



Relatório Técnico

**Núcleo de
Computação Eletrônica**

**Compreendendo a Formação
de Conceitos Geométricos
através do Processo de
Representação Mental**

G. S. Alves
A. B. Soares

NCE - 12/04

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Compreendendo a Formação de Conceitos Geométricos através do Processo de Representação Mental

George de Souza Alves¹ (georgesa@posgrad.nce.ufrj.br)
Adriana Benevides Soares² (absoares@posgrad.nce.ufrj.br)

¹IM/NCE – UFRJ

²IP – UERJ, IP – UGF e NCE – UFRJ

Resumo

No presente trabalho foi feita uma revisão bibliográfica sobre as principais idéias relacionadas à representação mental do conhecimento e uma investigação a respeito de sua influência sobre a aprendizagem da geometria. Para tanto, buscou-se compreender e explicitar alguns conceitos oriundos do tratamento da informação, sub-área da psicologia cognitiva, a respeito da representação mental, e da educação matemática, sobre os processos cognitivos envolvidos na construção do conhecimento geométrico e sobre as teorias de Frege, Fischbein e Vergnaud que enfocaram a importância da intuição, da percepção, da visualização e da representação na construção de um conceito. O objetivo central foi correlacionar os dois estudos e mostrar como a compreensão do primeiro pode auxiliar um professor na elaboração de atividades de ensino que visem a formação de conceitos geométricos, através da aproximação existente entre os quatro níveis mentais que caracterizam o processo de representação mental (a percepção, a imagem, a simbolização e a conceitualização) e os principais pilares para a questão da construção de um conceito, apontados nas mencionadas teorias de Frege, Fischbein e Vergnaud.

Palavras chave: representação mental, processos cognitivos, formação de conceitos geométricos.

Abstract

In the present work it was made a bibliographical revision on the main ideas related to the mental representation of the knowledge and an inquiry regarding its influence on the learning of Geometry. For in such a way, one searched to understand and to show some deriving concepts of the Treatment of the Information, sub-area of Cognitive Psychology, regarding the mental representation, and of the Mathematical Education, on the involved cognitive processes in the construction of the geometric knowledge and on the theories of Frege, Fischbein and Vergnaud that had focused the importance of the intuition, the perception, the visualization and the representation in the construction of a concept. The main objective was to correlate the two studies and to show as the understanding of the first one can assist a teacher in the elaboration of activities of education that aim at the formation of geometric concepts, through the existing approach between the four mental levels that characterize the process of mental representation (the perception, the image, the simbolização and the conceitualização) and the main pillars for the question of the construction of a concept, pointed in the mentioned theories of Frege, Fischbein and Vergnaud.

Key words: mental representation, cognitive processes, formation of geometric concepts.

1. Introdução

As teorias do processamento ou tratamento da informação têm como principais investigações as diferentes maneiras de representar o conhecimento, o armazenamento e recuperação da memória, os diferentes raciocínios utilizados no processo de tomada de decisões e a resolução de problemas, entre outras.

A noção de representação tem se tornado cada vez mais clara e central neste campo de investigação. A utilização de métodos mais confiáveis para acessar o conhecimento deste tipo de entidade deu uma grande contribuição para que tal fato ocorresse (SOARES, 2003).

As duas principais fontes de dados empíricos sobre representação do conhecimento são os experimentos laboratoriais e os estudos neuropsicológicos. No primeiro deles, os pesquisadores observam como as pessoas lidam com várias tarefas cognitivas que exigem a manipulação do conhecimento representado mentalmente; no segundo, os pesquisadores observam como o cérebro normal responde às diversas tarefas cognitivas que envolvem a representação do conhecimento.

A partir da utilização de técnicas e de métodos mais fidedignos, a representação do conhecimento ganhou relevância em outras áreas de pesquisa, tais como na lingüística, na lógica, na informática (sobretudo na inteligência artificial e em banco de dados) e também tem sido crescentemente utilizada em pesquisas educacionais.

Neste estudo houve o interesse em verificar e compreender o conceito de representação mental e de representação não mental, descrever as atividades mentais que compõem o processo de mudança representacional, relacionar os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem da geometria, apresentar um resumo das teorias Frege, Fischbein e de Vergnaud relacionando a representação do conhecimento e processo de formação de conceitos matemáticos ou geométricos e, finalmente, buscou-se o entendimento de como estas questões podem auxiliar um professor na elaboração de atividades de ensino que contemplem os processos cognitivos intervenientes na formação de conceitos geométricos.

