



UFRJ

**Fabiano Cardoso Pereira**

**MAGNETOMETRIA NA PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO  
BACIA MADRE DE DEUS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Programa de Pós-graduação em Geologia, Instituto de Geociências, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como requisito necessário à obtenção do grau de Especialista em Geofísica do Petróleo.

Orientadores:

Paula Lúcia Ferrúcio da Rocha (UFRJ)  
Álvaro Lúcio de Oliveira (PETROBRAS)

Rio de Janeiro

Agosto de 2007

MGR  
P436M

UFRJ	
Centro de Ciências Matemáticas e de Natureza Biblioteca Central	
N.º REGISTRO	DATA
6060/10	05/01/10
ORIGEM: Docar / UFRJ Dep. de Geologia	

Inv. 2011

FABIANO, Cardoso Pereira

**Magnetometria na Prospecção de Petróleo - Bacia Madre de Deus / Fabiano Cardoso Pereira** -- Rio de Janeiro: UFRJ / IGeo, 2007.

ii, 99 p. : il.; 30cm

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Geofísica do Petróleo) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Geociências, Programa de Pós-graduação em Geologia, 2007.

Orientadores: Paula Lúcia Ferrucio da Rocha, Álvaro Lúcio Oliveira.

1. Geofísica. 2. Geologia de Engenharia e Ambiental – Trabalho de Conclusão de Curso. I. Paula Lúcio Ferrucio da Rocha II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Geociências, Programa de Pós-graduação em Geologia. III. Título.

Fabiano Cardoso Pereira

## MAGNETOMETRIA NA PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO

Bacia Madre de Deus

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Programa de Pós-graduação em Geologia, Instituto de Geociências, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como requisito necessário à obtenção do grau de Especialista em Geofísica do Petróleo.

Orientadores:

Paula Lúcia Ferrúcio da Rocha  
Álvaro Lúcio Oliveira

Aprovada em: 31 de julho, 2007

Por:

---

Paula Lúcia Ferrúcio da Rocha (UFRJ)

---

Álvaro Lúcio Oliveira (Petrobras)

## **Agradecimentos**

Aos meus pais, pelo amor e paciência que tiveram comigo, fornecendo mais que o necessário para eu poder chegar aqui.

Aos amigos da UFMG que cultivei ao longo da vida, especialmente ao Custela e ao Xubaca, companheiros em todos os momentos, estando próximos ou distantes.

Ao Planeta, por ter me recebido em sua casa durante o curso de formação no Rio de Janeiro.

Aos novos colegas de trabalho que conheci durante o curso de formação, em especial o grupo do Fundão: Táta, Chaves, Fidalgo, Guilherme, Rossi e Diego.

Aos colegas que trabalharam comigo na elaboração/correção da parte de geologia deste trabalho, Fidalgo, Adriana, Catão e Júlio Garcia.

A PETROBRAS, por possibilitar uma formação contínua de seus empregados, fornecendo toda infra-estrutura necessária para o desenvolvimento deste e de outros trabalhos

## Resumo

PEREIRA, Fabiano Cardoso. **MAGNETOMETRIA NA PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO. Bacia Madre de Deus.** 2007. v, 99p. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Geofísica do Petróleo) - Programa de Pós-graduação em Geologia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Nesta monografia apresentamos a geologia da bacia Madre de Deus, juntamente com o método geofísico denominado Magnetometria. Apresentaremos um estudo teórico sobre uma forma de tratamento e interpretação dos dados magnéticos, denominado Método da Inversão Magnética 2D. Para se obter soluções estáveis e coerentes a partir dos modelos matemáticos introduziremos o conceito de vínculos no problema da inversão de campos potenciais. Os artigos apresentam os resultados obtidos a partir de dados sintéticos e reais, mostrando a eficiência e limitações do método proposto.

Palavras-chave: Magnetometria, Inversão.

## Abstract

PEREIRA, Fabiano Cardoso. **MAGNETOMETRY IN PROSPECTION OF OIL. Madre de Deus Basin.** 2007. v, 99p. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Geofísica do Petróleo) - Programa de Pós-graduação em Geologia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

In this monograph we present the geology of the Madre de Deus basin, together with the geophysical method called Magnetometry. We will present a theoretical study about a form of treatment and interpretation of the magnetic data, called Method of the Magnetic Inversion 2D. To get steady and coherent solutions from the mathematical models we will introduce the concept of constraints in the problem of the potential field inversion. The articles presents results obtained from synthetic and real data, showing the efficiency and limitations of the considered method.

Key-Words: Magnetometry, Inversion.

## Lista de figuras

Figura 1 – Mapas de localização da Bacia Madre de Dios. (a) IHS, 1995; (b) SCOTT, 2007...	4
Figura 2 – Estratigrafia generalizada da Bacia Madre de Dios na região Peruana, modificada de PETERS (1997a).....	12
Figura 3 – Elementos morfoestruturais do continente Sul-americano ao sofrer subducção da placa de.....	18
Figura 4 – Elementos estruturais referentes à Bacia Madre de Dios com suas principais estruturas em vermelho: arcos de Madidi, Manu e Fitzcarrald (HOUSE, 2000).....	19
Figura 5 – O Arco de Fitzcarrald, que deforma grande parte da bacia Amazônica (BABY, 2005).....	19
Figura 6 – (a) Mapa da região que compreende a bacia Madre de Dios e arredores, indicando a direção ao longo da qual se desenha a seção mostrada em (b) (BABY, 2005). ....	23
Figura 7 – Mapa da região da bacia Madre de Dios com dados de maturação térmica obtida a partir dos valores de reflectância da vitrinita (PETERS, 1997b).....	24
Figura 8 – Oscilações climáticas pleistocênicas e implicações no nível marinho (FAIRBRIDGE, 1961).....	25
Figura 9 – Sistema petrolífero da Formação Tomachi (Peters, 1997b).....	26
Figura 10 – Gráfico de índice de hidrogênio versus índice de oxigênio, de acordo com PETERS (1997b).....	27
Figura 11 - Efeito dos ventos solares no campo magnético da terrestre - <a href="http://geomag.usgs.gov/intro.html">http://geomag.usgs.gov/intro.html</a> .....	31
Figura 12 - Componentes do campo magnético da Terra - Campo dipolar (a) sofre efeitos distorcíveis (b,c) criando um campo tipo quadripolo (d) este campo interage com o campo magnético original e reforça sua característica dipolar (e,f).....	32
Figura 13 - Vetor magnético B - Blakely, 1995, Potential Theory in Gravity & Magnetic Applications.....	32
Figura 14 - Variação diurna das componentes do campo magnético terrestre em diferentes latitudes (a) Variação da componente horizontal do campo magnético terrestre durante uma tempestade solar (b) Lowrie, 1997, Fundamentals of Geophysics .....	34
Figura 15 - Valores da intensidade (a) declinação (b) e inclinação (c) do campo magnético total da Terra.....	36
Figura 16 - Curva de histerese magnética típica para um material magnetizado .....	37
Figura 17 - Linhas de aquisição - variação na posição da aero-magnetometria .....	47
Figura 18 - Modelo de interpretação normalmente utilizado para inversão de campos potenciais. (a) O modelo de Propriedades Físicas. O modelo consiste em uma rede de n (neste caso n=72) sítios caracterizados por uma propriedade ( $d_1, d_2, \dots, d_n$ ) que são os parâmetros a serem estimados. (b) O modelo Geométrico. Este modelo difere do anterior, pois definimos o valor da propriedade d e iremos estimar as profundidades $h_j$ dos vértices desse polígono. ....	59
Figura 19 - Interpretação do modelo usado para inverter dados de uma seção de uma bacia sedimenta. As profundidades $h_i$ são os parâmetros a serem estimados. Os valores de $h_m$ e $h_k$ são conhecidos (Silva 2001). ....	60
Figura 20 - Minimização do Momento de Inércia relativo a um eixo. Para obter e estimar a fonte de uma anomalia concentrada sobre um eixo FF' (interpretado como sendo um plano de uma fratura) podemos utilizar o modelo de Propriedade Física estimando $\square$ de cada element. (Silva 2001). ....	60
Figura 21 - Instabilidade de soluções sem utilização dos vínculos. (Silva 2001) .....	61

Figura 22 - Fonte S geradora da anomalia no campo potencial e polígono P utilizado para inversão (alterado de Barbosa, 2005) .....	62
Figura 23 - Vínculo de convexidade.....	63
Figura 24 - Dados sintéticos produzidos simulando uma falha estrutural ( dados foram acrescidos de ruído) utilizando $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ .....	64
Figura 25 - Inversão dos dados sintéticos utilizando o método geométrico. A fonte da anomalia é a linha contínua, e o resultado da inversão é a linha pontilhada. O parâmetro M (número de lados) foi definido como 30 e o ponto branco marca a posição do centro do polígono. (a) Utilizando vínculo de vizinhos próximos relativos; (b) e (c) utilizando vínculos de vizinhos próximos com $\mu = 2$ , $r_k^0 = 1.5 \text{ Km}$ e $\mu = 2$ , $r_k^0 = 0 \text{ Km}$ ; e (d) usando vínculo de convexidade.....	64
Figura 26 - Modelo de interpretação, consistindo de uma rede 2D cujas intensidades magnéticas são os parâmetros a serem estimados. O contorno destas fontes $S_r$ , $r=1,2,\dots,R$ são definidos por um conjunto de elementos geométricos $e_i$ , $i=1,2,\dots,E$ (pontos e eixos).....	65
Figura 27 - Teste do método utilizando dados Sintéticos. (a) Valores calculados para a magnetização total (pontos) e sua interpolação(linha contínua).(b) Fontes magnéticas (linhas sólidas) com inclinação de $20^\circ$ e declinação de $0^\circ$ ; As intensidades de magnetização das fontes são 1.5, 1.0 e 1.2 A/m (esquerda para a direita). O resultado da inversão está em escala de cinzas. ....	67
Figura 28 - Dados sintéticos com elementos de geometria mal definidos. (a) Valores calculados para a magnetização total (pontos) e sua interpolação(linha contínua). (b) Fontes magnéticas (linhas sólidas) com magnetização de 1.2 A/m, inclinação de $60^\circ$ e declinação de $0^\circ$ . O resultado da inversão está em escala de cinzas, utilizando apenas um elemento de geometria, o eixo $e_1$ .....	68



### Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela com as bacias sedimentares do Peru e a relação de seus dados exploratórios para hidrocarboneto .....	8
Tabela 2 – Tabela de prospectos e leads da Bacia Madre de Dios no lado peruano (EGÚSQUIZA, 2004).....	9
Tabela 3 – Estratigrafia generalizada da Bacia Madre de Dios na região boliviana. ....	11
Tabela 4 - Ssusceptibilidade magnética de materiais .....	40
Tabela 5-Relação entre peso (tamanho) da embarcação e efeito no campo magnético medido .....	49

## Sumário

Agradecimentos .....	v
Resumo .....	vii
Abstract.....	ix
Lista de figuras .....	xi
Lista de tabelas .....	xiii
Sumário.....	xiv
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVO .....</b>	<b>2</b>
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>3</b>
<b>4 CONTEXTO GEOLÓGICO DA BACIA .....</b>	<b>4</b>
4.1 ESTRATIGRAFIA.....	10
4.2 GEOLOGIA ESTRUTURAL E EVOLUÇÃO TECTÔNICA.....	16
4.3 GEOLOGIA HISTÓRICA .....	21
4.4 GEOLOGIA DO PETRÓLEO.....	26
<b>5 MÉTODO GEOFÍSICO.....</b>	<b>30</b>
5.1. O CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE .....	31
5.2. IGRF .....	35
5.3. MAGNETISMO DOS MATERIAIS .....	36
5.4. MEDIDAS E INSTRUMENTAL.....	39
5.5. TÉCNICAS DE LEVANTAMENTO .....	45
5.5.1. LEVANTAMENTO TERRESTRE .....	45
5.5.2. LEVANTAMENTO AÉREO .....	46
5.5.3. LEVANTAMENTO MARÁTIMO .....	48
5.5.4. TRATAMENTO DOS DADOS.....	49
5.5.5. CORREÇÃO TOPOGRÁFICA .....	49
5.5.6. CORREÇÃO DA VARIAÇÃO DIURNA .....	50
5.5.7. VARIAÇÃO COM A LATITUDE.....	51
5.5.8. VARIAÇÃO ALTITUDE - TEMPERATURA.....	51
5.5.9. REMOÇÃO DO IGRF .....	52
5.5.10. REDUÇÃO AO POLO.....	52

<b>5.6. INTERPRETAÇÃO .....</b>	<b>53</b>
<b>5.6.1. ANOMALIAS MAGNÉTICAS .....</b>	<b>54</b>
<b>5.6.2. CURVA CARACTERÍSTICA .....</b>	<b>54</b>
<b>5.6.3. CAMADA EQUIVALENTE .....</b>	<b>55</b>
<b>5.7. PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO .....</b>	<b>55</b>
<b>6 ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>57</b>
<b>6.1. INVERSÃO DE CAMPOS POTENCIAIS .....</b>	<b>57</b>
<b>6.2. INVERSÃO MAGNÉTICA 2D .....</b>	<b>64</b>
<b>7 CONCLUSÃO .....</b>	<b>69</b>
<b>8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>70</b>
<b>9 APÊNDICE - ARTIGOS .....</b>	<b>73</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A bacia sedimentar Madre de Dios, localizada no continente sul-americano, fazendo parte tanto no Peru, Bolívia e Brasil, se estende por sua grande maioria na superfície amazônica, o que pode explicar que é uma região de difícil acesso, assim como apresenta precárias condições de vida e trabalho. Entretanto, milhares de pessoas trabalham na região, devido a um grande potencial mineral, com abundância de minerais pesados e altos teores de ouro nos sedimentos aluviais. Em relação ao petróleo, poucos estudos foram realizados na região, até os dias atuais. Pela dificuldade de acesso e por apresentar áreas de proteção ecológica, ou seja, um grande custo de mobilização para sua exploração, poucas empresas petrolíferas se arriscaram em descobrir campos de hidrocarbonetos na bacia. Mesmo assim, as poucas empresas que fizeram alguns trabalhos exploratórios na região, não fizeram grandes descobertas economicamente viáveis para que continuassem os trabalhos na região. Por isso, a bacia Madre de Dios apresenta poucos dados exploratórios pra hidrocarbonetos, e os poucos que tem, sem interesse econômico para a exploração dos mesmos. Apesar disso, alguns autores acreditam que a bacia apresenta algum potencial petrolífero, devido a algumas evidências como o elevado potencial de geração de hidrocarbonetos, sendo até comparado com rochas geradoras da Arábia Saudita, e a presença de excelentes reservatórios de origem deltáica com indícios de hidrocarboneto. Porém, alguns dados parecem comprovar que a bacia não apresenta armadilhas (traps) suficientes e um bom sistema de falhas para que o hidrocarboneto seja aprisionado. Portanto, a bacia Madre de Dios precisa ser mais bem estudada e explorada para que haja maiores detalhes a respeito do seu potencial econômico petrolífero.

## 2 OBJETIVO

A bacia Madre de Dios é separada da bacia de Ucayali a noroeste pelo arco de Manu e ao oeste pelo arco de Fitzcarrald (House et. al., 1999). O arco de Manu é um alto estrutural que foi posto em evidência por anomalias gravimétricas de Bouguer e mapas magnéticos. As secções de reflexão e de refração sísmica indicam o adelgaçamento dos sedimentos para noroeste. Estudos de sísmica mostram ainda uma discordância no permiano que corta o embasamento cristalino na parcela mais setentrional do lote 77 no sentido do escudo brasileiro (Shepherd et al., 2002).

Observando-se que tanto na Gravimetria quanto na Magnetometria os campos físicos estão sempre presentes, a subsuperfície não precisa ser excitada para que se obtenha uma medida dos campos.

A concentração de minerais magnéticos produz distorções locais no campo magnético terrestre, que podem ser detectadas e fornecem informações sobre a subsuperfície.

Utilizando-se das medidas de magnetometria pode-se determinar a localização e a extensão destes arcos estruturais, podendo ser feitas por aero-magnetometria, método que facilita a obtenção dos dados, uma vez que a bacia é de difícil acesso.

Para determinação de alvos pequenos, como corpos de minério, a aquisição dos dados deve ser feita a pequenas altitudes (~50m). Como o objetivo do alvo é de grande dimensão, a aero-magnetometria pode ser realizada a altitudes mais elevadas (~400m), facilitando ainda mais a aquisição dos dados

### 3 METODOLOGIA

Este trabalho está baseado em três partes.

Iniciamos com um estudo geológico da bacia Madre de Deus através dos artigos citados na referência.

A segunda parte concentra-se no estudo do método geofísico de Magnetometria, utilizando os livros:

- GEOFÍSICA DE PROSPECÇÃO, José L. Gouveia e Lúcia M. C. e Silva
- APPLIED GEOPHYSICS, W.M. Telford, L.P. Geldart e R.E. Sheriff
- CURSO DE FÍSICA III - ELETROMAGNETISMO 1997, Editora Edgar Blucher

LTDA. Moisés H. Nussenzeig;

A teoria do método geofísico descrito está baseada na seqüência adotada no livro Geofísica de Prospecção. Os conceitos básicos de física foram revisados a partir do livro Curso de Física III e como livro texto complementar, utilizamos o livro Applied Geophysics.

A terceira parte é o estudo de caso. Devido à falta de artigos sobre o método de estudo na bacia Madre de Deus, adotaremos uma abordagem teórica sobre uma técnica utilizada para analisar os dados de magnetometria, o método da Inversão, aplicado a campos potenciais. Os artigos utilizados foram (Barbosa, 2005), (Barbosa, 2006) e (Silva, 2001) e encontram-se no apêndice desta monografia.

#### 4 CONTEXTO GEOLÓGICO DA BACIA

A Bacia Madre de Dios está localizada no continente sul-americano, estendendo-se desde o sudeste peruano até o extremo norte da Bolívia e uma pequena parte do estado do Acre no Brasil (SORUCO, 2000), como pode ser visualizada na Figura 1a. Alguns autores não consideram que a bacia avance em território brasileiro (Figura 1b).

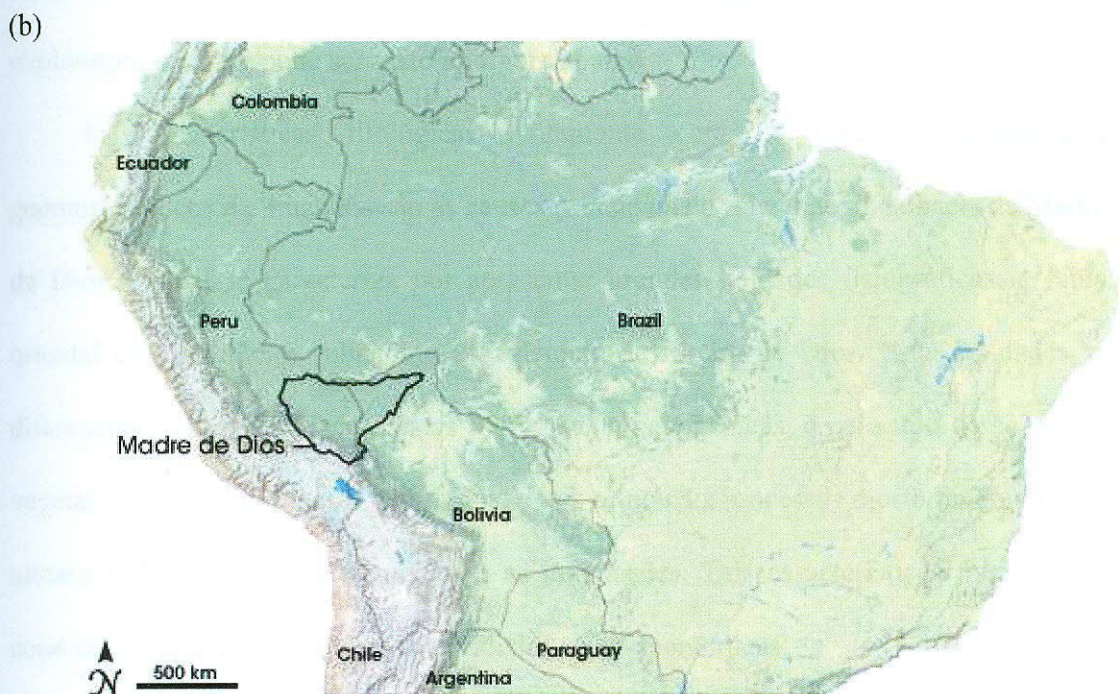
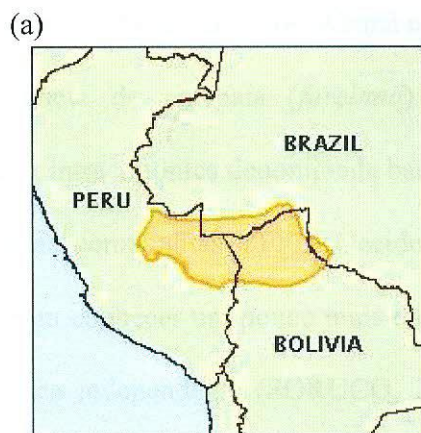


Figura 1 – Mapas de localização da Bacia Madre de Dios. (a) IHS, 1995; (b) SCOTT, 2007.

Possui limite ao norte com a bacia de Ucayali pelo Arco de Fitzcarrald; a leste com o escudo brasileiro; a oeste com a zona subandina; e a sul pelo Arco de Madidi.

Estende-se por uma área de cerca de 120.000 km<sup>2</sup> segundo MATHALONE (1995), apesar de não haver unanimidade na literatura em relação ao tamanho da bacia, podendo encontrar-se a extensão de 95.000 km<sup>2</sup>, como 170.000 km<sup>2</sup>, de acordo com outros autores (GÓMEZ, 2000; PETERS, 1997a). Pelo lado boliviano, o acesso pode ser feito por via aérea ou através dos rios Madre de Dios, Abuná e Orton (GÓMEZ, 2000).

Trata-se de uma sub-bacia de antepaís (*foreland*) neógena, formada pela subdivisão de uma grande bacia intracratônica denominada bacia do Amazonas.

Trabalhos realizados pelas companhias YPF, Occidental, Mobil e associadas, com fins petrolíferos, permitiram conhecer um pouco mais da sua geologia e interpretá-la como uma unidade geológica independente (SORUCO, 2000). Porém, até hoje, a Bacia Madre de Dios é muito pouco estudada e explorada, com escassez de dados exploratórios, como pode ser visto na figura abaixo.

As características litológicas juntamente com os processos geológicos, geomorfológicos e climáticos são as causas principais do relevo atual da bacia de Madre de Dios, o qual se caracteriza por apresentar grandes unidades fisiográficas: a faixa oriental da Cordilheira subandina e a planície de Madre de Dios. Estas unidades se diferenciam por suas características litológicas e pedogênicas, e pelo tipo de cobertura vegetal. Concordantes a este tipo de relevo, os principais processos morfodinâmicos que afetam a área são os deslizamentos e as inundações. Tais características fisiográficas condicionam também as diversas atividades sócio-econômicas.

Os sedimentos nesta bacia possuem idades variando desde o início do Paleozóico ao Quaternário. O registro sedimentar possui mais de 9.000 m de espessura. Podem ser encontrados de 200 a 300 m de folhelhos geradores na Bolívia, sendo que, ao sul do



Peru, a Formação Copacabana atinge 1.000 m de espessura (PETERS, 1997a; MORETTI, 1994).

Do ponto de vista de recursos minerais, a Bacia Madre de Dios tem um particular interesse econômico devido a importantes indícios de hidrocarbonetos, evidenciados mediante três perfurações exploratórias efetuadas nos rios Manuripi e Madre de Dios, de acordo com SORUCO (2000).

A geradora principal é do final do Devoniano, havendo também algum potencial gerador nas rochas do Permiano, Mississipiano e Cretáceo (PETERS, 1997a). A matéria orgânica é marinha, dos tipos I e II e as rochas geradoras estão entre as mais ricas do mundo (COT de até 16% em peso), mostrando bom potencial gerador (índice de hidrogênio de 600 kg HC/ton rocha/ COT) (PETERS, 1997a; PETERS 1997b). Há folhelhos maduros em praticamente toda a extensão da bacia. A capacidade estimada da geradora devoniana é de 250 a 1.000 bilhões de barris de óleo equivalente (PETERS, 1997b).

Entretanto, segundo PETERS (1997a), as rochas reservatório do Ordoviciano e Siluriano talvez estejam isoladas das geradoras devonianas, pois são poucos os falhamentos presentes na bacia (SORUCO, 2000), e é possível que não haja armadilhas estratigráficas, ao menos na porção boliviana da bacia (PETERS, 1997b; SORUCO, 2000).

A Tabela 2 traz dados de prospectos e *leads* da bacia, assim como de reservas estimadas pela empresa norte-americana Mobil, disponibilizados na página da companhia petrolífera do Peru, Perupetro (EGÚSQUIZA, 2004).

## TABLA N° 1 CUENCAS SEDIMENTARIAS EN EL PERÚ - INFORMACIÓN GENERAL

N°	CUENCA	ÁREA (MM²-ACRES)	POZOS PERFORADOS	ESPORO SEDIMENTARIO (PIES)	RECUBRO POTENCIAL CUENCA SEDIMENTARIA (MMBLS)	RESERVAS - PROBADAS AL 31/12/99			PRODUCCIÓN PROMEDIO 2000			INFORMACION DISPONIBLE
						PET.	GAS	LGN	PET.	GAS	LGN	
					(MMBLS)	(BPC)	(MMBLS)	(MMBLS)	(BPD)	(MPCD)	(BPD)	
1	TUMBES - PROGRESO	1,8	496	19 000	293			4				Geología de superficie, magnetometría, gravimetría, sísmica en mar y tierra, reporte de pozos, estudios ambientales y reportes de producción.
2	TALARA	4,2	13 409	26 000	1 873	182	296	1 389	32 823	88 709	651	Abundante información geofísica y geológica, reporte de pozos, estudios ambientales y reportes de producción.
3	TRUJILLO	4,3	1	11 500	424							Sísmica marina y reporte de un pozo.
4	LIMA	6,1	340	6 500	340							Sísmica marina.
5	MOLLENDO	6,4		12 500	686							Sísmica marina.
6	LANCONES	1		10 000	85							Geología de superficie, gravimetría y estudios geoquímicos.
7	SECHURA	7,4	60	11 500	629							Gravimetría, magnetometría, datos geológicos, reporte de pozos, sísmica y estudios ambientales.
8	SALAVERRY	7,9	3	13 000	880							Sísmica marina, reportes de pozos y estudios ambientales.
9	PISCO	8,2	1	15 000	633							Geología de superficie, aeromagnetometría, sísmica, geoquímica y reporte de un pozo.
10	MOQUEGUA	4		10 000	36							Reportes geológicos de entidades gubernamentales.
11	SANTIAGO	4	7	32 000	687							Geología de superficie, gravimetría, fotos aéreas, SLAR, imágenes satelitales, geoquímica, reportes de pozos y estudios ambientales.
12	BAGUA	1,3		23 000	160							Geología de superficie y geoquímica.
13	HUALLAGA	7,4	1	26 000	1 383							Geología de superficie, gravimetría, geoquímica, sísmica, imágenes de radar, reporte de un pozo y estudios ambientales.
14	ENE	2,5		13 000	934							Geología de superficie, aeromagnetometría, SLAR, fotos aéreas y geoquímica.
15	TITICACA	10	33	25 000	1 797							Geología de superficie, aeromagnetometría, sísmica, geoquímica, reportes de pozos y estudios ambientales.
16	MARañON	49,4	406	21 000	5 565	126		827	62 006	12 434		Aeromagnetometría, gravimetría, sísmica, sísmica de velocidad, SLAR, fotos aéreas, geofísica, estudios regionales, reportes de pozos, estudios ambientales y reportes de producción.
17	UCAYALI	25,9	137	19 000	10 612	1	8 388	581	504	59 076	3 885	Aeromagnetometría, gravimetría, sísmica, fotos aéreas, estudios geoquímicos, estudios regionales, reportes de pozos, estudios ambientales y reportes de producción.
18	MADRE DE DIOS	22,2	6	33 000	5 266							Geología de superficie, gravimetría, geoquímica, sísmica, paleontología, tectología, SLAR, fotos aéreas, reportes de pozos y estudios ambientales.

ABREVIATURAS:  
 LGN = Líquidos del Gas Natural  
 MM²-ACRES = Millones de acres  
 MMBLS = Millones de barriles  
 BPC = Barriles por día  
 BPD = Barriles por día  
 MPCD = Miles de pies cúbicos por día

Notas: (1) Incluye acumulados de LGN del yacimiento de Aguaytia.

*Tabela 1 – Tabela com as bacias sedimentares do Peru e a relação de seus dados exploratórios para hidrocarboneto (Ministerio de Energía y Minas del Perú, 2001).*

PROSPECTS AND LEADS				8,729 KM2			Spec. TD m.	Por	MOBI Spec. Reserv MMBC
Name	Description & Status	Existing Control	Petroleum System						
			Source Rocks	Seal	Reservoir				
1	CANDAMO SOUTH PROSPECT (PORTION)	Triangle Zone. Anticline 4-way closure. Fault dependent closure. <b>Better strat/struct (updip) than well</b> Oil & gas Favorable.	4 dip lines	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,300	G	
2	CARISA LEAD	Frontal Thrust. Anticline 3-way closure. Fault dependent closure. Oil & gas Favorable.	Landsat	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta	Cretaceous. Permian absent.	4,000	VG	
3	COLORADO LEAD	Frontal Thrust. Anticline 3-way closure. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line & Landsat	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous. Permian Present?	4,000	VG	
4	DALUENE NORTH LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-way closure. Fault dependent. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,500	VG	1,900
5	DALUENE SOUTH LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-way closure. Fault dependent. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,500	G	1,785
6	ESPIRENI EAST LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-4 way closure. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,800	G	530
7	ESPIRENI WEST LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-4 way closure. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,800	G	860
8	KARENE LEAD	Frontal Thrust. Anticline 4-way closure. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous. Permian Present?	4,000	VG	200
9	MIRADOR LEAD	Frontal Thrust. Anticline 4-way closure. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	2 dip lines & Landsat	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous. Permian Present?	4,000	G	
10	NUSINISCATO LEAD	Hinterland Thrust. Anticline 3-way closure. Fault dependent. No seismic. Gas & Cond Favorable.	Landsat	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,200	G	1,360
11	PANTIACOLLA LEAD	Frontal Thrust. Anticline 4-way closure. Leaking oil/gas.	Landsat	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian. Tarma (Green SS) may be in core	3,000	G	220
12	PINI PINI LEAD	Hinterland Thrust. Anticline 3-4 way closure. Unknown strike closure. Gas & Cond Favorable	Landsat & seismic on interpreted S plunge	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,500	G	1,255
13	PUQUIRI NORTH LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-way closure. Fault dependent. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,500	VG/G	715
14	PUQUIRI SOUTH LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-way closure. Fault dependent. Unknown strike closure. Oil & gas Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous and Permian.	3,700	G	395
15	SAN GABAN LEAD	Triangle Zone. Anticline 3-4 way closure. Fault dependent. Unknown strike closure & fault seal. Oil & gas Mod Favorable.	1 dip line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous. Permian Present?	3,500	G	905
16	UPPER LOROMAYO LEAD (PORTION)	Triangle Zone. Anticline 4-way closure. Fault dependent closure. Oil & gas Favorable.	1 dip and 1 strike line	Ene, Copacabana, Ambo & Cabanillas	Tertiary, Chonta & Ene	Cretaceous. Permian Present?	3,500	G	900
<b>TOTAL</b>							<b>11,021</b>		

Tabela 2 – Tabela de prospectos e leads da Bacia Madre de Dios no lado peruano (EGÚSQUIZA, 2004).

## 4.1 ESTRATIGRAFIA

Devido às grandes variações laterais de fácies na Bacia Madre de Dios, foi introduzido um grande número de nomes de unidades litoestratigráficas na literatura.

Os sedimentos mais antigos não afloram na área, sendo que sua presença é conhecida pela perfuração dos poços Pando X-1 e Manuripi X-1, com profundidades finais de 1.968 e 1.542 m, respectivamente, segundo ISAACSON *et al.* (1995 *apud* SORUCO, 2000). Estes dois poços foram perfurados em 1991 pelas empresas Mobil Boliviana de Petróleos Inc. (50%) e Occidental Boliviana Inc. (50%) entre os rios Manuripi e Madre de Dios. Segundo SORUCO (2000), com as informações disponíveis dessas companhias e informações de laboratório do centro de tecnologia petroleira da YPFB, é possível estabelecer as relações estratigráficas (Tabela 3) para a região boliviana. Já a parte peruana da bacia apresenta uma coluna estratigráfica com diferentes nomenclaturas, conforme mostrado na Figura 2. Porém, como não foi encontrada ampla bibliografia nesta região, neste trabalho nos ateremos à descrição do lado boliviano.

