,31
39		1,00	90	0,78	0,22	806,25	311,55	0,91	1,45	1,01	1,31
40		1,50	60	0,78	0,22	658,33	477,94	0,91	1,44	1,01	1,31
41		2,00	45	0,78	0,22	570,17	651,41	0,91	1,43	1,01	1,30
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1788,51	154,96	0,93	1,67	1,03	1,45
43		0,40	225	0,78	0,33	1696,73	172,37	0,93	1,67	1,03	1,45
44		0,60	150	0,78	0,33	1385,38	260,04	0,93	1,66	1,03	1,45
45		1,00	90	0,78	0,33	1073,12	438,33	0,92	1,65	1,03	1,44
46		1,50	60	0,78	0,33	876,21	666,76	0,93	1,64	1,03	1,44
47		2,00	45	0,78	0,33	758,84	901,36	0,92	1,63	1,03	1,44
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	852,03	44,98	0,89	1,28	0,99	1,18
49		0,50	200	0,80	0,10	762,10	56,88	0,89	1,27	0,99	1,18
50		0,67	149	0,80	0,10	658,39	77,71	0,89	1,27	0,99	1,18
51		1,00	100	0,80	0,10	539,00	120,31	0,88	1,26	0,99	1,18
52		2,00	50	0,80	0,10	381,47	267,00	0,88	1,23	0,99	1,18
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1406,08	94,90	0,91	1,43	1,01	1,28
54		0,50	200	0,80	0,20	1257,64	119,19	0,91	1,43	1,01	1,28
55		0,67	149	0,80	0,20	1086,45	160,99	0,91	1,43	1,01	1,28
56		1,00	100	0,80	0,20	889,31	243,98	0,91	1,42	1,01	1,28
57		2,00	50	0,80	0,20	628,91	510,45	0,91	1,40	1,01	1,27
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1874,46	137,74	0,92	1,60	1,02	1,39
59		0,50	200	0,80	0,30	1676,57	172,67	0,92	1,60	1,02	1,39

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.5 - Resultados para seções analisadas (Dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 1					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1448,34	232,51	0,92	1,59	1,02	1,39
61		1,00	100	0,80	0,30	1185,52	350,29	0,92	1,59	1,02	1,39
62		2,00	50	0,80	0,30	838,32	720,40	0,92	1,57	1,02	1,39
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	794,74	54,05	0,90	1,25	0,99	1,18
64		0,50	200	0,70	0,10	710,86	68,39	0,90	1,25	0,99	1,18
65		0,67	149	0,70	0,10	614,14	93,54	0,90	1,24	0,99	1,18
66		1,00	100	0,70	0,10	502,80	145,10	0,90	1,23	0,99	1,18
67		2,00	50	0,70	0,10	355,95	323,78	0,89	1,20	0,99	1,18
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1308,78	111,90	0,92	1,43	1,01	1,31
69		0,50	200	0,70	0,20	1170,61	140,58	0,92	1,43	1,01	1,30
70		0,67	149	0,70	0,20	1011,26	189,99	0,92	1,42	1,01	1,30
71		1,00	100	0,70	0,20	827,78	288,23	0,92	1,42	1,01	1,30
72		2,00	50	0,70	0,20	585,42	604,81	0,92	1,40	1,01	1,30
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1742,01	159,88	0,94	1,63	1,03	1,45
74		0,50	200	0,70	0,30	1558,11	200,47	0,93	1,63	1,03	1,44
75		0,67	149	0,70	0,30	1346,00	270,04	0,94	1,62	1,03	1,44
76		1,00	100	0,70	0,30	1101,76	407,13	0,94	1,62	1,03	1,44
77		2,00	50	0,70	0,30	779,10	839,05	0,94	1,60	1,03	1,44
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	733,07	65,26	0,91	1,21	1,00	1,18
79		0,50	200	0,60	0,10	655,71	82,65	0,92	1,21	1,00	1,18
80		0,67	149	0,60	0,10	566,51	113,19	0,91	1,21	1,00	1,18
81		1,00	100	0,60	0,10	463,84	176,07	0,91	1,20	1,00	1,18
82		2,00	50	0,60	0,10	328,52	395,72	0,91	1,18	1,00	1,18
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	836,22	79,53	0,92	1,26	1,00	1,21
84		0,50	200	0,60	0,12	747,96	100,44	0,93	1,25	1,00	1,21
85		0,67	149	0,60	0,12	646,18	136,95	0,92	1,25	1,00	1,21
86		1,00	100	0,60	0,12	529,01	211,25	0,92	1,24	1,00	1,21
87		2,00	50	0,60	0,12	374,43	464,34	0,92	1,22	1,00	1,21
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1117,48	120,08	0,93	1,39	1,02	1,31
89		0,50	200	0,60	0,18	999,51	151,03	0,93	1,38	1,02	1,31
90		0,67	149	0,60	0,18	863,46	204,51	0,94	1,38	1,02	1,31
91		1,00	100	0,60	0,18	706,81	311,44	0,93	1,37	1,02	1,30
92		2,00	50	0,60	0,18	499,94	660,54	0,94	1,35	1,02	1,30
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1204,05	132,57	0,94	1,43	1,02	1,34
94		0,50	200	0,60	0,20	1076,94	166,62	0,94	1,43	1,02	1,34
95		0,67	149	0,60	0,20	930,35	225,35	0,94	1,43	1,02	1,34
96		1,00	100	0,60	0,20	761,56	342,34	0,94	1,42	1,02	1,34
97		2,00	50	0,60	0,20	538,62	721,19	0,94	1,40	1,02	1,33
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1599,63	186,20	0,95	1,68	1,03	1,52
99		0,50	200	0,60	0,30	1430,75	233,54	0,95	1,67	1,03	1,52
100		0,67	149	0,60	0,30	1235,99	314,74	0,95	1,67	1,03	1,52
101		1,00	100	0,60	0,30	1011,71	474,99	0,95	1,66	1,03	1,52
102		2,00	50	0,60	0,30	715,44	981,69	0,95	1,64	1,03	1,51
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	665,85	78,34	0,93	1,17	1,00	1,18
104		0,50	200	0,50	0,10	595,60	99,33	0,93	1,17	1,00	1,18
105		0,67	149	0,50	0,10	514,60	136,33	0,93	1,17	1,00	1,18
106		1,00	100	0,50	0,10	421,40	212,84	0,93	1,16	1,00	1,18
107		2,00	50	0,50	0,10	298,68	483,26	0,93	1,14	1,00	1,19
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	889,76	119,42	0,95	1,31	1,01	1,28
109		0,50	200	0,50	0,15	795,84	150,57	0,94	1,30	1,01	1,28
110		0,67	149	0,50	0,15	687,54	204,70	0,94	1,30	1,01	1,28
111		1,00	100	0,50	0,15	562,85	314,07	0,94	1,29	1,01	1,28
112		2,00	50	0,50	0,15	398,29	680,35	0,94	1,27	1,02	1,28
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1089,98	156,55	0,95	1,44	1,02	1,39
114		0,50	200	0,50	0,20	974,91	196,88	0,95	1,44	1,02	1,39
115		0,67	149	0,50	0,20	842,22	266,54	0,95	1,44	1,02	1,39
116		1,00	100	0,50	0,20	689,42	405,71	0,95	1,43	1,02	1,39
117		2,00	50	0,50	0,20	487,66	859,50	0,95	1,41	1,02	1,38
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1444,80	215,99	0,96	1,76	1,04	1,63
119		0,50	200	0,50	0,30	1292,27	271,01	0,97	1,76	1,04	1,63
120		0,67	149	0,50	0,30	1116,36	365,51	0,96	1,75	1,04	1,63
121		1,00	100	0,50	0,30	913,80	552,37	0,96	1,75	1,04	1,63
122		2,00	50	0,50	0,30	646,22	1146,24	0,96	1,72	1,04	1,62

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.6 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 1					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	591,30	91,25	0,95	1,13	1,01	1,18
124		0,50	200	0,40	0,10	528,94	115,91	0,95	1,13	1,01	1,18
125		0,67	149	0,40	0,10	457,05	159,57	0,95	1,12	1,01	1,18
126		1,00	100	0,40	0,10	374,37	250,55	0,95	1,12	1,01	1,18
127		2,00	50	0,40	0,10	265,73	577,63	0,95	1,10	1,01	1,19
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	963,64	180,73	0,98	1,48	1,03	1,47
129		0,50	200	0,40	0,20	861,92	227,50	0,97	1,48	1,03	1,47
130		0,67	149	0,40	0,20	744,61	308,48	0,97	1,48	1,03	1,47
131		1,00	100	0,40	0,20	609,55	470,96	0,97	1,47	1,03	1,47
132		2,00	50	0,40	0,20	431,25	1006,25	0,97	1,45	1,03	1,47
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1273,82	245,21	0,98	1,90	1,04	1,81
134		0,50	200	0,40	0,30	1139,35	307,88	0,98	1,90	1,04	1,81
135		0,67	149	0,40	0,30	984,26	415,70	0,98	1,90	1,04	1,81
136		1,00	100	0,40	0,30	805,68	629,55	0,98	1,89	1,04	1,81
137		2,00	50	0,40	0,30	569,80	1314,43	0,98	1,86	1,04	1,80
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	565,13	79,47	0,96	1,04	1,01	1,13
139		0,50	240	0,33	0,08	553,73	83,10	0,96	1,04	1,01	1,13
140		1,00	120	0,33	0,08	392,19	182,04	0,96	1,03	1,01	1,14
141		2,00	60	0,33	0,08	279,13	429,43	0,95	1,02	1,02	1,16
142		2,50	48	0,33	0,08	250,85	578,83	0,95	1,02	1,02	1,17
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1074,22	199,18	0,98	1,57	1,03	1,59
144		0,50	240	0,33	0,21	1052,52	207,75	0,99	1,57	1,03	1,59
145		1,00	120	0,33	0,21	744,34	428,76	0,99	1,56	1,03	1,59
146		2,00	60	0,33	0,21	526,59	910,98	0,98	1,54	1,04	1,59
147		2,50	48	0,33	0,21	471,18	1172,40	0,98	1,53	1,04	1,59
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1377,68	258,78	0,99	2,05	1,04	1,98
149		0,50	240	0,33	0,30	1349,85	269,79	0,99	2,05	1,04	1,98
150		1,00	120	0,33	0,30	954,53	551,20	0,99	2,03	1,04	1,98
151		2,00	60	0,33	0,30	675,08	1149,09	0,99	2,01	1,04	1,97
152		2,50	48	0,33	0,30	603,90	1465,67	0,99	1,99	1,04	1,97
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	506,43	97,83	0,97	1,09	1,02	1,19
154		0,50	200	0,30	0,10	453,06	124,68	0,97	1,09	1,02	1,19
155		0,67	149	0,30	0,10	391,57	172,53	0,97	1,09	1,02	1,19
156		1,00	100	0,30	0,10	320,93	273,50	0,97	1,08	1,02	1,20
157		2,00	50	0,30	0,10	228,52	646,74	0,97	1,07	1,03	1,22
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	820,29	194,94	0,99	1,57	1,04	1,61
159		0,50	200	0,30	0,20	733,71	245,79	0,99	1,56	1,04	1,61
160		0,67	149	0,30	0,20	633,87	334,18	0,99	1,56	1,04	1,61
161		1,00	100	0,30	0,20	518,95	512,80	0,99	1,55	1,04	1,61
162		2,00	50	0,30	0,20	367,33	1111,47	0,99	1,53	1,04	1,61
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1080,72	261,35	0,99	2,14	1,04	2,09
164		0,50	200	0,30	0,30	966,64	328,53	1,00	2,13	1,04	2,09
165		0,67	149	0,30	0,30	835,07	444,42	0,99	2,13	1,04	2,08
166		1,00	100	0,30	0,30	683,58	675,49	0,99	2,12	1,04	2,08
167		2,00	50	0,30	0,30	483,53	1425,13	1,00	2,08	1,04	2,08
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	607,71	97,83	0,97	1,09	1,02	1,19
169		0,60	200	0,30	0,10	543,67	124,68	0,97	1,09	1,02	1,19
170		0,80	150	0,30	0,10	471,05	171,56	0,97	1,09	1,02	1,19
171		1,20	100	0,30	0,10	385,12	273,50	0,97	1,08	1,02	1,20
172		2,40	50	0,30	0,10	274,22	646,74	0,97	1,07	1,03	1,22
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	984,35	194,94	0,99	1,57	1,04	1,61
174		0,60	200	0,30	0,20	880,45	245,79	0,99	1,56	1,04	1,61
175		0,80	150	0,30	0,20	762,55	332,42	0,99	1,56	1,04	1,61
176		1,20	100	0,30	0,20	622,74	512,80	0,99	1,55	1,04	1,61
177		2,40	50	0,30	0,20	440,80	1111,47	0,99	1,53	1,04	1,61
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1296,87	261,35	0,99	2,14	1,04	2,09
179		0,60	200	0,30	0,30	1159,97	328,53	1,00	2,13	1,04	2,09
180		0,80	150	0,30	0,30	1004,58	442,13	1,00	2,13	1,04	2,08
181		1,20	100	0,30	0,30	820,29	675,49	1,00	2,12	1,04	2,08
182		2,40	50	0,30	0,30	580,23	1425,13	1,00	2,08	1,04	2,08

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.7 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 2					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	932,08	30,36	0,84	1,25	0,96	1,11
2		0,50	200	1,00	0,10	833,70	38,38	0,84	1,25	0,96	1,11
3		0,67	149	1,00	0,10	720,23	52,40	0,84	1,24	0,96	1,11
4		1,10	91	1,00	0,10	562,19	90,09	0,84	1,23	0,96	1,11
5		2,00	50	1,00	0,10	417,17	179,28	0,83	1,20	0,96	1,12
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1515,78	63,23	0,84	1,31	0,96	1,13
7		0,50	200	1,00	0,20	1355,76	79,40	0,84	1,31	0,96	1,13
8		0,67	149	1,00	0,20	1171,20	107,24	0,85	1,31	0,96	1,13
9		1,10	91	1,00	0,20	914,08	179,56	0,85	1,30	0,96	1,13
10		2,00	50	1,00	0,20	677,95	339,76	0,85	1,28	0,96	1,13
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2000,27	90,27	0,85	1,37	0,96	1,15
12		0,50	200	1,00	0,30	1789,10	113,16	0,85	1,36	0,96	1,15
13		0,67	149	1,00	0,30	1545,55	152,37	0,85	1,36	0,96	1,15
14		1,00	100	1,00	0,30	1265,09	229,56	0,85	1,36	0,96	1,15
15		2,00	50	1,00	0,30	894,58	472,07	0,85	1,35	0,96	1,15
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	880,60	35,58	0,85	1,22	0,96	1,11
17		0,50	200	0,90	0,10	787,65	45,00	0,85	1,22	0,96	1,11
18		0,67	149	0,90	0,10	680,46	61,49	0,85	1,22	0,96	1,11
19		1,00	100	0,90	0,10	557,06	95,22	0,85	1,21	0,96	1,11
20		2,00	50	0,90	0,10	394,21	211,49	0,85	1,18	0,96	1,11
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1428,75	72,48	0,85	1,29	0,96	1,13
22		0,50	200	0,90	0,20	1277,92	91,04	0,86	1,29	0,96	1,13
23		0,67	149	0,90	0,20	1103,96	123,01	0,86	1,28	0,96	1,13
24		1,00	100	0,90	0,20	903,65	186,53	0,85	1,28	0,96	1,13
25		2,00	50	0,90	0,20	639,05	390,89	0,86	1,26	0,96	1,13
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1882,97	101,50	0,86	1,35	0,96	1,15
27		0,50	200	0,90	0,30	1684,18	127,26	0,86	1,35	0,96	1,15
28		0,67	149	0,90	0,30	1454,91	171,41	0,86	1,34	0,96	1,15
29		1,00	100	0,90	0,30	1190,91	258,38	0,85	1,34	0,96	1,15
30		2,00	50	0,90	0,30	842,13	532,22	0,85	1,33	0,96	1,15
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	788,43	48,85	0,86	1,19	0,96	1,10
32		0,40	225	0,78	0,11	747,98	54,54	0,86	1,19	0,96	1,10
33		0,50	180	0,78	0,11	669,04	68,99	0,86	1,19	0,96	1,10
34		1,00	90	0,78	0,11	473,20	146,25	0,86	1,18	0,96	1,11
35		2,00	45	0,78	0,11	334,93	325,78	0,86	1,16	0,96	1,11
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1272,11	94,09	0,87	1,27	0,96	1,13
37		0,40	225	0,78	0,22	1206,83	104,76	0,86	1,27	0,96	1,13
38		0,60	150	0,78	0,22	985,38	158,77	0,86	1,27	0,96	1,13
39		1,00	90	0,78	0,22	763,30	270,05	0,87	1,26	0,96	1,13
40		1,50	60	0,78	0,22	623,27	415,29	0,87	1,25	0,96	1,13
41		2,00	45	0,78	0,22	539,81	567,35	0,86	1,25	0,96	1,14
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1671,84	124,98	0,87	1,35	0,96	1,17
43		0,40	225	0,78	0,33	1586,04	139,05	0,87	1,35	0,96	1,17
44		0,60	150	0,78	0,33	1295,00	209,94	0,86	1,34	0,96	1,17
45		1,00	90	0,78	0,33	1003,12	354,44	0,86	1,34	0,96	1,17
46		1,50	60	0,78	0,33	819,06	540,20	0,87	1,33	0,96	1,17
47		2,00	45	0,78	0,33	709,34	731,66	0,86	1,33	0,96	1,17
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	826,09	42,04	0,86	1,19	0,96	1,10
49		0,50	200	0,80	0,10	738,90	53,20	0,86	1,19	0,96	1,10
50		0,67	149	0,80	0,10	638,35	72,77	0,86	1,19	0,96	1,10
51		1,00	100	0,80	0,10	522,61	112,90	0,86	1,18	0,96	1,10
52		2,00	50	0,80	0,10	369,91	251,97	0,85	1,16	0,96	1,11
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1336,80	83,46	0,86	1,26	0,96	1,13
54		0,50	200	0,80	0,20	1195,67	104,87	0,86	1,26	0,96	1,13
55		0,67	149	0,80	0,20	1032,91	141,76	0,86	1,26	0,96	1,13
56		1,00	100	0,80	0,20	845,50	215,18	0,87	1,25	0,96	1,13
57		2,00	50	0,80	0,20	597,95	452,21	0,86	1,24	0,96	1,13
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1759,36	114,22	0,86	1,33	0,96	1,16
59		0,50	200	0,80	0,30	1573,62	143,24	0,86	1,33	0,96	1,16