2. A Representação Mental

A palavra representação, habitualmente utilizada sem adjetivo, deve receber uma distinção quando se refere a representações mentais ou a representações não mentais (SOARES, 2003).

A representação será não mental quando um objeto ou evento físico se referencia a outros diferentes objetos ou eventos físicos. Por exemplo, uma fotografia, uma canção, um desenho ou um quadro pode representar outros objetos que não eles próprios.

A representação mental do conhecimento, ou apenas representação mental, é a maneira pela qual um indivíduo concebe em sua mente os acontecimentos e as coisas que existem fora dela.

Tanto uma quanto a outra forma de representação se constitui de quatro componentes: as duas entidades A e B, em que A é o objeto representando ou representativo e B é o objeto representado; a relação R entre os dois objetos mencionados, e, finalmente, o agente cognitivo C, através do qual A possa representar B (SOARES, 2003).

A relação R entre os objetos A e B pode adquirir diferentes significados: no primeiro deles, ela pode ser uma similaridade ou analogia objetiva, como no exemplo de uma fotografia que registra um momento vivenciado por alguém, esta passa a ser uma representação daquele acontecimento no instante que o mesmo foi clicado; no segundo, R é apenas uma relação acidental, simbólica, em que o símbolo é um objeto lembrança, como a bandeira de um país ou o escudo e as cores de um time de futebol, por exemplo; e, finalmente, R pode ser uma correspondência convencional e arbitrária que pouco importa saber por quem foi fixada, desde que ela seja conhecida ou descoberta pelo agente cognitivo C, como num exemplo geométrico em que a letra grega α pode representar o ângulo interno de algum polígono dado.

No processo de efetivação da mudança representacional, tão importante para o funcionamento cognitivo no raciocínio matemático, ocorre internamente no agente cognitivo uma reconstrução do ambiente externo e interno do problema (VIEIRA, 2001).

Esta reconstrução se dá, segundo FONSECA (1998), em quatro etapas que caracterizam os níveis de atividades mentais que compõem a representação mental: a percepção, a imagem, a simbolização e a conceitualização. O esquema da figura 1 sintetiza todo o processo durante a mudança representacional.

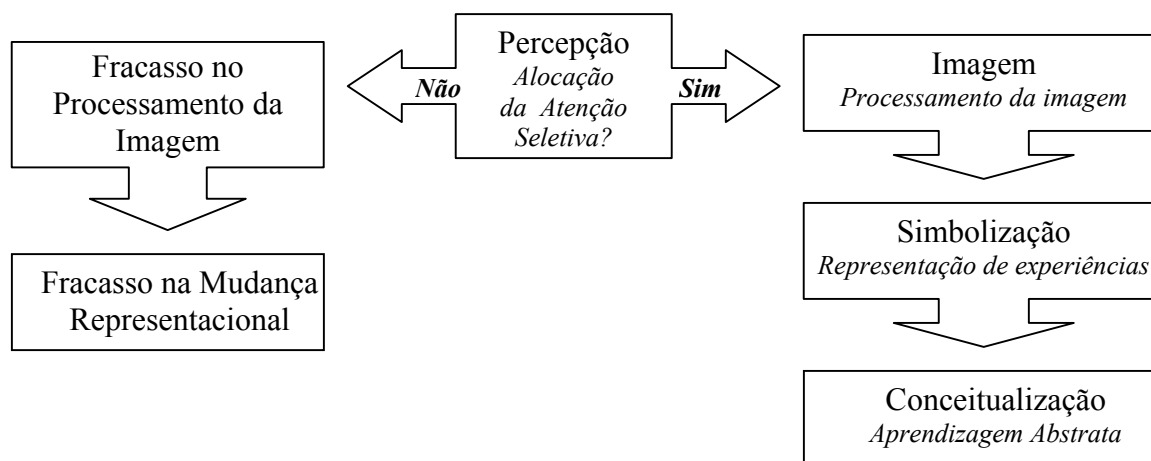


Figura 1: Esquema com as atividades mentais que compõem a representação mental

Com o uso da percepção o agente cognitivo reconhece, organiza, sintetiza e dá significado às sensações recebidas dos estímulos ambientais, ocorrendo a decodificação da informação recebida (STERNBERG, 2000; VIEIRA, 2001).

Para VIEIRA (2001), depois que a informação é decodificada, normalmente ocorre a alocação da atenção seletiva para a realização do processamento da imagem e para o prosseguimento do processo de representação mental. Quando o sujeito não consegue alocar a atenção seletiva, a mudança representacional acaba não ocorrendo.