### **Embasamento**

Não são disponíveis grandes informações a respeito da natureza das rochas do embasamento cristalino da bacia. A única referência disponível na Bolívia refere-se ao poço Pando X-1 que alcança um embasamento metamórfico constituído por gnaiss granatífero milonitizado, segundo SOLIS & SANDERS (1991 *apud* SORUCO, 2000), ou quartzitos miloníticos granatíferos, de acordo com ISAACSON *et al.* (1995 *apud* SORUCO, 2000). Este embasamento foi encontrado a uma profundidade de 1.981 m, na qual estas rochas corresponderiam à continuação até o oeste do Cráton de Guaporé na Bolívia.

## Ordoviciano

Como ambos os poços acima mencionados não chegam às profundidades referentes às formações Enadere e Tarene do Ordoviciano, não existe uma informação precisa e completa destas unidades. Segundo a informação sísmica, estas unidades estariam presentes na Bacia Madre de Dios, porém até o presente não houve nenhum poço exploratório no setor boliviano que as

alcançou. No Peru, esta área possui apenas uma informação documentada no poço Los Amigos-2

CICLO	SISTEMA	FORMAÇÃO	EVENTO TECTÔNICO
ANDINO	Quaternário	Candelária	BACIA DE FORELAND
	Neógeno	Cobija Tutumo Charqui Quendeque	
	Paleogeno – Neógeno	Bala	
	Cretáceo	Flora Eslabón Beu	
SUBANDINO	Permo-Carbonífero	Copacabana Yaurichambi	BACIA INTRACRATÔNICA
CORDILLERANO	Carbonífero Inferior Devoniano Siluriano superior	Toregua Tomachi Tequeje	
	Siluriano ?	S/I*	
TACSARIANO	Ordoviciano	Tarene ? Enadere ?	
BRASILIANO	?	Embasamento	

Tabela 3 – Estratigrafia generalizada da Bacia Madre de Dios na região boliviana.  
Modificada de SORUCO (2000).

	Group/ Formation	Scale m	Lithology	Tectonic Events
Quaternary				
Tertiary	Ipururo	Upper Red Beds 0-1000 m	9000	Foreland Basin
		Sandstone 500-1000 m	8000	
	Huayabamba	"Lower Red Beds"	7000	
		6000		
Cretaceous	Yutan	5000		
	Chonta			
	Oriente			
Permian	Miba	4000		
	Ene			
	Copacabana			
Carboniferous	Tarma	3000		
	Ambo 300-1200 m			
Devonian	Cabanillas/ Tomachi 300-1000 m	2000		
Silurian	Ananea	1000		
	San Gaben			
Ordovician	Carabaya			
Pre-Cambrian	Basement	0		Intracratonic Basin

Figura 2 – Estratigrafia generalizada da Bacia Madre de Dios na região Peruana, modificada de PETERS (1997a).

### Seqüência Siluriano – Carbonífero inferior

Baseando-se em registros sísmicos realizados pelas companhias petroleiras que trabalharam na Bolívia e no Peru, assim como nos resultados dos poços exploratórios Pando X-1 e Manuripi X-1, foi possível estabelecer que as formações referentes a este ciclo, Tequeje, Tomachi e Toregua, estão presentes na bacia. Dados paleontológicos de MORETTI *et al.* (1994 *apud* SORUCO, 2000), indicam que os primeiros metros da base da Formação Tequeje (a 1.935 m de profundidade), no poço exploratório de Pando-X1, estariam presentes palinomorfos do final do Siluriano. É ainda uma questão em aberto se o Siluriano está mais

bem desenvolvido em algum outro setor da bacia e se a Formação Tequeje se inicia durante o Siluriano Superior ou se os vestígios destes palinomorfos provêm de sedimentos remodelados. De qualquer forma, a informação estabelece que a bacia tivesse sido encoberta por águas no Siluriano.

Sobre as rochas do embasamento, foram depositados aproximadamente 220 m de sedimentos fluviais da Formação Tequeje, que se inicia com arenitos transgressivos e um conglomerado delgado basal, seguido de uma seqüência pelítica. Estas rochas foram depositadas em um sistema de relevo de canais de acordo com ISAACSON *et al.* (1995 *apud* SORUCO, 2000). Esta formação é litoestratigraficamente equivalente à Formação Sicasica (Altiplano nordeste) e às formações Huamampampa e Los Monos (Cordilheira Central e Oriental), cujas rochas foram posteriormente cobertas por depósitos deltáicos atribuídos às formações Tomachi e Toregua.

Segundo OLLER *et al.* (1981 *apud* SORUCO, 2000), a Formação Tomachi corresponde a depósitos subaéreos a subaquosos de planície deltáica inferior e consistem em canais distributários e barras de desembocadura de canais distributários, que mostram geometria progradacional de nordeste a sudoeste da bacia. Esta unidade foi depositada durante o Eo-Devoniano e Meso-Devoniano e seu contato com a Formação Tejeque é gradacional. Esta formação é litoestratigraficamente equivalente às formações Coipacucho (Altiplano nordeste) e Iquiri (Cordilheira Oriental e Subandino Sul). Segundo CARPENTER (1997 *apud* SORUCO, 2000) e PETERS *et al.* (1997a, b), as rochas geradoras da Formação Tomachi estão entre as mais ricas fontes de petróleo do mundo, apresentando alta qualidade de matéria orgânica, e correspondendo, potencialmente, à principal rocha geradora da Bacia Madre de Dios.

Esta seqüência se encerra na região com sedimentos da Formação Toregua (LOPEZ-MURILLO, 1967 *apud* SORUCO, 2000), que correspondem principalmente a canais

distributários e inter-distributários com influência mista, marinha e fluvial. Esta formação foi depositada durante o final do Devoniano e o Carbonífero. Possui equivalência litoestratigráfica com as formações Cumaná (Altiplano nordeste) e Itacua (Cordilheira Central). O limite entre as formações Tomachi e Toregua corresponde a uma discordância erosiva.

### **Seqüência Permo-Carbonífera**

Este ciclo inicia-se com uma seqüência basal arenosa de aproximadamente 50 m de espessura, atribuída à Formação Yaurichambi por ISAACSON (1995), composta de arenito com granulometria fina à média com poucas intercalações carbonáticas. No Altiplano, esta formação apresenta contato erosional com a Formação Toregua. Esta unidade correlaciona-se com a parte inferior da Formação Cangapi e provavelmente com o Membro Caiguamí da Formação San Telmo, no sudeste da Zona Subandina. Representa, provavelmente, desenvolvimento de dunas eólicas.

Segue-se uma seqüência clástico-carbonática da Formação Copacabana, cuja espessura varia com a localização do poço (142m em Pando X-1 e 296m em Manuripi X-1). Esta seqüência apresenta uma grande variação litológica como anidritas, siltitos esverdeados, argilitos e calcáreos (*mudstones*, *wackstones*, *packstones* e raros *grainstones*), e ocorre em todo o Altiplano. A Formação Copacabana equivale à parte superior da Formação Cangapi, no sudeste da Zona Subandina (SORUCO, 2000).

A vinculação de fósseis encontrados na Formação Copacabana, na Bolívia, como braquiópodos, moluscos, foraminíferos, conodontes, entre outros, com faunas similares do hemisfério setentrional, indica que a transgressão marinha representada por esta formação se iniciou muito antes no norte do país.



## Seqüência Cretácea - Quaternária

Ainda hoje não foi possível obter uma descrição detalhada da estratigrafia das formações continentais do Jurássico ao Paleogeno na Bacia Madre de Dios. Como a estratigrafia das serras subandinas do norte está descrita com maior detalhamento, suas características principais podem ser estendidas a esta área.

Estima-se que, nesta área das serras subandinas, a Formação Beu (SCHLAGINTWEIT *et al.*, 1939 *apud* SORUCO, 2000), de idade possivelmente cretácea e de natureza eólica e fluvial, tem uma espessura maior que 500 m, se assentando de forma discordante sobre rochas paleozóicas de idade distinta. Discordantes sobre esta, prosseguem sedimentos deltáicos e costeiros das formações Eslabón (CANEDO-REYES *et al.*, 1960 *apud* SORUCO, 2000) e Flora (PERRY *et al.*, 1963 *apud* SORUCO, 2000), de idade cretácea que, juntas, podem ultrapassar os 300 m de espessura. Com estas duas formações conclui-se a sedimentação mesozóica.

A partir daí, um conglomerado basal inicia os depósitos fluviais neógenos da Formação Bala (SCHLAGINTWEIT *et al.*, 1939 *apud* SORUCO, 2000), de aproximadamente 200 m de espessura. O processo segue com as seqüências miocênicas das formações fluvio-lacustres Quendeque (SCHLAGINTWEIT *et al.*, 1939 *apud* SORUCO, 2000) e Charqui (CANEDO-REYES *et al.*, 1960 *apud* SORUCO, 2000) que, em conjunto, passam de 4.000 m de espessura. Para concluir, sobrepõem-se conglomerados da Formação Tutumo (DÁVILA, 1964 *apud* SORUCO, 2000), de aproximadamente 700 m de espessura.

CARRASCO (1986) *apud* SORUCO (2000) nomeou como Formação Cobija um conjunto de argilas fluviais de cor cinza esbranquiçado, amarelo esverdeado e roxo. No território peruano foi encontrada grande riqueza de fósseis vertebrados do Mioceno tardio em sedimentos correlacionáveis com esta formação.

A maior parte da área está coberta por sedimentação recente da Formação Candelária (Formação Iñapari no Peru), sobrepondo-se discordantemente os sedimentos neógenos da Formação Cobija. Esta unidade foi subdividida em três membros de acordo com LEYTON *et al.* (1989 *apud* SORUCO, 2000): o membro inferior, denominado Membro A, formado por um conglomerado basal polimítico com fósseis vertebrados remodelados, seguidos por níveis de areno-argilosos e capas de argila; o Membro B, predominantemente areno-argiloso com presença de paleocanais; e o Membro C, constituído por siltitos, culminando com o desenvolvimento de um paleossolo laterítico com concreções de hematita.

#### 4.2 GEOLOGIA ESTRUTURAL E EVOLUÇÃO TECTÔNICA

A Cordilheira dos Andes é a mais extensa cadeia de montanhas do mundo, tendo mais de 7.000 km da Colômbia até a Terra do Fogo, na parte oeste do continente sul-americano, próximo do Oceano Pacífico. Em geral, a largura da Cordilheira é de 200 a 300 km, mas na parte central chega a mais de 600 km. Seu maior pico é o Aconcágua, com 6.962 m de altitude, na fronteira da Argentina com o Chile. Apresenta significativas variações em sua geologia. Somando-se os efeitos do clima, que vai de subpolar, na Terra do Fogo, árido no centro, e tropical no Peru, Equador e Colômbia, as diferenças na paisagem se tornam marcantes (TEIXEIRA, 2000).

A tectônica de placas é o fenômeno geológico que forma a Cordilheira dos Andes através do movimento compressivo entre a placa oceânica de Nazca e a placa continental Sul-americana, que se movem uma contra a outra. Neste movimento, a placa oceânica, mais pesada, penetra por baixo da continental. Este processo, denominado de subducção, iniciou-se no período Jurássico e continua até os tempos atuais, evidenciado pelos terremotos e atividade vulcânica que ocorrem em toda a Cordilheira dos Andes. Ao longo do tempo geológico, a

placa oceânica se funde, gerando magma, o qual atinge a superfície e causa vulcanismo. Outros processos geológicos resultantes da subducção são soerguimentos, falhamentos, e dobramentos das rochas da placa sul-americana.

Geologicamente, o desenvolvimento estrutural atual da grande bacia Amazônica pode ser explicado como resultado da subducção de baixo ângulo ( $5^\circ$  a  $10^\circ$ ) da placa de Nazca sob a placa Sul-americana, num segmento compreendido entre os paralelos  $2^\circ$  e  $15^\circ$  de latitude sul. Este processo teve início entre 5 e 10 Ma, no limite Mioceno-Plioceno, gerando uma série de importantes eventos morfo-estruturais que afetaram a bacia Amazônica. Considera-se, segundo reconstituições de HAMPEL (2002) *apud* BABY (1995), que a subducção da dorsal de Nazca afeta a bacia Amazônica desde 5 Ma, o que é confirmado a partir de seções sísmicas da Bacia Madre de Dios, onde se pode observar um *onlap* da parte superior do relevo sedimentar neógeno sobre o flanco SE do arco (BABY, 1995).

Nesse sentido, a configuração geológica que hoje apresentam as bacias andinas desenvolveu-se durante a evolução cenozóica da Cordilheira dos Andes, quando se produziu o encurtamento compressivo de antearco, migrando lentamente até o oriente dentro do continente. Desta forma, desenvolveu seu relevo atual num lapso de tempo compreendido entre o Mioceno-Plioceno, com sua divisão em sub-bacias menores de ante-arco, entre elas, a Bacia Madre de Dios, compreendida numa fase mais tardia de sua evolução (TORRES, 2001).

A evolução morfogenética da Bacia Madre de Dios apresenta certa complexidade, por ter uma área extensa que apresenta contextos morfo-estruturais diferenciados (TORRES, 2001).

O primeiro desses contextos é dado pelas elevações montanhosas do Altiplano Andino, limitado a oeste pela Cordilheira Ocidental ou vulcânica, composta por uma série de vulcões, alguns extintos ou dormentes, outros ativos, e a leste pela Cordilheira Oriental, um cinturão de rochas dobradas e falhadas. O Altiplano Andino se encontra presente no sul do Peru, oeste da

Bolívia, nordeste do Chile e noroeste da Argentina, comumente com 3.000 à 4.000 m de altitude.

O segundo ocorre na Zona Subandina, que compreende uma franja dos Andes que se estende a leste e norte da Cordilheira Oriental, formando serras que encerram vales férteis e bacias com altitudes entre 1.800 e 3.000 m.

O terceiro contexto refere-se à região de depressão que forma a Planície Amazônica, situada aos pés da Cordilheira Oriental, em seus flancos leste, noroeste e sudeste. São terras baixas, formadas por depressões, extensas selvas e escassamente povoadas, que sofreram etapas de basculamento por sobrecarga de sedimentos acumulados provenientes do ocidente. É nessa região que se encontra a Bacia Madre de Dios. Atualmente, estas movimentações continuam no mesmo sentido, porém com menor intensidade.

A Figura 3 mostra uma seção com as diferentes morfologias citadas acima.

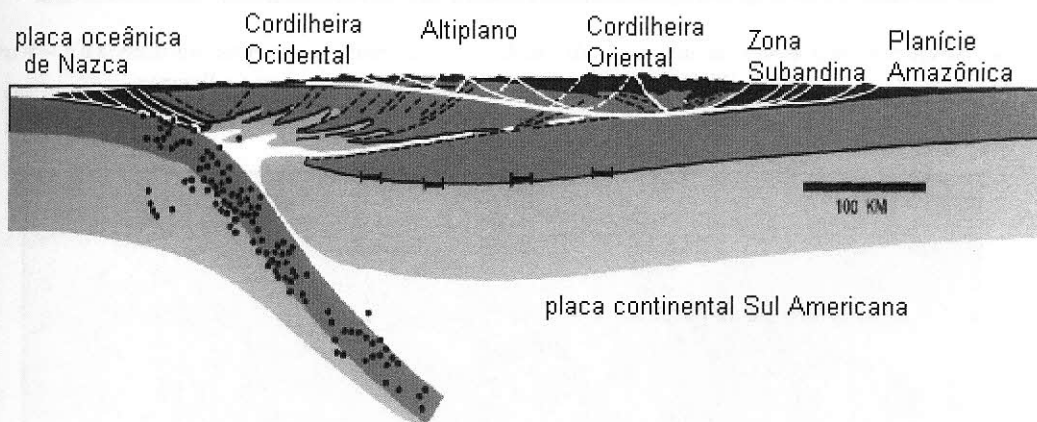


Figura 3 – Elementos morfoestruturais do continente Sul-americano ao sofrer subdução da placa de Nazca (RAMOS, 2003).

O Permo-Triássico é muito importante pelo início do funcionamento dos Arcos de Fitzcarrald, Manu e Madidi (Figura 4), os quais vão controlar, durante o Terciário, a seqüência temporal dos cavalgamentos, o estilo tectônico e a evolução petrolífera da Bacia Madre de Dios. Esforços compressivos Plio-Pleistocênicos geraram e reativaram falhas profundas, com

blocos basculados, cuja manifestação regional mais notória se encontra representada pelo Arco de Fitzcarrald, já criado anteriormente.

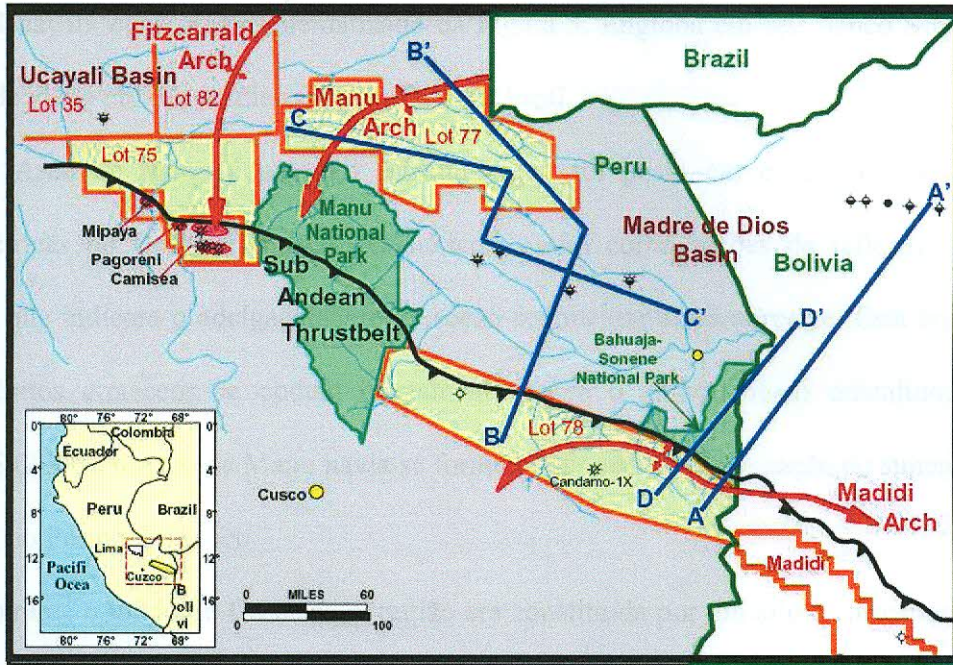


Figura 4 – Elementos estruturais referentes à Bacia Madre de Dios com suas principais estruturas em vermelho: arcos de Madidi, Manu e Fitzcarrald (HOUSE, 2000).

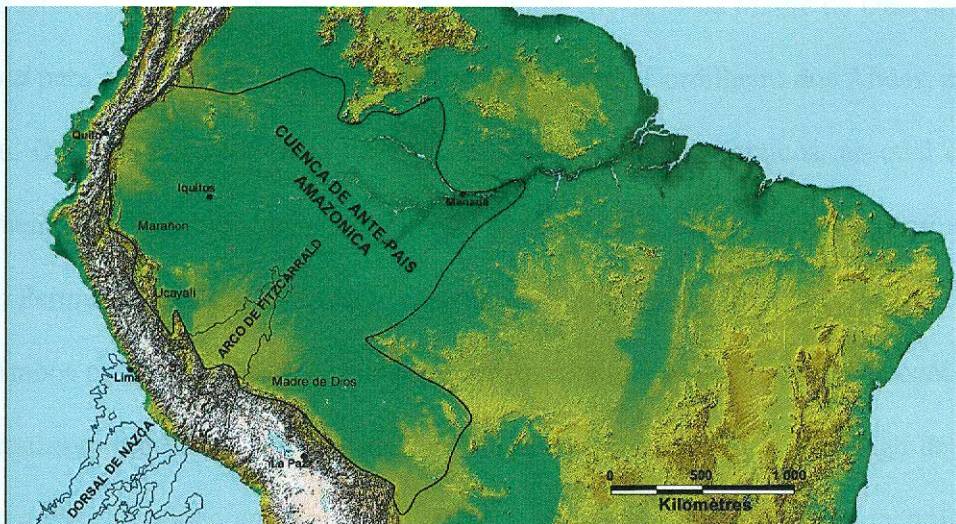


Figura 5 – O Arco de Fitzcarrald, que deforma grande parte da bacia Amazônica (BABY, 2005).

O Arco de Fitzcarrald constitui uma identidade morfológica de escala mega-regional na bacia Amazônica. Seu levantamento no mio-Plioceno/Pleistoceno, estando provavelmente ligado com a subducção da placa de Nazca, provocou a separação das sub-bacias Madre de Dios e Ucayali, conforme esquematizado na Figura 5. Engloba em seu flanco SE o Arco de Manu, de idade pré-Mesozóico e de escala mais local.

O Arco de Manu é um alto estrutural que foi posto em evidência por anomalias gravimétricas de Bouguer, mapas magnéticos, assim como seções de reflexão e refração sísmica que indicam o adelgaçamento da seção sedimentar até o noroeste. Está erodido e os depósitos cretáceos se opõem diretamente sobre o embasamento cristalino. Segundo HOUSE (2000), o Arco de Manu havia se formado durante a desagregação do supercontinente Pangea, no Permo-Triássico.

Durante o início do Cretáceo, a região era constituída por um alto e correspondia a uma zona de aportes. Já no final do Cretáceo, a sedimentação é controlada pelas variações do nível do mar e pelo funcionamento do Arco de Madidi.

O Arco de Madidi é interpretado como a borda SE da bacia Madre de Dios apresentando um *trend* para oeste, desde o norte da Bolívia até o pé da Cordilheira dos Andes, no sudoeste do Peru. O arco parece ter idade Permiana baseado em dados sísmicos, no qual evidencia o truncamento estratigráfico dos sedimentos pré-permianos, como também, o afinamento no final do Permiano seguido de *downlap* de sedimentos Jurássicos-Cretáceos.

Ambos os arcos de Manu e Madidi, fizeram com que os sedimentos paleozóicos fossem completamente erodidos, expondo rochas do embasamento cristalino ao longo de seus eixos durante o Neo-Permiano até o período Cretáceo. A natureza angular dessa inconformidade é facilmente visualizada na sísmica.

Estes altos e as estruturas que as rodeiam, durante a evolução andina controlaram as deformações, sedimentações das bacias sedimentares, localização e desenvolvimento dos

diferentes estilos estruturais, tanto nas cordilheiras como na Zona Subandina e porções da Bacia Madre de Dios. Inclusive, tais estruturas parecem ter controlado a migração de hidrocarbonetos até o Alto de Manu, nas Bacias Madre de Dios e Ucayali. Nesse contexto, os geólogos de petróleo recomendam realizar maiores explorações na bacia Madre de Dios, devido a altas concentrações de hidrocarbonetos no setor de Camisea, cercada pelo Alto de Manu, na bacia de Ucayali.

Como resultado dos eventos tectônicos mencionados, a área apresenta alguns lineamentos pequenos, somente identificados por fotointerpretação das imagens de satélite. Essas prováveis falhas são normais, geralmente subverticais, com direção predominantemente NE-SO, afetam as camadas terciárias e os depósitos Plio-Quaternários. As tendências direcionais dominantes de caráter estrutural na área de estudo, se expressam mediante lineamentos de direção NO-SE, com linhas de comprimentos que vão de 2 a 8 km. Em geral, os falhamentos são relativamente recentes e mais ou menos ativos.

### **4.3 GEOLOGIA HISTÓRICA**

A Bacia Madre de Dios constitui-se em uma província independente das vizinhas. Sua subsidência foi mantida durante todo o Fanerozóico (SORUCO, 2000). Preenche-se por sedimentos provenientes desde o Paleozóico até o Terciário (PETERS, 1997a). Quando o território das cordilheiras foi afetado pela tectônica andina, nos estágios de dobramentos e ascensão dos arcos, a Planície Amazônica submeteu-se a estágios de subducção, e a inclinação originada causou uma sobrecarga acumulada no sedimento a oeste. Hoje em dia estas ações continuam a ocorrer no mesmo sentido, porém com intensidade menor. A distribuição das rochas geradoras encontrada atualmente está ligada à deformação andina e à erosão mesozóica das unidades superiores (MORETTI, 1994).

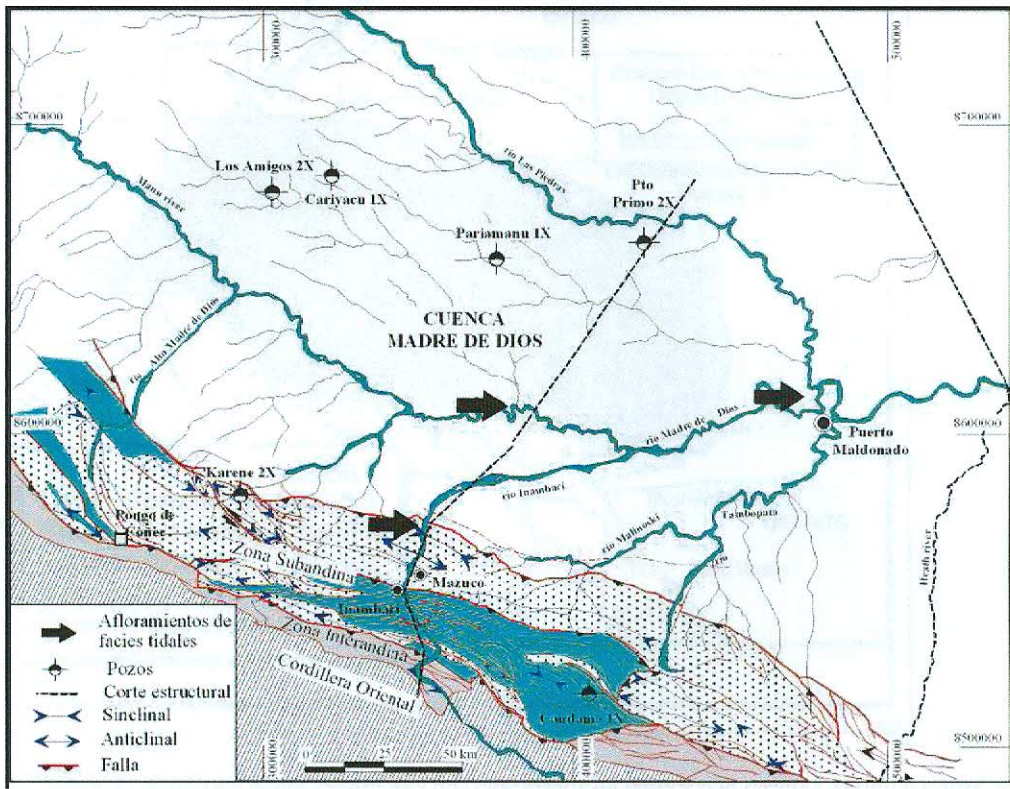
Nos períodos Ordoviciano a Devoniano, existia na área uma grande bacia, denominada bacia Amazônica, conforme mostrado na Figura 5. Esta bacia estava limitada por uma margem passiva com poucos aportes sedimentares a SW e outra margem a NE, ativa e de forte contribuição de aportes clásticos. As seqüências do Ordoviciano e Siluriano formam bons reservatórios fluvio-deltaicos, capeados por carbonatos marinhos. As seqüências geradoras do final do Devoniano possuem forte potencial gerador, porém talvez estejam separadas das rochas reservatório por seqüências de folhelhos marinhos pobres do início do Devoniano. Por outro lado, arenitos marinhos depositados e remodelados durante o rebaixamento do nível do mar no Meso-Devoniano têm potencial para ser bons reservatórios, capeados pelas próprias geradoras devonianas, assim como as seqüências deltaicas com canais distributários formadas entre o Neo-Devoniano e o início do Carbonífero, sendo necessárias, entretanto, armadilhas estratigráficas, uma vez que as estruturais são raras (PETERS, 1997a).

Do Neo-Devoniano ao Carbonífero, se dá um levantamento da região hoje conhecida como cordilheira dos Andes Oriental. Durante o Neo-Devoniano ocorrem importantes aportes clásticos, levando a uma concentração maior das fácies ricas em matéria orgânica na região NW (que compreende hoje as bacias Madre de Dios e Subandino norte). No Carbonífero inicia-se uma transgressão marinha, dando origem a folhelhos ricos em matéria orgânica (MORETTI, 1994).

No Cretáceo, a convergência das placas continental e oceânica, com a conseqüente subducção desta última levou à formação de um cinturão de falhas de empurrão na região do retro-arco de ilha (PETERS, 1997a), que pode ser visto na Figura-6a. Na Figura-6b pode-se observar que os horizontes de descolamento situam-se no Permiano Superior, enquanto que os deslocamentos das camadas se iniciaram por volta de 11 Ma, conforme será comentado mais adiante (BABY, 2005).



(a)



(b)

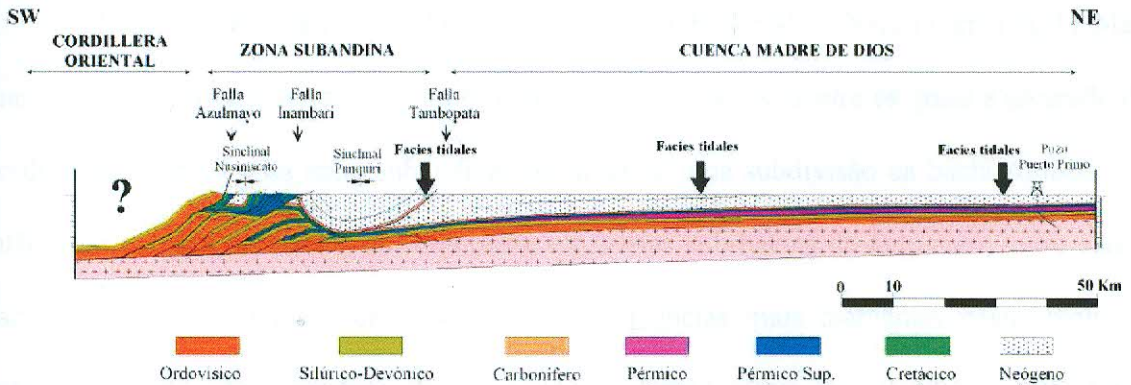


Figura 6 – (a) Mapa da região que compreende a bacia Madre de Dios e arredores, indicando a direção ao longo da qual se desenha a seção mostrada em (b) (BABY, 2005).

Como consequência deste tectonismo, deu-se um processo de subsidência da bacia durante o Oligoceno, que levou à maturação das rochas geradoras, tal como representado no mapa da Figura 7 abaixo, que traz as regiões com geradoras classificadas em maduras e imaturas de acordo com os valores de reflectância da vitrinita (PETERS, 1997a).

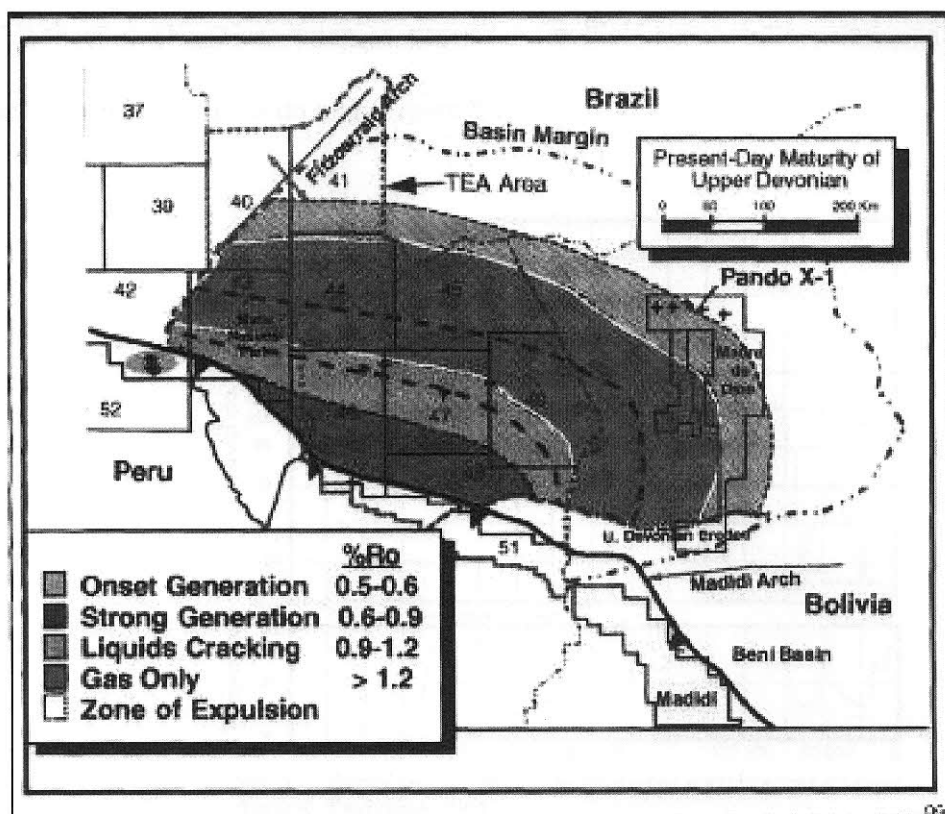


Figura 7 – Mapa da região da bacia Madre de Dios com dados de maturação térmica obtida a partir dos valores de reflectância da vitrinite (PETERS, 1997b).