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.8 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 2					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1359,41	193,00	0,86	1,32	0,96	1,16
61		1,00	100	0,80	0,30	1112,73	291,13	0,86	1,32	0,96	1,16
62		2,00	50	0,80	0,30	786,86	600,88	0,86	1,31	0,96	1,16
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	767,96	49,98	0,87	1,15	0,96	1,09
64		0,50	200	0,70	0,10	686,91	63,29	0,87	1,15	0,96	1,09
65		0,67	149	0,70	0,10	593,46	86,68	0,87	1,15	0,96	1,09
66		1,00	100	0,70	0,10	485,88	134,79	0,87	1,14	0,96	1,10
67		2,00	50	0,70	0,10	344,03	302,76	0,86	1,13	0,96	1,10
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1239,04	96,25	0,87	1,23	0,96	1,12
69		0,50	200	0,70	0,20	1108,24	120,99	0,87	1,23	0,96	1,12
70		0,67	149	0,70	0,20	957,39	163,67	0,87	1,23	0,96	1,12
71		1,00	100	0,70	0,20	783,68	248,75	0,87	1,22	0,96	1,12
72		2,00	50	0,70	0,20	554,26	524,66	0,87	1,21	0,96	1,13
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1628,38	128,06	0,87	1,30	0,96	1,16
74		0,50	200	0,70	0,30	1456,47	160,64	0,87	1,30	0,96	1,16
75		0,67	149	0,70	0,30	1258,20	216,55	0,88	1,30	0,96	1,16
76		1,00	100	0,70	0,30	1029,90	326,95	0,88	1,30	0,96	1,16
77		2,00	50	0,70	0,30	728,29	676,61	0,88	1,29	0,96	1,16
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	705,44	59,42	0,88	1,11	0,96	1,07
79		0,50	200	0,60	0,10	631,00	75,33	0,88	1,10	0,96	1,08
80		0,67	149	0,60	0,10	545,17	103,34	0,88	1,10	0,96	1,08
81		1,00	100	0,60	0,10	446,39	161,21	0,88	1,10	0,96	1,08
82		2,00	50	0,60	0,10	316,24	365,18	0,88	1,09	0,96	1,09
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	800,48	71,09	0,88	1,12	0,96	1,08
84		0,50	200	0,60	0,12	715,99	89,87	0,89	1,12	0,96	1,08
85		0,67	149	0,60	0,12	618,57	122,72	0,88	1,12	0,96	1,08
86		1,00	100	0,60	0,12	506,43	189,83	0,88	1,12	0,96	1,09
87		2,00	50	0,60	0,12	358,51	420,38	0,88	1,11	0,96	1,10
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1056,30	101,78	0,88	1,18	0,96	1,11
89		0,50	200	0,60	0,18	944,79	128,11	0,88	1,17	0,96	1,11
90		0,67	149	0,60	0,18	816,20	173,69	0,89	1,17	0,96	1,11
91		1,00	100	0,60	0,18	668,13	265,09	0,88	1,17	0,96	1,11
92		2,00	50	0,60	0,18	472,62	565,86	0,89	1,16	0,96	1,11
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1134,32	110,42	0,88	1,19	0,96	1,12
94		0,50	200	0,60	0,20	1014,57	138,88	0,88	1,19	0,96	1,12
95		0,67	149	0,60	0,20	876,47	188,03	0,88	1,19	0,96	1,12
96		1,00	100	0,60	0,20	717,46	286,27	0,88	1,19	0,96	1,12
97		2,00	50	0,60	0,20	507,47	606,74	0,88	1,18	0,96	1,12
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1488,62	141,85	0,88	1,28	0,96	1,16
99		0,50	200	0,60	0,30	1331,47	178,01	0,88	1,28	0,96	1,16
100		0,67	149	0,60	0,30	1150,22	240,12	0,88	1,27	0,96	1,16
101		1,00	100	0,60	0,30	941,51	362,97	0,88	1,27	0,96	1,16
102		2,00	50	0,60	0,30	665,81	753,79	0,88	1,26	0,96	1,16
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	637,40	69,70	0,89	1,04	0,96	1,05
104		0,50	200	0,50	0,10	570,16	88,49	0,89	1,04	0,96	1,05
105		0,67	149	0,50	0,10	492,63	121,68	0,89	1,04	0,96	1,05
106		1,00	100	0,50	0,10	403,45	190,68	0,89	1,04	0,96	1,06
107		2,00	50	0,50	0,10	286,08	437,13	0,89	1,03	0,96	1,07
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	841,05	100,27	0,89	1,10	0,96	1,08
109		0,50	200	0,50	0,15	752,28	126,54	0,89	1,10	0,96	1,08
110		0,67	149	0,50	0,15	649,91	172,32	0,89	1,09	0,96	1,08
111		1,00	100	0,50	0,15	532,07	265,21	0,89	1,09	0,96	1,08
112		2,00	50	0,50	0,15	376,58	579,36	0,89	1,08	0,96	1,09
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1021,01	124,18	0,89	1,15	0,96	1,10
114		0,50	200	0,50	0,20	913,23	156,30	0,89	1,15	0,96	1,10
115		0,67	149	0,50	0,20	788,93	211,89	0,89	1,14	0,96	1,10
116		1,00	100	0,50	0,20	645,82	323,38	0,89	1,14	0,96	1,11
117		2,00	50	0,50	0,20	456,86	690,14	0,89	1,13	0,96	1,11
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1338,18	152,73	0,89	1,25	0,96	1,16
119		0,50	200	0,50	0,30	1196,91	191,76	0,89	1,24	0,96	1,16
120		0,67	149	0,50	0,30	1033,98	258,90	0,89	1,24	0,96	1,16
121		1,00	100	0,50	0,30	846,37	392,04	0,89	1,24	0,96	1,16
122		2,00	50	0,50	0,30	598,56	818,22	0,89	1,23	0,96	1,16

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.9 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 2					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	562,19	78,30	0,90	0,97	0,96	1,01
124		0,50	200	0,40	0,10	502,91	99,62	0,91	0,97	0,96	1,01
125		0,67	149	0,40	0,10	434,58	137,50	0,90	0,97	0,96	1,02
126		1,00	100	0,40	0,10	356,03	216,94	0,91	0,97	0,96	1,03
127		2,00	50	0,40	0,10	252,92	506,34	0,90	0,97	0,96	1,05
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	896,78	132,88	0,91	1,09	0,96	1,08
129		0,50	200	0,40	0,20	802,12	167,45	0,90	1,09	0,96	1,08
130		0,67	149	0,40	0,20	692,96	227,45	0,90	1,09	0,96	1,09
131		1,00	100	0,40	0,20	567,29	348,40	0,90	1,09	0,96	1,09
132		2,00	50	0,40	0,20	401,42	751,30	0,90	1,08	0,96	1,10
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1174,25	155,09	0,90	1,20	0,96	1,15
134		0,50	200	0,40	0,30	1050,29	194,88	0,90	1,20	0,96	1,15
135		0,67	149	0,40	0,30	907,33	263,46	0,90	1,20	0,96	1,15
136		1,00	100	0,40	0,30	742,71	399,99	0,90	1,20	0,96	1,15
137		2,00	50	0,40	0,30	525,31	841,09	0,90	1,19	0,96	1,15
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	537,34	68,07	0,91	0,89	0,96	0,97
139		0,50	240	0,33	0,08	526,51	71,20	0,91	0,89	0,96	0,97
140		1,00	120	0,33	0,08	373,05	157,32	0,91	0,89	0,96	0,98
141		2,00	60	0,33	0,08	265,88	376,36	0,91	0,90	0,97	1,01
142		2,50	48	0,33	0,08	239,19	510,25	0,91	0,90	0,97	1,03
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	993,99	134,16	0,91	1,06	0,96	1,07
144		0,50	240	0,33	0,21	973,91	139,96	0,91	1,06	0,96	1,07
145		1,00	120	0,33	0,21	688,78	290,31	0,91	1,06	0,96	1,08
146		2,00	60	0,33	0,21	487,38	622,58	0,91	1,05	0,96	1,08
147		2,50	48	0,33	0,21	436,15	804,67	0,91	1,05	0,96	1,09
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1266,49	147,88	0,91	1,17	0,96	1,13
149		0,50	240	0,33	0,30	1240,91	154,20	0,91	1,17	0,96	1,13
150		1,00	120	0,33	0,30	877,51	316,24	0,91	1,17	0,96	1,14
151		2,00	60	0,33	0,30	620,66	663,97	0,91	1,16	0,96	1,14
152		2,50	48	0,33	0,30	555,24	849,75	0,91	1,16	0,96	1,14
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	477,15	79,31	0,91	0,88	0,96	0,96
154		0,50	200	0,30	0,10	426,89	101,30	0,92	0,88	0,96	0,97
155		0,67	149	0,30	0,10	369,00	140,69	0,91	0,89	0,96	0,97
156		1,00	100	0,30	0,10	302,53	224,52	0,91	0,89	0,96	0,98
157		2,00	50	0,30	0,10	215,81	539,96	0,92	0,89	0,97	1,02
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	757,94	127,65	0,92	1,03	0,96	1,05
159		0,50	200	0,30	0,20	677,95	161,18	0,91	1,03	0,96	1,05
160		0,67	149	0,30	0,20	585,72	219,66	0,92	1,03	0,96	1,06
161		1,00	100	0,30	0,20	479,56	338,58	0,92	1,02	0,96	1,06
162		2,00	50	0,30	0,20	339,58	742,88	0,91	1,02	0,96	1,07
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	992,44	140,74	0,91	1,15	0,96	1,12
164		0,50	200	0,30	0,30	887,67	177,09	0,92	1,15	0,96	1,12
165		0,67	149	0,30	0,30	766,86	239,98	0,91	1,15	0,96	1,13
166		1,00	100	0,30	0,30	627,76	365,92	0,91	1,15	0,96	1,13
167		2,00	50	0,30	0,30	444,11	779,11	0,92	1,14	0,96	1,14
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	572,57	79,31	0,92	0,88	0,96	0,96
169		0,60	200	0,30	0,10	512,26	101,30	0,91	0,88	0,96	0,97
170		0,80	150	0,30	0,10	443,89	139,89	0,91	0,89	0,96	0,97
171		1,20	100	0,30	0,10	363,04	224,52	0,91	0,89	0,96	0,98
172		2,40	50	0,30	0,10	258,98	539,96	0,91	0,89	0,97	1,02
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	909,53	127,65	0,91	1,03	0,96	1,05
174		0,60	200	0,30	0,20	813,55	161,18	0,91	1,03	0,96	1,05
175		0,80	150	0,30	0,20	704,62	218,50	0,92	1,03	0,96	1,06
176		1,20	100	0,30	0,20	575,47	338,58	0,91	1,02	0,96	1,06
177		2,40	50	0,30	0,20	407,49	742,88	0,91	1,02	0,96	1,07
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1190,92	140,74	0,91	1,15	0,96	1,12
179		0,60	200	0,30	0,30	1065,21	177,09	0,92	1,15	0,96	1,12
180		0,80	150	0,30	0,30	922,53	238,73	0,92	1,15	0,96	1,13
181		1,20	100	0,30	0,30	753,31	365,92	0,91	1,15	0,96	1,13
182		2,40	50	0,30	0,30	532,93	779,11	0,91	1,14	0,96	1,14

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.10 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 3					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	939,69	30,73	0,85	1,26	0,96	1,13
2		0,50	200	1,00	0,10	840,50	38,83	0,85	1,26	0,96	1,13
3		0,67	149	1,00	0,10	726,11	53,01	0,85	1,25	0,96	1,13
4		1,10	91	1,00	0,10	566,78	91,06	0,85	1,24	0,96	1,13
5		2,00	50	1,00	0,10	420,57	181,00	0,84	1,21	0,97	1,13
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1533,37	63,86	0,85	1,32	0,97	1,14
7		0,50	200	1,00	0,20	1371,49	80,19	0,85	1,32	0,97	1,14
8		0,67	149	1,00	0,20	1184,79	108,29	0,86	1,32	0,97	1,14
9		1,10	91	1,00	0,20	924,68	181,23	0,86	1,31	0,97	1,14
10		2,00	50	1,00	0,20	685,82	342,65	0,86	1,29	0,97	1,14
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2026,38	90,16	0,86	1,36	0,97	1,15
12		0,50	200	1,00	0,30	1812,46	113,02	0,86	1,36	0,97	1,15
13		0,67	149	1,00	0,30	1565,73	152,16	0,86	1,36	0,97	1,15
14		1,00	100	1,00	0,30	1281,61	229,18	0,86	1,36	0,97	1,15
15		2,00	50	1,00	0,30	906,26	470,99	0,86	1,34	0,97	1,15
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	888,00	35,98	0,86	1,24	0,97	1,12
17		0,50	200	0,90	0,10	794,27	45,49	0,86	1,23	0,97	1,12
18		0,67	149	0,90	0,10	686,18	62,14	0,86	1,23	0,97	1,12
19		1,00	100	0,90	0,10	561,74	96,18	0,86	1,22	0,97	1,12
20		2,00	50	0,90	0,10	397,51	213,30	0,85	1,19	0,97	1,12
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1445,35	72,93	0,86	1,29	0,97	1,14
22		0,50	200	0,90	0,20	1292,76	91,61	0,87	1,29	0,97	1,14
23		0,67	149	0,90	0,20	1116,79	123,75	0,87	1,29	0,97	1,14
24		1,00	100	0,90	0,20	914,15	187,59	0,86	1,29	0,97	1,14
25		2,00	50	0,90	0,20	646,47	392,71	0,87	1,27	0,97	1,14
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1907,10	100,66	0,87	1,34	0,97	1,14
27		0,50	200	0,90	0,30	1705,76	126,20	0,87	1,34	0,97	1,14
28		0,67	149	0,90	0,30	1473,56	169,96	0,87	1,33	0,97	1,14
29		1,00	100	0,90	0,30	1206,17	256,14	0,86	1,33	0,97	1,14
30		2,00	50	0,90	0,30	852,92	527,21	0,87	1,32	0,97	1,14
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	795,67	49,28	0,87	1,20	0,97	1,11
32		0,40	225	0,78	0,11	754,85	55,02	0,87	1,20	0,97	1,11
33		0,50	180	0,78	0,11	675,18	69,59	0,87	1,20	0,97	1,11
34		1,00	90	0,78	0,11	477,54	147,36	0,87	1,19	0,97	1,11
35		2,00	45	0,78	0,11	337,99	327,71	0,87	1,16	0,97	1,12
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1287,16	93,71	0,88	1,26	0,97	1,13
37		0,40	225	0,78	0,22	1221,11	104,33	0,87	1,26	0,97	1,13
38		0,60	150	0,78	0,22	997,04	158,08	0,87	1,26	0,97	1,13
39		1,00	90	0,78	0,22	772,33	268,75	0,88	1,25	0,97	1,13
40		1,50	60	0,78	0,22	630,64	413,07	0,88	1,25	0,97	1,13
41		2,00	45	0,78	0,22	546,19	564,02	0,87	1,24	0,97	1,13
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1692,61	121,55	0,88	1,31	0,97	1,14
43		0,40	225	0,78	0,33	1605,75	135,23	0,88	1,31	0,97	1,14
44		0,60	150	0,78	0,33	1311,09	204,14	0,88	1,31	0,97	1,14
45		1,00	90	0,78	0,33	1015,58	344,55	0,87	1,30	0,97	1,13
46		1,50	60	0,78	0,33	829,23	524,92	0,88	1,29	0,97	1,13
47		2,00	45	0,78	0,33	718,16	710,70	0,87	1,29	0,97	1,13
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	833,22	42,45	0,87	1,20	0,97	1,11
49		0,50	200	0,80	0,10	745,28	53,70	0,87	1,20	0,97	1,11
50		0,67	149	0,80	0,10	643,86	73,43	0,87	1,20	0,97	1,11
51		1,00	100	0,80	0,10	527,12	113,86	0,86	1,19	0,97	1,11
52		2,00	50	0,80	0,10	373,09	253,72	0,86	1,16	0,97	1,12
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1352,25	83,55	0,87	1,26	0,97	1,13
54		0,50	200	0,80	0,20	1209,50	104,97	0,87	1,26	0,97	1,13
55		0,67	149	0,80	0,20	1044,86	141,87	0,87	1,26	0,97	1,13
56		1,00	100	0,80	0,20	855,27	215,27	0,88	1,25	0,97	1,13
57		2,00	50	0,80	0,20	604,85	451,91	0,87	1,24	0,97	1,13
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1781,28	112,23	0,87	1,30	0,97	1,14
59		0,50	200	0,80	0,30	1593,23	140,73	0,87	1,30	0,97	1,14

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.11 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 3					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1376,34	189,59	0,87	1,30	0,97	1,14
61		1,00	100	0,80	0,30	1126,60	285,92	0,87	1,30	0,97	1,14
62		2,00	50	0,80	0,30	796,66	589,70	0,87	1,28	0,97	1,14
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	774,77	50,34	0,88	1,16	0,97	1,10
64		0,50	200	0,70	0,10	693,00	63,73	0,88	1,16	0,97	1,10
65		0,67	149	0,70	0,10	598,71	87,25	0,88	1,16	0,97	1,10
66		1,00	100	0,70	0,10	490,18	135,60	0,87	1,15	0,97	1,10
67		2,00	50	0,70	0,10	347,06	304,05	0,87	1,13	0,97	1,11
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1253,17	95,65	0,88	1,22	0,97	1,12
69		0,50	200	0,70	0,20	1120,88	120,22	0,88	1,22	0,97	1,12
70		0,67	149	0,70	0,20	968,30	162,58	0,88	1,22	0,97	1,12
71		1,00	100	0,70	0,20	792,62	247,01	0,88	1,21	0,97	1,12
72		2,00	50	0,70	0,20	560,57	520,40	0,88	1,20	0,97	1,12
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1647,84	124,33	0,89	1,27	0,97	1,12
74		0,50	200	0,70	0,30	1473,88	155,94	0,88	1,26	0,97	1,12
75		0,67	149	0,70	0,30	1273,24	210,19	0,89	1,26	0,97	1,12
76		1,00	100	0,70	0,30	1042,20	317,26	0,89	1,26	0,97	1,12
77		2,00	50	0,70	0,30	737,00	656,05	0,89	1,25	0,97	1,12
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	711,83	59,62	0,88	1,11	0,97	1,08
79		0,50	200	0,60	0,10	636,71	75,56	0,89	1,11	0,97	1,08
80		0,67	149	0,60	0,10	550,10	103,61	0,89	1,11	0,97	1,08
81		1,00	100	0,60	0,10	450,43	161,52	0,89	1,10	0,97	1,08
82		2,00	50	0,60	0,10	319,08	365,20	0,88	1,09	0,97	1,09
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	808,28	71,13	0,89	1,12	0,97	1,08
84		0,50	200	0,60	0,12	722,98	89,90	0,90	1,12	0,97	1,08
85		0,67	149	0,60	0,12	624,60	122,71	0,89	1,12	0,97	1,08
86		1,00	100	0,60	0,12	511,36	189,70	0,89	1,12	0,97	1,09
87		2,00	50	0,60	0,12	361,98	419,37	0,89	1,10	0,97	1,09
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1067,82	100,60	0,89	1,16	0,97	1,09
89		0,50	200	0,60	0,18	955,10	126,60	0,88	1,16	0,97	1,09
90		0,67	149	0,60	0,18	825,10	171,60	0,90	1,16	0,97	1,09
91		1,00	100	0,60	0,18	675,42	261,79	0,89	1,15	0,97	1,10
92		2,00	50	0,60	0,18	477,77	558,08	0,90	1,14	0,97	1,10
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1146,91	108,60	0,89	1,17	0,97	1,10
94		0,50	200	0,60	0,20	1025,83	136,56	0,89	1,17	0,97	1,10
95		0,67	149	0,60	0,20	886,20	184,86	0,89	1,17	0,97	1,10
96		1,00	100	0,60	0,20	725,42	281,32	0,89	1,17	0,97	1,10
97		2,00	50	0,60	0,20	513,09	595,56	0,89	1,15	0,97	1,10
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1505,36	135,65	0,89	1,22	0,97	1,11
99		0,50	200	0,60	0,30	1346,44	170,21	0,89	1,22	0,97	1,11
100		0,67	149	0,60	0,30	1163,16	229,56	0,89	1,22	0,97	1,11
101		1,00	100	0,60	0,30	952,10	346,91	0,89	1,22	0,97	1,11
102		2,00	50	0,60	0,30	673,30	719,88	0,89	1,20	0,97	1,11
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	643,25	69,50	0,90	1,04	0,97	1,05
104		0,50	200	0,50	0,10	575,39	88,21	0,90	1,04	0,97	1,05
105		0,67	149	0,50	0,10	497,15	121,25	0,90	1,04	0,97	1,05
106		1,00	100	0,50	0,10	407,14	189,85	0,90	1,04	0,97	1,05
107		2,00	50	0,50	0,10	288,67	434,33	0,89	1,03	0,97	1,07
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	849,68	98,73	0,90	1,08	0,97	1,06
109		0,50	200	0,50	0,15	759,99	124,58	0,90	1,08	0,97	1,06
110		0,67	149	0,50	0,15	656,57	169,60	0,90	1,08	0,97	1,06
111		1,00	100	0,50	0,15	537,52	260,87	0,90	1,07	0,97	1,06
112		2,00	50	0,50	0,15	380,42	568,98	0,90	1,06	0,97	1,07
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1031,80	120,44	0,90	1,11	0,97	1,07
114		0,50	200	0,50	0,20	922,89	151,57	0,90	1,11	0,97	1,07
115		0,67	149	0,50	0,20	797,27	205,43	0,90	1,11	0,97	1,07
116		1,00	100	0,50	0,20	652,65	313,38	0,90	1,11	0,97	1,07
117		2,00	50	0,50	0,20	461,68	667,97	0,90	1,10	0,97	1,08
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1351,93	143,46	0,90	1,17	0,97	1,09
119		0,50	200	0,50	0,30	1209,20	180,11	0,90	1,17	0,97	1,09
120		0,67	149	0,50	0,30	1044,60	243,13	0,90	1,17	0,97	1,09
121		1,00	100	0,50	0,30	855,07	368,05	0,90	1,16	0,97	1,09
122		2,00	50	0,50	0,30	604,71	767,54	0,90	1,15	0,97	1,09