Se a alocação da atenção seletiva for bem sucedida, torna-se possível a elaboração de imagens, fundamental para a continuação do processo, pois esta pode contribuir, em conjunto com as informações já retidas na memória de longo prazo, para dar maior significação à informação inicial.

A partir daí, ocorre, então, a simbolização ou a representação da realidade, possibilitando o aparecimento da próxima etapa, a conceitualização, quando o sujeito

adquire condições de realizar uma aprendizagem abstrata através da classificação das experiências.

É importante ressaltar que a figura 1 mostra o esquema de um modelo teórico das atividades mentais envolvidas na representação mental do conhecimento, o que não significa que não poderão existir outras maneiras e modelos. A escolha deste se deve, sobretudo, à linha de raciocínio adotada ao longo do estudo.

3. Processos Cognitivos do Conhecimento Geométrico

Alguns educadores matemáticos ressaltam a importância dos aspectos intuitivo e lógico no processo de ensino-aprendizagem da geometria (LORENZATO, 1995; LABORDE, 1998; FAINGUELERNT, 1999; entre outros).

O primeiro deles se refere ao estudo do espaço e das relações espaciais e o segundo está relacionado ao raciocínio dedutivo e à compreensão e domínio de sistemas axiomáticos. Os estudos sobre cognição em geometria costumam se referir a estes aspectos e às relações entre eles.

Um trabalho recente e de repercussão em educação matemática que segue este raciocínio é o do psicólogo francês RAYMOND DUVAL (1998) que afirma que a aprendizagem da geometria envolve três tipos de processos cognitivos com funções epistemológicas específicas:

- *Processo de visualização*, referindo-se à representação do espaço;
- *Processo de construção* com a utilização de ferramentas (régua e compasso ou um *software* de geometria dinâmica, por exemplo), em que a construção de uma configuração é equivalente a um modelo em que as ações sobre os resultados observados se referem ao objeto matemático representado;
- *Processo de raciocínio* relacionado ao processo discursivo. Este processo aparece numa prova formal, no aprofundamento de um conhecimento ou em alguma explicação ou esclarecimento sobre determinado conteúdo.

Para DUVAL (1998) a visualização não depende da construção, já que é possível haver um acesso até a figura independentemente da forma como ela foi construída e mesmo que o processo de construção se relacione ao de visualização, ele apenas depende das conexões entre as propriedades matemáticas e das restrições técnicas das ferramentas utilizadas. Além disso, mesmo que a visualização seja um auxílio intuitivo, algumas vezes útil numa prova formal, o raciocínio depende exclusivamente das proposições disponíveis na teoria estudada (definições, axiomas, teoremas, etc.). Em alguns casos a visualização se torna até mesmo impossível ou pode atrapalhar.

Assim mesmo estes três processos cognitivos estão fortemente relacionados e é necessário alcançar uma sinergia entre eles para se obter um bom aproveitamento na aprendizagem da geometria (DUVAL, 1998).

Na figura 2, cada seta representa a maneira como determinado processo cognitivo pode apoiar um outro numa tarefa. A seta 2 está tracejada para significar que nem sempre a visualização ajuda no processo de raciocínio. A seta 5A representa o discurso em linguagem natural usado para nomear, descrever e argumentar, enquanto a seta 5B representa o raciocínio dedutivo que utiliza axiomas, definições e teoremas. Ambas enfatizam que o processo de raciocínio pode se desenvolver de uma forma completamente independente dos processos de visualização e de construção (DUVAL, 1998; JONES, 1998; JONES & BILL, 1998).

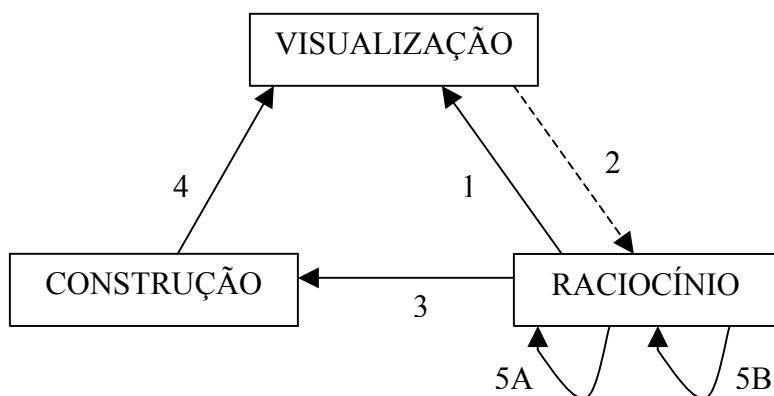


Figura 2: Interações cognitivas envolvidas na atividade geométrica

Fonte: DUVAL (1998, p.38)

DUVAL (1998) argumenta que a fim de compreender o desenvolvimento do raciocínio geométrico, suas pesquisas têm mostrado que:

1. Os três processos cognitivos mencionados devem ser desenvolvidos separadamente;
2. Para o currículo é necessário que se busque uma diferenciação entre diferentes processos de visualização, assim como entre os diferentes processos de raciocínio;
3. A coordenação entre os três processos somente ocorrerá após a conclusão deste trabalho de diferenciação.