O Mio-Plioceno é caracterizado pela a subducção da dorsal de Nazca (cerca de 11 Ma), quando ocorreram uma série de eventos geológicos importantes, dentre os quais a ascensão da Cordilheira Oriental e da faixa subandina, assim como uma subdivisão da bacia Amazônica, então uma extensa unidade (vide Figura 5), em várias sub-bacias de ante-arco, entre elas a Bacia de Madre de Dios. Como uma das conseqüências mais marcantes desta evolução tectônica, surge o levantamento do Arco de Fitzcarrald (cerca de 10 Ma), o qual foi o responsável pela separação das bacias Ucayali e Madre de Dios no Peru (BABY, 2005). Dados sísmicos mostram uma forte variação na espessura destes sedimentos em parte da bacia, na direção N-NE, devido à erosão ou ausência de deposição, o que pode ser interpretado como conseqüência do soerguimento do Arco de Fitzcarrald (BABY, 2005).

Oscilações climáticas intensas ocorridas no Pleistoceno influenciaram a região, com subidas e descidas do nível do mar (Figura 8).

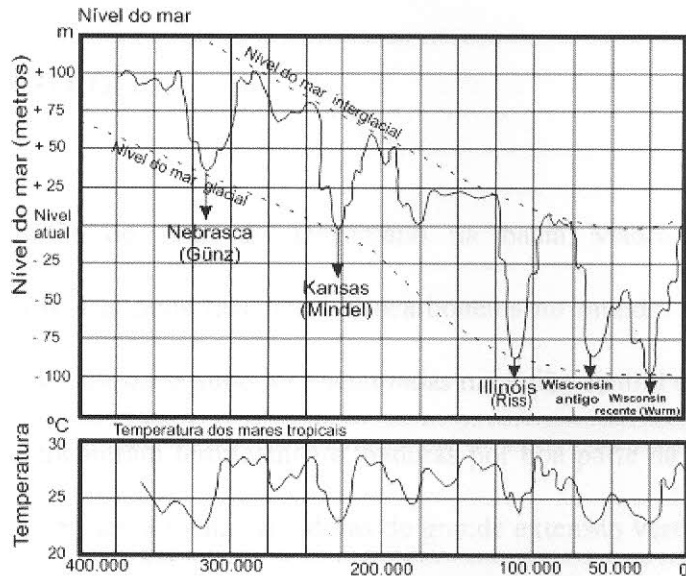


Fig. 3.7 - Oscilações climáticas pleistocênicas e implicações no nível marinho (Fairbridge, 1961).

Figura 8 – Oscilações climáticas pleistocênicas e implicações no nível marinho (FAIRBRIDGE, 1961).

Presume-se que a primeira glaciação, nessa mesma época, produziu nas terras da região amazônica camadas paleogeográficas, onde as chuvas eram mais constantes (uma estrutura provavelmente decorrente deste fenômeno são os Pampas, de características morfológicas e climáticas particulares). Isto permitiu que em algumas regiões na base das montanhas fossem gerados taludes. As glaciações mais recentes causaram efeitos semelhantes, embora ocorrendo em tempos mais curtos.

No Holoceno ocorreu uma elevação gradual da temperatura atmosférica e a definição das configurações climáticas da Floresta Amazônica. Os processos de erosão pluvial e distensão do relevo ficam reduzidos pela cobertura florestal do solo, com aumento do volume dos rios e, conseqüentemente, aumento das escavações do leito e erosões laterais, que são pronunciados nos alargamentos dos rios.

Hoje em dia, a maior parte da matéria orgânica preservada devido à anoxia é encontrada ao longo do eixo da bacia, em direção a NE (MORETTI, 1994).

#### 4.4 GEOLOGIA DO PETRÓLEO

As rochas geradoras do final do Devoniano na bacia Madre de Dios estão, potencialmente, entre as rochas mais ricas em hidrocarbonetos no mundo. Essas rochas são mais ricas que as rochas do Jurássico Superior encontradas na região central da Arábia Saudita e do Mar do Norte e se encontram termicamente maduras por boa parte da bacia. Na região norte da Bolívia, a bacia apresenta rochas geradoras de grande extensão vertical e lateral, que atingiram o estágio de geração de óleo após a formação de armadilhas e selos (PETERS, 1997b). A Figura 9 mostra um quadro do sistema petrolífero na Formação Tomachi, do lado peruano.

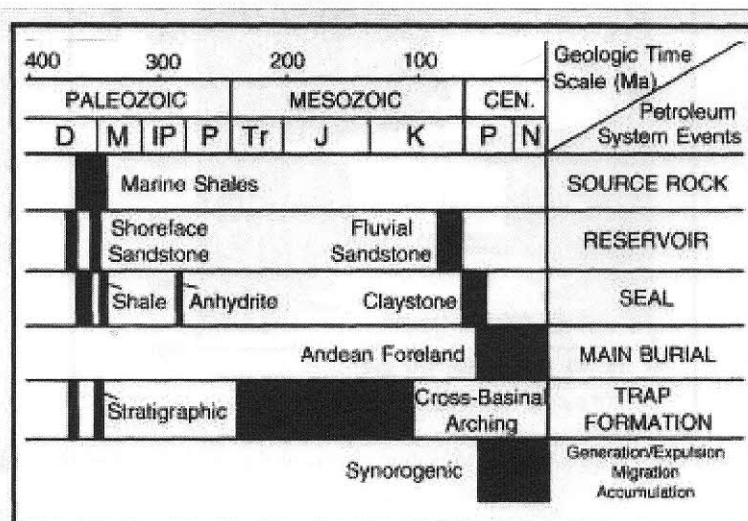


Figura 9 – Sistema petrolífero da Formação Tomachi (Peters, 1997b).

A sedimentação rica em matéria orgânica do período Eo-Devoniano na Bacia Madre de Dios é característica de um período de elevação do nível do mar em um ambiente marinho fechado. A deposição anóxica e um ambiente de baixa energia garantem a deposição em

lâminas finas, sem bioturbação, favorecendo a preservação de matéria orgânica com altos índices de hidrogênio e baixos índices de oxigênio, conforme pode ser visto na Figura 10. No poço boliviano Pando-X1, o índice de hidrogênio medido varia de 400 mg HC/g COT (PETERS, 1997a) a 700 mg HC/g COT (MORETTI, 1994). A melhor fácies encontra-se na base da Formação Tomachi, com 200 m de espessura e um  $S_2$  médio de 22 a 80 mg HC/g COT. Estes dados qualificam o querogênio presente nestas rochas como Tipo I /Tipo II (MATHALONE, 1995).

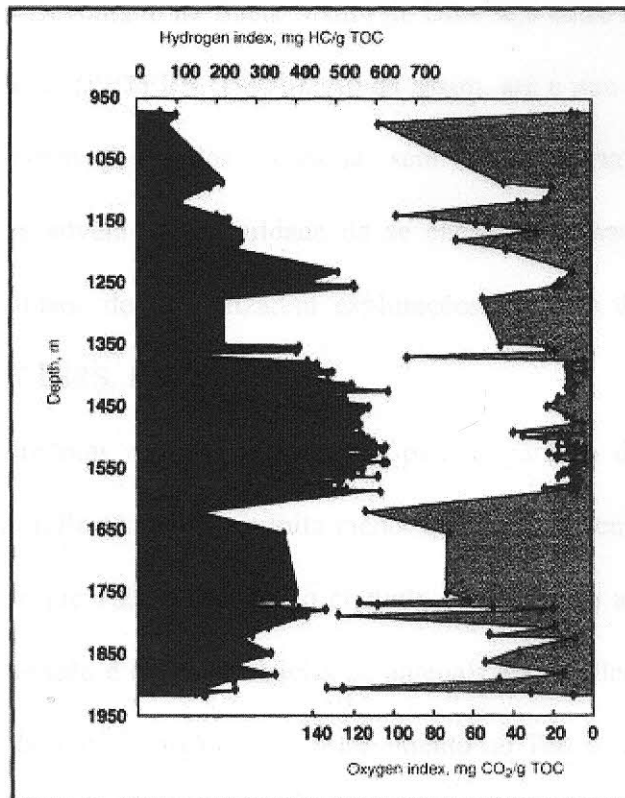


Figura 10 – Gráfico de índice de hidrogênio versus índice de oxigênio, de acordo com PETERS (1997b).

No Peru, a estratigrafia referente ao Carbonífero Superior e do Permiano Inferior geralmente tem potencial de rocha geradora mais baixo. A Formação Copacabana consiste, principalmente, em uma plataforma de carbonatos pobre, com intercalações de folhelhos escuros ricos em algas, nos quais o conteúdo orgânico total (COT) pode exceder 4% em peso.

Esta formação pode, portanto, ser uma fonte possível de óleo na bacia. Folhelhos referentes ao final do Cretáceo da Formação Chonta são parte das rochas propensas à geração de hidrocarbonetos, estendendo-se no noroeste da América do Sul, do Peru até a Venezuela. Na Bacia Madre de Dios, essa formação apresenta depósitos continentais de maior granulometria, com pouco potencial de rocha geradora (PETERS, 1997b).

Na Bolívia, a Formação Tomachi, do Eo-Devoniano, destaca-se como a principal rocha geradora da bacia, com um COT acima de 3,5% em peso (MORETTI, 1994), obtido pelo perfil geoquímico dos poços Pando-X1 e Pando-X2. Estima-se que a capacidade de geração total das rochas do Eo-Devoniano na Bacia Madre de Dios seja entre 250 e 1.000 bilhões de barris de óleo equivalente (PETERS, 1997b). Ainda assim, até o ano de 1997 apenas 10 de poços exploratórios foram perfurados na bacia, sem a descoberta de nenhuma reserva significativa. Os riscos advêm da dificuldade de se encontrar armadilhas estratigráficas e estruturais e da dificuldade de se realizarem explorações sísmicas devido à densidade da vegetação na região (PETERS, 1997b).

Essas rochas geradoras variam de imaturas para a geração de hidrocarbonetos no nordeste da bacia, com reflectância da vitrinita menor que 0,5%, a senis na direção sudoeste, com reflectância maior que 1,2% próximo ao cinturão de empurrão andino (vide Figura 7). Esta tendência de maturação é típica em bacias de antepaís assimétricas em todo o mundo e representa a resposta da matéria orgânica ao soterramento no Terciário associado à bacia de antepaís andina (PETERS, 1997b).

Tais rochas geradoras do Eo-Devoniano são sobrepostas por duas seqüências deltáicas do Eo-Devoniano e do Carbonífero Inferior, constituindo excelentes reservatórios. Essas seqüências deltáicas são formadas principalmente por canais distributários e barras de canal, com progradação na direção nordeste-sudoeste para o interior da bacia. Infelizmente, devido ao mergulho da região e ausência de fechamentos estruturais, seria necessária a presença de

armadilhas estratigráficas para que grandes volumes de hidrocarbonetos pudessem ser acumulados nesses arenitos de origem deltáica. Em todo o território da Bolívia há a presença de armadilhas estruturais relacionadas à formação da Cordilheira dos Andes durante o Terciário, porém a Bacia Madre de Dios está menos afetada pela compressão do que as demais bacias de antepaís e, portanto, torna-se mais difícil definir tais armadilhas estruturais (PETERS, 1997a).

Exudações de óleo ocorrem ao longo da extremidade leste dos Andes, do Equador à Argentina, como também, foram anunciados no sopé andino adjacente à bacia Madre de Dios (PETERS, 1997a).

A empresa norte-americana Mobil entregou suas áreas de exploração da Bacia Madre de Dios na Bolívia, principalmente devido à falta de armadilhas estruturais e por prever a necessidade de perfurar um grande número de poços antes de se atingir qualquer descoberta de interesse comercial. Porém, a companhia aumentou suas atividades no lado peruano da bacia. No Peru, o poço Pariamanu recuperou uma pequena quantidade de óleo 44-53° API de arenitos do Carbonífero, enquanto o poço Puerto Primo recuperou poucos barris de óleo 42° API de arenito Devoniano (PETERS, 1997b).

## 5 MÉTODO GEOFÍSICO

Cada rocha magnetiza-se de acordo com a sua susceptibilidade magnética, que depende da quantidade e do modo de distribuição dos minerais magnéticos presentes. A concentração destes minerais produz distorções no campo magnético local, que podem ser analisadas e fornecem informações sobre a subsuperfície.

O comportamento magnético dos materiais foi tratado segundo uma base científica pela primeira vez em 1600 por William Gilbert. As primeiras medidas de anomalias magnéticas datam de 1640, realizadas na Suécia, com o propósito de detectar depósitos de ferro. Essas medidas consistiam na observação da variação da declinação magnética com bússolas náuticas. Mais tarde, em 1870, esse método foi aperfeiçoado com a construção de equipamentos capazes de observar as variações das componentes verticais e horizontais do campo magnético bem como sua inclinação. Atualmente estas medidas são realizadas com equipamentos denominados magnetômetros, que possuem alta precisão.

As medidas de magnetometria podem ser realizadas de várias formas, utilizando aeronaves, com instrumentos na superfície terrestre, sobre áreas cobertas com água ou dentro de poços já perfurados.

Os principais minerais responsáveis pelas distorções no campo magnético terrestre, observados na aquisição dos dados, são a magnetita, a pirrotita e a ilmenita. Esses minerais fornecem informações sobre a distribuição de minerais não magnéticos que são economicamente importantes. Além disso, as medidas magnéticas auxiliam na localização de contatos geológicos e de estruturas geológicas como falhas, dobras, etc... que podem ter servido como trapas para acúmulo de óleo e gás.



Devido ao baixo custo e a rapidez dos levantamentos, o método magnético é um dos mais utilizados na prospecção. É raro o levantamento geofísico que não inclua as medidas magnéticas.

## 5.1. O CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

Medidas realizadas na superfície da Terra sugerem que seu campo magnético pode ser aproximado por um campo gerado por um momento de dipolo magnético localizado em seu centro. Entretanto, devemos observar que o campo terrestre é causado por diversos fatores, podendo ser divididos entre fatores internos e externos.

A contribuição para o campo devido a fatores externos pode ter várias origens, como os ventos solares, as tempestades solares ou a interação desses com a ionosfera (figura 11). Esses campos possuem uma magnitude muito inferior à contribuição interna.

A contribuição interna para o campo terrestre pode ser dividida em duas partes, uma devida as correntes existentes no núcleo da Terra, e outra a minerais magnéticos na crosta terrestre (figura 2).

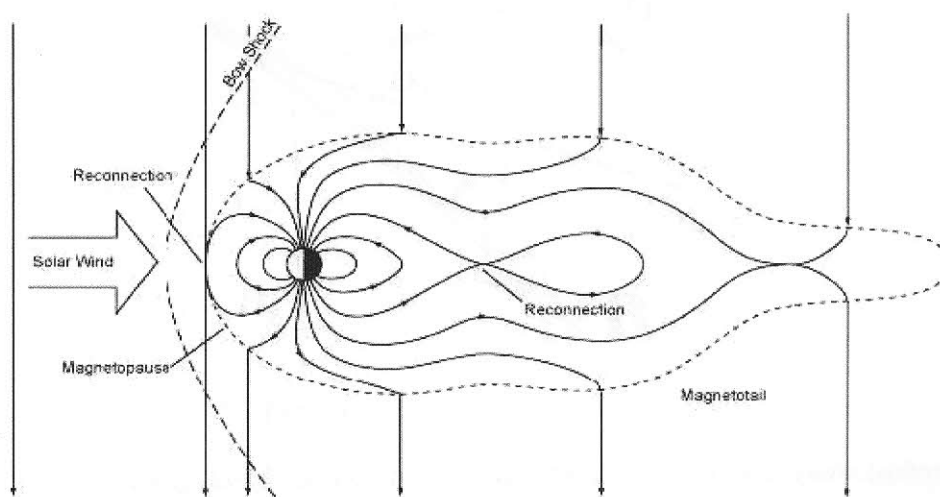
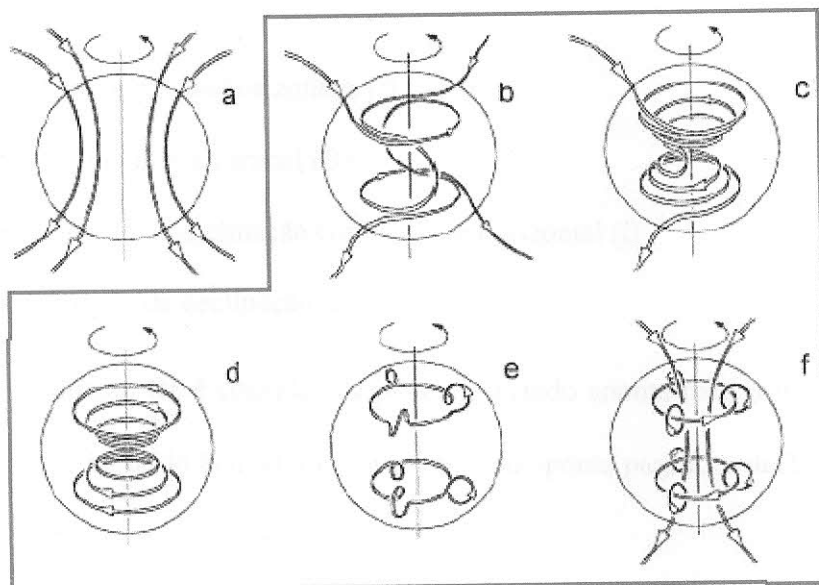


Figura 11 - Efeito dos ventos solares no campo magnético da terrestre - <http://geomag.usgs.gov/intro.html>



Love, J. J., 1999. *Astronomy & Geophysics*, 40, 6.14-6.19.

Figura 12 - Componentes do campo magnético da Terra - Campo dipolar (a) sofre efeitos distorcivos (b,c) criando um campo tipo quadripolo (d) este campo interage com o campo magnético original e reforça sua característica dipolar (e,f).

A parte de principal interesse para a exploração são exatamente estes campos não-dipolares gerados pela distribuição dos minerais na crosta terrestre, apesar de representar uma porção reduzida do campo total da Terra.

O campo magnético da Terra ( $\mathbf{B}$ ) é caracterizado pelos seguintes fatores:

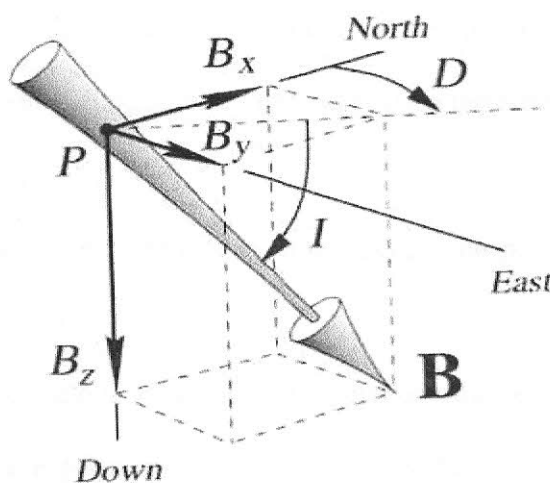


Figura 13 - Vetor magnético  $\mathbf{B}$  - Blakely, 1995, *Potential Theory in Gravity & Magnetic Applications*

- Componentes horizontais ( $B_x$  ,  $B_y$ )
- Componente vertical ( $B_z$ )
- Ângulo de inclinação com o plano horizontal ( $i$ )
- Ângulo de declinação ( $D$ )

A componente  $B_z$  é considerada positiva quando aponta para o interior da Terra. Isso ocorre na maior parte do hemisfério norte. Quando aponta para fora da Terra assume o valor negativo, o que ocorre em quase todo hemisfério sul.

Os valores de  $i$  variam de zero a  $90^\circ$  no hemisfério norte e de zero a  $-90^\circ$  no hemisfério sul. Os pontos onde  $i$  valem  $\pm 90^\circ$  definem os pólos magnéticos verdadeiros, e onde o valor de  $i$  assume o valor  $0^\circ$  define o equador magnético terrestre.

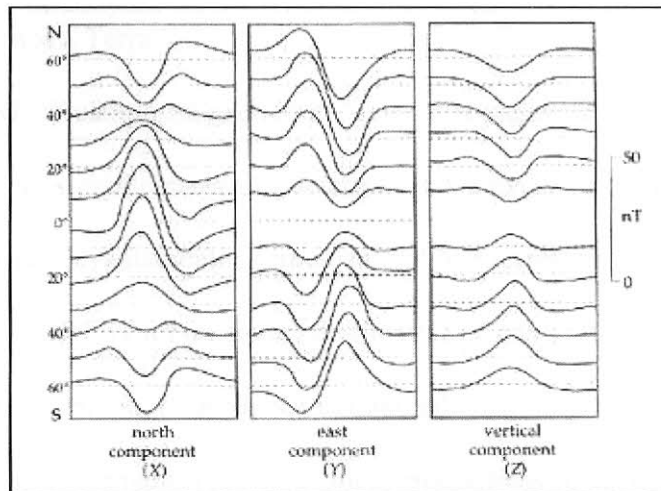
O campo magnético terrestre e os seus elementos sofrem variações ao longo do tempo. Inicialmente constatadas por H. Gellibrand, em 1634, que observou mudanças no valor da declinação magnética em Londres, após comparar medidas feitas por dois outros observatórios em 1580 e 1622; esse tipo de variação recebe a denominação de Variação Secular. Além disso o campo sofre variações de  $180^\circ$  na direção do momento de dipolo magnético (em escala de tempo geológica), invertendo a direção do campo magnético terrestre, conforme descrito por Matuyama.

As anomalias magnéticas de interesse para prospecção de petróleo são de intensidade muito inferior ao campo terrestre.

Na prospecção com o método magnético, dois efeitos produzidos por campos externos são de grande importância e precisam de correções e cuidados especiais. O primeiro é a Variação Diurna, que produz flutuações magnéticas com período de 24H devido à movimentação de cargas na ionosfera (figura 14a). O segundo efeito importante são as Tempestades Magnéticas, causadas pelo comportamento anômalo na superfície do Sol,

emitindo enormes quantidades de partículas ionizadas, que interferem no campo magnético terrestre, podendo ter curta ou longa duração, e apresentando hora um comportamento aleatório de poucos minutos até algumas horas ou periodicidade de vários dias (figura 14b).

(a)



(b)

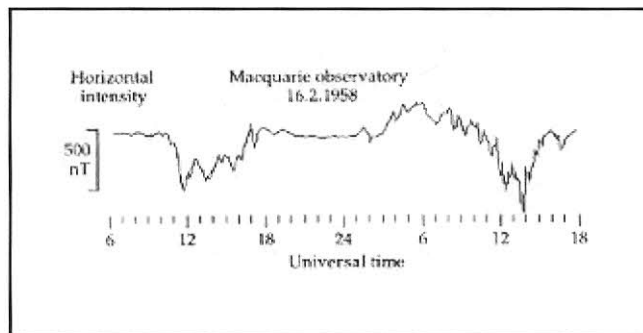


Figura 14 - Variação diurna das componentes do campo magnético terrestre em diferentes latitudes (a) Variação da componente horizontal do campo magnético terrestre durante uma tempestade solar (b) Lowrie, 1997, *Fundamentals of Geophysics*

Durante os levantamentos com o método magnético é necessário observar essas variações do campo para posterior correção dos valores medidos. As tempestades magnéticas interferem mais nos levantamentos com elevada latitude, devendo ser monitoradas, e caso sua intensidade chegue a valores extremos a aquisição dos dados deve ser suspensa até terminar o efeito das mesmas.

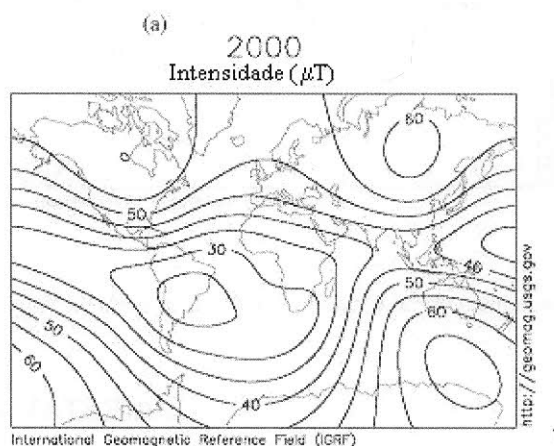
## 5.2. IGRF

O IGRF (International Geomagnetic Reference Field) é a representação teórica, para um certo intervalo de tempo, do campo magnético normal da Terra, isto é, do campo que se origina no interior da Terra, sem considerar a distribuição de minerais magnéticos na crosta terrestre e campos externos a Terra.

Para gerar o IGRF, o campo magnético da Terra é representado por um somatório de harmônicos esféricos, cujos coeficientes são determinados através de medidas realizadas em vários pontos do globo, por levantamentos aéreos, marinhos e terrestres.

Várias versões do IGRF já foram feitas, desde 1968. Cada previsão do índice leva em conta a variação secular do campo, podendo ser extrapolada por um período de 5 anos.

O IGRF é usado para comparar com as medidas magnéticas feitas em uma determinada região, e determinar as anomalias magnéticas geradas por estruturas ou minerais.



<sup>1</sup> No Sistema Internacional, o Tesla é definido como  $T = N \cdot m^{-1} \cdot A^{-1}$

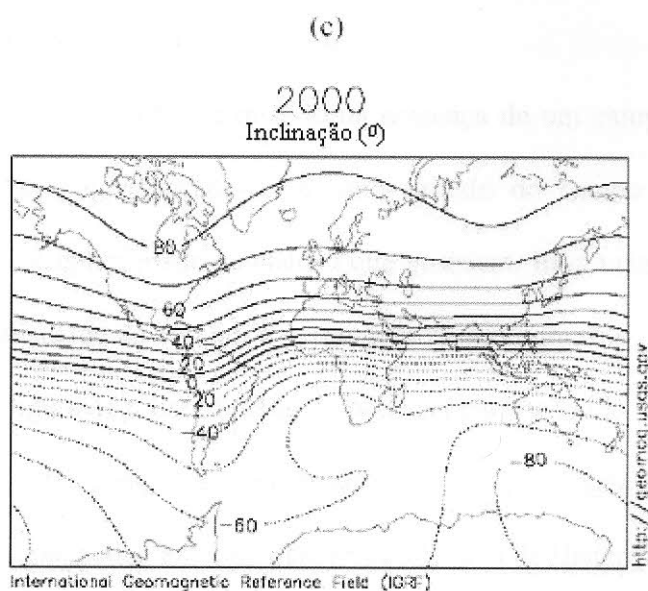
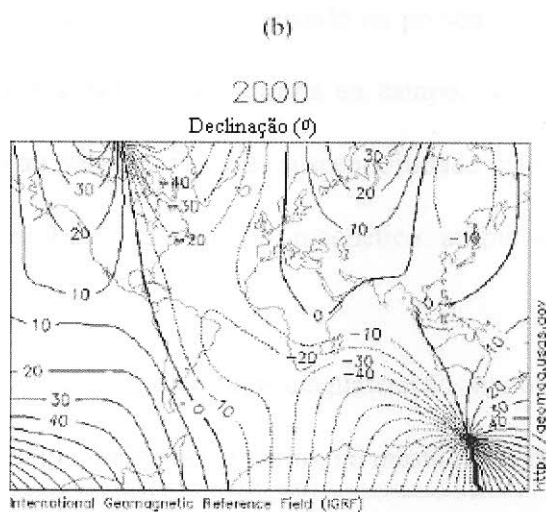


Figura 15 - Valores da intensidade (a) declinação (b) e inclinação (c) do campo magnético total da Terra

### 5.3. MAGNETISMO DOS MATERIAIS

Os materiais podem apresentar comportamentos diferentes quando submetidos a um campo magnético externo. Essas diferenças permitem caracterizar esses materiais em três tipos, diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos (Nussenzveig 1997, pág 240-252).

Materiais exclusivamente diamagnéticos, quando na presença de um campo magnético externo adquirem uma fraca magnetização contrária ao campo, sendo repelidos por este. A fraca magnetização é devida ao pequeno valor da susceptibilidade magnética desses materiais, e o sentido contrário em relação ao campo magnético atribui-se o valor negativo a susceptibilidade.

Materiais paramagnéticos apresentam uma magnetização menor que os diamagnéticos quando na presença de um campo magnético externo, no mesmo sentido do campo. Este valor pequeno é devido a baixíssima susceptibilidade magnética desses materiais, e o sentido determina o valor positivo para a susceptibilidade.

Já os materiais ferromagnéticos quando na presença de um campo magnético externo apresentam uma forte magnetização, no mesmo sentido do campo externo, devido aos elevados valores de susceptibilidade magnética que possuem. Essa magnetização pode variar de acordo com a intensidade do campo, e permanece presente mesmo se o campo magnético externo for retirado (figura 16). Esse fenômeno pode ser caracterizado por uma curva fechada em um diagrama  $B \times H$ , onde  $B$  é a intensidade do campo magnético induzido e  $H$  é a intensidade do campo magnético externo, denominada Curva de Histerese.

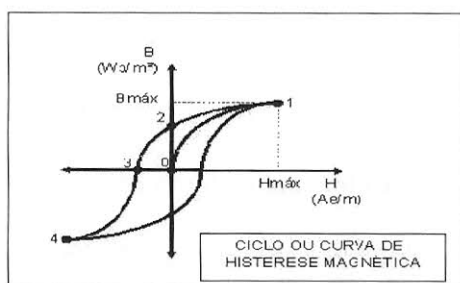


Figura 16 - Curva de histerese magnética típica para um material magnetizado

Na aquisição de dados magnéticos para a prospecção de petróleo, os principais minerais observados são ferromagnéticos, e contribuem significativamente nas anomalias registradas.

Essas anomalias são devidas à presença isolada ou em conjunto dos minerais: magnetita, pirrotita e ilmenita. Isto resulta da elevada susceptibilidade e abundância desses materiais.

A magnetização que se observa nas rochas, pode ser classificada de dois tipos: Magnetização Induzida e Remanente. A magnetização induzida é provocada pelo campo magnético atual da Terra, e a remanente é adquirida ao longo da história geológica da rocha.

Vários processos podem produzir uma magnetização remanente nas rochas, e recebem denominações especiais:

- Magnetização Termoremanente, ocorre principalmente durante o processo de resfriamento das rochas ígneas, processo lento que favorece o alinhamento dos momentos de dipolo magnético dos minerais constituintes das rochas devido à interação com o campo magnético da Terra durante este processo.
- Magnetização Isotérmica, ocorre na presença de fortes campos magnéticos, criando magnetizações remanentes locais em rochas devido a descargas elétricas atmosféricas.
- Magnetização Química, ocorre onde existem transformações químicas nos minerais, como crescimento de cristais ferromagnéticos, nas rochas metamórficas e sedimentares.
- Magnetização Depositional, pode ocorrer na deposição de sedimentos finos, como argilas de varvitos.
- Magnetização Viscosa, ocorre devido a aplicação constante do campo magnético da Terra, mesmo sendo fraco, por toda a história geológica da rocha.
- Magnetização Piezo-remanente, ocorre em rochas que sofreram ação de pressão na presença do campo magnético da Terra, como em regiões de atividade tectônica.



#### 5.4. MEDIDAS E INSTRUMENTAL

A susceptibilidade magnética das rochas depende, principalmente, da quantidade e da distribuição dos minerais ferromagnéticos nelas contidos. Normalmente esses minerais ocorrem nas rochas na forma de grãos finos dispersos em uma matriz composta de minerais paramagnéticos e diamagnéticos, comumente os silicatos. A presença dos minerais ferromagnéticos atribui às rochas suas características, como uma susceptibilidade elevada e apresentam o fenômeno da histerese. A intensidade de magnetização entretanto não é tão elevada como nos minerais ferromagnéticos puros. A susceptibilidade das rochas devem ser medidas com campos magnéticos externos de pequena intensidade, pois nos materiais ferromagnéticos a susceptibilidade varia com o campo magnético aplicado. Na literatura geofísica, é muito comum encontrarmos tabelas com valores de susceptibilidade obtidos com campos de 0.5 a 1 oersted<sup>2</sup>.