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.12 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 3					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	567,34	77,36	0,91	0,96	0,97	1,00
124		0,50	200	0,40	0,10	507,52	98,40	0,91	0,96	0,97	1,00
125		0,67	149	0,40	0,10	438,56	135,75	0,91	0,95	0,97	1,01
126		1,00	100	0,40	0,10	359,27	213,98	0,91	0,95	0,97	1,01
127		2,00	50	0,40	0,10	255,18	498,30	0,91	0,95	0,97	1,03
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	905,49	126,70	0,92	1,04	0,97	1,03
129		0,50	200	0,40	0,20	809,91	159,63	0,91	1,04	0,97	1,03
130		0,67	149	0,40	0,20	699,69	216,78	0,91	1,04	0,97	1,03
131		1,00	100	0,40	0,20	572,79	331,90	0,91	1,03	0,97	1,04
132		2,00	50	0,40	0,20	405,31	714,78	0,91	1,03	0,97	1,04
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1184,76	143,05	0,91	1,11	0,97	1,06
134		0,50	200	0,40	0,30	1059,69	179,74	0,91	1,11	0,97	1,06
135		0,67	149	0,40	0,30	915,45	242,97	0,91	1,11	0,97	1,06
136		1,00	100	0,40	0,30	749,36	368,76	0,91	1,11	0,97	1,06
137		2,00	50	0,40	0,30	530,00	774,78	0,91	1,10	0,97	1,06
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	542,00	67,17	0,92	0,88	0,97	0,95
139		0,50	240	0,33	0,08	531,07	70,26	0,92	0,88	0,97	0,96
140		1,00	120	0,33	0,08	376,26	155,00	0,92	0,88	0,97	0,95
141		2,00	60	0,33	0,08	268,10	369,89	0,92	0,88	0,98	1,00
142		2,50	48	0,33	0,08	241,13	500,98	0,92	0,88	0,98	1,01
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1002,73	126,08	0,92	1,00	0,97	1,01
144		0,50	240	0,33	0,21	982,48	131,53	0,92	1,00	0,97	1,01
145		1,00	120	0,33	0,21	694,83	272,65	0,92	0,99	0,97	1,01
146		2,00	60	0,33	0,21	491,65	584,06	0,92	0,99	0,97	1,02
147		2,50	48	0,33	0,21	439,96	754,50	0,92	0,98	0,97	1,02
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1276,39	135,14	0,91	1,07	0,96	1,04
149		0,50	240	0,33	0,30	1250,61	140,91	0,91	1,07	0,96	1,04
150		1,00	120	0,33	0,30	884,37	288,88	0,91	1,07	0,96	1,04
151		2,00	60	0,33	0,30	625,50	606,11	0,91	1,06	0,96	1,04
152		2,50	48	0,33	0,30	559,57	775,44	0,91	1,06	0,96	1,04
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	481,36	77,46	0,92	0,86	0,97	0,94
154		0,50	200	0,30	0,10	430,66	98,90	0,93	0,86	0,97	0,94
155		0,67	149	0,30	0,10	372,25	137,28	0,92	0,86	0,97	0,95
156		1,00	100	0,30	0,10	305,18	218,85	0,92	0,86	0,97	0,96
157		2,00	50	0,30	0,10	217,64	524,98	0,92	0,87	0,98	0,99
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	764,27	119,74	0,93	0,96	0,97	0,99
159		0,50	200	0,30	0,20	683,61	151,16	0,92	0,96	0,97	0,99
160		0,67	149	0,30	0,20	590,60	205,96	0,92	0,96	0,97	0,99
161		1,00	100	0,30	0,20	483,55	317,29	0,93	0,96	0,97	0,99
162		2,00	50	0,30	0,20	342,39	695,23	0,92	0,95	0,97	1,00
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	999,54	128,26	0,92	1,05	0,96	1,02
164		0,50	200	0,30	0,30	894,03	161,37	0,92	1,05	0,96	1,02
165		0,67	149	0,30	0,30	772,35	218,64	0,92	1,05	0,96	1,03
166		1,00	100	0,30	0,30	632,25	333,29	0,92	1,04	0,96	1,03
167		2,00	50	0,30	0,30	447,28	709,05	0,92	1,04	0,96	1,03
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	577,64	77,46	0,93	0,86	0,97	0,94
169		0,60	200	0,30	0,10	516,79	98,90	0,92	0,86	0,97	0,94
170		0,80	150	0,30	0,10	447,81	136,50	0,92	0,86	0,97	0,95
171		1,20	100	0,30	0,10	366,22	218,85	0,92	0,86	0,97	0,96
172		2,40	50	0,30	0,10	261,17	524,98	0,92	0,87	0,98	0,99
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	917,12	119,74	0,92	0,96	0,97	0,99
174		0,60	200	0,30	0,20	820,33	151,16	0,92	0,96	0,97	0,99
175		0,80	150	0,30	0,20	710,49	204,87	0,92	0,96	0,97	0,99
176		1,20	100	0,30	0,20	580,26	317,29	0,92	0,96	0,97	0,99
177		2,40	50	0,30	0,20	410,87	695,23	0,92	0,95	0,97	1,00
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1199,45	128,26	0,92	1,05	0,96	1,02
179		0,60	200	0,30	0,30	1072,83	161,37	0,92	1,05	0,96	1,02
180		0,80	150	0,30	0,30	929,13	217,50	0,92	1,05	0,96	1,03
181		1,20	100	0,30	0,30	758,70	333,29	0,92	1,04	0,96	1,03
182		2,40	50	0,30	0,30	536,73	709,05	0,92	1,04	0,96	1,03

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.13 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 4					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	955,06	30,21	0,86	1,24	0,98	1,11
2		0,50	200	1,00	0,10	854,24	38,17	0,86	1,24	0,98	1,11
3		0,67	149	1,00	0,10	737,97	52,07	0,86	1,23	0,98	1,11
4		1,10	91	1,00	0,10	576,01	89,31	0,86	1,22	0,98	1,10
5		2,00	50	1,00	0,10	427,35	177,00	0,85	1,18	0,98	1,10
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1558,45	62,75	0,87	1,30	0,99	1,12
7		0,50	200	1,00	0,20	1393,92	78,78	0,87	1,30	0,99	1,12
8		0,67	149	1,00	0,20	1204,17	106,36	0,87	1,29	0,99	1,12
9		1,10	91	1,00	0,20	939,80	177,90	0,87	1,29	0,99	1,12
10		2,00	50	1,00	0,20	697,01	335,95	0,87	1,27	0,99	1,12
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2059,54	88,51	0,87	1,34	0,99	1,13
12		0,50	200	1,00	0,30	1842,11	110,94	0,87	1,34	0,99	1,13
13		0,67	149	1,00	0,30	1591,34	149,34	0,87	1,34	0,99	1,13
14		1,00	100	1,00	0,30	1302,57	224,88	0,87	1,33	0,99	1,13
15		2,00	50	1,00	0,30	921,08	461,82	0,87	1,32	0,99	1,13
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	902,51	35,56	0,87	1,22	0,98	1,11
17		0,50	200	0,90	0,10	807,25	44,94	0,87	1,22	0,98	1,11
18		0,67	149	0,90	0,10	697,38	61,34	0,87	1,21	0,98	1,11
19		1,00	100	0,90	0,10	570,88	94,81	0,87	1,20	0,98	1,11
20		2,00	50	0,90	0,10	403,89	209,45	0,87	1,17	0,98	1,10
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1468,99	71,98	0,88	1,28	0,99	1,12
22		0,50	200	0,90	0,20	1313,91	90,39	0,88	1,28	0,99	1,12
23		0,67	149	0,90	0,20	1135,05	122,07	0,88	1,27	0,99	1,12
24		1,00	100	0,90	0,20	929,09	184,95	0,88	1,27	0,99	1,12
25		2,00	50	0,90	0,20	657,02	386,59	0,88	1,25	0,99	1,12
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1938,30	99,20	0,88	1,32	0,99	1,13
27		0,50	200	0,90	0,30	1733,67	124,36	0,88	1,32	0,99	1,13
28		0,67	149	0,90	0,30	1497,66	167,45	0,88	1,31	0,99	1,13
29		1,00	100	0,90	0,30	1225,90	252,27	0,88	1,31	0,99	1,13
30		2,00	50	0,90	0,30	866,86	518,81	0,88	1,29	0,99	1,13
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	808,68	49,16	0,89	1,20	0,99	1,11
32		0,40	225	0,78	0,11	767,19	54,87	0,88	1,20	0,98	1,11
33		0,50	180	0,78	0,11	686,21	69,36	0,88	1,20	0,98	1,11
34		1,00	90	0,78	0,11	485,30	146,50	0,88	1,18	0,98	1,11
35		2,00	45	0,78	0,11	343,39	324,31	0,88	1,15	0,98	1,11
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1308,22	93,17	0,89	1,26	0,99	1,12
37		0,40	225	0,78	0,22	1241,08	103,72	0,89	1,26	0,99	1,12
38		0,60	150	0,78	0,22	1013,35	157,09	0,89	1,25	0,99	1,12
39		1,00	90	0,78	0,22	784,95	266,86	0,89	1,25	0,99	1,12
40		1,50	60	0,78	0,22	640,94	409,77	0,89	1,24	0,99	1,12
41		2,00	45	0,78	0,22	555,10	559,01	0,89	1,23	0,99	1,12
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1720,30	120,48	0,89	1,30	0,99	1,13
43		0,40	225	0,78	0,33	1632,02	134,03	0,89	1,30	0,99	1,13
44		0,60	150	0,78	0,33	1332,54	202,28	0,89	1,29	0,99	1,12
45		1,00	90	0,78	0,33	1032,19	341,26	0,89	1,29	0,99	1,12
46		1,50	60	0,78	0,33	842,79	519,64	0,89	1,28	0,99	1,12
47		2,00	45	0,78	0,33	729,89	703,19	0,89	1,27	0,99	1,12
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	846,84	42,27	0,88	1,20	0,98	1,11
49		0,50	200	0,80	0,10	757,45	53,44	0,88	1,20	0,98	1,11
50		0,67	149	0,80	0,10	654,37	73,01	0,88	1,19	0,98	1,11
51		1,00	100	0,80	0,10	535,69	113,02	0,88	1,18	0,98	1,11
52		2,00	50	0,80	0,10	379,05	250,68	0,87	1,15	0,98	1,10
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1374,37	82,98	0,89	1,25	0,99	1,12
54		0,50	200	0,80	0,20	1229,28	104,23	0,89	1,25	0,99	1,12
55		0,67	149	0,80	0,20	1061,94	140,82	0,89	1,25	0,99	1,12
56		1,00	100	0,80	0,20	869,25	213,54	0,89	1,24	0,99	1,12
57		2,00	50	0,80	0,20	614,72	447,43	0,89	1,23	0,99	1,12
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1810,42	111,18	0,89	1,29	0,99	1,13
59		0,50	200	0,80	0,30	1619,29	139,40	0,89	1,29	0,99	1,13

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.14 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 4					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1398,86	187,77	0,89	1,29	0,99	1,13
61		1,00	100	0,80	0,30	1145,02	283,06	0,89	1,28	0,99	1,12
62		2,00	50	0,80	0,30	809,68	583,18	0,88	1,27	0,99	1,12
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	787,43	50,68	0,89	1,17	0,98	1,11
64		0,50	200	0,70	0,10	704,31	64,13	0,89	1,17	0,98	1,11
65		0,67	149	0,70	0,10	608,47	87,70	0,89	1,16	0,98	1,11
66		1,00	100	0,70	0,10	498,14	136,01	0,89	1,15	0,98	1,11
67		2,00	50	0,70	0,10	352,56	303,28	0,88	1,13	0,98	1,10
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1273,67	95,85	0,89	1,22	0,99	1,12
69		0,50	200	0,70	0,20	1139,21	120,45	0,89	1,22	0,99	1,12
70		0,67	149	0,70	0,20	984,14	162,83	0,89	1,22	0,99	1,12
71		1,00	100	0,70	0,20	805,57	247,18	0,90	1,21	0,99	1,12
72		2,00	50	0,70	0,20	569,70	519,56	0,89	1,20	0,99	1,12
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1674,80	124,06	0,90	1,26	0,99	1,12
74		0,50	200	0,70	0,30	1497,99	155,59	0,89	1,26	0,99	1,12
75		0,67	149	0,70	0,30	1294,07	209,66	0,90	1,26	0,99	1,12
76		1,00	100	0,70	0,30	1059,25	316,33	0,90	1,26	0,99	1,12
77		2,00	50	0,70	0,30	749,04	653,25	0,90	1,24	0,99	1,12
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	723,45	61,05	0,90	1,14	0,98	1,10
79		0,50	200	0,60	0,10	647,10	77,30	0,91	1,13	0,98	1,10
80		0,67	149	0,60	0,10	559,06	105,86	0,90	1,13	0,98	1,10
81		1,00	100	0,60	0,10	457,72	164,62	0,90	1,12	0,98	1,10
82		2,00	50	0,60	0,10	324,07	369,66	0,90	1,10	0,98	1,11
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	821,49	72,71	0,90	1,15	0,98	1,11
84		0,50	200	0,60	0,12	734,78	91,84	0,91	1,15	0,98	1,11
85		0,67	149	0,60	0,12	634,79	125,23	0,91	1,14	0,98	1,11
86		1,00	100	0,60	0,12	519,67	193,20	0,91	1,14	0,98	1,11
87		2,00	50	0,60	0,12	367,75	424,75	0,90	1,12	0,98	1,11
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1085,29	102,31	0,90	1,18	0,99	1,11
89		0,50	200	0,60	0,18	970,72	128,72	0,90	1,18	0,99	1,11
90		0,67	149	0,60	0,18	838,59	174,36	0,91	1,18	0,99	1,11
91		1,00	100	0,60	0,18	686,45	265,69	0,91	1,17	0,99	1,11
92		2,00	50	0,60	0,18	485,51	564,52	0,91	1,16	0,99	1,11
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1165,67	110,27	0,91	1,19	0,99	1,11
94		0,50	200	0,60	0,20	1042,61	138,63	0,91	1,19	0,99	1,11
95		0,67	149	0,60	0,20	900,69	187,55	0,91	1,19	0,99	1,11
96		1,00	100	0,60	0,20	737,27	285,14	0,91	1,18	0,99	1,11
97		2,00	50	0,60	0,20	521,43	601,89	0,91	1,17	0,99	1,11
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1529,99	136,72	0,91	1,23	0,99	1,12
99		0,50	200	0,60	0,30	1368,47	171,52	0,91	1,23	0,99	1,12
100		0,67	149	0,60	0,30	1182,18	231,26	0,91	1,23	0,99	1,12
101		1,00	100	0,60	0,30	967,67	349,29	0,91	1,22	0,99	1,12
102		2,00	50	0,60	0,30	684,29	723,61	0,91	1,21	0,99	1,11
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	653,75	73,02	0,91	1,09	0,98	1,10
104		0,50	200	0,50	0,10	584,77	92,58	0,91	1,09	0,98	1,10
105		0,67	149	0,50	0,10	505,23	127,03	0,91	1,09	0,98	1,10
106		1,00	100	0,50	0,10	413,69	198,27	0,91	1,08	0,98	1,10
107		2,00	50	0,50	0,10	293,09	449,67	0,91	1,06	0,99	1,10
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	863,56	102,93	0,92	1,12	0,98	1,11
109		0,50	200	0,50	0,15	772,41	129,80	0,91	1,12	0,98	1,11
110		0,67	149	0,50	0,15	667,29	176,53	0,92	1,12	0,98	1,11
111		1,00	100	0,50	0,15	546,26	271,01	0,91	1,12	0,98	1,11
112		2,00	50	0,50	0,15	386,51	587,94	0,91	1,10	0,99	1,11
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1048,68	124,65	0,92	1,15	0,99	1,11
114		0,50	200	0,50	0,20	937,97	156,81	0,92	1,15	0,99	1,11
115		0,67	149	0,50	0,20	810,30	212,39	0,92	1,15	0,99	1,11
116		1,00	100	0,50	0,20	663,30	323,57	0,92	1,14	0,99	1,11
117		2,00	50	0,50	0,20	469,16	687,12	0,91	1,13	0,99	1,11
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1374,04	146,57	0,92	1,19	0,98	1,11
119		0,50	200	0,50	0,30	1228,98	183,97	0,92	1,19	0,98	1,11
120		0,67	149	0,50	0,30	1061,69	248,25	0,92	1,19	0,98	1,11
121		1,00	100	0,50	0,30	869,04	375,52	0,92	1,19	0,98	1,11
122		2,00	50	0,50	0,30	614,57	781,43	0,92	1,18	0,98	1,11

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.15 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 4					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	576,58	84,43	0,92	1,04	0,98	1,09
124		0,50	200	0,40	0,10	515,76	107,24	0,93	1,04	0,98	1,09
125		0,67	149	0,40	0,10	445,65	147,61	0,93	1,04	0,98	1,09
126		1,00	100	0,40	0,10	364,99	231,68	0,93	1,03	0,98	1,10
127		2,00	50	0,40	0,10	258,91	533,42	0,92	1,02	0,99	1,10
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	920,29	134,67	0,93	1,10	0,98	1,10
129		0,50	200	0,40	0,20	823,15	169,58	0,93	1,10	0,98	1,10
130		0,67	149	0,40	0,20	711,11	230,08	0,92	1,10	0,98	1,10
131		1,00	100	0,40	0,20	582,12	351,64	0,92	1,10	0,98	1,10
132		2,00	50	0,40	0,20	411,83	753,54	0,92	1,08	0,98	1,10
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1204,14	148,74	0,92	1,15	0,98	1,10
134		0,50	200	0,40	0,30	1077,02	186,83	0,93	1,15	0,98	1,10
135		0,67	149	0,40	0,30	930,41	252,41	0,92	1,15	0,98	1,10
136		1,00	100	0,40	0,30	761,60	382,71	0,92	1,15	0,98	1,10
137		2,00	50	0,40	0,30	538,62	801,75	0,92	1,13	0,98	1,10
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	550,77	76,21	0,94	0,99	0,98	1,08
139		0,50	240	0,33	0,08	539,66	79,68	0,93	0,99	0,98	1,08
140		1,00	120	0,33	0,08	382,12	174,25	0,93	0,99	0,98	1,09
141		2,00	60	0,33	0,08	271,68	409,67	0,93	0,98	0,99	1,10
142		2,50	48	0,33	0,08	243,97	551,28	0,93	0,97	0,99	1,11
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1019,12	136,59	0,93	1,08	0,98	1,09
144		0,50	240	0,33	0,21	998,54	142,47	0,93	1,08	0,98	1,09
145		1,00	120	0,33	0,21	706,15	294,54	0,93	1,07	0,98	1,09
146		2,00	60	0,33	0,21	499,56	627,74	0,93	1,06	0,98	1,09
147		2,50	48	0,33	0,21	446,98	809,00	0,93	1,06	0,98	1,09
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1297,27	142,41	0,93	1,13	0,98	1,09
149		0,50	240	0,33	0,30	1271,06	148,48	0,93	1,13	0,98	1,09
150		1,00	120	0,33	0,30	898,81	303,89	0,93	1,12	0,98	1,09
151		2,00	60	0,33	0,30	635,67	635,62	0,93	1,11	0,98	1,09
152		2,50	48	0,33	0,30	568,64	811,98	0,93	1,11	0,98	1,09
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	489,17	88,90	0,93	0,99	0,98	1,08
154		0,50	200	0,30	0,10	437,61	113,29	0,94	0,99	0,98	1,08
155		0,67	149	0,30	0,10	378,19	156,74	0,93	0,99	0,98	1,08
156		1,00	100	0,30	0,10	309,91	248,38	0,94	0,98	0,98	1,09
157		2,00	50	0,30	0,10	220,47	586,46	0,94	0,97	0,99	1,10
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	776,75	131,61	0,94	1,06	0,98	1,08
159		0,50	200	0,30	0,20	694,77	166,02	0,94	1,06	0,98	1,09
160		0,67	149	0,30	0,20	600,23	225,89	0,94	1,05	0,98	1,09
161		1,00	100	0,30	0,20	491,40	347,12	0,94	1,05	0,98	1,09
162		2,00	50	0,30	0,20	347,81	755,20	0,94	1,04	0,98	1,09
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1015,89	136,09	0,93	1,11	0,98	1,09
164		0,50	200	0,30	0,30	908,64	171,15	0,94	1,11	0,98	1,09
165		0,67	149	0,30	0,30	784,97	231,70	0,93	1,11	0,98	1,09
166		1,00	100	0,30	0,30	642,56	352,69	0,93	1,11	0,98	1,09
167		2,00	50	0,30	0,30	454,51	747,18	0,94	1,09	0,98	1,09
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	587,01	88,90	0,94	0,99	0,98	1,08
169		0,60	200	0,30	0,10	525,13	113,29	0,94	0,99	0,98	1,08
170		0,80	150	0,30	0,10	454,96	155,86	0,94	0,99	0,98	1,08
171		1,20	100	0,30	0,10	371,90	248,38	0,94	0,98	0,98	1,09
172		2,40	50	0,30	0,10	264,57	586,46	0,93	0,97	0,99	1,10
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	932,11	131,61	0,93	1,06	0,98	1,08
174		0,60	200	0,30	0,20	833,73	166,02	0,94	1,06	0,98	1,09
175		0,80	150	0,30	0,20	722,07	224,70	0,94	1,05	0,98	1,09
176		1,20	100	0,30	0,20	589,68	347,12	0,94	1,05	0,98	1,09
177		2,40	50	0,30	0,20	417,37	755,20	0,94	1,04	0,98	1,09
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1219,06	136,09	0,93	1,11	0,98	1,09
179		0,60	200	0,30	0,30	1090,37	171,15	0,94	1,11	0,98	1,09
180		0,80	150	0,30	0,30	944,31	230,50	0,94	1,11	0,98	1,09
181		1,20	100	0,30	0,30	771,07	352,69	0,94	1,11	0,98	1,09
182		2,40	50	0,30	0,30	545,41	747,18	0,94	1,09	0,98	1,09