4. Contribuições da Representação Mental à Formação de Conceitos Geométricos

Alguns trabalhos de filosofia da matemática, de educação matemática e de psicologia cognitiva se voltaram para a compreensão da formação de conceitos, através de teorias que abordaram a questão da representação do conhecimento matemático, de uma forma mais geral, ou do conhecimento geométrico, de uma forma mais específica.

FREGE (1848-1925), FISCHBEIN (1994) e VERGNAUD (1985) enfocaram a importância da intuição, da percepção, da visualização e da representação na construção de um conceito.

O primeiro deles contribuiu para a criação do logicismo, corrente que procurou mostrar que as leis matemáticas possuíam como fundamentos as leis da lógica.

Além desta preocupação com os fundamentos da matemática, Frege também se preocupou com a questão da construção do conhecimento matemático. Para ele um conceito se diferenciava de uma imagem ou representação, pois enquanto o primeiro pertencia ao nível do conhecimento e da idéia, o segundo pertencia ao nível da imaginação. Frege considerava que um conceito tinha uma natureza lógica, com extensão, denotação e era referente (FAINGUELERNT, 1999).

Os processos mentais da formação de conceitos ocorriam a partir de sua representação pela liberdade de imaginar. “Portanto, pensar é objetivo e leva à construção do conceito; imaginar é subjetivo e leva à representação do conceito” (FAINGUELERNT, 1999, p.38).

Para FAINGUELERNT (1999) a representação é, em um certo sentido, um prolongamento da visualização e da percepção e possui a função de dar continuidade às mesmas. Mas ela introduz como elemento diferencial um sistema de significações responsável pela diferenciação entre o significante e o significado.

O *significante* é constituído por signos (linguagem matemática, por exemplo) e símbolos (desenhos, imagens) e o *significado* é o sentido ou o conceito propriamente dito.

Este sistema de significações é de grande importância para a construção de qualquer conceito e em particular para a construção de conceitos geométricos.

Os estudos de FISCHBEIN (1994) voltaram a sua atenção para a compreensão das relações entre os aspectos intuitivos e lógicos, concretos e abstratos e informais e formais da aprendizagem matemática.

O mundo concreto lida com operações que se realizam na prática, com verificação empírica, com evidência direta e com a credibilidade intrínseca dos objetos reais (FAINGUELERNT, 1999).

O mundo matemático trabalha com entidades abstratas cuja existência é fruto de construções mentais, as certezas são estabelecidas por leis formais. As evidências são geradas por deduções, através das provas formais e substituem a evidência direta do mundo real.

FAINGUELERNT (1999) ressalta que no mundo real as propriedades invariantes e as relações com objetos reais são explicitamente dadas, enquanto que no mundo formal as propriedades e relações são justificadas explicitamente. Esta é a grande diferença entre eles. Entretanto, “o mundo das construções matemáticas tem a possibilidade de refletir as características das relações do mundo real” (FAINGUELERNT, 1999, p.39).

Segundo FISCHBEIN (1994) a mente humana foi capaz de aprender a construir um mundo estruturado imaginário governado por regras a partir de realidades gerais básicas da realidade empírica.

Tanto o comportamento simbólico quanto o prático de uma pessoa necessita se basear em fatos inquestionáveis e objetivos. Não há dúvidas, por exemplo, de como desenhar e reconhecer uma linha reta, pois o conceito de linha reta é uma convenção, leva a um significado intuitivo para o indivíduo (FAINGUELERNT, 1999).

“O conhecimento intuitivo é um tipo de conhecimento que não é baseado na evidência empírica ou em argumentos lógicos rigorosos, mas, apesar de tudo isso, tende-se a aceitá-lo como certo e evidente. Frequentemente, em Matemática, lida-se com entidades e operações que têm um correspondente prático” (FAINGUELERNT, 1999, p.41).