As rochas sedimentares e metamórficas normalmente apresentam os menores valores para a susceptibilidade magnética, da ordem de  $10^{-6}$  emu<sup>3</sup>. Nas rochas vulcânicas e plutônicas esses valores estão compreendidos entre  $10^{-4}$  e  $10^{-2}$  emu.

Por ter larga distribuição nas rochas, a magnetita tem sua porcentagem relacionada com o valor da susceptibilidade das rochas e vice-versa. As relações entre volume de magnetita e susceptibilidade são estabelecidas empiricamente, e só podem ser usadas localmente, isto é, nas áreas onde foram definidas.

Em termos práticos é comum utilizar a seguinte relação: 1% de volume de magnetita em uma rocha corresponde a uma susceptibilidade de  $3 \times 10^{-6}$  emu.

---

<sup>2</sup> **Oersted** é a unidade CGS de indução magnética. 1 oersted (1 Oe) equivale a  $10^3/4\pi$  A/m.

<sup>3</sup> emu é a unidade CGS de momento magnético e equivale a  $10^{-3}$  Am<sup>2</sup>

minerais	variação $\times 10^6$ emu	média $\times 10^6$ emu
Grafita [C]	-	-8
Quartzo [SiO <sub>2</sub> ]	-	-1
Anidrita [CaSO <sub>4</sub> ]	-	-1
Carvão [C]	-	2
Calcopirita [CuFeS <sub>2</sub> ]	-	32
Esfalerita [ZnS]	-	60
Cassiterita [SnO <sub>2</sub> ]	-	90
Pirita [FeS <sub>2</sub> ]	4-420	130
Limonita [FeO(OH).nH <sub>2</sub> O]	-	220
Arsenopirita [FeAsS]	-	240
Hematita [Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ]	40-3000	550
Cromita [FeCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub> ]	240-9400	600
Franklinita [óxido de (Fe,Zn,Mn)]	-	36000
Pirrotita [FeS]	$10^2-5 \times 10^5$	125000
Ilmenita [FeTiO <sub>3</sub> ]	$2,5 \times 10^4-3 \times 10^5$	$1,5 \times 10^5$
Magnetita [Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> ]	$10^5-1,6 \times 10^6$	$5 \times 10^5$

*Tabela 4 - Ssusceptibilidade magnética de materiais*

Além da determinação do campo magnético durante o levantamento geofísico, é recomendado realizarem-se medidas da susceptibilidade magnética das rochas e sua magnetização remanente. Este último dado é de grande importância para o interprete dos dados magnéticos, uma vez que a magnetização das rochas sempre possui uma componente induzida, que é paralela ao campo magnético atual terrestre.

As medidas de susceptibilidade magnética podem ser feitas no campo sobre afloramentos, ou no laboratório, sobre amostras de afloramento ou testemunhos de sondagem.

Os medidores de susceptibilidade, susceptibilímetros, utilizam um sistema indutivo. Esse sistema constitui-se basicamente de um núcleo de elevada permeabilidade magnética circundado por uma bobina por onde se passa uma corrente elétrica. Essa corrente gera um campo magnético oscilante no sistema, que quando aproximamos uma amostra ferromagnética, esta gera uma variação na relutância magnética (equivalente magnético a

resistência elétrica) que pode ser medida em uma escala numérica e transformada através de uma tabela fornecida pelo fabricante do equipamento para a susceptibilidade do material.

As medidas da magnetização remanente devem ser realizadas em ambiente isolado do campo magnético terrestre e de suas variações temporais. Por isso os medidores são providos de blindagens magnéticas.

Os mais simples magnetômetros de remanência apresentam um sistema astático, composto por duas barras magnetizadas horizontais, de mesmo momento magnético, suspensas por uma fibra e distantes entre si de poucos centímetros. As barras são dispostas de forma antiparalela, isto é, seus campos magnéticos estão invertidos um em relação ao outro. Esse tipo de equipamento recebe o nome de Magnetômetro Astático. As medidas são realizadas colocando-se a amostra em várias orientações e a presença desta amostra, que possui uma magnetização remanente, exerce sobre as barras forças magnéticas, que perturbam o sistema defletindo a fibra e são medidas através de sensores ópticos e permitem estabelecer a intensidade do momento de dipolo magnético bem como sua declinação e inclinação remanente da amostra. Outro equipamento semelhante é o magnetômetro parastático, que utiliza três ao invés de duas barras, para realizar as medidas.

Estes equipamentos são hoje pouco utilizados devido ao extenso trabalho despendido para calibrar e posicionar as amostras nos dispositivos. Ainda assim, em casos especiais, como amostras muito irregulares ou com heterogeneidades grandes em sua constituição obtém-se melhores resultados com estes equipamentos.

Outro tipo de magnetômetro é o Magnetômetro de Rotação, aparelho que utiliza o princípio da Indução de Faraday (Nussenzveig 1997, pág 162-165), onde a amostra gira próxima de bobinas ligadas a sensores elétricos, que registram pequenas correntes induzidas no circuito. As operações atuais com os magnetômetros de rotação são todas automatizadas, reduzindo o tempo de medida e os erros associados. Existem ainda

magnetômetros de supercondutividade, que permitem medidas mais precisas que os magnetômetros astáticos e de rotação.

As primeiras medidas para a localização de concentrações de minerais magnéticos foram realizadas com bússolas náuticas e bússolas geológicas. Essas medidas consistiam na observação de variações da declinação e inclinação do campo magnético terrestre.

Posteriormente foram desenvolvidos equipamentos que mediam a variações do campo magnético, denominados Variômetros Magnéticos. Os mais conhecidos são as balanças horizontal e vertical de Schmidt. Os variômetros tem uma precisão de aproximadamente 10 nT. Após a Segunda Guerra Mundial, surgiram os magnetômetros, que permitiram registrar o valor da intensidade do campo magnético e de suas componentes. Os magnetômetros podem ser divididos em quatro tipos, de acordo com o principio de funcionamento.

- Magnetômetro de Saturação:

Esse tipo de magnetômetro possui dois núcleos de alta permeabilidade magnética, envolvidos cada um por duas bobinas, uma primária e outra secundária. Na ausência de um campo magnético externo, uma corrente passa pelas bobinas primárias, induzindo uma corrente nas espiras secundárias de igual valor, que são medidas com o auxílio de um amperímetro. Ao aproximar uma amostra magnética destas bobinas, a resposta do sistema muda, podendo ser determinado o valor da intensidade do campo magnético e de suas componentes, de acordo com o alinhamento do equipamento e de sua amostra. No levantamento aéreo os núcleos são alinhados com o campo total, e nos levantamentos terrestres, normalmente, alinham-se os núcleos com a componente vertical do campo. A precisão dos magnetômetros de saturação é da ordem de 1 nT, e o intervalo de medida  $\pm 1$  mT.

- Magnetômetro de Precessão Nuclear:

Esse magnetômetro consiste basicamente de um sensor, contendo uma fonte de prótons (água, metanol, etanol, querosene, etc...) e um contador eletrônico. O sensor é submetido a um campo magnético muito mais intenso que o campo terrestre, perpendicular a este. Os prótons são polarizados segundo a resultante da soma dos dois campos magnéticos, que em primeira aproximação é paralelo ao campo externo (por isso a necessidade de aplicar um campo externo muito mais intenso que o campo magnético terrestre). Com a retirada do campo magnético externo, os prótons começam a girar em torno deste eixo de alinhamento, executando um movimento de precessão com uma frequência angular

$$\varpi = \gamma_p \cdot B_0 \quad \varpi = \gamma_p \cdot B_0$$

onde  $\gamma_p = 26.751,3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{oersted}^{-1}$  é a razão giromagnética do próton e  $B_0$ , a intensidade do campo magnético terrestre total, que pode ser determinada medindo-se a frequência de precessão dos prótons com um contador eletrônico. Estes magnetômetros possuem uma precisão de 1 nT e trabalham em uma faixa de  $2 \times 10^4$  até  $1 \times 10^5$  nT. Eles podem ser adaptados para levantamentos aéreos, terrestres e marinhos.

- Magnetômetro de Bombeamento Ótico:

Na presença de um campo magnético externo, os elétrons de valência de um elemento têm o seu nível estável de energia separados em dois subníveis, devido ao alinhamento do momento de dipolo magnético do spin, um subnível paralelo e outro antiparalelo. A excitação desses elétrons por uma fonte de radiação produz outros dois subníveis de energia, e a diferença entre esses novos subníveis é proporcional ao campo magnético externo aplicado (o campo externo neste caso é o campo magnético da Terra).

- Magnetômetro de Supercondutividade:

Esse tipo de dispositivo utiliza a propriedade da supercondutividade elétrica que certos metais puros e algumas ligas possuem. A temperatura de funcionamento deste equipamento é da ordem de 4K, próxima à temperatura de ebulição do Hélio líquido. O sensor dos magnetômetros de supercondutividade é constituído de uma junção de Josephson, conhecida como SQUID (Superconducting Quantum Interference Device), envolvida por uma bobina por onde oscila uma corrente na faixa das radio-freqüências. Essa corrente é utilizada para gerar um campo com fluxo constante de campo magnético através do SQUID. Caso haja variação deste fluxo, produzida por um campo externo (o campo magnético da Terra por exemplo) o SQUID responde a esta perturbação, e pode ser medido o campo externo.

A precisão deste equipamento é da ordem de  $10^{-5}$  nT, mas todavia a necessidade de manter o equipamento em um ambiente criogênico, torna muito difícil sua utilização para a geofísica de prospecção de petróleo. Esses equipamentos podem ajudar na determinação de magnetização remanente em amostras no laboratório.

- Gradiômetro:

Gradiômetros são magnetômetros que possuem dois sensores idênticos, espaçados de uma distancia fixa e pequena em relação às fontes da anomalia sob investigação. A diferença na intensidade do campo magnético medida entre os dois sensores é dividida pela distancia entre eles, fornecendo desta forma o gradiente do campo magnético neste ponto. Na maioria dos levantamentos realizados, o gradiente medido é o gradiente vertical. A vantagem destas medidas é que o gradiente está livre das interferências das variações diurnas e de fontes distantes.

## 5.5. TÉCNICAS DE LEVANTAMENTO

As técnicas de levantamento magnético são comumente realizadas na superfície dos terrenos, com o auxílio de aeronaves e embarcações nas regiões submersas. Nos levantamentos de reconhecimento do subsolo, quando o objetivo é a prospecção de petróleo, o espaçamento entre as linhas das medidas aéreas e marinhas é maior que nos levantamentos para mineração, uma vez que as fontes de anomalia são de maiores dimensões e estão a maiores profundidades.

Nos levantamentos magnéticos para extração de minério, após o levantamento aéreo é feito um levantamento terrestre mais detalhado, e este sim vai definir os objetivos de interesse.

### 5.5.1. LEVANTAMENTO TERRESTRE

Nos levantamentos terrestres de reconhecimento, as medidas são adquiridas ao longo de estradas e seguindo as margens dos rios. O intervalo entre cada medida varia de 1Km até 10Km, dependendo do tipo de anomalia que queremos observar.

Após o reconhecimento, quando então é realizado um levantamento magnético de detalhe, as amostras do campo magnético terrestre são tomadas ao longo de picadas transversais à estrutura ou ao corpo mineralizado que desejamos mapear.

Neste tipo de levantamento mede-se principalmente valores absolutos do campo magnético da Terra (campo total) ou a sua componente vertical. Raramente realiza-se medidas da componente horizontal ou do gradiente do campo.

Para realizar as medidas do campo total é comum a utilização do magnetômetro de precessão nuclear, enquanto que nas medidas da componente vertical do campo ser mais

comum a utilização do magnetômetro de saturação. Durante a aquisição é comum a utilização de dois magnetômetros, um deles referenciando um ponto fixo, denominado de estação base, enquanto o outro é usado no levantamento da área. O magnetômetro que permanece fixo mede as variações temporais do campo total (variação diurna) que serão usadas para corrigir os dados medidos com o outro magnetômetro. Além da medida do campo magnético com os dois magnetômetros registra-se ainda o momento em que cada amostra foi tomada.

Se apenas um magnetômetro estiver disponível para se realizar as medidas, é necessário interromper o levantamento periodicamente, e voltar a medir o valor do campo magnético na primeira estação medida, a fim de se ter o controle da variação diurna no campo.

Nos magnetômetros digitais realizam-se várias medidas em um mesmo local para verificar a precisão do valor medido, que pode sofrer variações devido ao mau funcionamento do equipamento (baterias fracas), ou mesmo por gradientes de campo muito intensos (devido a afloramentos ou linhas de alta tensão).

Quando se utilizam dois magnetômetros a ocorrência de uma tempestade magnética pode ser facilmente identificável através dos valores obtidos pelo magnetômetro fixo. Caso este apresente variações bruscas no valor medido do campo magnético isso indica a ocorrência desse fenômeno, e o levantamento é interrompido

### **5.5.2. LEVANTAMENTO AÉREO**

Nos levantamentos geofísicos de magnetometria para a prospecção de petróleo, como os objetivos procurados (anomalias magnéticas) são feições geológicas de grandes dimensões, a aquisição dos dados é realizada utilizando-se aviões.

A altura dos vôos das aeronaves pode chegar até 450m, dependendo da extensão dos corpos geológicos procurados. Nessa altitude as pequenas anomalias causadas por corpos



pequenos como jazidas de minerais não afetam as medidas. Três efeitos são observados com a variação da altitude do vôo:

1. Diminuição da magnitude da anomalia
2. Alargamento da anomalia
3. Diminuição da resolução de anomalias individuais

O espaçamento entre as linhas de vôo varia de 200m a 2000m. A configuração mais utilizada na aquisição de dados magnéticos aéreos consiste em um grupo de linhas quase paralelas, cortadas por linhas perpendiculares denominadas linhas de controle.

As diferenças encontradas entre os valores medidos nas interseções das linhas de controle e de levantamento são utilizadas para fazer as correções da variação diurna do campo magnético e medir o grau de incerteza do ponto exato de interseção, tanto no plano vertical (variação da altura de vôo) quanto no plano horizontal (localização das linhas).

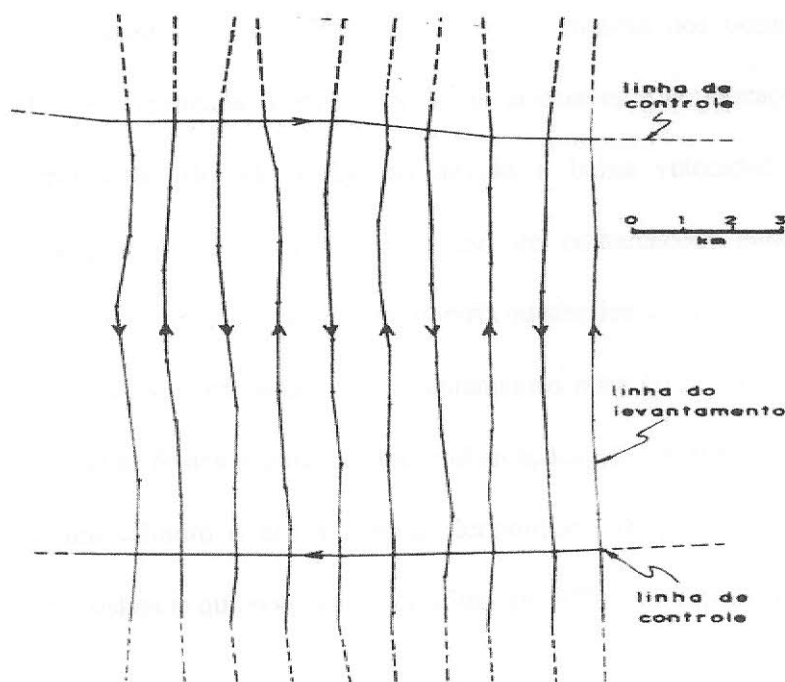


Figura 17 - Linhas de aquisição - variação na posição da aero-magnetometria

A direção das linhas de vô deve ser estabelecida com base, tanto na latitude magnética da área do levantamento como na direção (*strike*) geológica da região.

Os magnetômetros de precessão nuclear e o de bombeamento óptico são os mais utilizados neste tipo de levantamento. O primeiro tipo de magnetômetro é utilizado para a medição do campo total magnético e o segundo utiliza-se para medir o gradiente do campo. Esses sensores não necessitam estar alinhados ao campo, o que facilita a execução da aquisição de dados.

Nos levantamentos aéreos, para minimizar a interferência dos equipamentos e fontes magnéticas da aeronave, o sensor do magnetômetro é montado dentro de um cilindro denominado pássaro suspenso por um cabo e fica a uma distância de 30m a 150m. Ainda assim pode ser necessário corrigir alguma interferência causada por estes dispositivos, que pode ser feito colocando bobinas de compensação nas asas e cauda do avião.

### 5.5.3. LEVANTAMENTO MARÍTIMO

Nas regiões alagadas, como pântanos e lagos ou mesmo nos oceanos, as medidas magnéticas podem ser realizadas com o auxílio de aeronaves e embarcações. Contudo as embarcações geralmente não são utilizadas devido à baixa velocidade e o custo do levantamento. Na prospecção de petróleo, o uso de embarcações para magnetometria geralmente é feito junto com aquisição de gravimetria ou sísmica devido aos custos.

Quando são usadas embarcações nos levantamentos magnéticos, o sensor deve ficar a uma distância tal que as fontes magnéticas das embarcações não interfiram nas medidas. Para isso é utilizado um cilindro à prova d'água, denominado de peixe, que é puxado pela embarcação a uma distância que pode variar de 150m até 300m conforme a Tabela-5.

O magnetômetro mais empregado neste tipo de levantamento é o de precessão de prótons, e o equipamento envia os dados até o navio através de fios acoplados ao cabo que puxa o dispositivo.

Embarcação	Distância 30m	Distância 100m	Distância 150m	Distância 250m
25 m œ 200 Ton	200,0 nT	6,0 nT	1,6 nT	0,4 nT
50m œ 700 Ton	700,0 nT	20,0 nT	6,0 nT	1,4 nT
70m œ 1700 Ton	1700, 0 nT	50,0 nT	13,0 nT	3,0 nT
90m -3300 Ton	3300, 0 nT	80,0 nT	25,0 nT	6,0 nT

*Tabela 5-Relação entre peso (tamanho) da embarcação e efeito no campo magnético medido*

#### **5.5.4. TRATAMENTO DOS DADOS**

A magnetometria, assim como todas as aquisições de dados de campo, necessita de um processo de filtragem para retirada de ruídos e efeitos indesejáveis. Os processos incluem na maioria das vezes:

1. Retirar as variações devidas a causas não geológicas, como a variação diurna e os desníveis nos pontos de amostragem.
2. Filtrar efeitos geológicos, como anomalias magnéticas indesejáveis, geradas por heterogeneidades próximas da superfície ou a interferência entre fontes rasas e profundas.

#### **5.5.5. CORREÇÃO TOPOGRÁFICA**

O efeito da topografia se faz presente nos dados magnéticos uma vez que existe um grande contraste magnético entre o solo e o ar. Este efeito se pronuncia nas proximidades de encostas de vales.

Em levantamentos aéreos com uma altura de vôo constante em relação ao nível do mar, um terreno magnetizado e com desníveis topográficos pode esconder anomalias magnéticas produzidas por corpos magnetizados finitos, ainda que a magnetização seja 10 vezes superior a magnetização do terreno.

Em locais onde a maior parte das rochas é de origem sedimentar, este efeito não se torna muito pronunciado, uma vez que estas rochas são fracamente magnetizadas. Em áreas de intrusões magmáticas este efeito pode prejudicar a interpretação dos dados.

Na prática, este efeito é de difícil correção, sendo necessário um conhecimento geológico da área, para que o intérprete possa separar qualitativamente os efeitos litológicos das feições geológicas estruturais.

#### **5.5.6. CORREÇÃO DA VARIAÇÃO DIURNA**

Para a correção dos efeitos da variação diurna existem dois métodos, dependendo da forma da aquisição dos dados, se foi utilizado um ou dois magnetômetros.

Na aquisição com dois magnetômetros, um deles registra o campo magnético terrestre em uma base fixa continuamente ou em pequenos intervalos de tempo, enquanto o outro percorre o campo registrando o valor do campo local. A hora exata em que os equipamentos registram as medidas deve ser anotada.

Após a obtenção dos dados podemos fazer a correção da variação diurna do campo magnético terrestre. O valor da variação na medida do magnetômetro fixo indica o quanto devemos adicionar ou subtrair do campo medido.

Quando o valor medido no magnetômetro fixo diminui, devemos acrescentar esta diferença na intensidade do campo magnético medido no campo. Se o registro na estação base aumentar, devemos subtrair esta variação do dado obtido no campo.

Na aquisição utilizando apenas um magnetômetro, uma ou mais estações de medidas são reocupadas periodicamente. As variações nos valores medidos nestas estações são distribuídas linearmente com o tempo, técnica semelhante à utilizada para corrigir o *drift* do instrumento em gravimetria.

Existem várias técnicas para implementar a distribuição da discrepância na realização da correção diurna. O procedimento mais indicado é assumir que a variação diurna seja suave, de forma a poder aproximar essa variação por uma expansão polinomial, utilizando como pontos de referencia as discrepâncias nas interseções das linhas de levantamento e controle. Dessa forma o magnetômetro fixo na estação base funciona como um parâmetro para verificar se a variação é suave ou não, e ainda verificar a ocorrência de alguma tempestade magnética, caso este que obriga a suspensão das atividades de aquisição de dados.

#### **5.5.7. VARIAÇÃO COM A LATITUDE**

A variação do campo magnético com a latitude geralmente assume valores da ordem de  $10\text{nT}\cdot\text{km}^{-1}$ . As pesquisas de magnetometria para prospecção de petróleo que cobrirem uma extensa área na direção norte-sul devem aplicar uma correção contra esse efeito indesejado.

#### **5.5.8. VARIAÇÃO ALTITUDE - TEMPERATURA**

O valor do campo magnético terrestre não sofre muita variação com a mudança de altitude. A variação máxima não ultrapassa  $0.003\text{nTm}^{-1}$ . Com esse valor seria necessário uma variação de 100m para criar uma variação de 3nT no campo magnético medido. As aeronaves de levantamento magnético possuem equipamentos que torna improvável essa variação na altitude. Portanto não torna-se necessário a realização desta correção.

Os magnetômetros modernos não são afetados pela variação da temperatura. Nas medidas realizadas com os antigos variômetros essa correção é indispensável, sendo portanto mais uma variável de aquisição o valor da temperatura no local da medida para posterior correção.

### **5.5.9. REMOÇÃO DO IGRF**

As anomalias magnéticas são variações do campo magnético terrestre. Desta forma, para se encontrar a anomalia, devemos remover do valor medido no campo o valor do campo magnético normal da Terra. O campo normal é representado pelo IGRF e esses valores podem ser encontrados tabelados ou gerados em sites na internet (IGRF, 2007).

### **5.5.10. REDUÇÃO AO POLO**

A origem dipolar do campo magnético (diferente do campo gravitacional) terrestre faz com que a direção e a intensidade do campo variem ao longo da superfície terrestre. Por este motivo uma mesma fonte de anomalia irá causar diferentes padrões de anomalias, dependendo de qual latitude estiver.

A variação na forma das anomalias magnéticas torna complexa a análise dos dados obtidos com a magnetometria. Uma forma de contornar este problema é realizando uma transformação nos dados, mudando a latitude real dos dados para uma nova latitude, onde o campo magnético terrestre tenha inclinação de  $90^\circ$  (pólo magnético). Após esta transformação, os dados podem ser analisados como se tivessem sido coletados no pólo, onde a magnetização induzida pelo campo tem a direção vertical, à semelhança do campo gravitacional.

Para se reduzir uma anomalia ao pólo é necessário conhecer a direção de magnetização da fonte. Por esse motivo a redução ao pólo somente fornece resultados relevantes quando a anomalia é devida a magnetização induzida nas formações, ou se a anomalia for resultado de uma magnetização remanescente torna-se necessário o conhecimento da direção da magnetização da fonte.

A técnica de redução ao pólo, permite que se localize mais facilmente a posição das fontes das anomalias e ainda permite identificar quando existe magnetização remanescente.

## 5.6. INTERPRETAÇÃO

As interpretações dos dados magnéticos e gravimétricos se assemelham muito, pois ambos os campos obedecem a equação de Laplace e estão acoplados pela relação de Poisson. No entanto, em magnetometria existem fatores que dificultam essa interpretação.

Outro fator crítico em magnetometria é a existência de magnetização remanescente nas rochas. Essa magnetização, dependendo da intensidade, pode alterar a forma da anomalia, e fazer com que a resposta do modelo geológico proposto seja completamente diferente da anomalia medida.

As medidas magnéticas podem fornecer informações sobre alinhamentos estruturais, contatos geológicos e limites de bacias sedimentares.

Diferentes distribuições de magnetização em subsuperfície podem gerar as mesmas anomalias. Essas multiplicidades nos dados magnéticos podem ser solucionadas relacionando os dados magnéticos com os levantamentos gravimétricos e de sísmica, assim como um profundo estudo geológico da região.

### 5.6.1. ANOMALIAS MAGNÉTICAS

As anomalias magnéticas são devidas à soma vetorial dos campos magnéticos produzidos por corpos extensos e o campo magnético normal da Terra. O módulo do campo magnético terrestre normalmente é muito superior ao campo gerado pelas fontes das anomalias. Por este motivo medimos efetivamente a componente da anomalia na direção do campo magnético terrestre.

O procedimento para se analisar quantitativamente as anomalias magnéticas é similar ao utilizado na interpretação gravimétrica. O mais comum é o uso de modelos geométricos 2D e 3D para representar uma fonte isolada. O uso de modelos simples é justificado devido ao fato de pequenas irregularidades nas fontes não causarem perturbações significativas no campo magnético anômalo.

### 5.6.2. CURVA CARACTERÍSTICA

As curvas características são um conjunto de curvas construídas com parâmetros retirados de perfis calculados ou medidos em laboratórios, sob condições que simulam as fontes de anomalias magnéticas encontradas na subsuperfície.

Essas curvas permitem estimar os valores de parâmetros que irão ser usados em um modelo geológico, como a profundidade da fonte, espessura, mergulho, etc. Esse modelo não deve ser visto como uma réplica da realidade geológica da região, e sim como uma primeira aproximação da real estruturação do subsolo. Este modelo serve como auxiliar na tomada de decisões de campo, como onde será feito um maior detalhamento da região.

Existem curvas características para várias formas padrão, como falha, placa fina, prismas e corpos tabulares.



### 5.6.3. CAMADA EQUIVALENTE

A camada equivalente magnética consiste em uma distribuição superficial de magnetização capaz de gerar um campo magnético igual ao gerado por uma distribuição magnética volumétrica.

A expressão que caracteriza o potencial magnético em termos da distribuição superficial de magnetização é dada por:

$$A(x, y, z) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_s(\alpha, \beta, \gamma) \vec{u} \cdot \nabla \left( \frac{1}{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2} \right) d\alpha d\beta$$

onde  $I_s$  é a distribuição magnética superficial no ponto  $(\alpha, \beta, \gamma)$  na direção  $\vec{u}$ .

O campo magnético pode ser obtido tomando-se o gradiente do potencial magnético. Assim, com o conhecimento do valor do campo em uma determinada profundidade  $h$  (temos  $\gamma=h$ ), podemos determinar  $I_s$ . Com esse valor obtido podemos definir o campo magnético em todos os pontos, segundo a Continuação do Campo.

A vantagem de se usar este método não se restringe a conhecer o campo em todos os pontos, mas a camada equivalente também é utilizada no processo de redução ao pólo, no cálculo de derivadas do campo e no desenvolvimento de filtros para eliminar efeitos de fontes rasas e profundas.

### 5.7. PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO

Na prospecção de petróleo, a magnetometria está quase sempre voltada na identificação da topografia do embasamento da bacia sedimentar, formado por rochas ígneas e metamórficas, e que por sua vez estão recobertas por rochas sedimentares.

Como os efeitos magnéticos das rochas sedimentares são muito fracos, as anomalias magnéticas observadas em uma bacia sedimentar devem estar ligadas ao embasamento.

Dois tipos de anomalias são reconhecidas nestes levantamentos:

- Intra-embasamento
- Supra-embasamento

As anomalias do tipo intra-embasamento estão associadas às concentrações locais de minerais magnéticos no embasamento, e podem gerar amplitudes superiores a 100 nT.

As anomalias do tipo supra-embasamento estão ligadas aos desníveis (soerguimento e falhas estruturais), na superfície do embasamento, e geram anomalias de intensidade muito inferior.

Das duas anomalias citadas, a de maior interesse na prospecção de petróleo é a de supra-embasamento, uma vez que esses soerguimentos e falhas que produzem esta anomalia, podem gerar as trapas estruturais que irão reter e armazenar os hidrocarbonetos gerados.

Nas bacias onde as rochas ígneas aparecem encaixadas nas rochas sedimentares torna-se quase impossível a distinção dos efeitos das anomalias de supra-embasamento. As soleiras de diabásio falseiam as anomalias, e neste caso, as anomalias de intra-embasamento podem ajudar na determinação da topografia do embasamento.

## 6 ESTUDO DE CASO

Na interpretação dos dados de magnetometria, uma poderosa ferramenta é o método da inversão magnética, que permite em alguns casos encontrar uma distribuição magnética que possa explicar as anomalias encontradas no campo magnético medido.

Vários métodos de inversão foram desenvolvidos, mas para que possamos aplicá-los, é necessário criar vínculos com a geologia, fazendo desta forma um elo entre os modelos matemáticos e físicos e a realidade geológica.

### 6.1. INVERSÃO DE CAMPOS POTENCIAIS

No trabalho de João B. C., Walter Medeiros e Valéria Barbosa (Silva, 2001) iremos encontrar uma discussão sobre esses vínculos, e a importância individual de cada escolha. Cinco tipos básicos são citados, (1) limite superior e inferior das bordas das fontes da anomalia, (2) proximidade entre o parâmetro escolhido e o valor específico da grandeza física, (3) interferência entre pares de parâmetros escolhidos, (4) concentração da fonte de anomalia sobre um elemento geométrico de estudo e (5) densidade da fonte geradora da anomalia.

A escolha do vínculo (3) pode ser muito relevante em modelos geológicos onde as propriedades físicas das rochas variam de forma suave ao longo de uma direção específica. Os vínculos (1) e (4) não podem ser tomados de forma isolada, pois eles irão definir os parâmetros espaciais da fonte e estão interligados.

Estes vínculos básicos, quando computados de maneira isolada, não geram nenhuma informação geológica relevante. Entretanto, a escolha apropriada de dois ou mais deles permite a avaliação e desenvolvimento de modelos geológicos consistentes que podem explicar a causa das anomalias observadas.

Nos modelos matemáticos, quando nos deparamos com sistemas lineares de equações, existem três possibilidades de soluções para eles. Os sistemas podem ter soluções únicas ou podem ter infinitas soluções ou ainda simplesmente não ter soluções. Uma das necessidades para que estes sistemas possuam soluções únicas não triviais é que o número de incógnitas dos sistemas seja igual ao número de equações que descrevam os seus sistemas. Da mesma forma, no caso da inversão, normalmente encontramos infinitas soluções para o problema, fato este devido ao número de elementos fornecidos (incógnitas) serem muito inferiores à complexidade do modelo geológico (sistema de equações). Uma forma de resolver esta questão, de maneira única e estável é adicionar novos elementos (vínculos) e desta forma definir a solução melhor para o problema.

Para compreendermos melhor a função dos vínculos vamos tentar acompanhar a seqüência para se construir um modelo geológico. Podemos fazer isso de duas formas, ou usando um modelo de propriedades físicas ou um modelo geométrico.

No modelo das propriedades físicas, inicialmente precisamos discretizar a região de subsuperfície onde a fonte da anomalia se encontra em pequenas células. Em seguida definimos quanto que cada célula irá contribuir com uma grandeza física para a anomalia gerada.

No modelo geométrico utilizamos um polígono de  $n$  vértices para representar a fonte da anomalia, e damos de entrada para o modelo a posição dos vértices deste polígono e determinamos o valor da propriedade física relevante.