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.16 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 5					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	990,34	28,25	0,90	1,16	1,02	1,03
2		0,50	200	1,00	0,10	885,80	35,71	0,89	1,16	1,02	1,03
3		0,67	149	1,00	0,10	765,23	48,76	0,89	1,15	1,02	1,04
4		1,10	91	1,00	0,10	597,28	83,83	0,89	1,14	1,02	1,04
5		2,00	50	1,00	0,10	443,12	166,82	0,89	1,11	1,02	1,04
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1616,02	58,58	0,90	1,21	1,02	1,05
7		0,50	200	1,00	0,20	1445,42	73,57	0,90	1,21	1,02	1,05
8		0,67	149	1,00	0,20	1248,66	99,36	0,90	1,21	1,02	1,05
9		1,10	91	1,00	0,20	974,52	166,37	0,90	1,20	1,02	1,05
10		2,00	50	1,00	0,20	722,76	314,81	0,90	1,19	1,02	1,05
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2135,62	82,59	0,90	1,25	1,03	1,05
12		0,50	200	1,00	0,30	1910,16	103,53	0,90	1,25	1,03	1,05
13		0,67	149	1,00	0,30	1650,13	139,41	0,90	1,25	1,03	1,05
14		1,00	100	1,00	0,30	1350,69	210,04	0,90	1,24	1,03	1,05
15		2,00	50	1,00	0,30	955,10	431,98	0,90	1,23	1,03	1,05
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	935,85	33,28	0,90	1,14	1,02	1,04
17		0,50	200	0,90	0,10	837,07	42,09	0,91	1,14	1,02	1,04
18		0,67	149	0,90	0,10	723,14	57,50	0,90	1,14	1,02	1,04
19		1,00	100	0,90	0,10	591,97	89,03	0,90	1,13	1,02	1,04
20		2,00	50	0,90	0,10	418,79	197,59	0,90	1,10	1,02	1,04
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1523,26	67,26	0,91	1,19	1,02	1,05
22		0,50	200	0,90	0,20	1362,45	84,48	0,91	1,19	1,02	1,05
23		0,67	149	0,90	0,20	1176,98	114,14	0,91	1,19	1,02	1,05
24		1,00	100	0,90	0,20	963,41	173,07	0,91	1,19	1,02	1,05
25		2,00	50	0,90	0,20	681,28	362,62	0,91	1,17	1,02	1,05
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	2009,91	92,64	0,91	1,23	1,03	1,05
27		0,50	200	0,90	0,30	1797,72	116,15	0,91	1,23	1,03	1,05
28		0,67	149	0,90	0,30	1552,99	156,44	0,91	1,23	1,03	1,05
29		1,00	100	0,90	0,30	1271,18	235,82	0,91	1,22	1,03	1,05
30		2,00	50	0,90	0,30	898,88	485,72	0,91	1,21	1,03	1,05
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	838,55	46,08	0,92	1,13	1,02	1,04
32		0,40	225	0,78	0,11	795,53	51,44	0,92	1,12	1,02	1,04
33		0,50	180	0,78	0,11	711,55	65,07	0,92	1,12	1,02	1,04
34		1,00	90	0,78	0,11	503,22	137,80	0,92	1,11	1,02	1,04
35		2,00	45	0,78	0,11	356,05	306,42	0,91	1,09	1,02	1,05
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1356,55	87,17	0,92	1,18	1,02	1,05
37		0,40	225	0,78	0,22	1286,93	97,05	0,92	1,18	1,02	1,05
38		0,60	150	0,78	0,22	1050,78	147,07	0,92	1,17	1,02	1,05
39		1,00	90	0,78	0,22	813,95	250,10	0,92	1,17	1,02	1,05
40		1,50	60	0,78	0,22	664,61	384,50	0,92	1,16	1,02	1,05
41		2,00	45	0,78	0,22	575,60	525,15	0,92	1,15	1,02	1,05
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1783,85	112,63	0,92	1,21	1,03	1,05
43		0,40	225	0,78	0,33	1692,31	125,31	0,92	1,21	1,03	1,05
44		0,60	150	0,78	0,33	1381,77	189,19	0,92	1,21	1,03	1,05
45		1,00	90	0,78	0,33	1070,32	319,40	0,92	1,21	1,03	1,05
46		1,50	60	0,78	0,33	873,92	486,75	0,93	1,20	1,03	1,05
47		2,00	45	0,78	0,33	756,85	659,22	0,92	1,19	1,03	1,05
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	878,12	39,62	0,92	1,12	1,02	1,04
49		0,50	200	0,80	0,10	785,43	50,12	0,92	1,12	1,02	1,04
50		0,67	149	0,80	0,10	678,54	68,54	0,92	1,12	1,02	1,04
51		1,00	100	0,80	0,10	555,47	106,28	0,91	1,11	1,02	1,04
52		2,00	50	0,80	0,10	393,03	236,83	0,91	1,09	1,02	1,04
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1425,15	77,63	0,92	1,17	1,02	1,05
54		0,50	200	0,80	0,20	1274,69	97,53	0,92	1,17	1,02	1,05
55		0,67	149	0,80	0,20	1101,17	131,84	0,92	1,17	1,02	1,05
56		1,00	100	0,80	0,20	901,37	200,08	0,92	1,16	1,02	1,05
57		2,00	50	0,80	0,20	637,42	420,24	0,92	1,15	1,02	1,05
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1877,30	103,93	0,92	1,21	1,03	1,05
59		0,50	200	0,80	0,30	1679,11	130,34	0,92	1,21	1,03	1,05

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.17 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 5					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1450,53	175,61	0,92	1,20	1,03	1,05
61		1,00	100	0,80	0,30	1187,32	264,88	0,92	1,20	1,03	1,05
62		2,00	50	0,80	0,30	839,59	546,62	0,92	1,19	1,03	1,05
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	816,51	47,61	0,93	1,10	1,02	1,04
64		0,50	200	0,70	0,10	730,33	60,27	0,93	1,10	1,02	1,04
65		0,67	149	0,70	0,10	630,94	82,50	0,93	1,09	1,02	1,04
66		1,00	100	0,70	0,10	516,53	128,19	0,92	1,09	1,02	1,04
67		2,00	50	0,70	0,10	365,56	287,13	0,92	1,07	1,02	1,05
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1320,72	89,84	0,93	1,15	1,02	1,05
69		0,50	200	0,70	0,20	1181,30	112,91	0,93	1,15	1,02	1,05
70		0,67	149	0,70	0,20	1020,49	152,72	0,93	1,14	1,02	1,05
71		1,00	100	0,70	0,20	835,33	232,03	0,93	1,14	1,02	1,05
72		2,00	50	0,70	0,20	590,74	488,92	0,93	1,13	1,02	1,05
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1736,67	116,15	0,93	1,18	1,02	1,05
74		0,50	200	0,70	0,30	1553,33	145,69	0,93	1,18	1,02	1,05
75		0,67	149	0,70	0,30	1341,87	196,39	0,93	1,18	1,02	1,05
76		1,00	100	0,70	0,30	1098,38	296,47	0,94	1,18	1,02	1,05
77		2,00	50	0,70	0,30	776,70	613,29	0,93	1,17	1,02	1,05
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	750,17	57,53	0,93	1,07	1,02	1,04
79		0,50	200	0,60	0,10	671,00	72,89	0,94	1,07	1,02	1,04
80		0,67	149	0,60	0,10	579,70	99,92	0,93	1,07	1,02	1,04
81		1,00	100	0,60	0,10	474,61	155,66	0,93	1,06	1,02	1,04
82		2,00	50	0,60	0,10	336,00	351,12	0,93	1,04	1,02	1,05
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	851,84	68,46	0,94	1,08	1,02	1,04
84		0,50	200	0,60	0,12	761,93	86,52	0,95	1,08	1,02	1,04
85		0,67	149	0,60	0,12	658,23	118,07	0,94	1,08	1,02	1,04
86		1,00	100	0,60	0,12	538,86	182,42	0,94	1,07	1,02	1,04
87		2,00	50	0,60	0,12	381,31	402,65	0,94	1,06	1,02	1,05
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1125,38	96,18	0,94	1,11	1,02	1,05
89		0,50	200	0,60	0,18	1006,58	121,04	0,93	1,11	1,02	1,05
90		0,67	149	0,60	0,18	869,56	164,04	0,95	1,11	1,02	1,05
91		1,00	100	0,60	0,18	711,80	250,22	0,94	1,10	1,02	1,05
92		2,00	50	0,60	0,18	503,44	533,15	0,94	1,09	1,02	1,05
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1208,73	103,62	0,94	1,12	1,02	1,05
94		0,50	200	0,60	0,20	1081,12	130,30	0,94	1,12	1,02	1,05
95		0,67	149	0,60	0,20	933,96	176,37	0,94	1,12	1,02	1,05
96		1,00	100	0,60	0,20	764,50	268,38	0,94	1,11	1,02	1,05
97		2,00	50	0,60	0,20	540,68	567,97	0,94	1,10	1,02	1,05
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1586,51	128,26	0,94	1,16	1,02	1,05
99		0,50	200	0,60	0,30	1419,02	160,95	0,94	1,15	1,02	1,05
100		0,67	149	0,60	0,30	1225,85	217,07	0,94	1,15	1,02	1,05
101		1,00	100	0,60	0,30	1003,42	328,06	0,94	1,15	1,02	1,05
102		2,00	50	0,60	0,30	709,56	680,86	0,94	1,14	1,02	1,05
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	677,90	69,16	0,95	1,04	1,02	1,04
104		0,50	200	0,50	0,10	606,36	87,75	0,95	1,03	1,02	1,04
105		0,67	149	0,50	0,10	523,88	120,52	0,95	1,03	1,02	1,04
106		1,00	100	0,50	0,10	428,96	188,45	0,95	1,03	1,02	1,05
107		2,00	50	0,50	0,10	303,86	429,30	0,94	1,01	1,02	1,05
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	895,46	97,26	0,95	1,06	1,02	1,04
109		0,50	200	0,50	0,15	800,94	122,70	0,95	1,06	1,02	1,04
110		0,67	149	0,50	0,15	691,94	166,99	0,95	1,06	1,02	1,05
111		1,00	100	0,50	0,15	566,44	256,68	0,95	1,06	1,02	1,05
112		2,00	50	0,50	0,15	400,77	558,71	0,95	1,05	1,02	1,05
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1087,42	117,59	0,95	1,09	1,02	1,04
114		0,50	200	0,50	0,20	972,62	147,97	0,95	1,08	1,02	1,05
115		0,67	149	0,50	0,20	840,23	200,52	0,95	1,08	1,02	1,05
116		1,00	100	0,50	0,20	687,80	305,78	0,95	1,08	1,02	1,05
117		2,00	50	0,50	0,20	486,48	651,07	0,95	1,07	1,02	1,05
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1424,80	137,90	0,95	1,12	1,02	1,04
119		0,50	200	0,50	0,30	1274,38	173,13	0,95	1,12	1,02	1,04
120		0,67	149	0,50	0,30	1100,91	233,70	0,95	1,12	1,02	1,04
121		1,00	100	0,50	0,30	901,15	353,75	0,95	1,12	1,02	1,04
122		2,00	50	0,50	0,30	637,27	737,54	0,95	1,11	1,02	1,05

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.18 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 5					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	597,88	80,61	0,96	1,00	1,02	1,04
124		0,50	200	0,40	0,10	534,81	102,46	0,96	0,99	1,02	1,04
125		0,67	149	0,40	0,10	462,09	141,16	0,96	0,99	1,02	1,05
126		1,00	100	0,40	0,10	378,45	221,96	0,96	0,99	1,02	1,05
127		2,00	50	0,40	0,10	268,39	513,24	0,95	0,98	1,02	1,06
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	954,29	127,76	0,97	1,05	1,02	1,04
129		0,50	200	0,40	0,20	853,55	160,93	0,96	1,05	1,02	1,04
130		0,67	149	0,40	0,20	737,38	218,46	0,96	1,05	1,02	1,04
131		1,00	100	0,40	0,20	603,62	334,24	0,96	1,04	1,02	1,04
132		2,00	50	0,40	0,20	427,02	718,25	0,96	1,03	1,02	1,05
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1248,62	140,47	0,96	1,09	1,02	1,04
134		0,50	200	0,40	0,30	1116,81	176,49	0,96	1,09	1,02	1,04
135		0,67	149	0,40	0,30	964,78	238,54	0,96	1,09	1,02	1,04
136		1,00	100	0,40	0,30	789,73	361,94	0,96	1,08	1,02	1,04
137		2,00	50	0,40	0,30	558,51	759,86	0,96	1,08	1,02	1,04
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	571,10	73,43	0,97	0,96	1,02	1,04
139		0,50	240	0,33	0,08	559,58	76,79	0,97	0,96	1,02	1,04
140		1,00	120	0,33	0,08	396,19	168,40	0,97	0,95	1,02	1,05
141		2,00	60	0,33	0,08	281,57	397,52	0,96	0,95	1,02	1,07
142		2,50	48	0,33	0,08	252,79	535,72	0,96	0,94	1,03	1,08
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1056,77	130,13	0,97	1,03	1,02	1,04
144		0,50	240	0,33	0,21	1035,42	135,74	0,97	1,03	1,02	1,04
145		1,00	120	0,33	0,21	732,23	281,02	0,97	1,02	1,02	1,04
146		2,00	60	0,33	0,21	517,99	600,42	0,97	1,01	1,02	1,05
147		2,50	48	0,33	0,21	463,46	774,66	0,97	1,01	1,02	1,05
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1345,19	134,91	0,96	1,07	1,02	1,03
149		0,50	240	0,33	0,30	1318,01	140,67	0,96	1,07	1,02	1,03
150		1,00	120	0,33	0,30	932,01	288,20	0,96	1,06	1,02	1,03
151		2,00	60	0,33	0,30	659,14	603,99	0,96	1,06	1,02	1,04
152		2,50	48	0,33	0,30	589,63	772,28	0,96	1,05	1,02	1,04
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	507,23	85,85	0,97	0,96	1,02	1,04
154		0,50	200	0,30	0,10	453,76	109,46	0,98	0,96	1,02	1,05
155		0,67	149	0,30	0,10	392,14	151,60	0,97	0,95	1,02	1,05
156		1,00	100	0,30	0,10	321,32	240,66	0,97	0,95	1,02	1,05
157		2,00	50	0,30	0,10	228,49	570,50	0,97	0,94	1,03	1,07
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	805,45	125,81	0,98	1,01	1,02	1,04
159		0,50	200	0,30	0,20	720,43	158,75	0,97	1,01	1,02	1,04
160		0,67	149	0,30	0,20	622,40	216,14	0,97	1,01	1,02	1,04
161		1,00	100	0,30	0,20	509,54	332,51	0,98	1,01	1,02	1,04
162		2,00	50	0,30	0,20	360,62	725,57	0,97	1,00	1,02	1,05
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1053,41	129,13	0,97	1,06	1,01	1,03
164		0,50	200	0,30	0,30	942,21	162,44	0,97	1,06	1,01	1,03
165		0,67	149	0,30	0,30	813,96	220,01	0,97	1,05	1,01	1,03
166		1,00	100	0,30	0,30	666,30	335,18	0,97	1,05	1,01	1,03
167		2,00	50	0,30	0,30	471,29	711,80	0,97	1,04	1,02	1,04
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	608,68	85,85	0,98	0,96	1,02	1,04
169		0,60	200	0,30	0,10	544,51	109,46	0,97	0,96	1,02	1,05
170		0,80	150	0,30	0,10	471,74	150,75	0,97	0,95	1,02	1,05
171		1,20	100	0,30	0,10	385,58	240,66	0,97	0,95	1,02	1,05
172		2,40	50	0,30	0,10	274,19	570,50	0,97	0,94	1,03	1,07
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	966,54	125,81	0,97	1,01	1,02	1,04
174		0,60	200	0,30	0,20	864,52	158,75	0,97	1,01	1,02	1,04
175		0,80	150	0,30	0,20	748,74	215,00	0,97	1,01	1,02	1,04
176		1,20	100	0,30	0,20	611,45	332,51	0,97	1,01	1,02	1,04
177		2,40	50	0,30	0,20	432,75	725,57	0,97	1,00	1,02	1,05
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1264,10	129,13	0,97	1,06	1,01	1,03
179		0,60	200	0,30	0,30	1130,65	162,44	0,97	1,06	1,01	1,03
180		0,80	150	0,30	0,30	979,19	218,87	0,97	1,05	1,01	1,03
181		1,20	100	0,30	0,30	799,55	335,18	0,97	1,05	1,01	1,03
182		2,40	50	0,30	0,30	565,54	711,80	0,97	1,04	1,02	1,04