Em geometria, muitas vezes a representação visual é identificada com o conhecimento intuitivo. Os conceitos de figuras geométricas não são objetos geométricos, mas possuem um significado intuitivo para as pessoas, podendo ser manipulados mentalmente (representações internas) à medida que as representações externas (objetos) sejam manipulados.

É recorrendo à intuição que se torna possível interpretar os conceitos matemáticos e falar de funções que crescem, ou de progressões, de sucessões que convergem para algum valor, da altura de triângulo, etc.

Uma representação visual serve de “imedição”, ou seja, a realidade é diretamente percebida pelo indivíduo e ele, de algum modo, fica emocionalmente envolvido nela. Com uma descrição formal este envolvimento poderia ser menor (FAINGUELERNT, 1999).

Deste modo, no processo de formação de conceitos estão presentes a intuição, a visualização, a percepção e a representação do conhecimento (FISCHBEIN, 1994; FAINGUELERNT, 1999).

A teoria cognitivista de VERGNAUD (1985) aprofunda a análise das relações entre significados e significantes e fornece uma estrutura à aprendizagem e, mesmo não sendo uma teoria didática, acaba envolvendo a didática.

Para ele o conceito de representação é essencial para analisar a formação de concepções e competências, assim como para analisar a formação e os processos de transmissão do conhecimento (FAINGUELERNT, 1999).

Além disso, VERGNAUD (1985) considera essencial a relação do sujeito com o real, pois é partir daí que ele põe à prova suas representações e concepções. Do mesmo modo, estas representações e concepções são responsáveis pela maneira dele agir e monitorar sua ação.

5. Considerações Finais

A proposta deste trabalho teve como meta principal a de compreender o funcionamento das atividades mentais envolvidas na representação mental do conhecimento e descrever os processos cognitivos que compõem a aprendizagem da geometria.

O caminho nesta direção pretendeu mostrar como estes tópicos se relacionam com os processos de formação e construção de conceitos geométricos, recorrendo-se às principais idéias formuladas nas teorias de representação de Frege, Fischbein e Vergnaud.

A relação mencionada acima se dá através da aproximação existente entre os quatro níveis mentais da representação mental (percepção, imagem, simbolização e conceitualização) e os principais pilares para a questão da construção de um conceito (intuição, percepção, visualização e representação).

A compreensão destas correlações é de grande importância para o professor que trabalha, sobretudo, nos níveis de ensino fundamental e médio, já que permite melhor orientá-lo na preparação de atividades de ensino que contemplem tanto os aspectos intuitivos quanto os lógicos, ambos de grande relevância para o processo de concretização mental e, conseqüentemente para a aprendizagem da Matemática e, especialmente, da geometria.

6. Referências Bibliográficas

DUVAL, R. Geometry from a Cognitive Point of View. In: MAMMANA, C. (ed.), VILLANI, V. (ed.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century – An ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic, 1998. pp. 37-52.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FISCHBEIN, E. **Intuition in Science and Mathematics: an Educational Approach**. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 1994.

- FONSECA, V. **Introdução às Dificuldades de Aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- HERSHKOWITZ, R. “**Aspectos Psicológicos da Aprendizagem da Geometria**”. Boletim GEPEN – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, 1994, nº 32, ano XVIII, pp. 3-31.
- JONES, K. “**Theoretical Frameworks for the Learning of Geometrical Reasoning**”. In: Meeting at the King’s College, University of London. London, 1998, pp. 29-34.
- JONES, K.; BILLS, C. “**Visualisation, Imagery and the Development of Geometrical Reasoning**”. In: Meeting at the University of Birmingham. Birmingham, 1998, pp. 123-128.
- LABORDE, C. Visual Phenomena in the Teaching/Learning of Geometry in a Computer-Based Environment. In: MAMMANA, C. (ed.), VILLANI, V. (ed.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century – An ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic, 1998. pp. 113-121.
- LORENZATO, S. “**Por que não ensinar Geometria?**”, *Educação Matemática em Revista*, SBEM, São Paulo. nº 4, pp. 3-13, 1995.
- SOARES, A.B. “**Representação e Representação Mental**”, *Relatório Técnico*, NCE-UFRJ, Rio de Janeiro. nº 05/03, pp. 1-18, 2003.
- STERNBERG, R.J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução: Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- VERGNAUD, G. **Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação**. Trad. Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho. *Psychologie Française*, nº 30-3/4, pp.245-252, novembro de 1985.
- VIEIRA, E. “**Representação Mental: As Dificuldades na Atividade Cognitiva e Metacognitiva na Resolução de Problemas Matemáticos**”. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 2001, 14(2), pp.439-448.