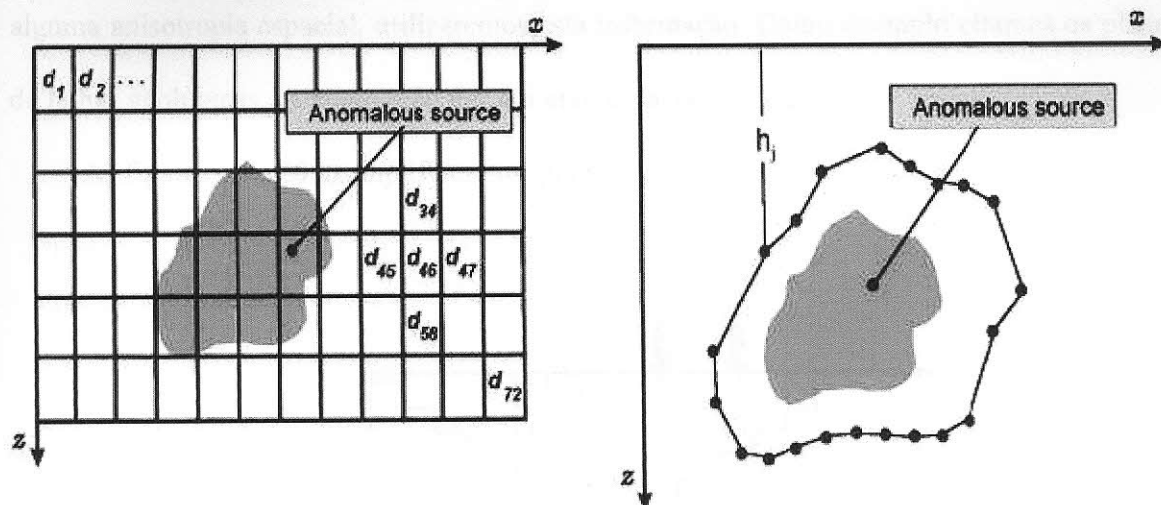


Figura 18 - Modelo de interpretação normalmente utilizado para inversão de campos potenciais. (a) O modelo de Propriedades Físicas. O modelo consiste em uma rede de  $n$  (neste caso  $n=72$ ) sítios caracterizados por uma propriedade ( $d_1, d_2, \dots, d_n$ ) que são os parâmetros a serem estimados. (b) O modelo Geométrico. Este modelo difere do anterior, pois definimos o valor da propriedade  $d$  e iremos estimar as profundidades  $h_i$  dos vértices desse polígono.

O próximo passo é definir os vínculos básicos que queremos que nosso sistema obedeça, fazendo com isso um elo entre o modelo matemático e a realidade geológica.

Inicialmente precisamos definir os limites superiores e inferiores do nosso modelo. No primeiro caso isso determina qual o intervalo de células iremos utilizar e no segundo caso determina a profundidade máxima dos vértices do polígono.

Em seguida precisamos estipular valores para os parâmetros que sejam o mais próximo possível dos valores reais. Como exemplo, imagine que o parâmetro procurado seja a profundidade de uma determinada interface  $h_i$  em subsuperfície. O valor deve ser ajustado com algum conhecimento anterior da geologia local, como um perfil de poço ou dados obtidos em outros métodos geofísicos. Esses parâmetros também podem ser vinculados a continuidades laterais, como a relação entre o elemento  $h_i$  e o  $h_{(i+1)}$ .

Podemos utilizar um vínculo relacionado a geometria da fonte da anomalia. Desejamos que a fonte seja densa, isso é, não possua buracos em seu interior. Caso a fonte possuir

alguma anisotropia espacial, utilizaremos esta informação. Como exemplo citamos os planos de falhas geológicas, caracterizado por um eixo espacial principal.

As figuras 19 e 20 exemplificam os quatro casos acima:

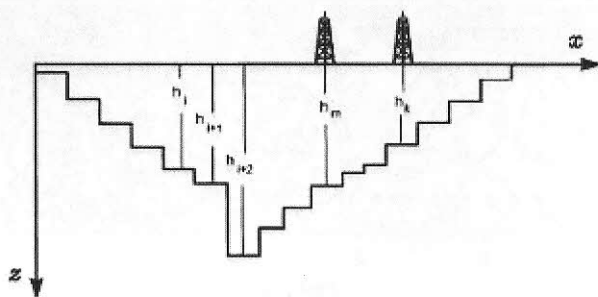


Figura 19 - Interpretação do modelo usado para inverter dados de uma seção de uma bacia sedimentar. As profundidades  $h_i$  são os parâmetros a serem estimados. Os valores de  $h_m$  e  $h_k$  são conhecidos (Silva 2001).

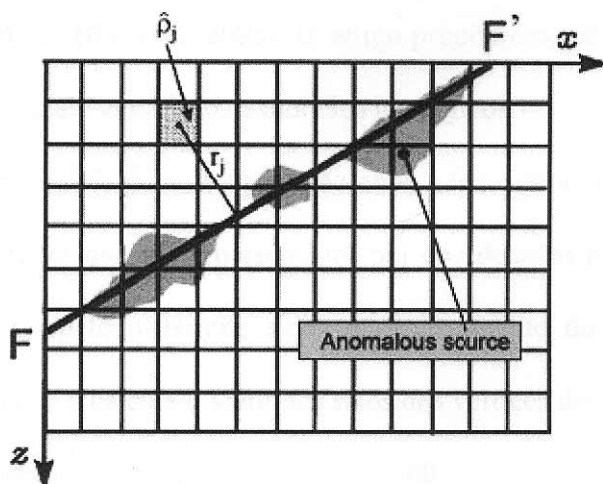


Figura 20 - Minimização do Momento de Inércia relativo a um eixo. Para obter e estimar a fonte de uma anomalia concentrada sobre um eixo  $FF'$  (interpretado como sendo um plano de uma fratura) podemos utilizar o modelo de Propriedade Física estimando  $\rho_j$  de cada element. (Silva 2001).

A não utilização de vínculos acarreta na maior parte das vezes a ineficiência dos métodos de inversão em solucionar um problema. A solução encontrada se torna instável, com presença de ruídos de alta frequência e características isoladas, descontínuas, na distribuição de densidade.

Como exemplo, uma saída de inversão de dados gravimétricos sem o auxílio dos vínculos, levando a um resultado sem nenhum significado geológico aceitável, como mostra a figura abaixo:

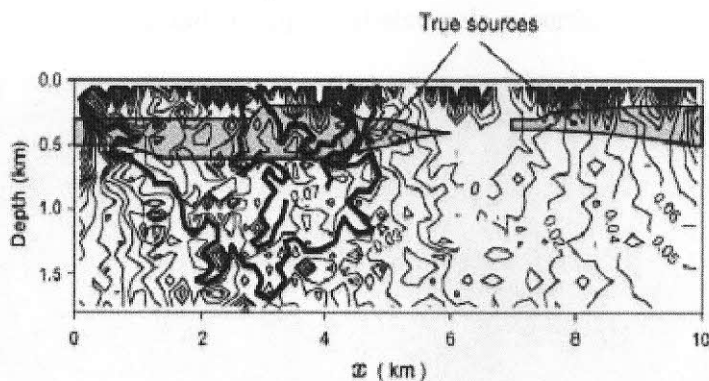


Figura 21 - Instabilidade de soluções sem utilização dos vínculos. (Silva 2001)

Iniciaremos agora uma visão não-matemática do método de inversão descrito no artigo de Valéria C. F. e João B. C. (Barbosa, 2005). O artigo propõe um método 2D de inversão para dados de campos potenciais vinculados a modelos geológicos.

O método utiliza um modelo para interpretação onde a fonte da anomalia é representada por um polígono de  $M$  vértices que são representados por coordenadas polares com a origem no interior do polígono. O método assume ainda o conhecimento do contraste de alguma propriedade física para a fonte e calcula o valor dos raios dos vértices desse polígono, para um número fixo de vértices espaçados igualmente entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ .

A larga variedade de vínculos possíveis para se utilizar ajuda a estabilizar e encontrar uma solução para o problema. O método encontra soluções para fontes que possuam desde formato quase circular até polígonos alongados em uma ou mais direções.

O intérprete fornece como parâmetro de entrada o valor da propriedade física nos vértices, descritos pelo par ordenado  $(r_k, \theta_k)$  e obtém como saída valores para  $r_k$

$$\text{dado os } \theta_k = 2\pi \frac{(k-1)}{M}, \text{ e } k = 1, 2, \dots, M$$

A vantagem desse método é que todos os vínculos citados acima, além de outros, como a convexidade do polígono, podem ser utilizados e introduzem informações geológicas relevantes sobre a geometria da fonte.

Considere a fonte representada na figura abaixo pela superfície S:

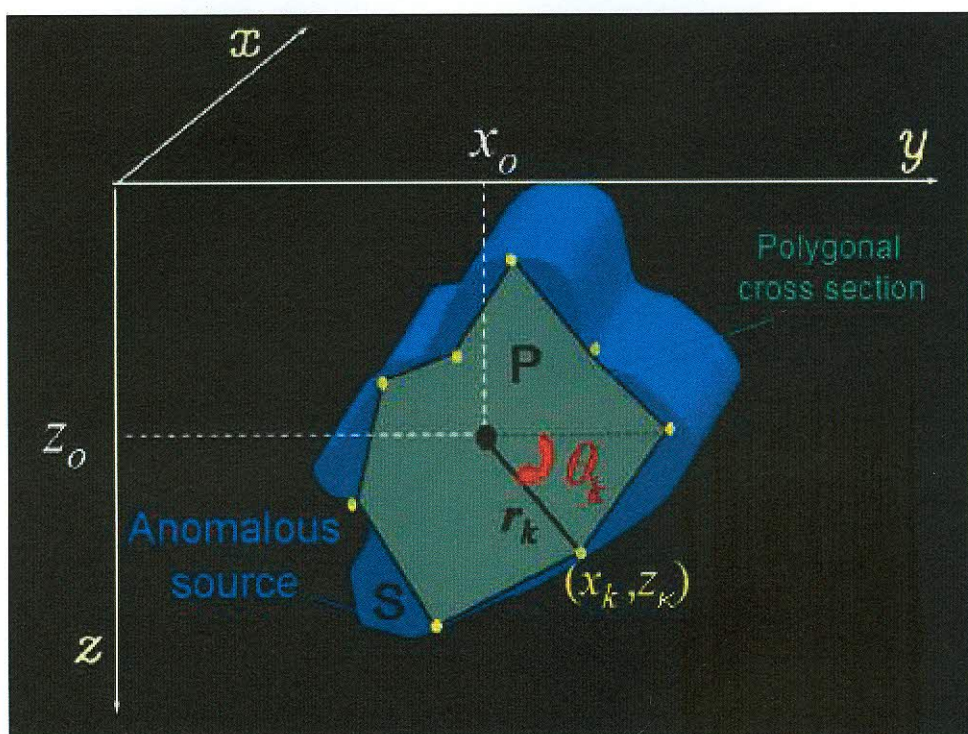


Figura 22 - Fonte S geradora da anomalia no campo potencial e polígono P utilizado para inversão (alterado de Barbosa, 2005)

A superfície S foi aproximada pelo polígono P de M lados. A única restrição até agora é que a origem do sistema de coordenadas pertença ao interior polígono.

O parâmetro M é definido pelo intérprete, com base no conhecimento prévio da complexidade da fonte S. O próximo passo é determinar a origem do sistema polar. Após a origem estar definida os próximos parâmetros de entrada são os contrastes de densidade (gravimetria) ou susceptibilidade, inclinação e azimute da magnetização (magnetometria). A partir desses parâmetros o método irá encontrar as anomalias geradas por estas fontes.



Além dos vínculos citados anteriormente (Silva, 2001), introduzimos um vínculo novo, denominado Convexidade. Esse vínculo exige que os raios dos vértices do polígono obedeçam a seguinte lei,  $r_k \geq c_k$ , onde  $c_k$  é a distância entre a origem do sistema de coordenadas e a reta que une os vértices  $r_{k-1}$  e  $r_{k+1}$ .

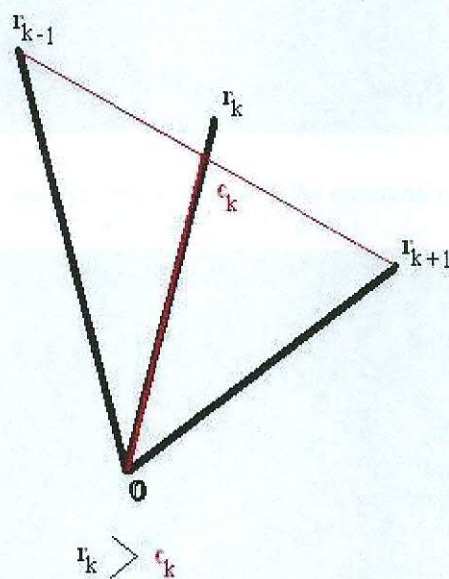


Figura 23 - Vínculo de convexidade

Se o raio  $r_k$  obedecer essa relação ele não é alterado, caso contrário altera-se seu valor para  $c_k$ . Este vínculo pode ser utilizado não apenas para fontes com formas isométricas, mas também para corpos extensos em uma ou mais direções.

Para testar a validade do método apresentado, dados sintéticos gerados a partir de modelos geológicos foram utilizados. Em todos os testes acrescentou-se o vínculo de limitar os contornos da anomalia, não permitindo dessa forma que os raios do polígono assumissem valores negativos (solução matematicamente correta, mas sem significado geológico).

Um exemplo da utilização do vínculo de convexidade na inversão de dados pode ser visto nas figuras 24 e 25. Um dado sintético de gravimetria foi gerado com base em um

modelo geológico de domo de sal. Podemos observar que o vínculo permite o método refinar a solução.

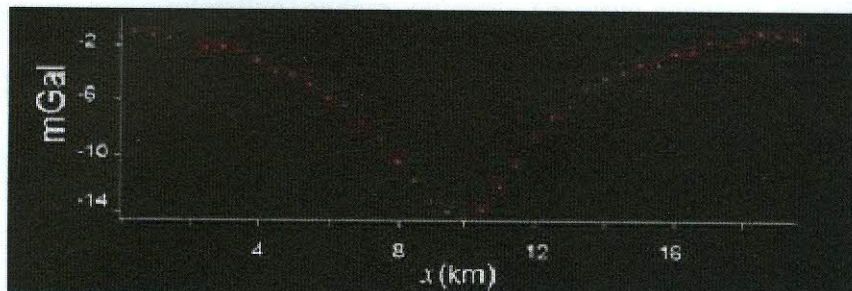


Figura 24 - Dados sintéticos produzidos simulando uma falha estrutural (dados foram acrescidos de ruído) utilizando  $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ .

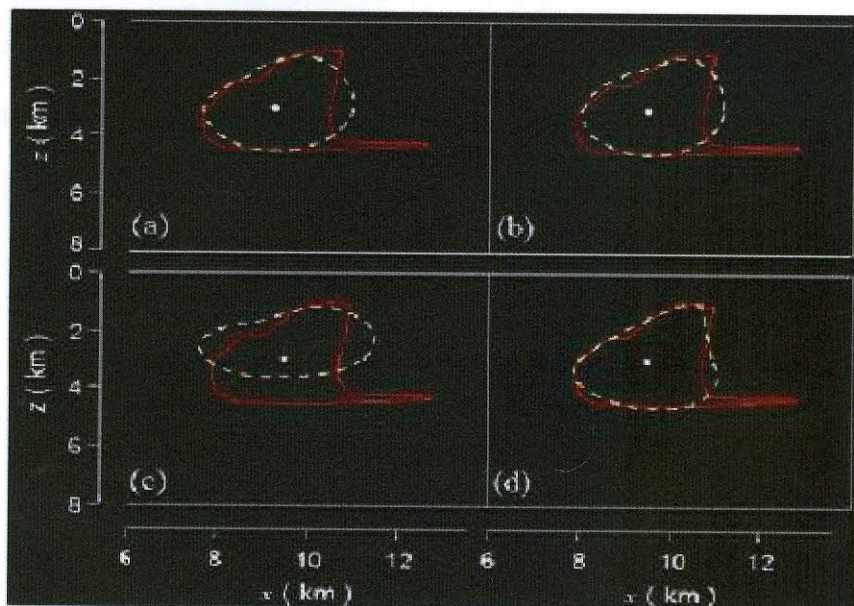


Figura 25 - Inversão dos dados sintéticos utilizando o método geométrico. A fonte da anomalia é a linha contínua, e o resultado da inversão é a linha pontilhada. O parâmetro  $M$  (número de lados) foi definido como 30 e o ponto branco marca a posição do centro do polígono. (a) Utilizando vínculo de vizinhos próximos relativos; (b) e (c) utilizando vínculos de vizinhos próximos com  $\mu = 2$ ,  $r_k^0 = 1.5 \text{ Km}$  e  $\mu = 2$ ,  $r_k^0 = 0 \text{ Km}$ ; e (d) usando vínculo de convexidade.

## 6.2. INVERSÃO MAGNÉTICA 2D

Agora iremos examinar um caso específico de inversão de dados magnéticos descrito no artigo de Valéria C. F. Barbosa e João B. C. Silva (Barbosa, 2006).

Este trabalho propõe um método de inversão magnética 2D capaz de resolver arranjos de fontes com complexa distribuição espacial e vetor de magnetização conhecido. O método aplicado é um processo iterativo, onde o intérprete necessita conhecer apenas os contornos das fontes geradoras e expressá-los em termos de elementos geométricos simples, como pontos e segmentos de reta.

A metodologia aplicada consiste em fornecer como dados de entrada em uma interface compatível um vetor de magnetização e alguns elementos geométricos em profundidades e direções que presumimos ser a causa geradora da anomalia.

Como saída, o método ajusta uma solução. Cabe ao intérprete aceitar ou não essa solução. Caso os valores de saída não sejam satisfatórios podemos alterar o valor do vetor de magnetização ou a forma geométrica utilizada. O método refaz a inversão, permitindo desta forma um processo iterativo, onde a solução vai se aproximando do valor desejado.

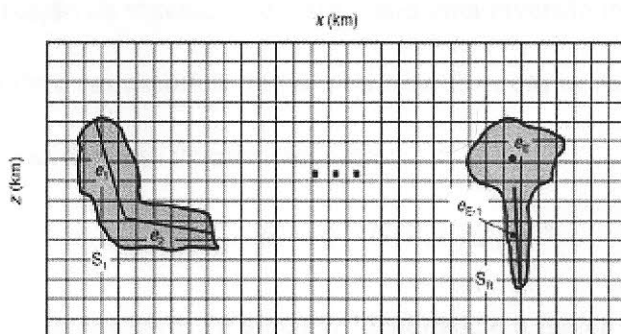


Figura 26 - Modelo de interpretação, consistindo de uma rede 2D cujas intensidades magnéticas são os parâmetros a serem estimados. O contorno destas fontes  $S_r$ ,  $r=1,2,\dots,R$  são definidos por um conjunto de elementos geométricos  $e_i$ ,  $i=1,2,\dots,E$  (pontos e eixos)

O método matemático para a inversão dos dados pode ser equacionado de maneira simples, através do uso de matrizes. Queremos encontrar uma distribuição de magnetização  $\vec{h}$  dada pela equação:

$$\vec{h} = \vec{G} \cdot \vec{m} \quad (1)$$

onde:  $\vec{m}$  é um vetor M-dimensional (M é o número total de células existentes no modelo) contendo a magnetização das células,  $\vec{G}$  é uma matriz N × M (N é o número de observações) onde cada elemento  $G_{ij}$  representa o valor em módulo do campo magnético produzido pela j-ésima célula no i-ésimo ponto de observação.

A partir de um conjunto inicial de distribuição de magnetização  $\vec{h}^0$  queremos minimizar o funcional:

$$\phi^h = \left| \vec{h}^0 - \vec{G} \cdot \vec{m} \right|^2 \quad (2)$$

A solução deste problema não é única nem estável. Para encontrarmos uma solução de interesse geológico precisamos restringir o tipo de distribuição de magnetização escolhida (criando vínculos), exigindo que esta distribuição seja densa e concentrada em torno de eixos preferenciais ou pontos bem localizados. Este problema de inversão é construído como sendo um problema de otimização de vínculos e é visto como uma inversão iterativa magnética 2D.

O método iterativo (as escolhas que o intérprete faz com as respostas do programa) é resolvido através do procedimento iterativo seguinte:

$$\vec{m}^0 = \vec{G}^T (\vec{G} \vec{G}^T + \mu I)^{-1} \vec{h}^0, \quad (3)$$

onde  $\mu$  é um escalar positivo, I é a matriz identidade e o índice <sup>T</sup> refere a transposta da matriz e  $\vec{m}^0$  é a distribuição de magnetização de ordem zero (entrada inicial).

Na j-ésima iteração, a distribuição de magnetização pode ser estimada por:

$$\vec{m}^{(j+1)} = \vec{m}_F^j + \vec{W}_j^{-1} \vec{G}^T (\vec{G} \vec{W}_j^{-1} \vec{G}^T + \mu I)^{-1} (\vec{h}^0 - \vec{G} \cdot \vec{m}_F^j) \quad (4)$$

onde  $\vec{m}_F^j$  é um vetor semelhante a  $\vec{m}^j$  a menos de alguns elementos (esse vetor será o controle para que durante o processo iterativo a solução procurada não colapse em torno de um eixo definido do modelo ou em um ponto específico Figura 26), e  $\vec{W}_j$  é uma matriz diagonal que representa as fontes da anomalia como sendo concentradas nos eixos pré-definidos.

A figura a seguir mostra a interface do programa utilizado para testar o método iterativo de inversão magnética em um dado sintético. Na parte (a) estão representados pelos pontos os dados sintéticos:

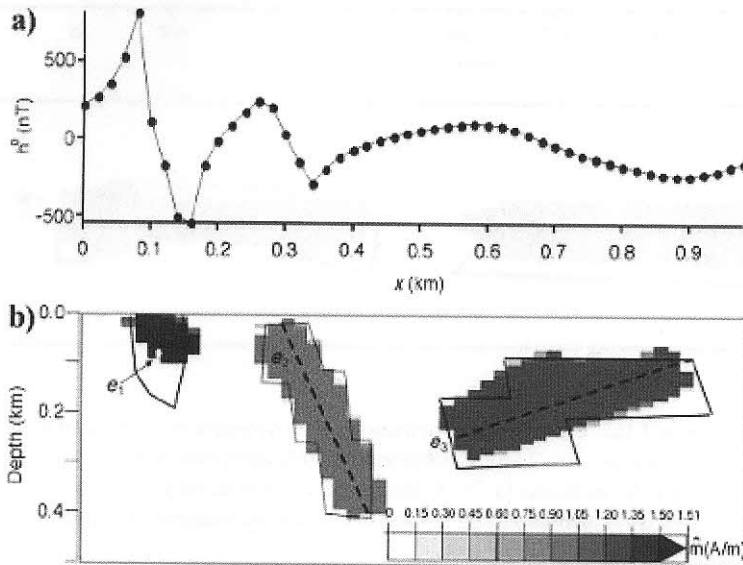


Figura 27 - Teste do método utilizando dados Sintéticos. (a) Valores calculados para a magnetização total (pontos) e sua interpolação (linha contínua). (b) Fontes magnéticas (linhas sólidas) com inclinação de  $20^\circ$  e declinação de  $0^\circ$ ; As intensidades de magnetização das fontes são 1.5, 1.0 e 1.2 A/m (esquerda para a direita). O resultado da inversão está em escala de cinzas.

A magnetização das fontes é uniforme, e foram escolhidos três elementos geométricos para representar as fontes da anomalia, o ponto  $e_1$  e os eixos  $e_2$  e  $e_3$  conforme mostra a parte (b). O resultado da inversão está representado em uma escala de cinzas. A curva cheia no gráfico (a) representa a anomalia magnética gerada pela fonte encontrada pelo método da inversão.

A introdução de imprecisões na entrada dos dados pode gerar problemas. Um caso simples pode ser a escolha errada da posição espacial dos elementos geométricos.

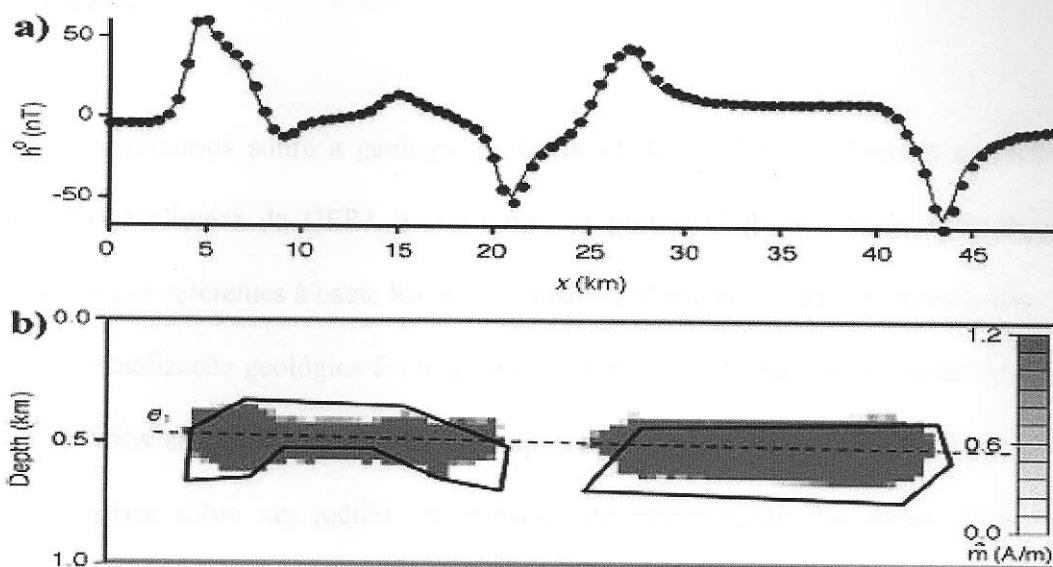


Figura 28 - Dados sintéticos com elementos de geometria mal definidos. (a) Valores calculados para a magnetização total (pontos) e sua interpolação (linha contínua). (b) Fontes magnéticas (linhas sólidas) com magnetização de  $1.2 \text{ A/m}$ , inclinação de  $60^\circ$  e declinação de  $0^\circ$ . O resultado da inversão está em escala de cinzas, utilizando apenas um elemento de geometria, o eixo  $e_1$ .

As fontes magnéticas que geraram os dados sintéticos estão representadas pelas linhas cheias no gráfico (b) e o resultado da inversão em escala de cinzas. A escolha de uma única unidade geométrica (o eixo  $e_1$ ) é a causa da imprecisão nos resultados.

Teste com dados reais também foram realizados e o método demonstrou-se capaz de resolver o problema da inversão 2D.

## 7 CONCLUSÃO

Para pesquisarmos sobre a geologia da bacia Madre de Deus utilizamos os recursos disponíveis na biblioteca da UFRJ, assim como os portais CAPES e Web of Science. A escassez de artigos referentes à bacia foi um dos maiores obstáculos para esta monografia.

A contextualização geológica foi realizada em partes, sendo necessário buscar pequenos trechos em vários artigos. O estudo de caso apresentado neste texto ficou limitado a uma abordagem teórica sobre um método matemático de interpretação dos dados magnéticos devido à ausência de material publicado.

Apresentamos três artigos, introduzindo novos conceitos que auxiliam na solução do método de inversão magnética, muito útil na interpretação dos dados de magnetometria.

A grande variedade de vínculos, as técnicas matemáticas para solução de sistemas complexos e o desenvolvimento de computadores cada vez mais rápidos possibilitam a extrapolação para utilizar um método semelhante para a interpretação de dados 3D.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, N. I. Sistema Internacional de Unidades. Editora Interciência 2002.

SILVA, JOÃO B. C., MEDEIROS, Walter E., BARBOSA, VALERIA C. F., Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem, *GEOPHYSICS*, VOL. 66, NO. 2 (MARCH-APRIL 2001);

BARBOSA, VALERIA C. F. e SILVA, JOÃO B. C., Interactive 2D magnetic inversion: A tool for aiding forward modeling and testing geologic hypotheses, *Geophysics* 2006 (5), vol.71 pag L43-L50.

BARBOSA, VALERIA C. F. e SILVA, JOÃO B. C., Radial inversion of 2D potential field data, 9º International Congresso of the Brazilian Geophysics Society, Salvador e Brasil 2005

NUSSENZVEIG, MOISÉS H.; Curso de Física Básica 3 Eletromagnetismo 1997, Editora Edgar Blucher LTDA.

IGRF, <http://geomag.usgs.gov/>

BABY, P.; HERMOZA, W.; NAVARRO, L.; BOLAÑOS, R.; ESPURT, N.; RODDAZ, M.; BRUSSET, S.; WILLY, G.. Geodinamica Mio-Plocena de las cuencas subandinas peruanas: um mejor entendimiento de los sistemas petroleros. In: V INGEPEP. 2005.

ECKHARDT, E.A.. A Brief History of the Gravity Method of Prospecting for Oil. In: Gulf Res. and Dev. Co., Annual Meeting, 1940, Chicago.

EGÚSQUIZA, R.. Peru - Hydrocarbon exploration promotion in the fold thrust belt - Madre de Dios basin. 2004. Disponível em: <[www.systemdigital.com/peru/pdf/m.%20de%20dios%20a.pdf](http://www.systemdigital.com/peru/pdf/m.%20de%20dios%20a.pdf)>. Acesso em: 16 de Abril de 2007.

FAIRBRIDGE, R.W.. Eustatic changes in sea level. *Physics and chemistry of the earth* 4, p. 99-185, 1961.

GÓMEZ, C.O. & LAVADENZ, R.M.. Compendio de Geologia de Bolivia – Cap. 8 - Potencial de hidrocarburos. *Revista Tecnica de Yacimientos Petroliferos Fiscales Bolivianos* 18 (1-2), p. 145-166, 2000.

HERMOZA, W. Dynamique tectono-sedimentaire et restauration sequentielle du retro-bassin d'avant-pays des andes centrales. 2004. 296 p. Docteur Sciences de la Terre et de l'Environnement, l'Université Paul Sabatier Toulouse III, Laboratoire d'étude de Mécanismes de Transfert em Géologie, Toulouse.

HOUSE, N.J.; CARPENTER, D.G.; CUNNINGHAM, P.S.; BERUMEN, M.. Influence of Paleozoic Arches on Estrutural Style and Stratigraphy in the Madre de Dios Basin in Southern Peru and Northern Bolivia. 2000. Mobil Exploration and Producing Peru, Inc. Disponível em: <<http://scitation.aip.org/getabs/servlet>>. Acesso em: 20/12/2006.



IHS Energy Company - ONLINE ORDERING SERVICE. Latin America. Madre de Dios basin. North América, 1995. 1 mapa. Disponível em: <[http://notesres.ihsenergy.com/production/petronet/support/maps.nsf/webframeset?openframe set&\\$onlineshop&region=latin+america](http://notesres.ihsenergy.com/production/petronet/support/maps.nsf/webframeset?openframe set&$onlineshop&region=latin+america)>. Acesso em: 14 de Março de 2007.

ISAACSON, P.E.; PALMER, B.L.; COOKE, J.C.; SANDERS, D.E.. Devonian-Carboniferous Stratigraphy in the Madre de Deus Basin, Bolivia: Pando X-1 and Manuripe X-1 wells, in A. J. Tankard, R. Suárez S., H. J. Welsink, Petroleum Basins of South America: AAPG Memoir 62, p. 231-249, 1995.

JAILLARD, E.; HÉRAIL, G.; MONFRET, T.; MARTÍNEZ, E.D.; BABY, P.; LAVENU, A.; DUMONT, J.F.. Tectonic Evolution of the Andes of Ecuador, Peru, Bolivia, and Northernmost Chile, in Tectonic Evolution of South America, Rio de Janeiro, 2000, p. 481-559.

LOWRIE, W.. Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 1997, p. 29-81.

MATHALONE, J.M.P. & MONTOYA, R.M.. Petroleum Geology of the Sub-Andean Basins of Peru, in A. J. Tankard, R. Suárez S., H.J. Welsink, Petroleum Basins of South America: AAPG Memoir 62, 1995, 423-444.

MINISTERIO DE ENERGÍA Y MINAS. República del Perú. Cuencas sedimentarias em el Peru e información general, 2001. 1 tabela. Disponível em:

[WWW.MINEM.GOB.PE/ARCHIVOS/OGP/PUBLICACIONES/ATLASMINERIAENERGIA2001/HIDROCARBUROS/TABLA01\\_DGH.PDF](http://WWW.MINEM.GOB.PE/ARCHIVOS/OGP/PUBLICACIONES/ATLASMINERIAENERGIA2001/HIDROCARBUROS/TABLA01_DGH.PDF). Acesso em: 21 de Maio de 2007.

MORETTI, I.; MARTINEZ, E.D.; MONTEMURRO, G.; AGUILLERA, E.; PEREZ, M.. Las rocas madre de Bolivia y su potencial petrolífero – Subandino-Madre de Dios-Chaco. Revista Técnica de Yacimientos Petrolíferos Fiscales Bolivianos 15 (3-4), p. 293-317, 1994.