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.19 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 6					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	924,70	29,80	0,84	1,23	0,95	1,09
2		0,50	200	1,00	0,10	827,30	37,69	0,83	1,22	0,95	1,09
3		0,67	149	1,00	0,10	715,11	51,53	0,83	1,22	0,95	1,09
4		1,10	91	1,00	0,10	559,38	88,97	0,84	1,21	0,95	1,10
5		2,00	50	1,00	0,10	418,27	179,40	0,84	1,20	0,96	1,12
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1497,66	60,98	0,83	1,26	0,95	1,09
7		0,50	200	1,00	0,20	1339,60	76,59	0,83	1,26	0,95	1,09
8		0,67	149	1,00	0,20	1157,34	103,48	0,84	1,26	0,95	1,09
9		1,10	91	1,00	0,20	903,54	173,44	0,84	1,25	0,95	1,09
10		2,00	50	1,00	0,20	670,91	329,16	0,84	1,24	0,95	1,10
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	1973,13	85,54	0,83	1,29	0,95	1,09
12		0,50	200	1,00	0,30	1764,85	107,24	0,83	1,29	0,95	1,09
13		0,67	149	1,00	0,30	1524,64	144,43	0,83	1,29	0,95	1,09
14		1,00	100	1,00	0,30	1248,08	217,67	0,83	1,29	0,95	1,09
15		2,00	50	1,00	0,30	882,92	448,32	0,84	1,28	0,95	1,09
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	873,37	34,86	0,84	1,20	0,95	1,08
17		0,50	200	0,90	0,10	781,37	44,11	0,85	1,20	0,95	1,09
18		0,67	149	0,90	0,10	675,38	60,35	0,84	1,19	0,95	1,09
19		1,00	100	0,90	0,10	553,69	93,74	0,84	1,19	0,95	1,09
20		2,00	50	0,90	0,10	394,79	210,96	0,85	1,18	0,96	1,11
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1411,64	69,64	0,84	1,24	0,95	1,09
22		0,50	200	0,90	0,20	1262,66	87,49	0,85	1,24	0,95	1,09
23		0,67	149	0,90	0,20	1090,86	118,25	0,85	1,23	0,95	1,09
24		1,00	100	0,90	0,20	893,11	179,45	0,84	1,23	0,95	1,09
25		2,00	50	0,90	0,20	632,32	377,23	0,85	1,22	0,95	1,09
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1857,91	95,60	0,84	1,27	0,95	1,09
27		0,50	200	0,90	0,30	1661,79	119,87	0,84	1,27	0,95	1,09
28		0,67	149	0,90	0,30	1435,61	161,49	0,85	1,27	0,95	1,09
29		1,00	100	0,90	0,30	1175,19	243,52	0,84	1,26	0,95	1,09
30		2,00	50	0,90	0,30	831,34	502,36	0,84	1,25	0,95	1,09
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	781,21	47,58	0,86	1,16	0,95	1,07
32		0,40	225	0,78	0,11	741,17	53,13	0,85	1,16	0,95	1,07
33		0,50	180	0,78	0,11	663,07	67,26	0,85	1,16	0,95	1,07
34		1,00	90	0,78	0,11	469,72	143,10	0,86	1,15	0,95	1,08
35		2,00	45	0,78	0,11	334,54	322,37	0,86	1,15	0,96	1,10
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1256,55	89,38	0,85	1,21	0,95	1,08
37		0,40	225	0,78	0,22	1192,08	99,53	0,85	1,21	0,95	1,08
38		0,60	150	0,78	0,22	973,40	150,89	0,85	1,20	0,95	1,08
39		1,00	90	0,78	0,22	754,18	256,88	0,85	1,20	0,95	1,08
40		1,50	60	0,78	0,22	616,07	395,55	0,86	1,19	0,95	1,08
41		2,00	45	0,78	0,22	533,88	541,23	0,85	1,19	0,95	1,08
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1650,29	115,62	0,85	1,25	0,95	1,08
43		0,40	225	0,78	0,33	1565,61	128,64	0,85	1,24	0,95	1,08
44		0,60	150	0,78	0,33	1278,34	194,26	0,85	1,24	0,95	1,08
45		1,00	90	0,78	0,33	990,28	328,13	0,85	1,24	0,95	1,08
46		1,50	60	0,78	0,33	808,70	500,43	0,86	1,23	0,95	1,08
47		2,00	45	0,78	0,33	700,51	678,31	0,85	1,23	0,95	1,08
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	819,07	41,09	0,85	1,17	0,95	1,08
49		0,50	200	0,80	0,10	732,77	52,02	0,85	1,16	0,95	1,08
50		0,67	149	0,80	0,10	633,36	71,24	0,86	1,16	0,95	1,08
51		1,00	100	0,80	0,10	519,19	110,84	0,85	1,16	0,95	1,08
52		2,00	50	0,80	0,10	370,03	250,40	0,85	1,15	0,96	1,10
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1320,86	79,79	0,85	1,21	0,95	1,08
54		0,50	200	0,80	0,20	1181,46	100,28	0,85	1,20	0,95	1,08
55		0,67	149	0,80	0,20	1020,70	135,61	0,85	1,20	0,95	1,08
56		1,00	100	0,80	0,20	835,67	205,99	0,86	1,20	0,95	1,08
57		2,00	50	0,80	0,20	591,62	434,18	0,85	1,19	0,95	1,08
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1736,62	106,74	0,85	1,24	0,95	1,08
59		0,50	200	0,80	0,30	1553,30	133,87	0,85	1,24	0,95	1,08

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.20 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 6					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1341,89	180,42	0,85	1,24	0,95	1,08
61		1,00	100	0,80	0,30	1098,46	272,26	0,85	1,23	0,95	1,08
62		2,00	50	0,80	0,30	777,06	562,76	0,85	1,23	0,95	1,08
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	761,23	48,68	0,86	1,12	0,95	1,06
64		0,50	200	0,70	0,10	681,02	61,69	0,86	1,12	0,95	1,06
65		0,67	149	0,70	0,10	588,61	84,58	0,86	1,12	0,95	1,07
66		1,00	100	0,70	0,10	482,48	131,88	0,86	1,12	0,95	1,07
67		2,00	50	0,70	0,10	343,74	299,49	0,86	1,11	0,96	1,09
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1224,47	91,41	0,86	1,17	0,95	1,07
69		0,50	200	0,70	0,20	1095,24	114,93	0,86	1,17	0,95	1,07
70		0,67	149	0,70	0,20	946,22	155,52	0,86	1,17	0,95	1,07
71		1,00	100	0,70	0,20	774,68	236,54	0,86	1,16	0,95	1,07
72		2,00	50	0,70	0,20	548,42	500,33	0,86	1,15	0,95	1,07
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1608,22	118,50	0,86	1,21	0,95	1,07
74		0,50	200	0,70	0,30	1438,45	148,67	0,86	1,21	0,95	1,07
75		0,67	149	0,70	0,30	1242,67	200,44	0,87	1,20	0,95	1,07
76		1,00	100	0,70	0,30	1017,24	302,75	0,87	1,20	0,95	1,07
77		2,00	50	0,70	0,30	719,60	627,43	0,87	1,19	0,95	1,08
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	699,08	57,62	0,87	1,07	0,95	1,04
79		0,50	200	0,60	0,10	625,42	73,08	0,88	1,07	0,95	1,04
80		0,67	149	0,60	0,10	540,55	100,36	0,87	1,07	0,95	1,05
81		1,00	100	0,60	0,10	443,07	156,96	0,87	1,07	0,95	1,05
82		2,00	50	0,60	0,10	315,62	359,11	0,87	1,07	0,96	1,07
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	792,58	68,51	0,87	1,08	0,95	1,04
84		0,50	200	0,60	0,12	709,00	86,64	0,88	1,08	0,95	1,04
85		0,67	149	0,60	0,12	612,67	118,40	0,88	1,08	0,95	1,05
86		1,00	100	0,60	0,12	501,92	183,47	0,88	1,08	0,95	1,05
87		2,00	50	0,60	0,12	356,52	409,16	0,88	1,08	0,95	1,07
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1044,44	96,36	0,87	1,11	0,95	1,05
89		0,50	200	0,60	0,18	934,22	121,31	0,87	1,11	0,95	1,05
90		0,67	149	0,60	0,18	807,13	164,53	0,88	1,11	0,95	1,05
91		1,00	100	0,60	0,18	660,85	251,34	0,87	1,11	0,95	1,05
92		2,00	50	0,60	0,18	468,01	538,28	0,88	1,10	0,95	1,06
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1121,35	103,92	0,87	1,12	0,95	1,05
94		0,50	200	0,60	0,20	1003,00	130,73	0,87	1,12	0,95	1,05
95		0,67	149	0,60	0,20	866,53	177,06	0,87	1,12	0,95	1,05
96		1,00	100	0,60	0,20	709,44	269,77	0,87	1,12	0,95	1,05
97		2,00	50	0,60	0,20	502,23	573,35	0,87	1,11	0,95	1,06
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1471,32	129,67	0,87	1,17	0,95	1,06
99		0,50	200	0,60	0,30	1316,01	162,74	0,87	1,17	0,95	1,06
100		0,67	149	0,60	0,30	1136,89	219,56	0,87	1,17	0,95	1,06
101		1,00	100	0,60	0,30	930,65	332,04	0,87	1,16	0,95	1,06
102		2,00	50	0,60	0,30	658,35	690,54	0,87	1,16	0,95	1,06
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	631,55	67,14	0,88	1,01	0,95	1,01
104		0,50	200	0,50	0,10	565,01	85,29	0,88	1,01	0,95	1,01
105		0,67	149	0,50	0,10	488,34	117,41	0,88	1,01	0,95	1,02
106		1,00	100	0,50	0,10	400,30	184,40	0,88	1,01	0,95	1,02
107		2,00	50	0,50	0,10	285,23	426,52	0,88	1,01	0,96	1,05
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	832,23	94,87	0,88	1,04	0,95	1,02
109		0,50	200	0,50	0,15	744,42	119,76	0,88	1,04	0,95	1,02
110		0,67	149	0,50	0,15	643,20	163,18	0,88	1,04	0,95	1,02
111		1,00	100	0,50	0,15	526,73	251,42	0,88	1,03	0,95	1,03
112		2,00	50	0,50	0,15	373,43	551,63	0,88	1,03	0,95	1,04
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1009,91	115,52	0,88	1,07	0,95	1,03
114		0,50	200	0,50	0,20	903,32	145,42	0,88	1,07	0,95	1,03
115		0,67	149	0,50	0,20	780,42	197,22	0,88	1,06	0,95	1,03
116		1,00	100	0,50	0,20	638,94	301,20	0,88	1,06	0,95	1,03
117		2,00	50	0,50	0,20	452,36	644,52	0,88	1,06	0,95	1,04
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1324,01	137,70	0,88	1,12	0,95	1,04
119		0,50	200	0,50	0,30	1184,25	172,91	0,88	1,12	0,95	1,04
120		0,67	149	0,50	0,30	1023,07	233,49	0,88	1,12	0,95	1,04
121		1,00	100	0,50	0,30	837,49	353,71	0,88	1,12	0,95	1,04
122		2,00	50	0,50	0,30	592,46	739,28	0,88	1,11	0,95	1,05

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.21 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 6					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	557,02	74,76	0,89	0,92	0,95	0,97
124		0,50	200	0,40	0,10	498,34	95,18	0,90	0,92	0,95	0,97
125		0,67	149	0,40	0,10	430,76	131,50	0,90	0,92	0,95	0,97
126		1,00	100	0,40	0,10	353,18	207,91	0,90	0,93	0,95	0,98
127		2,00	50	0,40	0,10	251,94	489,10	0,90	0,93	0,96	1,01
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	887,84	121,96	0,90	1,00	0,95	0,99
129		0,50	200	0,40	0,20	794,14	153,72	0,89	1,00	0,95	1,00
130		0,67	149	0,40	0,20	686,10	208,87	0,89	1,00	0,95	1,00
131		1,00	100	0,40	0,20	561,75	320,18	0,89	1,00	0,95	1,00
132		2,00	50	0,40	0,20	397,80	692,22	0,89	1,00	0,95	1,01
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1163,47	138,06	0,89	1,07	0,95	1,02
134		0,50	200	0,40	0,30	1040,66	173,51	0,89	1,07	0,95	1,02
135		0,67	149	0,40	0,30	899,03	234,62	0,89	1,07	0,95	1,02
136		1,00	100	0,40	0,30	735,96	356,35	0,89	1,07	0,95	1,02
137		2,00	50	0,40	0,30	520,69	750,38	0,89	1,06	0,95	1,03
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	532,73	65,11	0,90	0,85	0,95	0,93
139		0,50	240	0,33	0,08	522,01	68,11	0,90	0,85	0,95	0,93
140		1,00	120	0,33	0,08	370,27	150,99	0,90	0,85	0,95	0,94
141		2,00	60	0,33	0,08	265,00	363,97	0,91	0,87	0,96	0,98
142		2,50	48	0,33	0,08	239,09	495,47	0,91	0,87	0,97	1,00
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	985,05	121,83	0,90	0,96	0,95	0,97
144		0,50	240	0,33	0,21	965,15	127,09	0,90	0,96	0,95	0,97
145		1,00	120	0,33	0,21	682,66	263,85	0,90	0,96	0,95	0,98
146		2,00	60	0,33	0,21	483,27	566,90	0,90	0,96	0,95	0,99
147		2,50	48	0,33	0,21	432,62	733,47	0,90	0,96	0,95	0,99
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1256,38	131,04	0,90	1,04	0,95	1,00
149		0,50	240	0,33	0,30	1231,00	136,64	0,90	1,04	0,95	1,00
150		1,00	120	0,33	0,30	870,56	280,36	0,90	1,03	0,95	1,01
151		2,00	60	0,33	0,30	615,88	589,33	0,90	1,03	0,95	1,01
152		2,50	48	0,33	0,30	551,07	754,70	0,90	1,03	0,95	1,02
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	472,90	74,98	0,90	0,84	0,95	0,91
154		0,50	200	0,30	0,10	423,14	95,82	0,91	0,84	0,95	0,92
155		0,67	149	0,30	0,10	365,84	133,22	0,90	0,84	0,95	0,92
156		1,00	100	0,30	0,10	300,16	213,03	0,91	0,84	0,95	0,93
157		2,00	50	0,30	0,10	214,88	515,83	0,91	0,85	0,96	0,97
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	751,49	115,92	0,91	0,93	0,95	0,96
159		0,50	200	0,30	0,20	672,19	146,40	0,91	0,93	0,95	0,96
160		0,67	149	0,30	0,20	580,77	199,59	0,91	0,93	0,95	0,96
161		1,00	100	0,30	0,20	475,57	307,87	0,91	0,93	0,95	0,96
162		2,00	50	0,30	0,20	336,99	677,18	0,91	0,93	0,95	0,98
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	985,19	124,70	0,91	1,02	0,95	1,00
164		0,50	200	0,30	0,30	881,21	156,93	0,91	1,02	0,95	1,00
165		0,67	149	0,30	0,30	761,29	212,69	0,90	1,02	0,95	1,00
166		1,00	100	0,30	0,30	623,24	324,45	0,91	1,02	0,95	1,00
167		2,00	50	0,30	0,30	441,07	691,82	0,91	1,01	0,95	1,01
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	567,48	74,98	0,91	0,84	0,95	0,91
169		0,60	200	0,30	0,10	507,76	95,82	0,91	0,84	0,95	0,92
170		0,80	150	0,30	0,10	440,10	132,46	0,91	0,84	0,95	0,92
171		1,20	100	0,30	0,10	360,19	213,03	0,91	0,84	0,95	0,93
172		2,40	50	0,30	0,10	257,85	515,83	0,91	0,85	0,96	0,97
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	901,78	115,92	0,90	0,93	0,95	0,96
174		0,60	200	0,30	0,20	806,63	146,40	0,91	0,93	0,95	0,96
175		0,80	150	0,30	0,20	698,66	198,53	0,91	0,93	0,95	0,96
176		1,20	100	0,30	0,20	570,68	307,87	0,91	0,93	0,95	0,96
177		2,40	50	0,30	0,20	404,39	677,18	0,91	0,93	0,95	0,98
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1182,23	124,70	0,91	1,02	0,95	1,00
179		0,60	200	0,30	0,30	1057,45	156,93	0,91	1,02	0,95	1,00
180		0,80	150	0,30	0,30	915,83	211,58	0,91	1,02	0,95	1,00
181		1,20	100	0,30	0,30	747,89	324,45	0,91	1,02	0,95	1,00
182		2,40	50	0,30	0,30	529,29	691,82	0,91	1,01	0,95	1,01

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.22 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 7					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	939,82	29,30	0,85	1,20	0,96	1,07
2		0,50	200	1,00	0,10	840,83	37,04	0,85	1,20	0,97	1,07
3		0,67	149	1,00	0,10	726,79	50,61	0,85	1,20	0,97	1,07
4		1,10	91	1,00	0,10	568,49	87,25	0,85	1,19	0,97	1,08
5		2,00	50	1,00	0,10	425,01	175,42	0,85	1,17	0,98	1,09
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1522,16	59,91	0,85	1,24	0,96	1,07
7		0,50	200	1,00	0,20	1361,51	75,24	0,85	1,24	0,96	1,07
8		0,67	149	1,00	0,20	1176,27	101,63	0,85	1,24	0,96	1,07
9		1,10	91	1,00	0,20	918,31	170,24	0,85	1,23	0,96	1,07
10		2,00	50	1,00	0,20	681,86	322,69	0,85	1,22	0,97	1,08
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2005,41	83,97	0,85	1,27	0,96	1,07
12		0,50	200	1,00	0,30	1793,72	105,26	0,85	1,27	0,96	1,07
13		0,67	149	1,00	0,30	1549,58	141,75	0,85	1,27	0,96	1,07
14		1,00	100	1,00	0,30	1268,49	213,58	0,85	1,26	0,96	1,07
15		2,00	50	1,00	0,30	897,35	439,56	0,85	1,25	0,96	1,07
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	887,65	34,45	0,86	1,18	0,96	1,07
17		0,50	200	0,90	0,10	794,13	43,57	0,86	1,18	0,97	1,07
18		0,67	149	0,90	0,10	686,41	59,56	0,86	1,18	0,97	1,07
19		1,00	100	0,90	0,10	562,70	92,39	0,86	1,17	0,97	1,08
20		2,00	50	0,90	0,10	401,12	207,12	0,86	1,16	0,97	1,09
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1434,73	68,72	0,86	1,22	0,96	1,07
22		0,50	200	0,90	0,20	1283,31	86,33	0,86	1,22	0,96	1,07
23		0,67	149	0,90	0,20	1108,70	116,64	0,86	1,22	0,96	1,07
24		1,00	100	0,90	0,20	907,71	176,92	0,86	1,21	0,96	1,07
25		2,00	50	0,90	0,20	642,64	371,29	0,86	1,20	0,97	1,07
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1888,31	94,21	0,86	1,25	0,96	1,07
27		0,50	200	0,90	0,30	1688,98	118,12	0,86	1,25	0,96	1,07
28		0,67	149	0,90	0,30	1459,09	159,10	0,86	1,25	0,96	1,07
29		1,00	100	0,90	0,30	1194,41	239,84	0,85	1,24	0,96	1,07
30		2,00	50	0,90	0,30	844,93	494,32	0,86	1,23	0,96	1,07
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	793,98	47,46	0,87	1,16	0,96	1,07
32		0,40	225	0,78	0,11	753,29	52,99	0,87	1,16	0,96	1,07
33		0,50	180	0,78	0,11	673,90	67,03	0,87	1,16	0,96	1,07
34		1,00	90	0,78	0,11	477,36	142,25	0,87	1,15	0,97	1,08
35		2,00	45	0,78	0,11	339,88	318,98	0,87	1,13	0,97	1,09
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1277,11	88,86	0,87	1,20	0,96	1,07
37		0,40	225	0,78	0,22	1211,58	98,94	0,87	1,20	0,96	1,07
38		0,60	150	0,78	0,22	989,32	149,94	0,87	1,20	0,96	1,07
39		1,00	90	0,78	0,22	766,50	255,05	0,87	1,19	0,96	1,07
40		1,50	60	0,78	0,22	626,13	392,35	0,87	1,18	0,97	1,07
41		2,00	45	0,78	0,22	542,58	536,32	0,87	1,18	0,97	1,07
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1677,28	114,59	0,87	1,23	0,96	1,07
43		0,40	225	0,78	0,33	1591,22	127,49	0,87	1,23	0,96	1,07
44		0,60	150	0,78	0,33	1299,26	192,48	0,87	1,23	0,96	1,07
45		1,00	90	0,78	0,33	1006,48	324,98	0,87	1,23	0,96	1,07
46		1,50	60	0,78	0,33	821,92	495,36	0,87	1,22	0,96	1,07
47		2,00	45	0,78	0,33	711,96	671,06	0,87	1,22	0,96	1,07
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	832,45	40,91	0,87	1,16	0,96	1,07
49		0,50	200	0,80	0,10	744,74	51,77	0,87	1,16	0,96	1,07
50		0,67	149	0,80	0,10	643,69	70,82	0,87	1,15	0,97	1,07
51		1,00	100	0,80	0,10	527,63	110,01	0,87	1,15	0,97	1,08
52		2,00	50	0,80	0,10	375,93	247,37	0,87	1,14	0,97	1,09
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1342,47	79,24	0,87	1,20	0,96	1,07
54		0,50	200	0,80	0,20	1200,78	99,57	0,87	1,20	0,96	1,07
55		0,67	149	0,80	0,20	1037,40	134,60	0,87	1,19	0,96	1,07
56		1,00	100	0,80	0,20	849,33	204,32	0,87	1,19	0,96	1,07
57		2,00	50	0,80	0,20	601,26	429,81	0,87	1,18	0,97	1,07
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1765,03	105,74	0,86	1,23	0,96	1,07
59		0,50	200	0,80	0,30	1578,71	132,61	0,86	1,23	0,96	1,07

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.23 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 7					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1363,84	178,67	0,86	1,23	0,96	1,07
61		1,00	100	0,80	0,30	1116,43	269,52	0,87	1,22	0,96	1,07
62		2,00	50	0,80	0,30	789,75	556,49	0,86	1,21	0,96	1,07
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	773,66	49,01	0,88	1,13	0,96	1,07
64		0,50	200	0,70	0,10	692,14	62,06	0,88	1,13	0,96	1,07
65		0,67	149	0,70	0,10	598,20	84,99	0,88	1,13	0,97	1,07
66		1,00	100	0,70	0,10	490,31	132,25	0,87	1,12	0,97	1,07
67		2,00	50	0,70	0,10	349,18	298,67	0,88	1,11	0,97	1,09
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1244,50	91,61	0,87	1,17	0,96	1,07
69		0,50	200	0,70	0,20	1113,15	115,14	0,87	1,17	0,96	1,07
70		0,67	149	0,70	0,20	961,69	155,74	0,87	1,17	0,96	1,07
71		1,00	100	0,70	0,20	787,34	236,68	0,88	1,16	0,96	1,07
72		2,00	50	0,70	0,20	557,35	499,42	0,87	1,15	0,97	1,07
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1634,53	118,24	0,88	1,20	0,96	1,07
74		0,50	200	0,70	0,30	1461,98	148,32	0,87	1,20	0,96	1,07
75		0,67	149	0,70	0,30	1262,99	199,93	0,88	1,20	0,96	1,07
76		1,00	100	0,70	0,30	1033,88	301,84	0,88	1,20	0,96	1,07
77		2,00	50	0,70	0,30	731,35	624,69	0,88	1,19	0,96	1,07
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	710,50	58,99	0,88	1,10	0,96	1,07
79		0,50	200	0,60	0,10	635,62	74,76	0,89	1,10	0,96	1,07
80		0,67	149	0,60	0,10	549,35	102,52	0,89	1,09	0,97	1,07
81		1,00	100	0,60	0,10	450,23	159,92	0,89	1,09	0,97	1,07
82		2,00	50	0,60	0,10	320,55	363,38	0,89	1,08	0,97	1,09
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	805,53	70,03	0,89	1,11	0,96	1,07
84		0,50	200	0,60	0,12	720,58	88,50	0,90	1,11	0,96	1,07
85		0,67	149	0,60	0,12	622,66	120,81	0,89	1,10	0,96	1,07
86		1,00	100	0,60	0,12	510,07	186,81	0,89	1,10	0,97	1,07
87		2,00	50	0,60	0,12	362,19	414,27	0,89	1,09	0,97	1,08
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1061,52	98,00	0,88	1,13	0,96	1,07
89		0,50	200	0,60	0,18	949,50	123,33	0,88	1,13	0,96	1,07
90		0,67	149	0,60	0,18	820,32	167,16	0,89	1,13	0,96	1,07
91		1,00	100	0,60	0,18	671,63	255,05	0,89	1,12	0,96	1,07
92		2,00	50	0,60	0,18	475,59	544,34	0,89	1,11	0,97	1,07
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1139,69	105,52	0,89	1,14	0,96	1,07
94		0,50	200	0,60	0,20	1019,40	132,70	0,89	1,14	0,96	1,07
95		0,67	149	0,60	0,20	880,69	179,63	0,89	1,14	0,96	1,07
96		1,00	100	0,60	0,20	721,02	273,39	0,89	1,13	0,96	1,07
97		2,00	50	0,60	0,20	510,39	579,31	0,89	1,12	0,97	1,07
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1495,39	130,69	0,89	1,18	0,96	1,07
99		0,50	200	0,60	0,30	1337,53	163,99	0,89	1,18	0,96	1,07
100		0,67	149	0,60	0,30	1155,48	221,18	0,89	1,17	0,96	1,07
101		1,00	100	0,60	0,30	945,87	334,29	0,88	1,17	0,96	1,07
102		2,00	50	0,60	0,30	669,09	694,02	0,89	1,16	0,96	1,07
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	641,85	70,53	0,90	1,06	0,96	1,06
104		0,50	200	0,50	0,10	574,21	89,50	0,90	1,06	0,96	1,06
105		0,67	149	0,50	0,10	496,27	122,98	0,90	1,05	0,97	1,06
106		1,00	100	0,50	0,10	406,73	192,52	0,90	1,05	0,97	1,07
107		2,00	50	0,50	0,10	289,57	441,42	0,90	1,04	0,97	1,08
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	845,83	98,89	0,90	1,08	0,96	1,06
109		0,50	200	0,50	0,15	756,58	124,77	0,90	1,08	0,96	1,06
110		0,67	149	0,50	0,15	653,69	169,82	0,90	1,08	0,96	1,06
111		1,00	100	0,50	0,15	535,30	261,14	0,89	1,07	0,97	1,06
112		2,00	50	0,50	0,15	379,39	569,79	0,90	1,07	0,97	1,07
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1026,42	119,55	0,90	1,10	0,96	1,06
114		0,50	200	0,50	0,20	918,09	150,44	0,90	1,10	0,96	1,06
115		0,67	149	0,50	0,20	793,17	203,87	0,90	1,10	0,96	1,06
116		1,00	100	0,50	0,20	649,37	310,94	0,90	1,10	0,96	1,06
117		2,00	50	0,50	0,20	459,68	662,81	0,90	1,09	0,97	1,07
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1345,67	140,68	0,90	1,15	0,96	1,06
119		0,50	200	0,50	0,30	1203,62	176,61	0,90	1,15	0,96	1,06
120		0,67	149	0,50	0,30	1039,80	238,39	0,90	1,14	0,96	1,06
121		1,00	100	0,50	0,30	851,17	360,85	0,90	1,14	0,96	1,06
122		2,00	50	0,50	0,30	602,12	752,52	0,90	1,13	0,96	1,07

* GBTUL – Modo Distorsional Puro

Tabela D.24 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 7					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	566,09	81,58	0,91	1,01	0,96	1,06
124		0,50	200	0,40	0,10	506,44	103,70	0,91	1,01	0,96	1,06
125		0,67	149	0,40	0,10	437,72	142,94	0,91	1,01	0,97	1,06
126		1,00	100	0,40	0,10	358,78	225,01	0,91	1,00	0,97	1,06
127		2,00	50	0,40	0,10	255,59	523,28	0,91	1,00	0,97	1,08
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	902,36	129,62	0,91	1,06	0,96	1,06
129		0,50	200	0,40	0,20	807,12	163,28	0,91	1,06	0,96	1,06
130		0,67	149	0,40	0,20	697,30	221,66	0,91	1,06	0,96	1,06
131		1,00	100	0,40	0,20	570,90	339,16	0,91	1,06	0,96	1,06
132		2,00	50	0,40	0,20	404,19	729,49	0,91	1,05	0,97	1,06
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1182,50	143,54	0,91	1,11	0,96	1,06
134		0,50	200	0,40	0,30	1057,68	180,34	0,91	1,11	0,96	1,06
135		0,67	149	0,40	0,30	913,72	243,72	0,91	1,11	0,96	1,06
136		1,00	100	0,40	0,30	747,98	369,78	0,91	1,11	0,96	1,06
137		2,00	50	0,40	0,30	529,16	776,34	0,91	1,10	0,96	1,06
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	541,34	73,85	0,92	0,96	0,97	1,05
139		0,50	240	0,33	0,08	530,44	77,23	0,92	0,96	0,97	1,05
140		1,00	120	0,33	0,08	376,02	169,65	0,92	0,96	0,97	1,06
141		2,00	60	0,33	0,08	268,50	402,85	0,92	0,96	0,98	1,08
142		2,50	48	0,33	0,08	241,86	544,92	0,92	0,96	0,98	1,10
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1001,15	131,96	0,92	1,04	0,96	1,05
144		0,50	240	0,33	0,21	980,93	137,66	0,92	1,04	0,96	1,05
145		1,00	120	0,33	0,21	693,78	284,97	0,92	1,04	0,96	1,06
146		2,00	60	0,33	0,21	491,04	609,08	0,92	1,03	0,97	1,06
147		2,50	48	0,33	0,21	439,51	786,13	0,92	1,03	0,97	1,06
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1276,93	138,08	0,92	1,09	0,96	1,06
149		0,50	240	0,33	0,30	1251,13	143,97	0,92	1,09	0,96	1,06
150		1,00	120	0,33	0,30	884,78	294,90	0,92	1,09	0,96	1,06
151		2,00	60	0,33	0,30	625,89	617,90	0,91	1,08	0,96	1,06
152		2,50	48	0,33	0,30	559,99	790,09	0,92	1,08	0,97	1,06
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	480,57	86,04	0,92	0,96	0,96	1,05
154		0,50	200	0,30	0,10	429,96	109,73	0,92	0,96	0,97	1,05
155		0,67	149	0,30	0,10	371,68	152,03	0,92	0,96	0,97	1,05
156		1,00	100	0,30	0,10	304,79	241,62	0,92	0,95	0,97	1,06
157		2,00	50	0,30	0,10	217,64	575,80	0,92	0,95	0,98	1,08
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	763,76	127,41	0,93	1,02	0,96	1,05
159		0,50	200	0,30	0,20	683,16	160,77	0,92	1,02	0,96	1,05
160		0,67	149	0,30	0,20	590,23	218,87	0,92	1,02	0,96	1,05
161		1,00	100	0,30	0,20	483,28	336,73	0,92	1,02	0,96	1,05
162		2,00	50	0,30	0,20	342,31	735,27	0,92	1,01	0,97	1,06
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1001,30	132,30	0,92	1,08	0,96	1,06
164		0,50	200	0,30	0,30	895,61	166,42	0,93	1,08	0,96	1,06
165		0,67	149	0,30	0,30	773,73	225,38	0,92	1,08	0,96	1,06
166		1,00	100	0,30	0,30	633,41	343,29	0,92	1,08	0,96	1,06
167		2,00	50	0,30	0,30	448,20	728,85	0,92	1,07	0,97	1,06
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	576,68	86,04	0,92	0,96	0,96	1,05
169		0,60	200	0,30	0,10	515,95	109,73	0,92	0,96	0,97	1,05
170		0,80	150	0,30	0,10	447,12	151,18	0,92	0,96	0,97	1,05
171		1,20	100	0,30	0,10	365,75	241,62	0,92	0,95	0,97	1,06
172		2,40	50	0,30	0,10	261,16	575,80	0,92	0,95	0,98	1,08
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	916,51	127,41	0,92	1,02	0,96	1,05
174		0,60	200	0,30	0,20	819,80	160,77	0,92	1,02	0,96	1,05
175		0,80	150	0,30	0,20	710,04	217,72	0,92	1,02	0,96	1,05
176		1,20	100	0,30	0,20	579,93	336,73	0,92	1,02	0,96	1,05
177		2,40	50	0,30	0,20	410,78	735,27	0,92	1,01	0,97	1,06
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1201,56	132,30	0,92	1,08	0,96	1,06
179		0,60	200	0,30	0,30	1074,73	166,42	0,92	1,08	0,96	1,06
180		0,80	150	0,30	0,30	930,79	224,21	0,92	1,08	0,96	1,06
181		1,20	100	0,30	0,30	760,09	343,29	0,92	1,08	0,96	1,06
182		2,40	50	0,30	0,30	537,84	728,85	0,92	1,07	0,97	1,06

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.25 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 8					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
1	100x100x10	0,40	250	1,00	0,10	974,54	27,40	0,88	1,13	1,00	1,00
2		0,50	200	1,00	0,10	871,89	34,66	0,88	1,12	1,00	1,00
3		0,67	149	1,00	0,10	753,64	47,40	0,88	1,12	1,00	1,01
4		1,10	91	1,00	0,10	589,48	81,90	0,88	1,12	1,00	1,01
5		2,00	50	1,00	0,10	440,69	165,34	0,88	1,10	1,01	1,03
6	100x100x20	0,40	250	1,00	0,20	1578,39	55,93	0,88	1,16	1,00	1,00
7		0,50	200	1,00	0,20	1411,81	70,26	0,88	1,16	1,00	1,00
8		0,67	149	1,00	0,20	1219,72	94,95	0,88	1,16	1,00	1,00
9		1,10	91	1,00	0,20	952,24	159,22	0,88	1,15	1,00	1,00
10		2,00	50	1,00	0,20	707,05	302,45	0,88	1,14	1,00	1,01
11	100x100x30	0,40	250	1,00	0,30	2079,50	78,35	0,88	1,19	1,00	1,00
12		0,50	200	1,00	0,30	1859,99	98,24	0,88	1,18	1,00	1,00
13		0,67	149	1,00	0,30	1606,83	132,33	0,88	1,18	1,00	1,00
14		1,00	100	1,00	0,30	1315,35	199,50	0,88	1,18	1,00	1,00
15		2,00	50	1,00	0,30	930,50	411,23	0,88	1,17	1,00	1,00
16	100x90x10	0,40	250	0,90	0,10	920,44	32,24	0,89	1,11	1,00	1,00
17		0,50	200	0,90	0,10	823,47	40,81	0,89	1,11	1,00	1,00
18		0,67	149	0,90	0,10	711,76	55,84	0,89	1,10	1,00	1,01
19		1,00	100	0,90	0,10	583,48	86,77	0,89	1,10	1,00	1,01
20		2,00	50	0,90	0,10	415,92	195,42	0,89	1,09	1,01	1,03
21	100x90x20	0,40	250	0,90	0,20	1487,73	64,22	0,89	1,14	1,00	1,00
22		0,50	200	0,90	0,20	1330,72	80,69	0,89	1,14	1,00	1,00
23		0,67	149	0,90	0,20	1149,66	109,07	0,89	1,14	1,00	1,00
24		1,00	100	0,90	0,20	941,25	165,58	0,89	1,13	1,00	1,00
25		2,00	50	0,90	0,20	666,37	348,34	0,89	1,13	1,00	1,01
26	100x90x30	0,40	250	0,90	0,30	1958,07	87,98	0,89	1,17	1,00	1,00
27		0,50	200	0,90	0,30	1751,37	110,33	0,89	1,17	1,00	1,00
28		0,67	149	0,90	0,30	1513,00	148,65	0,89	1,17	1,00	1,00
29		1,00	100	0,90	0,30	1238,53	224,21	0,89	1,16	1,00	1,00
30		2,00	50	0,90	0,30	876,14	462,86	0,89	1,15	1,00	1,00
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	823,31	44,49	0,90	1,09	1,00	1,00
32		0,40	225	0,78	0,11	781,11	49,68	0,90	1,09	1,00	1,00
33		0,50	180	0,78	0,11	698,79	62,89	0,90	1,08	1,00	1,00
34		1,00	90	0,78	0,11	494,98	133,82	0,90	1,08	1,00	1,01
35		2,00	45	0,78	0,11	352,41	301,43	0,90	1,07	1,01	1,03
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	1324,29	83,15	0,90	1,12	1,00	1,00
37		0,40	225	0,78	0,22	1256,34	92,59	0,90	1,12	1,00	1,00
38		0,60	150	0,78	0,22	1025,87	140,39	0,90	1,12	1,00	1,00
39		1,00	90	0,78	0,22	794,82	239,06	0,90	1,12	1,00	1,00
40		1,50	60	0,78	0,22	649,25	368,22	0,90	1,11	1,00	1,01
41		2,00	45	0,78	0,22	562,62	503,94	0,90	1,11	1,00	1,01
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	1739,25	107,14	0,90	1,15	1,00	1,00
43		0,40	225	0,78	0,33	1650,00	119,21	0,90	1,15	1,00	1,00
44		0,60	150	0,78	0,33	1347,25	180,04	0,90	1,15	1,00	1,00
45		1,00	90	0,78	0,33	1043,66	304,19	0,90	1,15	1,00	1,00
46		1,50	60	0,78	0,33	852,28	464,06	0,90	1,14	1,00	1,00
47		2,00	45	0,78	0,33	738,26	629,20	0,90	1,14	1,00	1,00
48	100x80x10	0,40	250	0,80	0,10	863,21	38,35	0,90	1,09	1,00	1,00
49		0,50	200	0,80	0,10	772,25	48,56	0,90	1,09	1,00	1,01
50		0,67	149	0,80	0,10	667,47	66,50	0,90	1,08	1,00	1,01
51		1,00	100	0,80	0,10	547,11	103,47	0,90	1,08	1,00	1,01
52		2,00	50	0,80	0,10	389,80	233,74	0,90	1,07	1,01	1,03
53	100x80x20	0,40	250	0,80	0,20	1392,06	74,14	0,90	1,12	1,00	1,00
54		0,50	200	0,80	0,20	1245,14	93,18	0,90	1,12	1,00	1,00
55		0,67	149	0,80	0,20	1075,72	126,02	0,90	1,12	1,00	1,00
56		1,00	100	0,80	0,20	880,70	191,47	0,90	1,11	1,00	1,00
57		2,00	50	0,80	0,20	623,47	403,78	0,90	1,11	1,00	1,01
58	100x80x30	0,40	250	0,80	0,30	1830,24	98,85	0,90	1,15	1,00	1,00
59		0,50	200	0,80	0,30	1637,03	123,99	0,90	1,15	1,00	1,00

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.26 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 8					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
60	100x80x30	0,67	149	0,80	0,30	1414,22	167,11	0,90	1,15	1,00	1,00
61		1,00	100	0,80	0,30	1157,67	252,24	0,90	1,14	1,00	1,00
62		2,00	50	0,80	0,30	818,93	521,68	0,89	1,14	1,00	1,00
63	100x70x10	0,40	250	0,70	0,10	802,24	46,04	0,91	1,06	1,00	1,00
64		0,50	200	0,70	0,10	717,70	58,34	0,91	1,06	1,00	1,01
65		0,67	149	0,70	0,10	620,30	79,97	0,91	1,06	1,00	1,01
66		1,00	100	0,70	0,10	508,41	124,66	0,91	1,06	1,00	1,01
67		2,00	50	0,70	0,10	362,05	282,81	0,91	1,05	1,01	1,03
68	100x70x20	0,40	250	0,70	0,20	1290,48	85,86	0,91	1,10	1,00	1,00
69		0,50	200	0,70	0,20	1154,28	107,95	0,90	1,10	1,00	1,00
70		0,67	149	0,70	0,20	997,22	146,08	0,91	1,09	1,00	1,00
71		1,00	100	0,70	0,20	816,42	222,20	0,91	1,09	1,00	1,00
72		2,00	50	0,70	0,20	577,93	470,07	0,91	1,08	1,00	1,01
73	100x70x30	0,40	250	0,70	0,30	1694,91	110,71	0,91	1,13	1,00	1,00
74		0,50	200	0,70	0,30	1515,99	138,90	0,91	1,13	1,00	1,00
75		0,67	149	0,70	0,30	1309,65	187,28	0,91	1,13	1,00	1,00
76		1,00	100	0,70	0,30	1072,07	282,92	0,91	1,12	1,00	1,00
77		2,00	50	0,70	0,30	758,36	586,56	0,91	1,12	1,00	1,00
78	100x60x10	0,40	250	0,60	0,10	736,74	55,60	0,92	1,03	1,00	1,01
79		0,50	200	0,60	0,10	659,10	70,50	0,92	1,03	1,00	1,01
80		0,67	149	0,60	0,10	569,63	96,78	0,92	1,03	1,00	1,01
81		1,00	100	0,60	0,10	466,85	151,24	0,92	1,03	1,00	1,01
82		2,00	50	0,60	0,10	332,35	345,22	0,92	1,03	1,01	1,03
83	100x60x12	0,40	250	0,60	0,12	835,29	65,94	0,92	1,04	1,00	1,00
84		0,50	200	0,60	0,12	747,20	83,38	0,93	1,04	1,00	1,00
85		0,67	149	0,60	0,12	645,66	113,92	0,92	1,04	1,00	1,01
86		1,00	100	0,60	0,12	528,90	176,43	0,92	1,04	1,00	1,01
87		2,00	50	0,60	0,12	375,54	392,80	0,92	1,03	1,01	1,02
88	100x60x18	0,40	250	0,60	0,18	1100,74	92,13	0,92	1,06	1,00	1,00
89		0,50	200	0,60	0,18	984,57	115,98	0,91	1,06	1,00	1,00
90		0,67	149	0,60	0,18	850,62	157,29	0,93	1,06	1,00	1,00
91		1,00	100	0,60	0,18	696,44	240,23	0,92	1,06	1,00	1,01
92		2,00	50	0,60	0,18	493,15	514,21	0,93	1,05	1,00	1,01
93	100x60x20	0,40	250	0,60	0,20	1181,79	99,16	0,92	1,07	1,00	1,00
94		0,50	200	0,60	0,20	1057,06	124,74	0,92	1,07	1,00	1,00
95		0,67	149	0,60	0,20	913,23	168,94	0,92	1,07	1,00	1,00
96		1,00	100	0,60	0,20	747,65	257,36	0,92	1,07	1,00	1,00
97		2,00	50	0,60	0,20	529,23	546,78	0,92	1,06	1,00	1,01
98	100x60x30	0,40	250	0,60	0,30	1550,63	122,62	0,92	1,10	1,00	1,00
99		0,50	200	0,60	0,30	1386,94	153,89	0,92	1,10	1,00	1,00
100		0,67	149	0,60	0,30	1198,17	207,63	0,92	1,10	1,00	1,00
101		1,00	100	0,60	0,30	980,81	314,00	0,92	1,10	1,00	1,00
102		2,00	50	0,60	0,30	693,81	653,12	0,92	1,09	1,00	1,01
103	100x50x10	0,40	250	0,50	0,10	665,56	66,82	0,93	1,00	1,00	1,01
104		0,50	200	0,50	0,10	595,41	84,83	0,93	1,00	1,00	1,01
105		0,67	149	0,50	0,10	514,59	116,69	0,93	1,00	1,00	1,01
106		1,00	100	0,50	0,10	421,74	183,01	0,93	1,00	1,00	1,02
107		2,00	50	0,50	0,10	300,21	421,50	0,93	1,00	1,01	1,04
108	100x50x15	0,40	250	0,50	0,15	877,07	93,46	0,93	1,02	1,00	1,00
109		0,50	200	0,50	0,15	784,53	117,95	0,93	1,02	1,00	1,00
110		0,67	149	0,50	0,15	677,84	160,66	0,93	1,02	1,00	1,01
111		1,00	100	0,50	0,15	555,07	247,37	0,93	1,02	1,00	1,01
112		2,00	50	0,50	0,15	393,39	541,59	0,93	1,01	1,00	1,02
113	100x50x20	0,40	250	0,50	0,20	1064,34	112,78	0,93	1,04	1,00	1,00
114		0,50	200	0,50	0,20	952,01	141,97	0,93	1,04	1,00	1,00
115		0,67	149	0,50	0,20	822,47	192,49	0,93	1,04	1,00	1,00
116		1,00	100	0,50	0,20	673,35	293,88	0,93	1,04	1,00	1,01
117		2,00	50	0,50	0,20	476,65	628,16	0,93	1,03	1,00	1,01
118	100x50x30	0,40	250	0,50	0,30	1395,38	132,36	0,93	1,08	1,00	1,00
119		0,50	200	0,50	0,30	1248,08	166,21	0,93	1,08	1,00	1,00
120		0,67	149	0,50	0,30	1078,21	224,43	0,93	1,08	1,00	1,00
121		1,00	100	0,50	0,30	882,62	339,96	0,93	1,07	1,00	1,00
122		2,00	50	0,50	0,30	624,36	710,37	0,93	1,07	1,00	1,01