PETERS, K.E.; WAGNER, J.B.; CARPENTER, D.G.; CONRAD, K.T.. World Class Devonian potential seen in eastern Madre de Dios basin. Oil and Gas 95 (7), 61-65, 1997.

PETERS, K.E.; WAGNER, J.B.; CARPENTER, D.G.; CONRAD, K.T.. Eastern Madre de Dios Devonian generated large volume of oil, Oil and Gas 95 (8), 84-87, 1997.

RAMOS, V.A.. Tectónica Andina – Andes Bolivianos. Laboratório de Tectônica Andina. Universidad de Buenos Aires. 2003. Disponível em: <[www.aviris.gl.fcen.uba.ar/tectonica\\_andina](http://www.aviris.gl.fcen.uba.ar/tectonica_andina)>. Acesso em: 02 de Janeiro de 2007.

REYNOLDS, J.M.. An Introduction to Applied and Environmental Geophysics, John Wiley and Sons. p. 32-90, 1997.

RODDAZ, M.; BABY, P.; BRUSSET, S.; HERMOZA, W.. Forebulge dynamics and environmental control in Western Amazonia: the case study of the arch of Iquitos (Peru). Tectonophysics, 399, p. 87-108, 2005.

SCOTT, M.. Earth Sciences Division NASA/GSFC Security and Privacy Statement. 2007. Disponível em: <<http://earthobservatory.nasa.gov/study/hydrosheds/>>. Acesso em: 01 de Maio de 2007.

SORUCO, R.S.. Compendio de Geologia de Bolivia - Cap. 5 - Llanura Beniana, Cuenca Del Madre de Dios y Plataforma Beniana. Revista Tecnica de Yacimientos Petroliferos Fiscales Bolivianos 18 (1-2), p. 101-110, 2000.

TEIXEIRA, W. *et.al.*, Decifrando a Terra. São Paulo: Oficina de Textos, 2000. p. 568.

TELFORD, W. M.; GELDART, L. P. & SHERIFF, R. E.. Applied Geophysics – Second Edition. Cambridge University Press. p. 645-699. 2000.

TORRES, D.C.. Instituto de Investigaciones de la Amazônia Peruana. Consejo Regional de Administracion Regional de Madre de Dios. 2007. Disponível em: <[www.iiap.org.pe/publicaciones/cds/zonificacion/index.htm](http://www.iiap.org.pe/publicaciones/cds/zonificacion/index.htm)>. Acesso em: 01 de Maio de 2007.

9 APÊNDICE - ARTIGOS

Podemos fazer a seguinte observação: Quando se trata de um problema de programação linear, a função objetivo é sempre linear e as restrições são sempre lineares.

40. E. M. Lins, 1970

Este trabalho trata da programação linear e sua aplicação em problemas de planejamento econômico. O autor discute as condições de existência de soluções ótimas e os métodos de solução, incluindo o método do Simplex e o método dos pontos interiores. Também são abordados aspectos teóricos e práticos da programação linear, com ênfase na interpretação econômica dos resultados.

41. F. B. Dantzig, 1963

Este trabalho discute a programação linear e sua aplicação em problemas de planejamento econômico. O autor apresenta uma revisão dos métodos de solução, com ênfase no método do Simplex e no método dos pontos interiores. Também são abordados aspectos teóricos e práticos da programação linear, com ênfase na interpretação econômica dos resultados.

aplicação de programação linear

41. F. B. Dantzig, 1963

Este trabalho discute a programação linear e sua aplicação em problemas de planejamento econômico. O autor apresenta uma revisão dos métodos de solução, com ênfase no método do Simplex e no método dos pontos interiores. Também são abordados aspectos teóricos e práticos da programação linear, com ênfase na interpretação econômica dos resultados.

42. R. W. Cottle, 1968

Este trabalho discute a programação linear e sua aplicação em problemas de planejamento econômico. O autor apresenta uma revisão dos métodos de solução, com ênfase no método do Simplex e no método dos pontos interiores. Também são abordados aspectos teóricos e práticos da programação linear, com ênfase na interpretação econômica dos resultados.

1. Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) sob o nº 301.300/70.

## Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem

João B. C. Silva\*, Walter E. Medeiros†, and Valéria C. F. Barbosa\*\*

### ABSTRACT

To produce a unique and stable solution in potential-field interpretation, an inversion method must introduce particular constraints. These constraints will inevitably restrict the type of geological setting where the method may be applied.

We present a nonmathematical overview of most stabilizing constraints used in inversion methods. Our purpose is to demonstrate that the inversion results are valuable only if the mathematical stabilizing constraints are translated from the geological setting. We identify five basic types of constraints: (1) lower and upper bounds of parameter estimates; (2) proximity of a parameter estimate to a specified value; (3) proximity between pairs of parameter estimates; (4) concentration of the anomalous source about a geometrical element such as an axis; and (5) source compactness. In practice, if used in isolation, constraints (1), (2), (4), and (5) will not produce geologically meaningful results, regardless of the geological setting of the interpretation area. Constraint (3) may

produce geologically meaningful results if the anomalous source has a spatially smooth attribute such as the physical property. We illustrate that constraints 1-4, if used in isolation, cannot delineate the geometry of a simulated sill intruded into a sedimentary basin.

The basic constraints may (and should) be combined in inversion to produce geologically meaningful results. We present two examples of effective constraint combination: (1) proximity to a specific value and mass concentration about an axis (used to delineate the thickness variation of a sill intruded in a sedimentary basin) and (2) inequality, proximity of a parameter estimate to a specified value, and proximity between pairs of parameter estimates (used to map a discontinuous basement relief).

Usually, the stabilizing constraints are too restrictive to hold at all points of a given geological environment. In this case, we use different constraints in different sub-areas. Each constraint is based on its compatibility with the actual geology of the subarea.

### INTRODUCTION

The inverse problem in potential-field methods has neither a unique nor a stable solution. So, to arrive at a particular unique and stable solution, an inversion technique must introduce constraints. However, a constraint necessarily restricts the types of geological settings where the technique may be applied. As a result, it requires a large variety of inversion techniques to make it feasible to interpret field data from the large variety of existing geological settings. This is one of the main reasons why so many different inversion methods for potential-fields have been published. Another reason is that a constraint may be implemented in a number of different ways. Between 1977 and 1997, 63 papers were devoted to potential-field inversion methodology in *GEOPHYSICS*.

However, one cannot expect that active explorationists expend their time implementing published methods. Rather, they would prefer to acquire user-friendly versions of a method implemented by the software industry. The tremendous advance in computer hardware during the last 5 years has contributed to a demand for software for efficient data processing (reduction, gridding, and editing) and interactive graphic representations. Even a cursory search on the Internet finds that this demand has been superbly met by the potential-field software industry. By contrast, very little inversion software is offered, despite a substantial number of published inversion papers. This is because a vicious circle. On the one hand, explorationists do not use the methods published in the literature because they are not available in a user-friendly implementation. On the other

Manuscript received by the Editor November 16, 1998; revised manuscript received June 9, 2000.

\*Federal University of Pará, Dep. Geofísica/CG, Caixa Postal 1611, 66017-900 Belém, PA, Brazil. E-mail: joaobcs@supridad.com.br.

†Federal University of Rio Grande do Norte, Dep. Física/CCET, Caixa Postal 1641, 59072-970, Natal, RN, Brazil. E-mail: walter@dfte.ufrn.br.

\*\*LNCC, Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ, 25651-070, Brazil. E-mail: valeris@lncc.br.

© 2001 Society of Exploration Geophysicists. All rights reserved.

hand, the software industry is not willing to produce such implementations because of the low demand.

This paper presents a small step forward toward breaking this circle. The idea is to persuade explorationists that several inversion methods published in the literature may be of value in practice. Explorationists might, in this case, create a demand which could be met by the software industry. To this end we provide for the explorationist (a) a nonmathematical overview of most of the available stabilizing constraints used in inversion methods and (b) concrete inversion examples illustrating the fact that, for interpretation purposes, the inversion results are valuable only if the mathematical stabilizing constraints are translated from the geological setting. This will enable the explorationist to acquire a comprehensive view of the inversion techniques as practical interpretation tools. In Appendix A we list the most suitable inversion methods for specific geological environments.

This is not a review paper in the classical sense. We do not attempt to provide an exhaustive search of all published potential-field inversion methods. Rather, we attempt to provide a basis for classifying most of the existing methods. The methods we cite are used as examples.

#### WHY DO WE NEED CONSTRAINTS?

Virtually all problems (even those associated with our everyday activities) have two common elements: the data and the question. To answer the question, the problem-solver combines the data with logical reasoning. It is an intuitive notion that the data must contain enough information to answer the question; otherwise, the problem is incorrectly stated (that is, it is an ill-posed problem). Because of the lack of information in data, an ill-posed problem usually admits more than one solution compatible with the data. The first step toward solving an ill-posed problem is to transform it into a well-posed problem whose data contain sufficient information to allow an unambiguous solution. Conceptually, there are only two possibilities of performing this transformation in an effective way: reducing the demand of information or introducing supplementary information.

The geophysical inverse problem has long been characterized as an ill-posed problem (Backus and Gilbert, 1967, 1968). Consequently, to transform it into a well-posed problem, one must either reduce the information demanded by the interpreter or introduce a priori information. The first approach has been adopted by some authors to obtain estimates for the lower and upper bounds of the physical property—the depth to the top and the thickness of the source (e.g., Parker, 1974, 1975; Huestis and Parker, 1977; Ander and Huestis, 1987). The methods belonging to this approach have led to a few published papers and may be applied to data from any geological environment. In contrast, the approach of introducing a priori information gave rise to a plethora of different implementations that could be applied only if the a priori information were properly translated from the geological setting. For this reason we focus our attention on the latter approach. We stress that these two nonexclusive approaches are the only existing techniques to transform an ill-posed problem into a well-posed one. So, this concept should not be viewed as a line of thought because it has no alternative.

The first step in introducing a priori information is to establish an interpretation model in one of two fundamental modes:

- 1) **physical property mode**—discretization of the subsurface region containing the anomalous source and estimation of the physical property within each elementary cell (Figure 1a);
- 2) **geometric mode**—specification of the physical property and estimation of the vertical positions of the vertices of a polygon (or a polyhedron in three dimensions) which approximates the anomalous source geometry (Figure 1b).

#### BASIC CONSTRAINTS

At present, five basic types of constraints may be used in both modes.

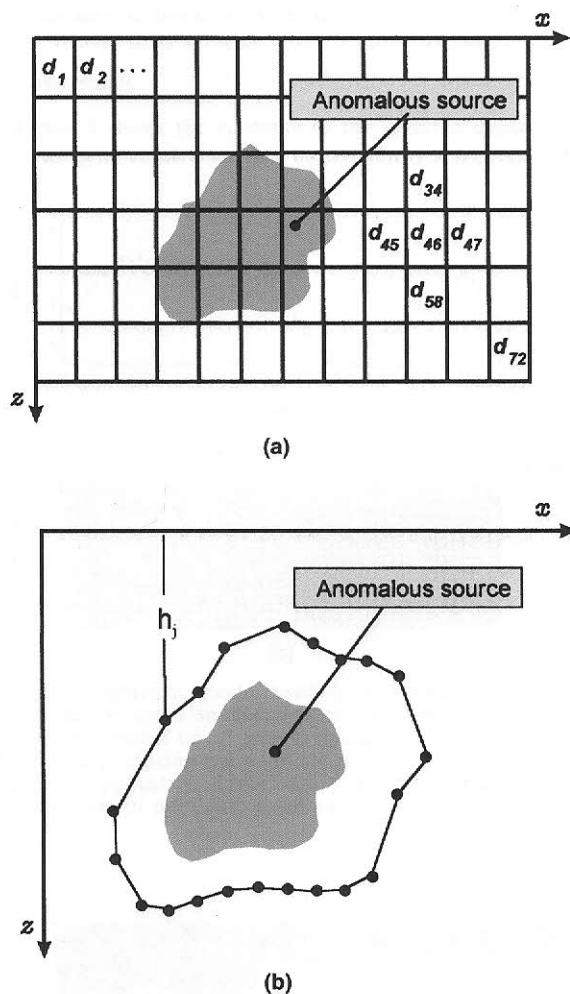


FIG. 1. Interpretation models usually used in geophysical inversion. (a) The physical property mode. The interpretation model consists of a set of elementary juxtaposed cells whose physical properties ( $d_1, d_2, \dots$ ) are the parameters to be estimated. (b) The geometric mode. The contrast of physical property is assumed constant and known, and the interpretation model consists of a polygon that delineates the source contour. The depths to the polygon vertices ( $h_i$ ) are the parameters to be determined.

- 1) **Inequality constraint**—lower and upper bounds of parameter estimates.
- 2) **Absolute proximity constraint**—proximity of a parameter estimate to a specified value. This constraint incorporates, for instance, precise geologic information about the parameters at isolated points (e.g.,  $h_k$  in Figure 2).
- 3) **Relative proximity constraint**—proximity between two parameter estimates (e.g.,  $h_i \approx h_{i+1}$  in Figure 2). The geologic observation that the spatial variation of physical property is smooth is an example.
- 4) **Minimum moment of inertia** of the anomalous source. It may incorporate, for example, the geologic information that the anomalous mass is concentrated along a fracture plane (e.g.,  $FF'$  in Figure 3).
- 5) **Compactness**, reflecting the characteristic of a source having no holes inside it.

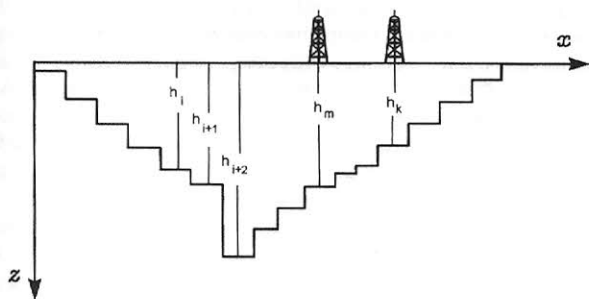


FIG. 2. Interpretation model used to invert data from 2-D sedimentary basins. The depths  $h_i$  are the parameters to be estimated. The depths  $h_m$  and  $h_k$  are presumed known from boreholes, so absolute proximity constraint is applied to the parameters at these points. Relative proximity constraint is applied between parameters  $h_i$  and  $h_{i+1}$ . This constraint is relaxed between parameters  $h_{i+1}$  and  $h_{i+2}$ , permitting a discontinuity at this point.

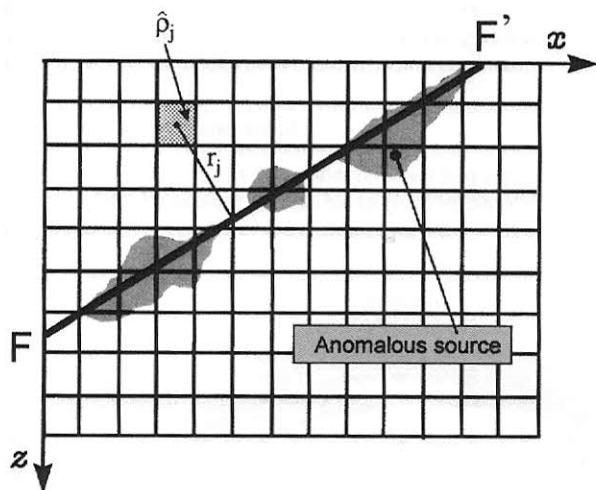


FIG. 3. Minimum moment of inertia relative to an axis. To obtain an estimated anomalous source concentrated about the axis  $FF'$ , which can be interpreted as a fracture plane, the estimated physical property ( $\hat{\rho}$ ) of each elementary cell is weighted by the inverse of the squared distance  $r_j$  between the cell center and the axis.

To illustrate the importance of adequate constraints in obtaining stable and geologically meaningful solutions, we apply published methods incorporating constraints 1–4 in the physical property mode to the synthetic anomaly shown in Figure 4a. For the sake of completeness, we also show the unstable inversion result obtained using no constraint. The anomaly is produced by a simulated 2-D sedimentary section intruded by sills (Figure 4b), having a density contrast of  $0.3 \text{ g/cm}^3$  relative to the sediments. In all inversion examples shown in this section, 51 equispaced noise-corrupted Bouguer anomalies between 0 and 10 km were used. The pseudorandom noise added to the data is Gaussian with zero mean and a standard deviation of 0.1 mGal. The interpretation model used in all examples consists of an  $18 \times 50$  grid of juxtaposed elementary prisms with vertical and horizontal dimensions of 100 and 200 m, respectively (Figure 4b). The rms of the residuals between the observed and computed anomalies are, in all cases, smaller than the standard deviation of the noise.

No constraints

Figure 5 shows the contours of the inverted density contrast using no constraint. Note the instability illustrated by the

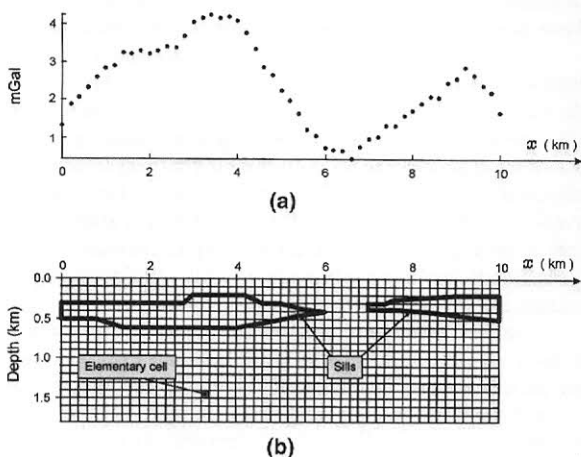


FIG. 4. A synthetic model used to test inversion schemes. (a) Noise-corrupted Bouguer anomaly. (b) Simulated sills (with a density contrast of  $0.3 \text{ g/cm}^3$ ) intruded into a sedimentary basin and producing the anomaly in (a). This anomaly illustrates the application of four basic types of constraints and the combination of minimum moment of inertia with inequality constraints.

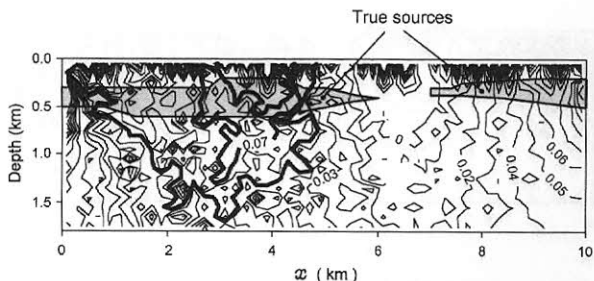


FIG. 5. Inversion of the gravity data shown in Figure 4a using no constraints. Contour interval is  $0.01 \text{ g/cm}^3$ .

presence of high-frequency, spurious, isolated features in the spatial density contrast distribution. The contours extend to large areas (e.g., the bold contour in Figure 5) and do not delineate the actual source. This test demonstrates that the inversion result is unstable and has no geologic meaning if no stabilizing constraint is used.

### Inequality constraint

In a test of the inequality constraint, we restricted the estimated density contrast to lie between 0 and  $0.3 \text{ g/cm}^3$ . Figure 6 shows the inversion result. In comparison with unconstrained inversion, we note the inequality constraint substantially reduced the instability, as evidenced by smoother isovalue contours. This stabilization is achieved by suppressing the negative density contrast estimates. In the case of a positive gravity anomaly, restraining the estimated density contrast distribution to positive values plays an important role in stabilizing the solution. When both negative and positive density contrasts are allowed, a diversity of alternative solutions becomes possible. An analogy involving sums of integers is pertinent. There are only nine different pairs of positive integers whose sum is ten but infinite pairs of integers (either positive or negative) whose sum is ten.

When the number of parameters to be estimated is large and the interpretation model admits variation of the density contrast with depth, the inequality constraint, introduced in the physical property mode, generally does not delineate the actual sources as in the present example. The inequality constraint will produce geologically meaningful results only when it is combined with other constraints in the inversion, as will be shown later.

To establish an inequality constraint, geologic information about the rock types or about the expected lower and upper bounds of source depth and extent can be used. A preliminary geophysical interpretation using the ideal bodies approach (e.g., Parker, 1974) may also provide lower bounds on density and upper bounds on depth. Examples of real data interpretation using inequality constraint are given in Safon et al. (1977), Vignerresse (1978), and Silva and Hohmann (1983).

### Absolute proximity constraint

The absolute proximity constraint imposes that some parameter estimates be as close as possible to given numerical values, subject to a fit of the observed anomaly within the observation

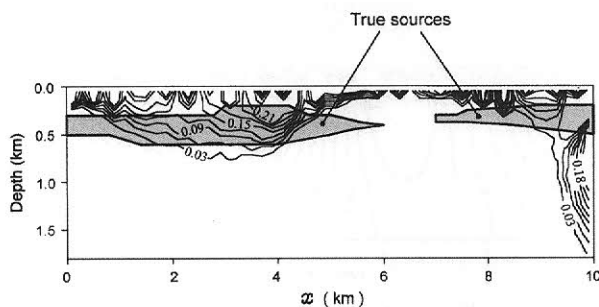


FIG. 6. Inequality constrained inversion of the gravity data shown in Figure 4a. Contour interval is  $0.03 \text{ g/cm}^3$ .

and processing errors. To stabilize the solution, the interpreter must specify numerical values for all parameters based on geological knowledge about the anomalous source. While allowing the introduction of geological knowledge about the actual source, an approximate idea of what the sources look like is required. This information is rarely available; if it were, then there probably would be no need to perform an inversion. A common approach has been to require that all parameter estimates be as close as possible to null values. This constraint, known as minimum Euclidean norm, can be implemented by the ridge regression method (Hoerl and Kennard, 1970) and the generalized inverse estimators (Lanczos, 1961).

An inversion obtained using the ridge regression method is shown in Figure 7. The estimated anomalous density contrast distribution shows several nearly hemicylindric contours. The estimated density contrasts decrease with depth under the anomaly highs ( $x = 3.5 \text{ km}$  and  $x = 9 \text{ km}$  in Figure 7) and increase with depth under the anomaly low ( $x = 6.5 \text{ km}$ ). Observe that the estimated sources are strikingly different from the actual sources. Regardless of the true source shape, the estimated sources obtained with the ridge regression estimator in the physical property mode always present a flat outcropping top. Any features in the gravity anomaly are explained as undulations on the base of the estimated sources. Despite presenting several shallow, small, hemicylindric features in the isovalue contour, the solution shown in Figure 7 was stable based on numerical tests.

The bias toward anomalous mass or magnetic susceptibility concentrated at the earth's surface follows directly from the ridge regression (and generalized inverse) requirement that the physical property distribution be as close as possible to a null distribution. Because the gravity and magnetic anomalies are inversely proportional to the distance between the source and the observation point, concentration of the mass or magnetic susceptibility close to the surface compels the observed anomaly to be explained by a distribution having the smallest absolute values, that is, the distribution closest to zero.

Because the estimated density distribution using the ridge regression method will tend to be small and smooth, this method can be used in mapping geological contacts between homogeneous units with different densities. The a priori information of smoothness implicitly introduced holds everywhere except at the contacts. In this case the price paid for the incorrect a priori information is a diffuse rather than a sharp estimation of contacts.

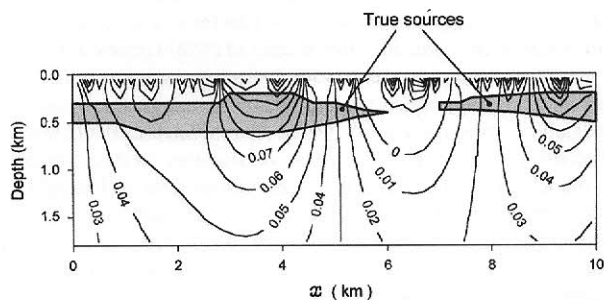


FIG. 7. Absolute proximity constrained (ridge regression) inversion of the gravity data shown in Figure 4a. Contour interval is  $0.01 \text{ g/cm}^3$ .

Practical applications of the absolute proximity constraint (imposed to all parameters) are therefore limited to two situations. (1) The true physical property distribution of the anomalous source is not depth dependent, and the depths to its top and its base are known. In the physical property mode, for example, a common approach in this case is to estimate a density or magnetic susceptibility distribution inside a discretized region of the subsurface containing the sources. This may be used as an auxiliary tool in geologic mapping (Silva and Hohmann, 1984; Leão and Silva, 1989, for example). (2) The actual sources have physical property varying with depth but with a top at or near the earth's surface and a horizontal dimension equal to or greater than the vertical dimension. In this case, this constraint may produce a blurred picture of the source depth extent (e.g., Bear et al., 1995; Vigneresse, 1978). An example is a granite batholith outcropping for several tens of kilometers. Its thickness will necessarily be smaller than its outcropping extent.

Additional examples of real data interpretation using absolute proximity constraint are given in Braile et al. (1974), Chavez and Garland (1985), Richardson and MacInnes (1989), and Lee and Biehler (1991). When combined with other stabilizing constraints, the absolute proximity constraint may be applied to just a few parameters, allowing the incorporation of geologic information from boreholes or surface mapping (e.g., Leão et al., 1996; Medeiros and Silva, 1996; Barbosa et al., 1997).

### Relative proximity constraint

The relative proximity constraint imposes that some parameter estimates be as close as possible to the estimates of spatially adjacent parameters. For example, in Figure 1a, the density contrast of the 46th cell may be required to be as close as possible to the density contrasts of the 34th, 45th, 47th, and 58th cells. To stabilize the solution, it is necessary to impose this constraint for all adjacent parameter estimates (Medeiros et al., 1992). Imposing minimum spatial variation of the norm of the first derivative of the physical property (e.g., Li and Oldenburg, 1996) is a particular case of relative proximity constraint (Medeiros and Silva, 1996). In the following example, we imposed proximity between all pairs of adjacent parameters; this is equivalent to minimizing the norm of the first derivative of the physical property, a process referred to as the overall smoothness constraint.

The estimated source obtained using the overall smoothness constraint is shown in Figure 8. Like the ridge regres-

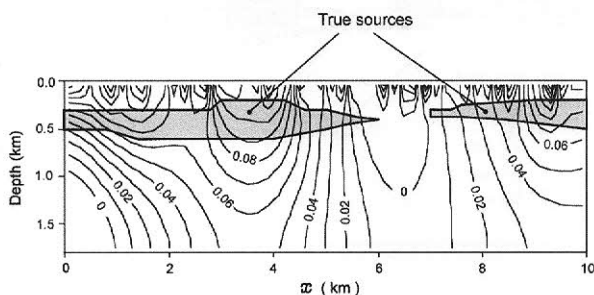


FIG. 8. Relative proximity constrained (overall smoothness) inversion of the gravity data shown in Figure 4a. Contour interval is  $0.01 \text{ g/cm}^3$ .

sion method, the estimated anomalous density contrast shows several approximately hemicylindric contours and is strikingly different from the actual sources. Also, the estimated sources are top loaded. This bias may be qualitatively explained by the very requirement that the estimated physical property distribution be spatially smooth. Concentrating most of the estimated source elements at the surface compels the observed anomaly to be explained by a distribution having small absolute values. Because the spatial gradients of the density are the ratio between the difference of estimated density in adjacent cells and the constant distance between adjacent cell elements, a density (or magnetic susceptibility) distribution with small absolute values will also have small spatial gradients.

In the literature, this constraint is usually said to produce a minimum structure solution, carrying the implicit meaning that it always generates a rough picture of the true source. Although this may be true in a variety of electrical and electromagnetic inverse problems, Figure 8 shows this is not always the case with potential-field data. Geological settings where the overall smoothness constraint applies are the same as those where the ridge regression method produces meaningful results. These include (1) estimation of the distribution of physical property within a discretized portion of the subsurface (Medeiros and Silva, 1996) and (2) estimation of the depth to an interface separating two homogeneous media by constraining the depths of the adjacent homogeneous prisms (defining the interpretation model) to be closest to each other (Barbosa et al., 1997). In the case of an outcropping anomalous mass with horizontal dimensions greater than the depth extent, the smoothness constraint in the physical property mode may produce a fuzzy but still valuable sketch of the anomalous source (Medeiros and Silva, 1996).

Examples of real data interpretation using the relative proximity constraint, with a depth-dependent weighting of the physical property to avoid the concentration of anomalous mass or magnetic susceptibility at the surface, are given in Li and Oldenburg (1996, 1998) and Pilkington (1997).

### Minimum moment of inertia constraint

The moment of inertia of a body is its rotational inertia about a geometric element—like an axis, for example. For a point mass, the greater the distance between the point mass and the geometric element, the larger the moment of inertia. For a mass distribution, the moment of inertia is obtained by summing the moments of inertia of the point masses within the mass distribution. The criteria of minimizing the moment of inertia with respect to a point and an axis were introduced by Guillen and Menichetti (1984) to concentrate the anomalous mass (or any other physical property) about these elements.

Incorporating the constraint of mass concentration about an axis is illustrated in Figure 3. In the physical property mode, the density contrast estimate of each cell ( $\hat{\rho}_j$  for the stippled cell in Figure 3) is weighted by the inverse of the squared distance ( $r_j^2$ ) between the cell center and the axis. In this way, the density contrast estimates of the cells near the axis will be greater than the estimates of the cells far from the axis, subject to the anomaly being fitted within the observation and processing error.

Figure 9 shows the inversion result using the minimum-moment-of-inertia constraint about the axis  $EE'$ . We are



simulating the occurrence of sills in a sedimentary basin, so the knowledge about the axis position and attitude may come from an understanding of the stratigraphic column. Note that the estimated sources do not resemble the true sources at all, displaying horizontal oscillations in the estimated density contrast. Note also the presence of a substantial number of cells with negative density contrasts below the gravity minimum ( $x = 6.5$  km). The maximum and minimum estimated density contrasts are, respectively, 0.57 and  $-0.37$  g/cm<sup>3</sup>. The result shown in Figure 9 is typically obtained when the minimum-moment-of-inertia constraint is used alone. To obtain geologically meaningful results, this constraint must be combined with the absolute proximity constraint, as will be shown later.

### Compactness constraint

The term compactness is used here to qualify a source with no holes in its interior. Although the compactness constraint is classified in this paper as a basic constraint, its use in the physical property mode is a specific implementation of the absolute proximity constraint: the density estimate of each cell is forced to be either close to zero or close to a prespecified value. As a result, the estimated source becomes nearly homogeneous. There are several implementations of this constraint. Zidarov and Zhelev (1970), René (1986), Cordell (1994), and Camacho et al. (2000) transform an initial source with density greater than the desired value into a distribution with the specified density by successive redistribution of the mass in outward directions. Last and Kubik (1983) propose starting with a density distribution smaller than the desired value and concentrating the mass in the inward directions. The combination of compactness, homogeneity, and mass redistribution in no preferential direction leads to simple, approximately isometric, estimated sources guaranteeing uniqueness and stability. If more complex shapes are warranted, the interpreter must also supply a rough skeleton of the source, that is, a set of axis where the anomalous source is assumed to be concentrated (Mottl and Motlová, 1972; Guillen and Menichetti, 1984), as illustrated in the next section.

Deep intrusions and ore bodies are likely to meet these constraints. They are essentially compact, and their shapes may be isometric if they are intruded into mechanically isotropic host rocks.

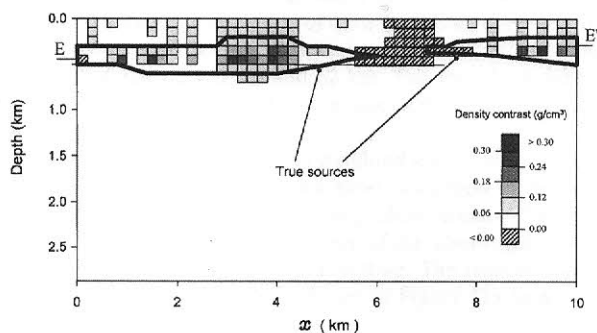


FIG. 9. Minimum moment of inertia constrained inversion of the gravity data shown in Figure 4a, minimizing the moment of inertia of the estimated source relative to the axis  $EE'$ .

### COMBINATIONS OF CONSTRAINTS

The number of combinations of constraints described in the last section is small relative to the number of actual geological settings. Moreover, among the previously analyzed constraints, only the smoothness constraint is prone to produce geologically meaningful results. In general, to obtain solutions of geological value, we must combine two or more basic constraints. Below are two examples of constraint combination.