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.27 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					Modelo 8					
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dGBTUL}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$	$L_{cr,d}/L_{cr,dSilvestre}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dSilvestre}$
123	100x40x10	0,40	250	0,40	0,10	586,99	77,89	0,94	0,96	1,00	1,01
124		0,50	200	0,40	0,10	525,14	99,08	0,95	0,96	1,00	1,01
125		0,67	149	0,40	0,10	453,87	136,71	0,94	0,96	1,00	1,01
126		1,00	100	0,40	0,10	372,01	215,61	0,95	0,96	1,00	1,02
127		2,00	50	0,40	0,10	264,95	503,58	0,94	0,96	1,01	1,04
128	100x40x20	0,40	250	0,40	0,20	935,69	122,98	0,95	1,01	1,00	1,00
129		0,50	200	0,40	0,20	836,94	154,96	0,94	1,01	1,00	1,00
130		0,67	149	0,40	0,20	723,06	210,49	0,94	1,01	1,00	1,00
131		1,00	100	0,40	0,20	591,98	322,41	0,94	1,01	1,00	1,01
132		2,00	50	0,40	0,20	419,10	695,47	0,94	1,00	1,00	1,02
133	100x40x30	0,40	250	0,40	0,30	1226,19	135,57	0,94	1,05	1,00	1,00
134		0,50	200	0,40	0,30	1096,75	170,37	0,94	1,05	1,00	1,00
135		0,67	149	0,40	0,30	947,48	230,34	0,94	1,05	1,00	1,00
136		1,00	100	0,40	0,30	775,61	349,75	0,94	1,05	1,00	1,00
137		2,00	50	0,40	0,30	548,70	735,88	0,94	1,04	1,00	1,01
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	561,32	71,17	0,95	0,93	1,00	1,01
139		0,50	240	0,33	0,08	550,02	74,43	0,95	0,93	1,00	1,01
140		1,00	120	0,33	0,08	389,86	163,98	0,95	0,93	1,00	1,03
141		2,00	60	0,33	0,08	278,27	390,96	0,95	0,93	1,01	1,05
142		2,50	48	0,33	0,08	250,60	529,60	0,95	0,93	1,02	1,07
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	1038,13	125,73	0,95	0,99	1,00	1,00
144		0,50	240	0,33	0,21	1017,16	131,16	0,95	0,99	1,00	1,00
145		1,00	120	0,33	0,21	719,41	271,92	0,95	0,99	1,00	1,01
146		2,00	60	0,33	0,21	509,16	582,67	0,95	0,98	1,00	1,01
147		2,50	48	0,33	0,21	455,71	752,90	0,95	0,98	1,00	1,02
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	1324,10	130,81	0,95	1,04	1,00	1,00
149		0,50	240	0,33	0,30	1297,35	136,40	0,95	1,04	1,00	1,00
150		1,00	120	0,33	0,30	917,46	279,70	0,95	1,03	1,00	1,00
151		2,00	60	0,33	0,30	649,01	587,22	0,95	1,03	1,00	1,01
152		2,50	48	0,33	0,30	580,66	751,55	0,95	1,02	1,00	1,01
153	100x30x10	0,40	250	0,30	0,10	498,31	83,09	0,95	0,93	1,00	1,01
154		0,50	200	0,30	0,10	445,83	106,03	0,96	0,93	1,00	1,01
155		0,67	149	0,30	0,10	385,38	147,07	0,95	0,93	1,00	1,02
156		1,00	100	0,30	0,10	316,00	234,15	0,95	0,93	1,00	1,03
157		2,00	50	0,30	0,10	225,55	560,23	0,96	0,93	1,01	1,05
158	100x30x20	0,40	250	0,30	0,20	791,97	121,79	0,96	0,98	1,00	1,00
159		0,50	200	0,30	0,20	708,40	153,74	0,96	0,98	1,00	1,00
160		0,67	149	0,30	0,20	612,03	209,44	0,96	0,98	1,00	1,01
161		1,00	100	0,30	0,20	501,12	322,58	0,96	0,98	1,00	1,01
162		2,00	50	0,30	0,20	354,92	706,55	0,95	0,97	1,00	1,02
163	100x30x30	0,40	250	0,30	0,30	1038,29	125,54	0,96	1,03	1,00	1,00
164		0,50	200	0,30	0,30	928,70	157,96	0,96	1,03	1,00	1,00
165		0,67	149	0,30	0,30	802,31	214,02	0,95	1,03	1,00	1,00
166		1,00	100	0,30	0,30	656,80	326,28	0,95	1,02	1,00	1,01
167		2,00	50	0,30	0,30	464,74	694,43	0,96	1,01	1,00	1,01
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	597,97	83,09	0,96	0,93	1,00	1,01
169		0,60	200	0,30	0,10	534,99	106,03	0,95	0,93	1,00	1,01
170		0,80	150	0,30	0,10	463,61	146,24	0,95	0,93	1,00	1,02
171		1,20	100	0,30	0,10	379,20	234,15	0,95	0,93	1,00	1,03
172		2,40	50	0,30	0,10	270,66	560,23	0,95	0,93	1,01	1,05
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	950,37	121,79	0,95	0,98	1,00	1,00
174		0,60	200	0,30	0,20	850,08	153,74	0,96	0,98	1,00	1,00
175		0,80	150	0,30	0,20	736,27	208,33	0,96	0,98	1,00	1,01
176		1,20	100	0,30	0,20	601,34	322,58	0,96	0,98	1,00	1,01
177		2,40	50	0,30	0,20	425,91	706,55	0,96	0,97	1,00	1,02
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	1245,95	125,54	0,95	1,03	1,00	1,00
179		0,60	200	0,30	0,30	1114,44	157,96	0,96	1,03	1,00	1,00
180		0,80	150	0,30	0,30	965,17	212,91	0,96	1,03	1,00	1,00
181		1,20	100	0,30	0,30	788,16	326,28	0,96	1,02	1,00	1,01
182		2,40	50	0,30	0,30	557,69	694,43	0,96	1,01	1,00	1,01

* GBTUL – Modo Distorcional Puro

Tabela D.28 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Conventional Modes)				Modelo 8		
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\sigma_{cr,d}$	Participação Modal (%)			$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
							Distorcional	Local	Gobal			
1	100x100x10	0,4	250	1,00	0,10	23,73	97,0	2,0	-	974,54	27,40	1,15
2		0,5	200	1,00	0,10	30,07	97,0	2,0	-	871,89	34,66	1,15
3		0,67	149	1,00	0,10	41,22	97,0	2,0	-	753,64	47,40	1,15
4		1,1	91	1,00	0,10	71,62	97,0	2,0	-	589,48	81,90	1,14
5		2	50	1,00	0,10	145,90	97,0	2,0	-	440,69	165,34	1,13
6	100x100x20	0,4	250	1,00	0,20	47,82	98,0	1,0	-	1578,39	55,93	1,17
7		0,5	200	1,00	0,20	59,89	98,0	1,0	-	1411,81	70,26	1,17
8		0,67	149	1,00	0,20	80,81	98,0	1,0	-	1219,72	94,95	1,18
9		1,1	91	1,00	0,20	135,99	98,0	1,5	-	952,24	159,22	1,17
10		2	50	1,00	0,20	260,10	98,0	1,5	-	707,05	302,45	1,16
11	100x100x30	0,4	250	1,00	0,30	65,05	98,0	0,8	0,9	2079,50	78,35	1,20
12		0,5	200	1,00	0,30	81,61	98,0	0,8	0,9	1859,99	98,24	1,20
13		0,67	149	1,00	0,30	110,05	98,3	0,8	0,9	1606,83	132,33	1,20
14		1	100	1,00	0,30	166,28	98,3	0,8	0,9	1315,35	199,50	1,20
15		2	50	1,00	0,30	344,93	98,2	0,9	0,9	930,50	411,23	1,19
16	100x90x10	0,4	250	0,90	0,10	28,42	97,5	2,2	-	920,44	32,24	1,13
17		0,5	200	0,90	0,10	36,01	97,5	2,1	-	823,47	40,81	1,13
18		0,67	149	0,90	0,10	49,38	97,5	2,1	-	711,76	55,84	1,13
19		1	100	0,90	0,10	77,03	97,5	2,1	-	583,48	86,77	1,13
20		2	50	0,90	0,10	175,05	97,5	2,0	-	415,92	195,42	1,12
21	100x90x20	0,4	250	0,90	0,20	56,22	98,5	1,1	-	1487,73	64,22	1,14
22		0,5	200	0,90	0,20	70,26	98,4	1,2	-	1330,72	80,69	1,15
23		0,67	149	0,90	0,20	94,32	98,3	1,3	-	1149,66	109,07	1,16
24		1	100	0,90	0,20	143,56	98,3	1,4	0,3	941,25	165,58	1,15
25		2	50	0,90	0,20	304,17	98,2	1,4	0,3	666,37	348,34	1,15
26	100x90x30	0,4	250	0,90	0,30	73,87	97,9	0,6	1,4	1958,07	87,98	1,19
27		0,5	200	0,90	0,30	92,70	97,9	0,7	1,4	1751,37	110,33	1,19
28		0,67	149	0,90	0,30	125,03	97,8	0,7	1,5	1513,00	148,65	1,19
29		1	100	0,90	0,30	188,99	97,8	0,7	1,4	1238,53	224,21	1,19
30		2	50	0,90	0,30	392,51	97,7	0,7	1,5	876,14	462,86	1,18
31	90x70x10	0,36	250	0,78	0,11	40,02	97,6	1,9	-	823,31	44,49	1,11
32		0,4	225	0,78	0,11	44,71	97,6	1,9	-	781,11	49,68	1,11
33		0,5	180	0,78	0,11	56,66	97,6	1,9	-	698,79	62,89	1,11
34		1	90	0,78	0,11	121,21	97,6	1,8	-	494,98	133,82	1,10
35		2	45	0,78	0,11	275,19	97,7	1,7	-	352,41	301,43	1,10
36	90x70x20	0,36	250	0,78	0,22	72,79	98,0	1,1	0,9	1324,29	83,15	1,14
37		0,4	225	0,78	0,22	81,05	98,0	1,1	0,9	1256,34	92,59	1,14
38		0,6	150	0,78	0,22	123,06	97,9	1,1	0,9	1025,87	140,39	1,14
39		1	90	0,78	0,22	210,19	97,9	1,1	0,9	794,82	239,06	1,14
40		1,5	60	0,78	0,22	324,86	97,9	1,1	0,9	649,25	368,22	1,13
41		2	45	0,78	0,22	446,06	97,8	1,1	0,9	562,62	503,94	1,13
42	90x70x30	0,36	250	0,78	0,33	89,26	95,3	0,3	4,2	1739,25	107,14	1,20
43		0,4	225	0,78	0,33	99,34	95,3	0,3	4,2	1650,00	119,21	1,20
44		0,6	150	0,78	0,33	150,36	95,5	0,3	4,0	1347,25	180,04	1,20
45		1	90	0,78	0,33	257,23	95,9	0,4	3,5	1043,66	304,19	1,18
46		1,5	60	0,78	0,33	389,81	94,7	0,3	4,8	852,28	464,06	1,19
47		2	45	0,78	0,33	529,22	94,9	0,4	4,5	738,26	629,20	1,19
48	100x80x10	0,4	250	0,80	0,10	34,44	97,5	2,0	-	863,21	38,35	1,11
49		0,5	200	0,80	0,10	43,65	97,5	2,0	-	772,25	48,56	1,11
50		0,67	149	0,80	0,10	59,89	97,5	2,0	-	667,47	66,50	1,11
51		1	100	0,80	0,10	93,51	97,5	2,0	-	547,11	103,47	1,11
52		2	50	0,80	0,10	212,90	97,6	1,8	-	389,80	233,74	1,10
53	100x80x20	0,4	250	0,80	0,20	65,05	98,1	1,2	0,5	1392,06	74,14	1,14
54		0,5	200	0,80	0,20	81,82	98,1	1,3	0,5	1245,14	93,18	1,14
55		0,67	149	0,80	0,20	110,79	98,1	1,2	0,5	1075,72	126,02	1,14
56		1	100	0,80	0,20	168,73	98,1	1,3	0,5	880,70	191,47	1,13
57		2	50	0,80	0,20	358,19	98,0	1,3	0,5	623,47	403,78	1,13

Tabela D.29 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Conventional Modes)				Modelo 8		
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\sigma_{cr,d}$	Participação Modal (%)			$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
							Distorcional	Local	Gobal			
58	100x80x30	0,4	250	0,80	0,30	83,74	96,9	0,6	2,5	1830,24	98,85	1,18
59		0,5	200	0,80	0,30	105,11	96,9	0,6	2,5	1637,03	123,99	1,18
60		0,67	149	0,80	0,30	141,81	96,9	0,6	2,5	1414,22	167,11	1,18
61		1	100	0,80	0,30	214,46	96,8	0,6	2,5	1157,67	252,24	1,18
62		2	50	0,80	0,30	446,05	96,7	0,6	2,6	818,93	521,68	1,17
63	100x70x10	0,4	250	0,70	0,10	42,19	97,3	2,2	-	802,24	46,04	1,09
64		0,5	200	0,70	0,10	53,52	97,3	2,1	-	717,70	58,34	1,09
65		0,67	149	0,70	0,10	73,48	97,3	2,1	-	620,30	79,97	1,09
66		1	100	0,70	0,10	114,89	97,3	2,0	-	508,41	124,66	1,09
67		2	50	0,70	0,10	262,44	97,5	1,8	-	362,05	282,81	1,08
68	100x70x20	0,4	250	0,70	0,20	76,56	97,6	1,3	1,0	1290,48	85,86	1,12
69		0,5	200	0,70	0,20	96,32	97,6	1,3	1,0	1154,28	107,95	1,12
70		0,67	149	0,70	0,20	130,51	97,6	1,3	1,0	997,22	146,08	1,12
71		1	100	0,70	0,20	198,94	97,6	1,3	1,0	816,42	222,20	1,12
72		2	50	0,70	0,20	423,43	97,5	1,3	1,0	577,93	470,07	1,11
73	100x70x30	0,4	250	0,70	0,30	94,10	95,0	0,5	4,3	1694,91	110,71	1,18
74		0,5	200	0,70	0,30	118,12	94,9	0,5	4,4	1515,99	138,90	1,18
75		0,67	149	0,70	0,30	159,42	94,9	0,5	4,4	1309,65	187,28	1,17
76		1	100	0,70	0,30	241,28	94,9	0,6	4,4	1072,07	282,92	1,17
77		2	50	0,70	0,30	502,63	94,6	0,6	4,7	758,36	586,56	1,17
78	100x60x10	0,4	250	0,60	0,10	52,01	96,4	2,9	-	736,74	55,60	1,07
79		0,5	200	0,60	0,10	66,02	96,5	2,8	-	659,10	70,50	1,07
80		0,67	149	0,60	0,10	90,76	96,5	2,8	-	569,63	96,78	1,07
81		1	100	0,60	0,10	142,21	96,6	2,6	-	466,85	151,24	1,06
82		2	50	0,60	0,10	326,63	96,9	2,3	-	332,35	345,22	1,06
83	100x60x12	0,4	250	0,60	0,12	61,36	96,7	2,6	0,4	835,29	65,94	1,07
84		0,5	200	0,60	0,12	77,64	96,7	2,6	0,4	747,20	83,38	1,07
85		0,67	149	0,60	0,12	106,23	96,7	2,5	0,4	645,66	113,92	1,07
86		1	100	0,60	0,12	164,91	96,8	2,4	0,4	528,90	176,43	1,07
87		2	50	0,60	0,12	369,43	96,9	2,2	-	375,54	392,80	1,06
88	100x60x18	0,4	250	0,60	0,18	83,96	96,6	1,9	1,4	1100,74	92,13	1,10
89		0,5	200	0,60	0,18	105,77	96,6	1,9	1,4	984,57	115,98	1,10
90		0,67	149	0,60	0,18	143,61	96,6	1,9	1,4	850,62	157,29	1,10
91		1	100	0,60	0,18	219,80	96,6	1,8	1,4	696,44	240,23	1,09
92		2	50	0,60	0,18	473,12	96,5	1,7	1,5	493,15	514,21	1,09
93	100x60x20	0,4	250	0,60	0,20	89,56	96,3	1,7	2,0	1181,79	99,16	1,11
94		0,5	200	0,60	0,20	112,73	96,3	1,7	2,0	1057,06	124,74	1,11
95		0,67	149	0,60	0,20	152,84	96,0	2,4	1,5	913,23	168,94	1,11
96		1	100	0,60	0,20	233,30	96,2	1,6	2,1	747,65	257,36	1,10
97		2	50	0,60	0,20	498,34	96,1	1,6	2,2	529,23	546,78	1,10
98	100x60x30	0,4	250	0,60	0,30	103,39	91,2	0,6	7,9	1550,63	122,62	1,19
99		0,5	200	0,60	0,30	129,81	91,1	0,6	8,0	1386,94	153,89	1,19
100		0,67	149	0,60	0,30	175,27	91,1	0,6	8,1	1198,17	207,63	1,18
101		1	100	0,60	0,30	265,40	90,9	0,6	8,2	980,81	314,00	1,18
102		2	50	0,60	0,30	553,93	90,4	0,6	8,8	693,81	653,12	1,18
103	100x50x10	0,4	250	0,50	0,10	63,43	94,2	5,0	0,6	665,56	66,82	1,05
104		0,5	200	0,50	0,10	80,61	94,2	4,9	0,6	595,41	84,83	1,05
105		0,67	149	0,50	0,10	111,04	94,3	4,8	0,6	514,59	116,69	1,05
106		1	100	0,50	0,10	174,62	94,4	4,6	0,6	421,74	183,01	1,05
107		2	50	0,50	0,10	404,76	94,9	4,0	0,7	300,21	421,50	1,04
108	100x50x15	0,4	250	0,50	0,15	87,11	94,5	3,7	1,7	877,07	93,46	1,07
109		0,5	200	0,50	0,15	110,03	94,5	3,6	1,7	784,53	117,95	1,07
110		0,67	149	0,50	0,15	150,03	94,5	3,6	1,8	677,84	160,66	1,07
111		1	100	0,50	0,15	231,48	94,5	3,5	1,8	555,07	247,37	1,07
112		2	50	0,50	0,15	509,53	94,6	3,2	2,0	393,39	541,59	1,06

Tabela D.30 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

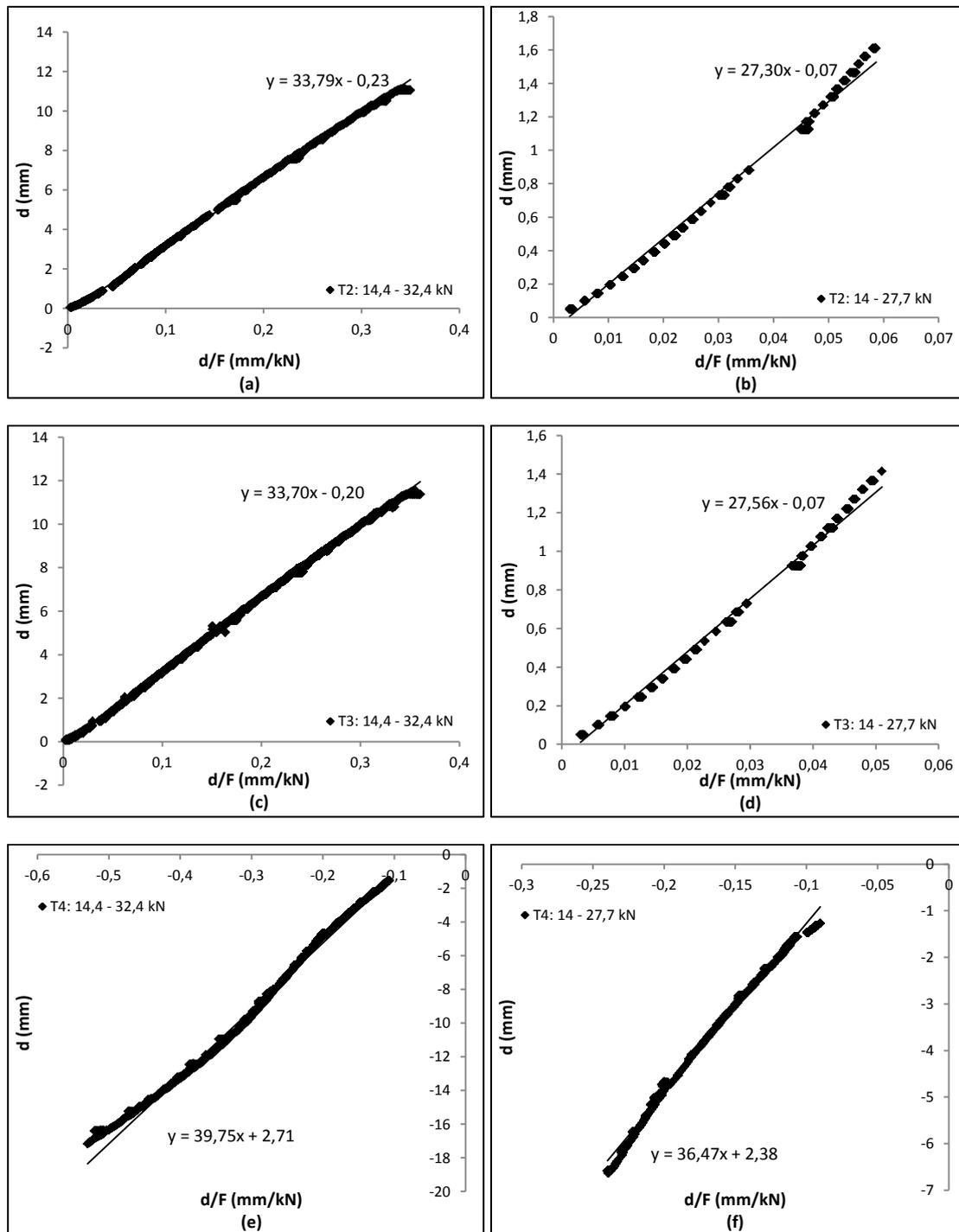
Seção	Seção Analisada					GBTUL (Conventional Modes)				Modelo 8		
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\sigma_{cr,d}$	Participação Modal (%)			$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
							Distorcional	Local	Gobal			
113	100x50x20	0,4	250	0,50	0,20	102,10	93,3	2,6	4,1	1064,34	112,78	1,10
114		0,5	200	0,50	0,20	128,59	93,2	2,6	4,1	952,01	141,97	1,10
115		0,67	149	0,50	0,20	174,51	93,2	2,5	4,2	822,47	192,49	1,10
116		1	100	0,50	0,20	266,85	93,1	2,5	4,3	673,35	293,88	1,10
117		2	50	0,50	0,20	572,76	92,9	2,4	4,7	476,65	628,16	1,10
118	100x50x30	0,4	250	0,50	0,30	108,48	84,2	0,8	14,5	1395,38	132,36	1,22
119		0,5	200	0,50	0,30	136,23	84,1	0,8	14,6	1248,08	166,21	1,22
120		0,67	149	0,50	0,30	184,01	84,4	0,8	14,3	1078,21	224,43	1,22
121		1	100	0,50	0,30	280,24	84,9	0,8	13,8	882,62	339,96	1,21
122		2	50	0,50	0,30	582,74	83,2	0,8	15,6	624,36	710,37	1,22
123	100x40x10	0,4	250	0,40	0,10	73,21	87,9	10,7	1,3	586,99	77,89	1,06
124		0,5	200	0,40	0,10	93,22	87,9	10,6	1,3	525,14	99,08	1,06
125		0,67	149	0,40	0,10	128,84	88,0	10,5	1,4	453,87	136,71	1,06
126		1	100	0,40	0,10	203,80	88,2	10,2	1,5	372,01	215,61	1,06
127		2	50	0,40	0,10	479,67	88,7	9,3	1,7	264,95	503,58	1,05
128	100x40x20	0,4	250	0,40	0,20	108,98	87,4	4,3	8,2	935,69	122,98	1,13
129		0,5	200	0,40	0,20	137,35	87,4	4,3	8,3	836,94	154,96	1,13
130		0,67	149	0,40	0,20	186,66	87,3	4,3	8,4	723,06	210,49	1,13
131		1	100	0,40	0,20	286,30	87,3	4,4	8,3	591,98	322,41	1,13
132		2	50	0,40	0,20	617,84	86,1	3,9	10,0	419,10	695,47	1,13
133	100x40x30	0,4	250	0,40	0,30	109,81	68,4	0,9	30,1	1226,19	135,57	1,23
134		0,5	200	0,40	0,30	138,38	82,1	1,7	15,2	1096,75	170,37	1,23
135		0,67	149	0,40	0,30	188,01	82,2	1,7	15,1	947,48	230,34	1,23
136		1	100	0,40	0,30	288,50	82,4	1,8	14,8	775,61	349,75	1,21
137		2	50	0,40	0,30	633,84	82,9	2,2	14,0	548,70	735,88	1,16
138	120x40x10	0,48	250	0,33	0,08	63,89	79,8	18,7	1,5	561,32	71,17	1,11
139		0,5	240	0,33	0,08	66,86	79,7	18,8	1,5	550,02	74,43	1,11
140		1	120	0,33	0,08	148,25	77,9	20,4	1,5	389,86	163,98	1,11
141		2	60	0,33	0,08	358,20	79,9	18,0	2,0	278,27	390,96	1,09
142		2,5	48	0,33	0,08	500,98	83,8	13,3	2,8	250,60	529,60	1,06
143	120x40x25	0,48	250	0,33	0,21	107,23	82,3	6,1	11,5	1038,13	125,73	1,17
144		0,5	240	0,33	0,21	111,88	82,3	6,1	11,5	1017,16	131,16	1,17
145		1	120	0,33	0,21	232,89	82,1	6,3	11,5	719,41	271,92	1,17
146		2	60	0,33	0,21	498,46	81,3	6,0	12,6	509,16	582,67	1,17
147		2,5	48	0,33	0,21	639,87	80,3	5,4	14,2	455,71	752,90	1,18
148	120x40x36	0,48	250	0,33	0,30	101,07	77,1	2,0	19,7	1324,10	130,81	1,29
149		0,5	240	0,33	0,30	105,43	77,1	2,0	19,7	1297,35	136,40	1,29
150		1	120	0,33	0,30	218,63	77,4	2,1	19,3	917,46	279,70	1,28
151		2	60	0,33	0,30	474,75	78,1	2,5	18,3	649,01	587,22	1,24
152		2,5	48	0,33	0,30	622,59	78,4	2,8	17,7	580,66	751,55	1,21
153	100x30x10	0,4	250	0,30	0,10	72,53	67,8	30,2	2,0	498,31	83,09	1,15
154		0,5	200	0,30	0,10	92,66	66,8	31,2	2,0	445,83	106,03	1,14
155		0,67	149	0,30	0,10	128,74	64,6	33,3	2,0	385,38	147,07	1,14
156		1	100	0,30	0,10	205,72	61,1	36,8	2,0	316,00	234,15	1,14
157		2	50	0,30	0,10	515,79	80,5	14,2	5,2	225,55	560,23	1,09
158	100x30x20	0,4	250	0,30	0,20	102,14	79,2	6,5	14,1	791,97	121,79	1,19
159		0,5	200	0,30	0,20	128,90	79,0	6,5	14,4	708,40	153,74	1,19
160		0,67	149	0,30	0,20	175,50	78,6	6,4	14,9	612,03	209,44	1,19
161		1	100	0,30	0,20	269,97	77,9	6,1	15,9	501,12	322,58	1,19
162		2	50	0,30	0,20	588,48	70,8	4,6	24,6	354,92	706,55	1,20
163	100x30x30	0,4	250	0,30	0,30	94,89	74,9	2,2	21,6	1038,29	125,54	1,32
164		0,5	200	0,30	0,30	136,52	78,2	4,2	15,6	928,70	157,96	1,16
165		0,67	149	0,30	0,30	162,92	75,2	2,3	21,3	802,31	214,02	1,31
166		1	100	0,30	0,30	287,05	77,8	4,5	15,7	656,80	326,28	1,14
167		2	50	0,30	0,30	640,70	77,0	5,4	15,6	464,74	694,43	1,08

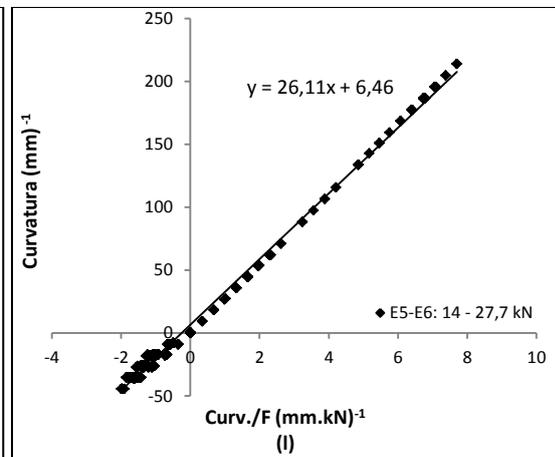
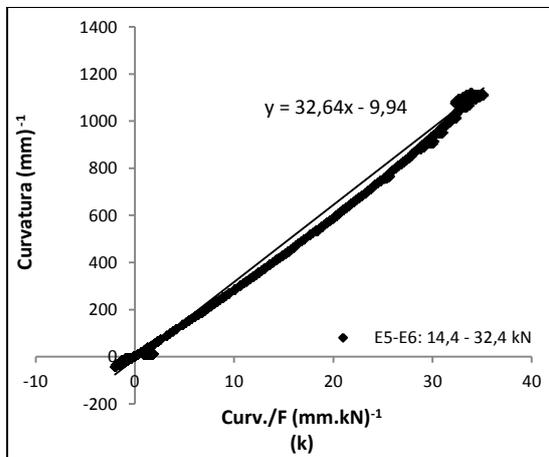
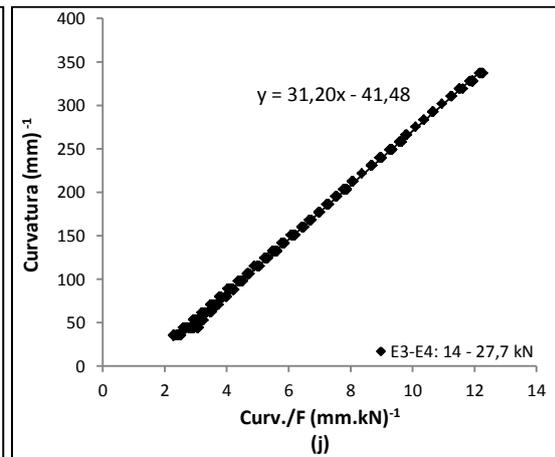
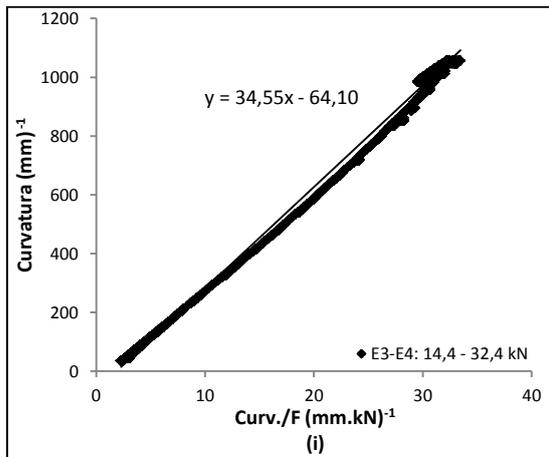
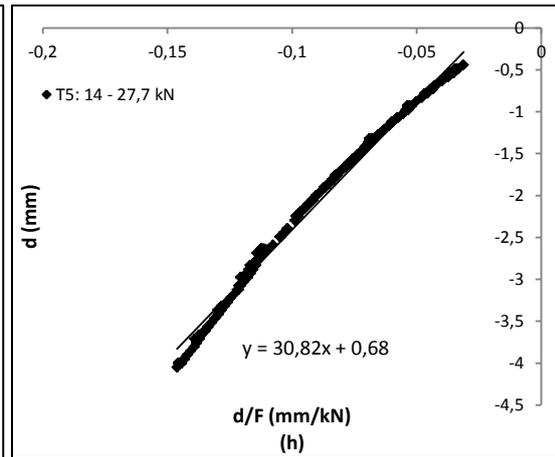
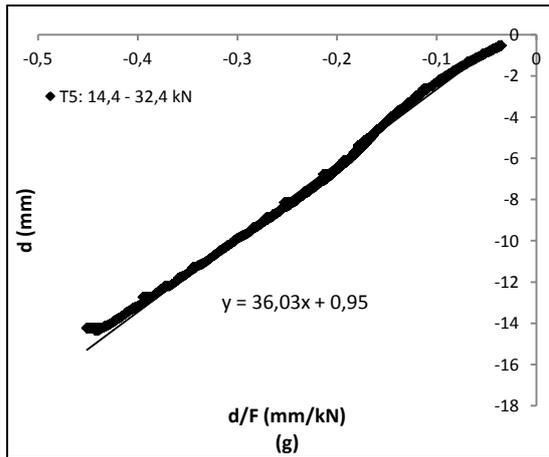
Tabela D.31 - Resultados para seções analisadas (dimensões em mm; tensões em MPa)

Seção	Seção Analisada					GBTUL (Conventional Modes)				Modelo 8		
	$b_w \times b_f \times b_s$	t	b_w/t	b_f/b_w	b_s/b_w	$\sigma_{cr,d}$	Participação Modal (%)			$L_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}$	$\sigma_{cr,d}/\sigma_{cr,dGBTUL}$
							Distorcional	Local	Gobal			
168	120x36x12	0,48	250	0,30	0,10	72,80	75,3	22,2	2,5	597,97	83,09	1,14
169		0,6	200	0,30	0,10	92,94	74,6	22,9	2,5	534,99	106,03	1,14
170		0,8	150	0,30	0,10	131,78	80,2	16,3	3,5	463,61	146,24	1,11
171		1,2	100	0,30	0,10	209,58	79,1	17,4	3,5	379,20	234,15	1,12
172		2,4	50	0,30	0,10	515,71	80,5	14,3	5,2	270,66	560,23	1,09
173	120x36x24	0,48	250	0,30	0,20	102,14	79,2	6,6	14,1	950,37	121,79	1,19
174		0,6	200	0,30	0,20	128,89	79,2	6,6	14,1	850,08	153,74	1,19
175		0,8	150	0,30	0,20	174,61	79,1	6,7	14,0	736,27	208,33	1,19
176		1,2	100	0,30	0,20	270,69	79,1	6,9	13,9	601,34	322,58	1,19
177		2,4	50	0,30	0,20	601,44	78,8	8,1	13,0	425,91	706,55	1,17
178	120x36x36	0,48	250	0,30	0,30	108,18	78,2	4,1	15,5	1245,95	125,54	1,16
179		0,6	200	0,30	0,30	136,53	78,2	4,2	15,5	1114,44	157,96	1,16
180		0,8	150	0,30	0,30	185,10	78,0	4,3	15,6	965,17	212,91	1,15
181		1,2	100	0,30	0,30	287,22	77,8	4,5	15,6	788,16	326,28	1,14
182		2,4	50	0,30	0,30	640,56	77,0	5,4	15,6	557,69	694,43	1,08

Apêndice E – Southwell Plot

Este apêndice apresenta todas as estimativas de força crítica experimental pelo método de Southwell Plot.





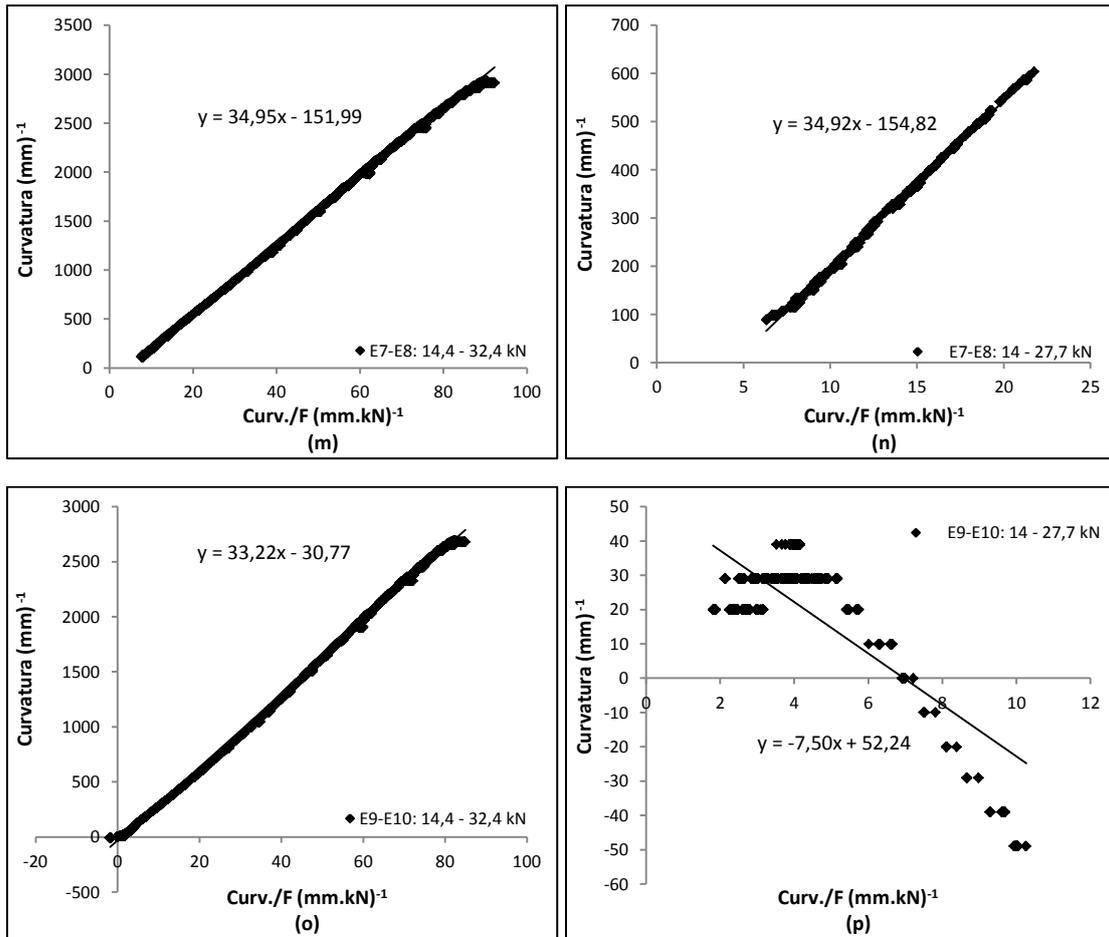


Figura E.1: Aplicação do método de Southwell Plot.