### Minimum moment of inertia and absolute proximity constraints

We modified the example illustrated in Figure 9 by imposing absolute proximity constraints upon the minimum moment of inertia constraint. First, lower and upper bounds for the density contrast estimate of each cell are prescribed, with the lower bound being zero and the upper bound being the assumed value for the density contrast of the anomalous source (0.3 g/cm<sup>3</sup>). Then, the estimated density contrast of each cell is forced to be close to either bound. Implicitly, this procedure constrains the anomalous source to be homogeneous. This is a general procedure designed to obtain geologically meaningful results using the minimum moment of inertia constraint, regardless of the geometric element (axis, point, or plane) about which the anomalous source is forced to be concentrated (e.g., Guillen and Menichetti, 1984; Barbosa and Silva, 1994). In this case, the compactness constraint is implicitly introduced.

Figure 10 shows the estimated density contrasts when these combinations of constraints are used. As opposed to the previous inversion result, the outlines of the true sources are well defined. In particular, the small oscillations along the top and bottom of source *A* are very well delineated. This result is produced neither by the gravity anomaly alone nor by the a priori information that the anomalous mass is concentrated about the axis  $EE'$ . Rather, it derives from the information contained both in the constraints used (absolute proximity and minimum moment of inertia) and in the gravity anomaly; that is, confining the estimated source to the neighborhood of the axis permits that the information contained in the gravity anomaly be used to estimate the source thickness only. The a posteriori knowledge about the source is therefore superior than the a priori knowledge (source concentrated about an axis). This example illustrates the main thesis of this paper: there is substantial information gained when geologically adequate constraints are incorporated in the geophysical inversion.

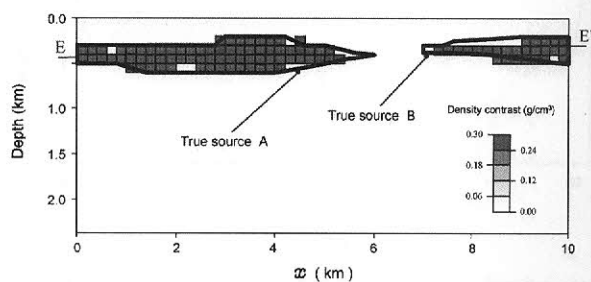


FIG. 10. Combination of minimum moment of inertia and absolute proximity constraints. Inversion of the gravity data shown in Figure 4a. The moment of inertia of the estimated source is minimized with respect to axis  $EE'$ .

Observe the poor definition of the outline of source *B* compared with source *A*: the elementary cell is smaller than one-half of the source thickness between 7 and 8.5 km.

Examples of real data interpretation using the combination of minimum moment of inertia and absolute proximity constraints are given in Guillen and Menichetti (1984), Barbosa and Silva (1994), and Barbosa et al. (1999a).

### Relative proximity, absolute proximity, and inequality constraints

In this section we illustrate the combination of relative proximity, absolute proximity, and inequality constraints in the geometric mode to produce geologically meaningful gravity interpretations over sedimentary basins whose basement reliefs are discontinuous and have a flat bottom. The density contrast between the basement and the sediments is assumed to be constant and known. The sedimentary section is approximated by a set of juxtaposed vertical prisms, and the prism thicknesses  $h_i$  (Figure 2) are the parameters to be estimated.

The constraints are introduced in the following way (Barbosa et al., 1999b). A tentative solution is obtained assuming that the basement relief is smooth everywhere. This is determined by requiring that the thicknesses of adjacent prisms (such as  $h_i$  and  $h_{i+1}$  in Figure 2) be as close as possible to each other (relative proximity). Then, the proximity requirement is iteratively relaxed. At each iteration the aim is to enhance the geometric features of the basement estimated at a previous iteration; that is, flat areas will tend to become flatter and steep areas will tend to become steeper. We refer to this method as weighted smoothness. Absolute proximity and inequality constraints are used to compensate for the decrease in solution stability as a result of the relaxation of the relative proximity constraint and to reinforce the presumed flatness at the basin bottom. The inequality constraint imposes that each depth be nonnegative and smaller than an a priori known maximum, whereas the absolute proximity constraint imposes that all depths be as close as possible to the maximum depth.

The weighted smoothness method was applied to the Bouguer gravity anomaly consisting of 100 noise-corrupted observations (dots) in the interval between -50 and 148 km (Figure 11a), produced by a simulated 2-D sedimentary basin (solid line, Figure 11b) with a uniform density contrast of  $-0.2 \text{ g/cm}^3$  relative to the basement. The pseudorandom noise added to the synthetic anomaly is Gaussian, with a zero mean and a standard deviation of 0.5 mGal. The interpretation model consists of 32 vertical prisms with widths of 2 km and centers defined between 0 and 62 km. The estimated depths to the basement are limited by the inequality constraint to be between 0 and 4.7 km.

The inversion result using the weighted smoothness method (Figure 11b, dashed line) shows good resolution in defining both the discontinuities and the low gradient areas of the basement relief, indicating the adequacy of the constraint combination for this type of geological setting. The corresponding computed gravity anomaly is shown in Figure 11a as a solid line.

An example of real data interpretation using the combination of relative proximity, absolute proximity, and inequality constraints is given in Barbosa et al. (1999b).

### WINDOW PROCESSING

Some important tools in Potential-field inversion are applicable to a whole surveyed area, such as upward and downward continuation. These techniques exploit properties of harmonic functions and may therefore be applied everywhere. An inversion method, on the other hand, requires specific and adequate constraints to produce geologically meaningful results. The attributes of a geological setting, however, are generally too complex to be modeled by just one constraint or a combination of constraints. Therefore, we propose that the data from a geologically complex area be interpreted with different inversion methods, each scheme addressing a different geologic attribute for one or more subareas and accepting only the results where the a priori information is presumably valid.

To illustrate this procedure, we simulate a 2-D sedimentary basin with two subbasins exhibiting different attributes (Figure 12): subbasin A has a flat bottom and discontinuous borders, while subbasin B has an overall smooth basement relief. The density contrast between the sediments and the basement is  $-0.2 \text{ g/cm}^3$ . This artificial basin was constructed for illustration only and does not model any actual geological setting. The 100 noise-corrupted observations produced by this basin are shown in Figure 12c. The pseudorandom Gaussian noise added has a zero mean and a standard deviation of 0.3 mGal. The interpretation model consists of 51 vertical prisms with widths of 1 km and centers defined between 0 and 50 km.

We applied two inversion methods: (1) overall smoothness, requiring that the depths to the basement be as close as possible to depths at adjacent points, and (2) weighted smoothness, in the same way as described in the previous section but

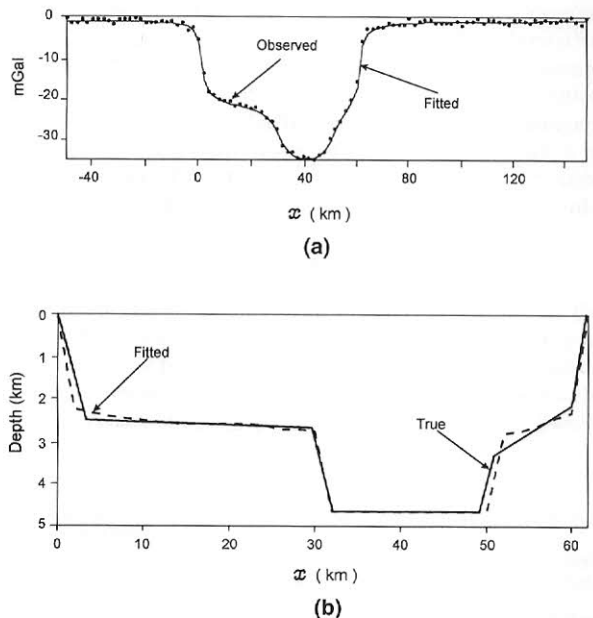


FIG. 11. Simulated sedimentary basin with a density contrast of  $-0.2 \text{ g/cm}^3$  between the sediments and the basement. (a) Noise-corrupted Bouguer anomaly. (b) Inversion result using a combination of absolute proximity, relative proximity, and inequality constraints (weighted smoothness).

limiting the estimated depths to the basement in the interval [0, 3 km]. The results are shown in Figures 12a and 12b, respectively. In Figure 12a, constraint 1 helped define the basement relief of subbasin B, which is mainly smooth, but failed to delineate the sharp discontinuities and the flat bottom of subbasin A. In addition, the estimated relief displays a conspicuous false high ( $H$  in Figure 12a). On the other hand, constraint 2 mapped the main features of subbasin A reasonably well (Figure 12b) but introduced false sharp discontinuities on the flank of subbasin B ( $D_1$  and  $D_2$  in Figure 12b). Also, in attempting to find a flat-bottom solution for this subbasin, constraint 2 produced a bottom relief shallower than the true one. Therefore, if the interpreter knows or guesses the geological characteristics of each subbasin, he may combine both results to produce a better interpretation than the ones obtained from applying either constraint to the whole area. The fitted gravity anomalies are shown in Figure 12c in solid and dashed lines.

An example of real data interpretation using the concept of window processing is given in Barbosa et al. (1999a).

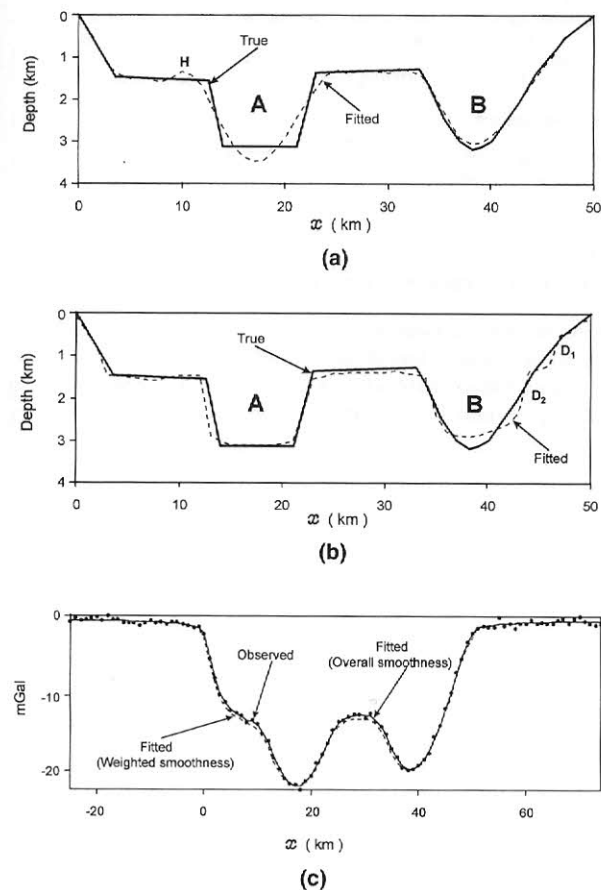


FIG. 12. Window processing. (a) Inversion result using relative proximity constraint (overall smoothness). (b) Inversion result using a combination of absolute proximity, relative proximity, and inequality constraints (weighted smoothness). (c) Noise-corrupted Bouguer observations (dots) produced by the simulated sedimentary basin shown as a solid line in (a) and (b) with a density contrast of  $-0.2 \text{ g/cm}^3$  between the sediments and the basement and fitted anomalies using overall smoothness (solid line) and weighted smoothness (dashed line).

## CONCLUSIONS

There is no universal inversion method applicable to all geological settings. Probably, such a method will never be developed. Rather, an inversion method can be applied only to a specific geological setting because of the inevitable bias imposed by the stabilizing constraints. Given a geological setting, the interpreter's task is to identify the prevailing geological characteristic and to select a particular inversion method with constraints biasing the solution toward this characteristic. This paper intends to guide the explorationist in composing his own toolbox of inversion techniques and making sense of the many techniques available in the literature. As a contribution in this direction, we present in Appendix A an overview of the constraints, the available methods, and the geological environments where they are most likely to produce satisfactory interpretations.

Presently, the a priori geologic constraints which may be mathematically incorporated into the geophysical inverse problem are too restrictive to hold in every geological environment. Usually, a specific method is applied to the whole surveyed area and the results are accepted for the whole area. However, we suggest that the interpreter apply several methods incorporating different constraints to the entire area, while accepting the particular inversion results only in subareas where the constraints and the actual geology are compatible. The results accepted for the subareas may then be combined to produce a final interpretation of the whole area.

Within the last decade, data acquisition techniques in potential-field methods have undergone an impressive development, leading to an increasing dissemination of high-resolution data. However, the methodology of most practical data interpretation algorithms did not keep pace with the data acquisition development. Most widely used interpretation methods consist of relief shading and linear field transformations, which extract just a small parcel of the information present in the high-resolution data. An important step toward extracting more relevant information from high-resolution data is the use of geologically relevant inversion techniques. We sincerely hope that, by our comprehensive evaluation of the entire suite of inversion techniques, we have contributed toward improving interpretation methodology in this regard.

## ACKNOWLEDGMENTS

We thank David Chapin and an anonymous reviewer for the thorough revision of the original manuscript and for the suggestions to improve the paper effectiveness. We thank Conselho de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), and Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC), Brazil.

## REFERENCES

- Ander, M. E., and Huestis, S. P., 1987, Gravity ideal bodies: *Geophysics*, **52**, 1265–1278.  
 Backus, G. E., and Gilbert, F., 1967, Numerical application of a formalism for geophysical inverse problems: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **13**, 247–276.  
 ———, 1968, The resolving power of gross earth data: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **16**, 169–205.  
 Barbosa, V. C. F., and Silva, J. B. C., 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57–68.  
 Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., and Medeiros, W. E., 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, **62**, 1745–1757.

- 1999a, Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations: *Geophysics*, **64**, 754–764.
- 1999b, Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth: *Geophysics*, **64**, 1429–1438.
- Bear, G. W., Al-Shukri, H. J., and Rudman, A. J., 1995, Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions: *Geophysics*, **60**, 1354–1364.
- Beltrão, J. F., and Silva, J. B. C., 1993, Mapping and depth ordering of residual gravity sources: *Geophysics*, **58**, 1408–1416.
- Braile, L. W., Keller, G. R., and Peeples, W. J., 1974, Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions: *J. Geophys. Res.*, **79**, 2017–2021.
- Camacho, A. G., Montesinos, F. G., and Vieira, R., 2000, Gravity inversion by means of growing bodies: *Geophysics*, **65**, 95–101.
- Chavez, R. E., and Garland, G. D., 1985, Linear inversion of gravity data using the spectral expansion method: *Geophysics*, **50**, 820–824.
- Cordell, L., 1994, Potential-field sounding using Euler's homogeneity equations and Zidarov bubbling: *Geophysics*, **59**, 902–908.
- Fedi, M., and Rapolla, A., 1999, 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution: *Geophysics*, **64**, 452–460.
- Guillen, A., and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, **49**, 1354–1360.
- Hoerl, A. E., and Kennard, R. W., 1970, Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems: *Technometrics*, **12**, 55–67.
- Huestis, S. P., and Parker, R. L., 1977, Bounding the thickness of the oceanic magnetized layer: *J. Geophys. Res.*, **82**, 5293–5303.
- Lanczos, C., 1961, Linear differential operators: D. Van Nostrand Co.
- Last, B. J., and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, **48**, 713–721.
- Leão, J. W. D., and Silva, J. B. C., 1989, Discrete linear transformations of Potential-field data: *Geophysics*, **54**, 497–507.
- Leão, J. W. D., Menezes, P. T. L., Beltrão, J. F., and Silva, J. B. C., 1996, Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points: *Geophysics*, **61**, 1702–1714.
- Lee, T., and Biehler, S., 1991, Inversion modeling of gravity with prismatic mass bodies: *Geophysics*, **56**, 1365–1376.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, **61**, 394–408.
- 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, **63**, 109–119.
- Medeiros, W. E., and Silva, J. B. C., 1996, Geophysical inversion using approximate equality constraints: *Geophysics*, **61**, 1678–1688.
- Medeiros, W. E., Silva, J. B. C., and Loures, L. G. C. L., 1992, Symmetric and directionally smooth gravity inversion: 62nd Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 529–532.
- Mottl, J., and Mottlová, L., 1972, Solution of the inverse gravimetric problem with the aid of integer linear programming: *Geoexploration*, **10**, 53–62.
- Parker, R. L., 1974, Best bounds on density and depth from gravity data: *Geophysics*, **39**, 644–649.
- 1975, The theory of ideal bodies for gravity interpretation: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **42**, 315–334.
- Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients: *Geophysics*, **62**, 1132–1142.
- René, R. M., 1986, Gravity inversion using open, reject, and "shape of the anomaly" fill criteria: *Geophysics*, **51**, 988–994.
- Richardson, R. M., and MacInnes, S. C., 1989, The inversion of gravity data into three-dimensional polyhedral models: *J. Geophys. Res.*, **94**, 7555–7562.
- Safon, C., Vasseur, G., and Cuer, M., 1977, Some applications of linear programming to the inverse gravity problem: *Geophysics*, **42**, 1215–1229.
- Silva, J. B. C., and Hohmann, G. W., 1983, Nonlinear magnetic inversion using a random search method: *Geophysics*, **48**, 1645–1658.
- 1984, Airborne magnetic susceptibility mapping: *Expl. Geophys.*, **15**, 1–13.
- Vignerresse, J. L., 1978, Damped and constrained least-squares method with application to gravity interpretation: *J. Geophys.*, **45**, 17–28.
- Zidarov, D., and Zhelev, Z., 1970, On obtaining a family of bodies with identical exterior fields—Method of bubbling: *Geophys. Prosp.*, **18**, 14–33.

## APPENDIX A

### GEOLOGICAL ENVIRONMENTS AND THE CORRESPONDING APPROPRIATE INTERPRETATION METHODS

Table A-1 presents a list of the geological environments where existing interpretation methods and constraints are expected to produce meaningful results. Most examples are in gravimetry, but there is no theoretical restriction in applying

the listed methods to magnetic data as long as the source susceptibility contrast is high enough to produce a measurable anomaly.

**Table A-1. Geologic environments and the corresponding appropriate interpretation methods.**

Geologic environment	Aim	Method*	Constraint	Mode	Examples
Near-surface homogeneous intrusions in sedimentary or metamorphic terrains with vertical contacts	Map the horizontal boundaries of different units	RR GI OS	Absolute and relative proximity	Phys. prop.	Silva and Hohmann (1984) Beltrão and Silva (1993) Medeiros and Silva (1996)
Near-surface heterogeneous batholiths or stocks with a vertical dimension equal to or smaller than the horizontal dimensions	Delineate the batholith's lower surface	OS RR	Relative and absolute proximity	Phys. prop.	Vignerresse (1978) Bear et al. (1995) Medeiros and Silva (1996) Fedi and Rapolla (1999)
Shallow or deep homogeneous intrusions or orebodies with isometric shapes	Delineate the intrusion's shape	CP	Compactness and absolute proximity	Phys. prop.	Zidarov and Zhelev (1970) Last and Kubik (1983) René (1986); Cordell (1994) Camacho et al. (2000)
Shallow or deep homogeneous intrusions with complex shapes: laccoliths, sills. Mineralizations controlled by a system of faults	Delineate the intrusion's shape	MMI	Compactness, absolute proximity, and minimum moment of inertia	Phys. prop.	Mottl and Mottlová (1972) Guillen and Menichetti (1984) Barbosa and Silva (1994)
Homogeneous intracratonic basins with smooth basement reliefs	Map the basement relief	OS	Relative and absolute proximity	Geometric	Barbosa et al. (1997)
Homogeneous extensional basins with discontinuous basement reliefs	Map the basement relief	WS	Inequality, relative and absolute proximity	Geometric	Barbosa et al. (1999b)
Vertically heterogeneous intracratonic or extensional basins with smooth or discontinuous basement reliefs	Map the basement relief	MMI	Compactness, absolute proximity, and minimum moment of inertia	Phys. prop.	Barbosa et al. (1999a)
Heterogeneous intracratonic basins or discontinuous basement reliefs	Map the basement relief and changes in density contrast within the sediments	OS	Relative and absolute proximity	Phys. prop.	Medeiros and Silva (1996)

\*RR: Ridge regression; GI: Generalized inverse; OS: Overall smoothness; WS: Weighted smoothness; CP: Compactness; MMI: Minimum moment of inertia.



## Radial inversion of 2D potential field data

Valeria C. F. Barbosa(\*), LNCC, and João B. C. Silva, UFPA

Copyright 2005, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation at the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 9<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Ideas and concepts of the text are authors' responsibility and do not necessarily represent any position of the SBGF, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

We propose a new 2D method for inverting potential field data with model constraints designed by the interpreter. Our method uses an interpretation model consisting of a source with polygonal cross section whose vertices are described by polar coordinates with an origin inside the source. With this coordinate system, constraints in an inversion are easier to develop and apply. Our inversion method assumes a known physical property contrast for the source and estimates the radii associated with the polygon vertices for a fixed number of equally spaced angles from  $0^\circ$  to  $360^\circ$ . A wide variety of constraints may be used to stabilize the solutions by introducing information about the source shape. The method recovers stable solutions whose shapes range from almost circular or pear-shaped to elongated in one or more directions.

### Introduction

We introduce a new potential field inversion method which employs an interpretation model consisting of a 2D homogeneous source with polygonal cross section whose number  $M$  of vertices and density contrast, together with the coordinates of a point inside the source are specified by the interpreter. The vertices are described in polar coordinates  $(r_k, \theta_k)$  and the parameters to be estimated are the radii  $r_k$  for fixed values of  $\theta_k$  given by  $2\pi(k-1)/M$ .

The advantage of the proposed method is that all current stabilizing constraints such as absolute and relative proximity, minimum moment of inertia, and convexity (Silva et al., 2000 and 2001) may be used to incorporate relevant geological information about the source geometry.

### Radial method

In this section we present a non-mathematical overview of the method and the applicable constraints. The mathematical and algorithmic details are given in the Appendix.

Consider a homogeneous 2D source with arbitrary cross section  $S$  (Figure 1). We approximate the surface  $S$  by a simple polygon  $P$  with  $M$  sides. Instead of describing  $P$  by the Cartesian coordinates  $(x_k, z_k)$  of its vertices, we describe it by polar coordinates  $(r_k, \theta_k)$  referred to an arbitrary origin  $O$  at  $(x_0, z_0) \in S$  with the positive  $x$ -axis being the reference direction for the angle  $\theta$ , considered positive in the clockwise sense. The number  $M$  of sides is established by the interpreter on the basis of his conception about the complexity of true source  $S$ . After

establishing the value of  $M$ , the angles  $\theta_k$  are given by  $2\pi(k-1)/M$ ,  $k=1,2,\dots,M$ .

The forward problem consists in establishing the origin  $O$  and assigning values to the variable  $M$ , to  $r_k$ ,  $k=1,2,\dots,M$ , to the density or susceptibility contrast, and, in the case of a magnetic source, to the inclination and azimuth of the magnetization and geomagnetic field vectors, and obtaining the gravity or magnetic anomaly via Talwani et al.'s (1959) and (1965) methods. The inverse problem consists in assigning values to  $M$ , to the coordinates of the origin  $O$ , to the density or susceptibility contrast, and (for a magnetic source) to the inclination and azimuth of the magnetization and geomagnetic field vectors, and estimating the values of  $r_k$ ,  $k=1,2,\dots,M$  from the observed gravity or magnetic anomaly.

The solution of the unconstrained inverse gravity problem is unique if the density is known and the source belongs to the class of stellar bodies (Novikov, 1938). However, the solution is unstable and stabilizing constraints must be introduced if a geologically meaningful solution is to be obtained. Because all parameters represent the same physical entity (distances between the center  $O$  and the vertices), Tikhonov's regularization method, among others, can be used to introduce any of the currently available constraints (Silva et al., 2000 and 2001) as discussed in next section.

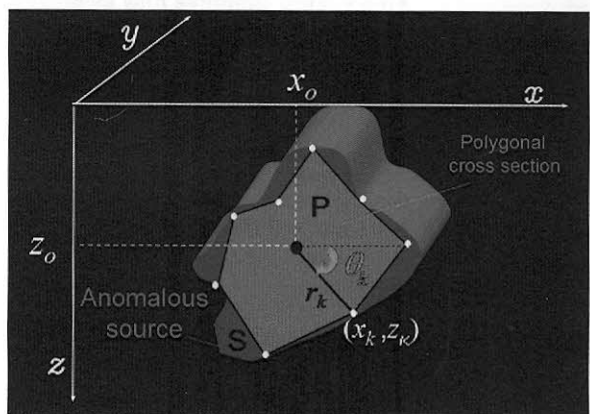


Figure 1- Anomalous source  $S$  and interpretation model consisting of a polygon  $P$  whose  $k$ th vertex is defined by polar coordinates  $r_k$  and  $\theta_k$ .

Even though the assumptions required by the proposed interpretation model are mathematically restrictive, they do not prevent the practical applicability of the method. The premise of a homogeneous source may be (and has been, e.g., Guillen and Menichetti, 1984) successfully used in important interpretation problems involving anomalous igneous bodies and structures such as batholiths, sills, and laccolithic domes. The physical property contrast required by the method is a geological a priori information which is usually more dependable than the source geometry. The coordinates of the center of

mass (or dipole moment of the source) may be estimated in a stable and reliable way for the class of sources that can be expanded into moments up to second order.

### Possible constraints

The absolute and relative proximity constraints (Silva et al., 2001a) and the constraint describing the concentration of anomalous physical property along preferred directions discussed in this section are incorporated by minimizing of the general expression:  $\tau = \Psi + \sum \mu_j \Phi_j$ ,  $j=1,2,\dots,L$ , where  $\Psi$  is a measure of the data misfit,  $\Phi_j$  is the functional incorporating the  $j$ th constraint, and  $\mu_j$  is a non negative scalar associated with the particular constraint. The inequality and convexity constraints are incorporated in an algorithmic way described below.

### Homogeneity and compactness constraints

These constraints are implicitly introduced by the interpretation model itself. They are strong enough to make the inverse problem solution unique and more stable (as will be shown in the next section) as compared with solutions obtained with the currently used interpretation model consisting of a grid of cells.

### Inequality constraint

This constraint is introduced by transforming the user-defined constrained parameters into unconstrained parameters, computing estimates for them, and returning to the original constrained parameters. It is used mainly to prevent physical absurdities such as negative radii and negative depths to the top.

### Absolute proximity constraint on either all or a few parameters

This constraint requires that  $r_k$  be close to pre-specified values  $r_k^0$ , so the functional  $\Phi$  is given by  $\sum_{k=1}^I (r_k - r_k^0)^2$ ,

where  $I \leq M$ . Minimizing  $\Phi$  favors solutions with a specified geometric feature. In particular, if  $I=M$  and all  $r_k^0$  are constant, the incorporated information is that the source shape is approximately isometric. Nonetheless, even constant  $r_k^0$  may, in some cases, produce reliable interpretations of particular elongated sources. If  $I < M$ , minimizing  $\Phi$  forces a few  $r_k$  to be close to a priori known numerical values  $r_k^0$ ,  $k=1,2,\dots,I$ , which could be presumed from borehole information.

### Relative proximity constraint on all parameters

This constraint requires that all parameters be close to each other. It is incorporated by minimizing the functional

$$\Phi = (r_M - r_1)^2 + \sum_{k=1}^{M-1} (r_{k+1} - r_k)^2.$$

As in the case of absolute

proximity constraint, the incorporated information asserts that the source shape is approximately isometric, even though reliable interpretations of certain elongated sources may be obtained.

### Concentration of the anomalous physical property along preferred directions

This information is introduced via minimization of the functional  $\Phi = \sum_{k=1}^M (r_k - r_k^0)^2 w_k$ , which is a slight modification of the functional used to incorporate absolute proximity constraints. Variables  $w_k$  are weights. Small weights are assigned to radii  $r_k$ , associated with angles  $\theta_k$  that are close to  $J$  specified directions  $\beta_j$ ,  $j=1,2,\dots,J$ , along which, the source is assumed to extend. This constraint is useful in interpreting complex sources whose preferred orientations are known. The radii associated with angles  $\theta_k$ , which are far from the preferred directions, are forced to be close to  $r_k^0$ .

### Convexity

This attribute is incorporated into the polygon by checking whether the radius  $r_k$  is greater than or equal to the distance  $c_k$  from the origin  $O$  to the intersection of the direction of  $r_k$  with the line segment joining the vertices  $(r_{k-1}, \theta_{k-1})$  and  $(r_{k+1}, \theta_{k+1})$ . If it is, then  $r_k$  is not changed; otherwise, it is set to  $r_k = c_k$ . This constraint is versatile, leading to reliable interpretations not only of isometric bodies, but also of sources elongated into a single direction. It has been introduced by Zhdanov (1973) but using a different mathematical implementation.

### Examples with synthetic gravity data

In all tests we introduce inequality constraints (positivity) on the radii and on the depths to the polygon vertices. In addition, all synthetic anomalies are fitted within the simulated operational errors and all solutions are stable. The solution stability is inferred by inverting theoretical anomalies corrupted with different pseudo random noise sequences and verifying if the solutions are close to each other. In all tests where the functional  $\tau = \Psi + \sum \mu_j \Phi_j$  is minimized, the value of  $\mu_j$  was selected as the smallest positive value leading to stable solution.

### Laccolithic intrusion

Figure 2 shows the Bouguer anomaly (red dots) produced by the simulated laccolithic intrusion shown in Figure 3 in solid red line having a density contrast  $\rho$  of 0.4 g/cm<sup>3</sup>. The theoretical anomaly was corrupted with zero-mean Gaussian noise with standard deviation of 0.15 mGal. In all tests using this model we set the origin  $O$  (white dot, Figure 3) at  $x_0=13$  km,  $z_0=1.5$  km, and  $\rho=0.4$  g/cm<sup>3</sup>.

Figure 3a shows the inversion result (dashed line) with  $M=8$  and using just positivity constraint on the radii and on the depths to the polygon vertices. Even though the solution is very far from the true source, it is not completely unrealistic because we, at least, obtain a rough location and an approximate outline of the true source. Rather, if the same anomaly were inverted with the interpretation model consisting of a grid of

homogeneous cells and the parameters to be estimated were the cell densities, the result neither locates nor delineates the true source.

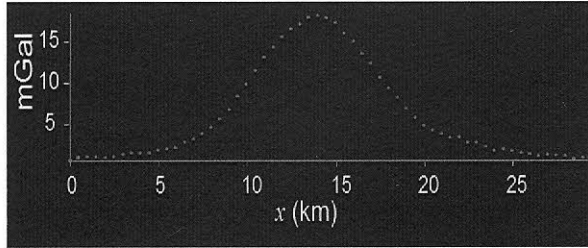


Figure 2 – Noise-corrupted Bouguer anomaly produced by a simulated laccolithic intrusion (solid red line, Figure 3) with  $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ .

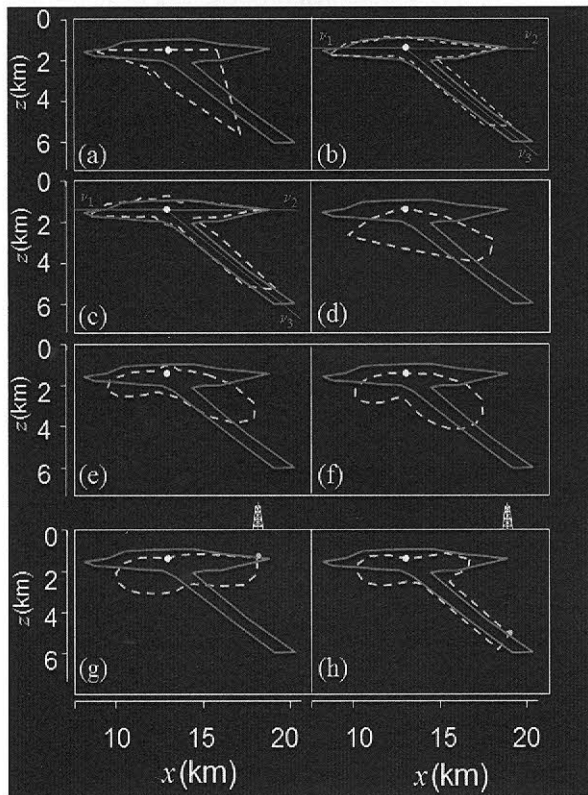


Figure 3 – Inversions of the anomaly shown in Figure 2 using the proposed method. In all tests, positivity constraint is incorporated and the white circle marks the point  $O(x_o, z_o)$ . (a) Using no additional constraint and  $M = 8$ ; (b) Concentrating the anomalous mass along the preferred directions  $v_1, v_2$  and  $v_3$ , with  $\mu = 1.2, r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , and  $M = 45$ ; (c) same as in (b) with  $r_k^o = 0.75$ ; (d) using convexity with  $M = 45$ ; (e) using absolute proximity constraint with  $\mu = 1, r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , and  $M = 45$ ; (f) using relative proximity constraint with  $\mu = 0.5$ , and  $M = 45$ ; (g) and (h) same as in (f) but constraining the solution upper boundary by information obtained from a single borehole marked by a gray circle with  $\mu = 10$  in both cases.

Figure 3b shows the result (dashed line) using as constraint, besides positivity, the concentration of mass along the preferred directions  $v_1, v_2$  and  $v_3$ . We used  $M = 45, \mu = 1.2$ , and  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , for all  $k$ . The true source geometry is very well estimated. Figure 3c shows the same test as Figure 3b except for the parameter  $r_k^o$  now set at  $0.75 \text{ km}$ , for all  $k$ . Note that a convex protrusion shows up around the origin (white dot). If we choose  $r_k^o = 0.25$ , a concave depression instead of a convex bulge appears around  $O$ , indicating that  $r_k^o$  should be selected to minimize either bulges or depressions around  $O$ . The geologically meaningful results produced by Figures 3b and 3c show that the a priori information that the anomalous mass is concentrated along three directions is an adequate constraint for this type of geologic setting. To illustrate the consequences of using inadequate constraints to interpret this geological setting we will show inversion examples, each one using just one of the following constraints: (1) convexity; (2) absolute proximity; and (3) relative proximity. Figures 3d, 3e, and 3f show, in dashed line, the respective results for the convexity, absolute proximity, and relative proximity constraints on all parameters by setting  $M = 45$ . For the absolute proximity we used  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , for all  $k$ ; for the relative proximity constraint,  $\mu = 0.5$  was employed. All three constraints produce poor results indicating that these stabilizing constraints are unsuitable for a laccolithic intrusion interpretation because they bias the inversion toward solutions possessing an attribute not displayed by the true source. To illustrate how an information about the source depth originated from a single borehole can significantly improve the overall shape estimate of the source, we repeated the test shown in Figure 3f with the source boundary constrained to be closest to points  $x = 18 \text{ km}, z = 1.5 \text{ km}$  and  $x = 19 \text{ km}, z = 5.3 \text{ km}$  with  $\mu = 10$  yielding the results shown in dashed line in Figures 3g and 3h, respectively. The latter is just an illustrative test because no borehole is expected to extend to depths of  $6 \text{ km}$ .

Faulted salt structure

Figure 4 shows the gravity anomaly (red dots) produced by the source shown in Figure 5 in solid red line with  $\rho = -0.4 \text{ g/cm}^3$  and corrupted with zero mean Gaussian noise with standard deviation of  $0.25 \text{ mGal}$ . This model represents a salt structure and was inspired by a geological interpretation across the Gypsum Valley, eastern Paradox Basin, Colorado. We used  $M = 30, \rho = -0.4 \text{ g/cm}^3, x_o = 9.5 \text{ km}, z_o = 3 \text{ km}$ , and introduced the relative proximity constraint with  $\mu = 0.4$  (dashed line, Figure 5a), the absolute proximity on all parameters with  $\mu = 2.0$  and  $r_k^o = 1.5 \text{ km}$ , for all  $k$  (dashed line, Figure 5b);  $\mu = 2.0, r_k^o = 0 \text{ km}$ , for all  $k$  (dashed line, Figure 5c), and convexity constraint (dashed line, Figure 5d). In Figures 5a and 5b the true source is reasonably delineated because it is roughly isometric and both constraints incorporate this factual property. The test using  $r_k^o = 0 \text{ km}$ , for all  $k$  (Figure 5c) is the minimum Euclidean norm



estimator, and produces the worst result because all  $r_k^o$  closest to zero is not a factual information. The best result consistent with the true source is achieved with the convexity constraint (Figure 5d) which has enhanced the pear-shaped geometry of the source.

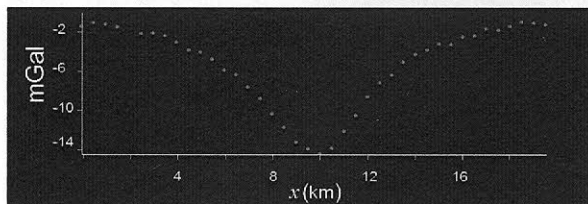


Figure 4 – Noise-corrupted Bouguer anomaly produced by a simulated faulted dome structure intrusion (solid red line, Figure 5) with  $\rho = -0.4 \text{ g/cm}^3$ .

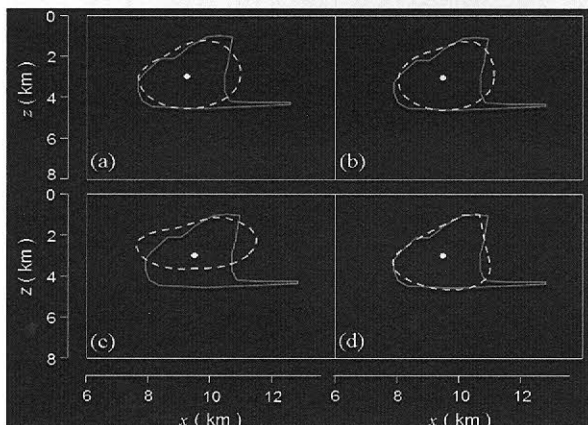


Figure 5 – Inversions of the anomaly shown in Figure 4 using the proposed method. In all tests, positivity constraint is incorporated,  $M = 30$  is used, and the white circle marks the point  $O(x_o, z_o)$ . (a) Using relative proximity constraint with  $\mu = 0.4$ ; (b) and (c) using absolute proximity constraint with  $\mu = 2$ ,  $r_k^o = 1.5 \text{ km}$  and  $\mu = 2$ ,  $r_k^o = 0 \text{ km}$ , respectively, and (d) using convexity constraint.

Lens-shaped pluton

Figure 6 shows the gravity anomaly (dots) produced by the source shown in Figure 7 in solid red line with  $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$  and corrupted with zero-mean Gaussian noise with standard deviation of  $0.15 \text{ mGal}$ . We used  $M = 32$ ,  $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ ,  $x_o = 10 \text{ km}$ ,  $z_o = 1.5 \text{ km}$ , and introduced the relative proximity constraint with  $\mu = 0.2$  (dashed line, Figure 7a), the absolute proximity on all parameters with  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , for all  $k$  (dashed line, Figure 7b), convexity constraint (dashed line, Figure 7c), and mass concentration along two preferred directions ( $v_1$  and  $v_2$  lines in Figure 7d) with  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ , for all  $k$ . The relative proximity constraint has a poor performance in delineating the true source, followed by the absolute proximity constraint which reasonably delineates the source. The best performances

are achieved by two constraints: (1) convexity (Figure 7c) and (2) concentration of mass along preferred directions (Figure 7d).

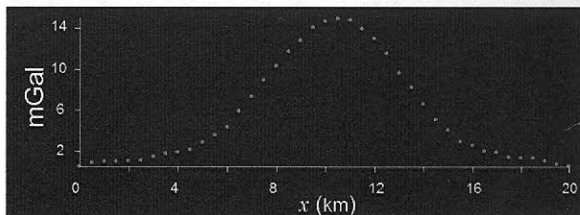


Figure 6 – Noise-corrupted Bouguer anomaly produced by a simulated faulted dome structure intrusion (solid red line, Figure 7) with  $\rho = -0.4 \text{ g/cm}^3$ .

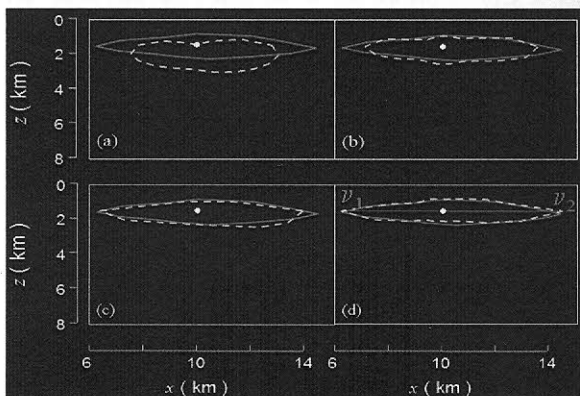


Figure 7 – Inversions of the anomaly shown in Figure 6 using the proposed method. In all tests, positivity constraint is incorporated,  $M = 32$  is used, and the white circle marks the point  $O(x_o, z_o)$ . (a) Using relative proximity constraint with  $\mu = 0.2$ ; (b) using absolute proximity constraint with  $\mu = 1$ ,  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ ; (c) using convexity constraint, and (d) concentrating the anomalous mass along directions  $v_1$  and  $v_2$  with  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 0.5 \text{ km}$ .

**Real data applications**

In all applications in this section we use positivity constraints on the radii and on the depths to the polygon vertices. In all tests, the estimated solutions are stable and fit acceptably the Bouguer anomaly.

Humble dome - Figure 8a shows an east-west profile passing through the center of the Humble Dome Bouguer anomaly (Nettleton, 1976). This anomaly (red dots) has been interpreted by presuming a fixed spherical shape and a known density contrast (Nettleton, 1976). We adapted the proposed method to introduce information about the source extension  $D_y$  along the  $y$ -direction, that is by assuming that the source is  $2\frac{1}{2}D$ . We assumed that  $\rho = -0.3 \text{ g/cm}^3$ ,  $M = 31$ ,  $D_y = 3.5 \text{ km}$  and  $x_o = 11.2 \text{ km}$ ,  $z_o = 4.5 \text{ km}$ . The results are shown in Figure 8b using: *i*) relative proximity constraint with  $\mu = 0.75$  (solid line) and *ii*) combination of convexity and relative proximity constraints with  $\mu = 0.01$  (dashed line). Constraint *i*) produced a roughly isometric source as imposed a priori

in previous interpretations whereas the combination of constraints (ii) produced an alternative interpretation: an elongated source dipping to the east. Both solutions are stable. The fitted anomalies are shown in Figure 8a in solid and dashed lines, respectively.

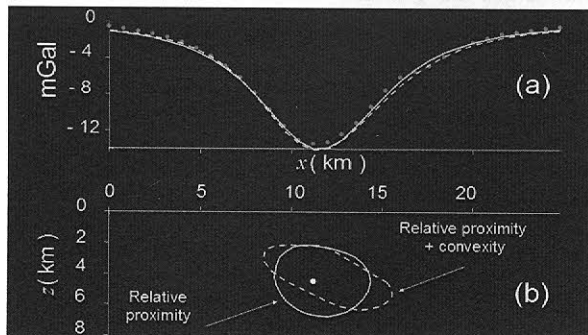


Figure 8 – (a) Bouguer anomaly over Humble dome (red dots). (b) Inversions using positivity constraint, assuming  $\rho = -0.3 \text{ g/cm}^3$  and  $M = 31$ . In solid line is the solution using relative proximity constraint with  $\mu = 0.75$ , and in dashed line the solution using a combination of convexity, and relative proximity constraints with  $\mu = 0.01$ . The fitted anomalies (solid and dashed lines) are shown in (a). The white circle marks the point  $O(x_o, z_o)$ .

**Castelsarrasin granitic body** - Figure 9a shows the Bouguer anomaly (red dots) produced by the granitic body of Castelsarrasin in the Aquitaine Basin, France (Guillen and Menichetti, 1984). The granitic body was identified by a drill hole that hits its uppermost part at a depth of 500 m (Guillen and Menichetti, 1984). Density contrasts smaller than  $-0.15 \text{ g/cm}^3$  were considered acceptable by Guillen and Menichetti (1984). We applied the proposed method to the above anomaly assuming a 2-D source,  $\rho = -0.2 \text{ g/cm}^3$ ,  $M = 55$ , and  $x_o = 10 \text{ km}$ ,  $z_o = 4 \text{ km}$ . The inversion result using convexity constraint (solid line, Figure 9b) shows a preferred orientation which coincides with previous interpretations using explicit a priori information about preferred directions of mass concentration (Guillen and Menichetti, 1984). From the inversion result using just convexity and positivity constraints (solid line, Figure 9b), we defined the preferred directions  $v_1$  and  $v_2$ . A second inversion result (dashed line, Figure 9b) using the combination of concentration of mass along preferred directions  $v_1$  and  $v_2$  (with  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 1.5 \text{ km}$  for all  $k$ ) and convexity constraints, shows an estimated source slightly longer and thinner as compared with the interpretation using just convexity and positivity (solid line, Figure 9b). The fitted anomalies are shown in Figure 9a in solid and dashed lines, respectively.

**Conclusions**

We have presented a new 2D potential field inversion method which uses an interpretation model consisting of a source with a constant and known physical property contrast and polygonal cross section whose vertices are described by polar coordinates assuming a fixed number of equally spaced angles from  $0^\circ$  to  $360^\circ$  and whose radii

are the parameters to be estimated. The present method show that a wide variety of constraints may be easily used to incorporate geological a priori information about the source geometry allowing recovering stable solutions consisting of bodies with shapes ranging from almost circular or pear-shaped to elongated in one or more directions.

**Acknowledgments**

We are grateful to Dr. Ravat and Dr. Yonghe Sun for their careful revision and constructive criticism that greatly improved the original text. J.B.C.S. was supported in this research by PCI-LNCC-MCT. J.B.C.S. and V.C.F.B were supported by fellowships from CNPq. Additional support for the authors was provided by CNPq under contracts No. 504419/2004-8 and No. 505265/2004-4. One of the authors (V.C.F.B.) was also supported by CNPq (contract No. 472229/03-6) and by CNPq/FAPERJ (contract No. E-26/170.733/2004).

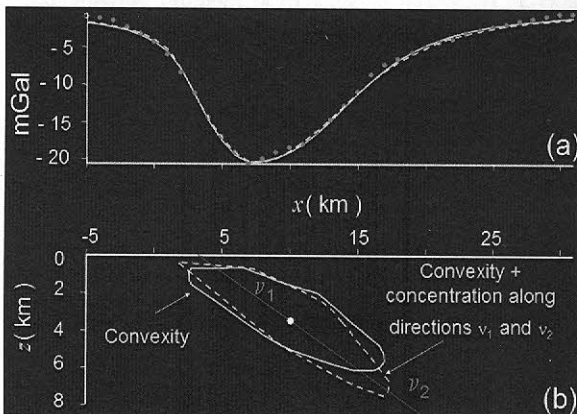


Figure 9 – (a) Bouguer anomaly over the Castelsarrasin granitic intrusion (red dots). (b) Inversions using positivity constraint,  $\rho = -0.2 \text{ g/cm}^3$  and  $M = 55$ . In solid line is the solution using convexity constraint, and in dashed line the solution using a combination of concentration of mass along preferred directions  $v_1$  and  $v_2$  with  $\mu = 1$  and  $r_k^o = 1.5$  and convexity constraints. The fitted anomalies are shown in (a) in solid and dashed lines, respectively. The white circle marks the point  $O(x_o, z_o)$ .

**References**

Barbosa, V. C. F., J. B. C Silva, and W. E. Medeiros, 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, **62**, 1745-1757

Guillen, A., and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, **49**, 1354-1360.

Nettleton, L. L., 1976, Gravity and magnetics in oil prospecting: McGraw-Hill Book Co.

Novikov, P.S., 1938, Uniqueness of the solution of the inverse problem of potential theory: *Bull.Acad. of Sci.USSR*, **18**, 165 –168 (in Russian).

Silva, J. B. C, Medeiros, W. E., and Barbosa, V. C. F., 2000, Gravity inversion using convexity constraint: *Geophysics*, **65**, 102-112.

Silva, J. B. C, Medeiros, W. E., and Barbosa, V. C. F., 2001, Potential field inversion: choosing the appropriate technique to solve a geologic problem: *Geophysics*, **66**, 511-520.

Talwani, M., Worzel, J.C. and Landisman, M., 1959, Rapid gravity calculations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone: *J. Geophys. Res.*, **64**, 49-59.

Talwani, M., 1965, Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape: *Geophysics*, **30**, 797-817.

Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., 1977, *Solutions of ill-posed problems*: V. H. Winston & Sons.

Zhdanov, M. S., 1973, Determination of the boundary of the convex body from the gravity potential: *Applied Geophysics*, **72**, 142-153 (in Russian).

**Appendix A- Mathematical Details**

Consider a 2D source with a polygonal cross section defined by the radii  $r_k$ , and angles  $\theta_k = 2\pi(k-1)/M$ ,  $k = 1, \dots, M$  about the origin  $O$  at  $(x_o, z_o)$  (Figure 1). The gravity and magnetic anomaly  $f(\mathbf{r})$  produced by such a source may be computed respectively, by Talwani et al.'s (1959) and Talwani's (1965) methods, where  $\mathbf{r}$  is the  $M$ -dimensional vector containing the radii  $r_k$ . The unconstrained inverse problem consists in estimating  $\mathbf{r}$  from a set of  $N$  observations  $y$  via minimization of

$$\Psi(\mathbf{r}) = \|\mathbf{y} - f(\mathbf{r})\|^2 \tag{A-1}$$

where  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm. To introduce the relative proximity, absolute proximity, and concentration of physical property along preferred directions, we define the stabilizing functionals

$$\Phi_1(\mathbf{r}) = \|\mathbf{B}\mathbf{r}\|^2 \tag{A-2}$$

and

$$\Phi_2(\mathbf{r}) = \|\mathbf{W}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^o)\|^2 \tag{A-3}$$

where  $\mathbf{B}$  is an  $M \times M$  first difference discrete matrix operator (Barbosa et al., 1997),  $\mathbf{r}^o$  is a reference parameter vector, and  $\mathbf{W}$  is a diagonal weighting matrix. To incorporate relative proximity, we minimize  $\Phi_1$ . To incorporate absolute proximity and concentration of physical property along preferred directions we minimize  $\Phi_2$  in the following way. To incorporate absolute proximity constraint, we set  $\mathbf{W}$  to the identity matrix. To impose concentration of physical property along preferred directions  $\beta_j$ ,  $j = 1, \dots, J$ , we define the  $k$ th diagonal element of  $\mathbf{W}$  as  $w_{kk} = \min\left\{ \left| \sin[0.5(\beta_j - \theta_k)] \right| + \varepsilon^2 \right\}$ , where  $\varepsilon$  is a small positive number related to the assumed ratio  $p$  between the smallest and largest dimensions of the

source. Because the maximum weight is one,  $\varepsilon$  should be close to  $p$ .

To incorporate borehole information about the source depth to the top, we proceed in the following way. Let the depth to the source top be known at points  $Q_i(r_i, \theta_i)$ ,  $i = 1, \dots, I$ . We determine the index  $k(i)$  such that  $\theta_{k(i)} < \theta_i < \theta_{k(i)+1}$ , where  $\theta_{k(i)}$  and  $\theta_{k(i)+1}$  are the angles defining the source top ( $\pi < \theta_{k(i)} < 2\pi$  and  $\pi < \theta_{k(i)+1} < 2\pi$ ) and associated with the  $k$ th polygon vertex which are closest to  $\theta_i$ . Next, we find the projections  $b_{i,k(i)}$  and  $b_{i,k(i)+1}$  of  $Q_i$  on the straight lines coinciding with the directions of  $r_{k(i)}$  and  $r_{k(i)+1}$ . The lengths of radii  $r_{k(i)}$  and  $r_{k(i)+1}$  are then forced to be closest to projections  $b_{i,k(i)}$  and  $b_{i,k(i)+1}$  by minimizing the functional

$$\Phi_3 = \sum_{i=1}^I (r_{k(i)} - b_{i,k(i)})^2 + (r_{k(i)+1} - b_{i,k(i)+1})^2. \tag{A-4}$$

All the above constraints are introduced into the unconstrained problem of minimizing functional (A-1) by minimizing

$$\tau = \Psi(\mathbf{r}) + \mu_1 \Phi_1(\mathbf{r}) + \mu_2 \Phi_2(\mathbf{r}) + \mu_3 \Phi_3(\mathbf{r}), \tag{A-5}$$

where  $\mu_1, \mu_2$  and  $\mu_3$  are non negative scalars. The inequality and convexity constraints are introduced algorithmically and will be described later. Functional (A-5) is nonlinear in  $\mathbf{r}$  and is minimized via Newton's method. The inequality constraints used in the present method prevent the radii from becoming smaller than zero and greater than geological or physical limits defining the vector  $\mathbf{r}_{\max}$ . These constraints are expressed as

$$\mathbf{0} < \mathbf{r} < \mathbf{r}_{\max} \tag{A-6}$$

where  $\mathbf{0}$  is the null vector and the inequality sign is applied element by element. The  $k$ th element of vector  $\mathbf{r}_{\max}$  is given either by

$$r_{\max_k} = q, \quad 0 \leq \theta_k \leq \pi \tag{A-7}$$

where  $q$  is a very large positive number, or by

$$r_{\max_k} = \frac{z_o}{\text{abs}[\sin(\theta_k)]}, \quad \pi < \theta_k < 2\pi. \tag{A-8}$$

Condition (A-7) establishes a limit for the source base whereas condition (A-8) prevents the z-coordinates of the polygon vertices from becoming negative. The inequality constraints (A-6) are incorporated by  $i$ ) transforming the original parameter vector  $\mathbf{r} \equiv \{r_k\}, \in (0, r_{\max_k})$   $k = 1, \dots, M$  into the unconstrained parameter vector  $\mathbf{r}^* \equiv \{r_k^*\}, \in (-\infty, +\infty)$   $k = 1, \dots, M$  by the homeomorphic transformation.

The convexity constraint is introduced algorithmically by checking at each iteration the inequality  $r_k \geq c_k$ ,  $k = 1, \dots, M$ , where  $c_k$  is the distance from the center  $O$  to the intersection of the direction of  $r_k$  with the line segment joining the vertices  $(r_{k-1}, \theta_{k-1})$  and  $(r_{k+1}, \theta_{k+1})$ . If the inequality holds, the estimate of  $r_k$  at the current iteration is unchanged; otherwise, it is set to  $c_k$ .

## Interactive 2D magnetic inversion: A tool for aiding forward modeling and testing geologic hypotheses

Valéria C. F. Barbosa<sup>1</sup> and João B. C. Silva<sup>2</sup>

### ABSTRACT

We present a method for inverting magnetic data with interfering anomalies produced by multiple complex 2D magnetic sources having arbitrary shapes and known magnetization vectors. Our method is stable and can recover a complex 2D magnetization distribution, leading to a reliable delineation of sectionally homogeneous sources with complex shapes. Our method, although similar to interactive forward modeling, is unique in that it automatically fits the observations and only requires that the interpreter know the outlines of the sources expressed by simple geometric elements such as points and line segments. Each geometric element operates as a skeletal outline of a particular homogeneous section of the magnetic source to be reconstructed. Also, the interpreter can define the geometric elements interactively without worrying about data fitting because data are fit automatically. The examples with synthetic data illustrate the good performance of the method in mapping the complex geometry of magnetic sources. The solution sensitivity to uncertainties in the a priori information shows that to produce good results, the uncertainty on the magnetization intensity of each homogeneous extent of the source should be smaller than 40%. A wrong magnetization vector direction can be detected easily because it often leads to poor data fitting and to estimated sources with abrupt borders. The method is also applied to two sets of real data from the Northwest Ore Body at Iron Mountain Mine, Missouri, and the Hatton-Rockall Basin in the northeast Atlantic Ocean. The estimated magnetization distribution in all tests demonstrates a good correlation of estimated magnetic sources with corresponding known geologic features.

### INTRODUCTION

Reconstructing a subsurface magnetic intensity distribution from magnetic data has a nonunique solution. This nonuniqueness can be reduced if the set of feasible solutions is constrained by prior geologic information. To obtain a meaningful geologic solution, some authors have introduced different types of prior knowledge about the magnetic sources so that geologically realistic magnetic distribution, still fitting the data, can be reconstructed. Li and Oldenburg (1996), for example, present an inversion method to estimate the susceptibility distribution by minimizing a depth-weighting parameter functional that presumably counteracts the natural decay of the magnetic kernel functions but that effectively incorporates prior information about the source depth.

To estimate a homogeneous and compact source, several potential field data inversion methods have been developed successfully. Following the pioneer work on compact gravity inversion by Last and Kubik (1983), Guillen and Menichetti (1984) introduce the moment-of-inertia functional, whose minimization leads to solutions displaying a physical property distribution concentrated about a point or an axis. Barbosa and Silva (1994) extend Guillen and Menichetti's (1984) compact gravity inversion to allow compactness about several axes. Portniaguine and Zhdanov (1999) and Portniaguine and Zhdanov (2002) adapt Last and Kubik's (1983) method and apply it to magnetic data. Camacho et al. (2000) present a technique in which prisms of positive, negative, or zero constant density contrasts are aggregated successively to the other cells with nonnull densities. By imposing a minimum source volume on the estimated source geometry, these authors also produce a compact source.

All of these methods, except those of Guillen and Menichetti (1984) and Barbosa and Silva (1994), have excellent performance only when applied to noninterfering anomalies. However, when applied to interfering anomalies produced by multiple complex sources, these (as well as most) inversion methods produce poor results. In this case, an interpreter must resort to interactive forward modeling, which in a versatile way incorporates the interpreter's knowledge about the geology of the interpretation area. In practice, however,

Manuscript received by the Editor March 3, 2005; revised manuscript received December 23, 2005; published online August 28, 2006.

<sup>1</sup>LNCC, Av. Getúlio Vargas, 333, Quitandinha, Petrópolis, Rio de Janeiro, 25651-075, Brazil. E-mail: valcris@lncc.br.

<sup>2</sup>Department of Geophysics, CG, Federal University of Pará, R. Augusto Corrêa s/n, Belém, Pará, 66017-900, Brazil. E-mail: joaobcs@oi.com.br.

© 2006 Society of Exploration Geophysicists. All rights reserved.

this task involves an exhaustive and time-consuming trial-and-error procedure wherein the interpreter must supervise both the data fit and the construction of a geologically meaningful interpretation source. To date, no inversion method can produce a fast, geologically meaningful interpretation of interfering magnetic anomalies from a complex geologic setting with multiple sources.

The method described in this paper, expanding upon our (Silva and Barbosa, 2006) gravity inversion approach, interprets data from a complex geologic setting. It combines two attractive features of interactive forward modeling and traditional inversion: interactivity and guarantee of data fit. We discretize the subsurface into rectangular cells of constant but unknown magnetic intensity and assume the prior knowledge about magnetization intensity and direction (inclination and declination) of the sources. We specify, interactively and in a user-friendly environment, the outline of the sources in terms of geometric elements such as line segments and points placed at an appropriate depth. The method automatically estimates the source thickness about these elements and automatically fits the observations within a prescribed precision. If dissatisfied, the user can redefine the geometric elements and proceed to a new inversion. The combination of line segments and points is sufficiently versatile to specify the outlines of important geologic structures such as dikes, laccoliths, batholiths, volcanic pipes, and sedimentary basins.

The versatility of our method is illustrated by applications using synthetic magnetic data simulating a complex geologic environment. We also present a numerical analysis of the solution sensitivity to uncertainties in the geometric elements' positions and in the magnetization vector (intensity and direction). The method's ability to interpret a complicated 2D geologic environment is demonstrated on two real data profiles. The first comes from a well-documented area located in the hematite-magnetite Northwest Ore Body at Iron Mountain Mine, Missouri. The second is an area consisting of non-magnetic sedimentary cover over a basement intruded by magnetic rocks in the Hatton-Rockall basin in the northeast Atlantic Ocean. All of the results are consistent with previous magnetic interpretations of this area.

## METHODOLOGY

Our approach consists of specifying, in a user-friendly environment, a prior magnetization vector and geometric elements at some depths that presumably describe the sources' framework. The solution fits the observation and concentrates the magnetization contrast

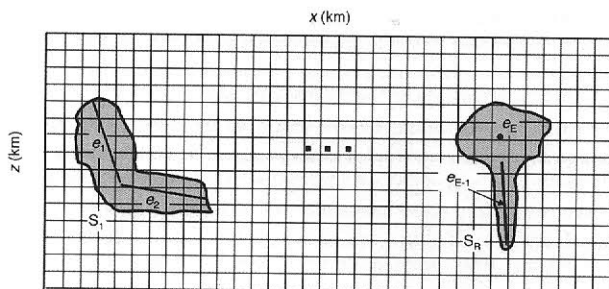


Figure 1. Interpretation model, consisting of a set of 2D vertical prisms whose magnetic intensities are the parameters to be estimated. The outlines of the anomalous sources  $S_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$ , are defined by a set of  $E$  geometric elements  $e_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, E$  (points and axes).

about the geometric elements. The user can accept the solution or modify the magnetization vector and/or the number and position of each geometric element and start a new inversion, repeating the iterative procedure until a satisfactory solution is obtained. We describe in this section the mathematical details of a single iteration of this procedure.

Let  $\mathbf{h}^o$  be a set of  $N$  magnetic observations produced by a set of  $R$  2D magnetic sources with arbitrary shapes (Figure 1). The magnetization vector of each source is assumed to be constant and known. We want to estimate the 2D magnetization intensity distribution beneath the earth from  $\mathbf{h}^o$ , assuming the knowledge of the magnetization vector associated with each magnetic source. To this end, the subsurface region containing the sources is divided into an  $N_x \times N_z$  grid of 2D rectangular cells, and a constant magnetization  $m$  is assigned to each cell (Figure 1). The theoretical magnetic anomaly  $\mathbf{h}$  is related to the discrete magnetization distribution  $m(x_j, z_j)$  through the linear relationship

$$\mathbf{h} = \mathbf{G}\mathbf{m}, \quad (1)$$

where  $\mathbf{m}$  is an  $M$ -dimensional vector containing the magnetizations of the cells and  $M = N_x \times N_z$ . Matrix  $\mathbf{G}$  is an  $N \times M$  matrix whose element  $G_{ij}$  is numerically equal to the magnetic field produced by the  $j$ th cell, with unitary magnetization at the  $i$ th observation position. Given a set of observed magnetic data  $\mathbf{h}^o$ , the problem of estimating the associated magnetization distribution  $\mathbf{m}$  can be formulated as the minimization of the functional

$$\phi^h = \frac{1}{N} \|\mathbf{h}^o - \mathbf{G}\mathbf{m}\|^2, \quad (2)$$

where  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm. However, the solution of the problem of finding the estimated vector  $\hat{\mathbf{m}}$  that minimizes functional 2 is neither unique nor stable.

To select a particular magnetization distribution among the numerous distributions fitting the data with a reasonable precision, we assume that the estimated magnetization distribution must be homogeneous, compact (i.e., must present no holes in its interior) and be concentrated about  $E$  specified geometric elements (axes and points) whose spatial positions are specified by the interpreter. This inverse problem is formulated as a constrained optimization problem and is referred to as interactive 2D magnetic inversion. The method is analogous to our interactive gravity inversion (Silva and Barbosa, 2006) and may be seen as a generalization of Guillen and Menichetti's (1984) method applied to magnetic data.

The interactive 2D magnetic inversion method is solved through our iterative procedure (Silva and Barbosa, 2006). We start from the zero-order Tikhonov regularized solution (i.e., the minimum norm solution),

$$\hat{\mathbf{m}}^o = \mathbf{G}^T(\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \mu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{h}^o, \quad (3)$$

where  $\mu$  is a nonnegative scalar,  $\mathbf{I}$  is an identity matrix, and the superscript  $T$  stands for transposition. At the  $l$ th iteration, we update the magnetization distribution estimate by

$$\hat{\mathbf{m}}^{(l+1)} = \hat{\mathbf{m}}_F^{(l)} + \Delta\hat{\mathbf{m}}^{(l)},$$

where

$$\Delta\hat{\mathbf{m}}^{(l)} = \mathbf{W}_{(l)}^{-1}\mathbf{G}^T(\mathbf{G}\mathbf{W}_{(l)}^{-1}\mathbf{G}^T + \mu\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{h}^o - \mathbf{G}\hat{\mathbf{m}}_F^{(l)}), \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{m}}_F^{(l)}$  is an  $M$ -dimensional vector whose elements are the same as

those in vector  $\hat{\mathbf{m}}^{(l)}$ , with the exception of the frozen elements obtained by the freezing procedure described below, and  $\mathbf{W}_{(l)}$  is a diagonal positive-definite weighting matrix, defined in parameter space, that assumes the anomalous magnetic source is concentrated about the specified geometric elements. The  $j$ th diagonal element of matrix  $\mathbf{W}_{(l)}$  is given by

$$W_{jj}^{(l)} = \alpha \frac{d_j^2}{|\hat{m}_j^{(l)}| + \varepsilon}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (5)$$

where  $\varepsilon$  is a small positive number on the order of  $10^{-7}$ ,  $\alpha$  is a positive number varying from  $10^2$ – $10^7$ , and

$$d_j = \min_{1 < i < E} d_{ij}. \quad (6)$$

In equation 6,  $d_{ij}$  is the distance from the center of the  $j$ th elementary cell to the  $i$ th geometric element.

In this way, by assuming a set of  $S_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$  magnetic sources (Figure 1), we incorporate the prior information about the outlines of these sources through specifying a set  $e_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, E$  of geometric elements (axes or points) ordered in an arbitrary way. Each element  $e_i$  (Figure 1) is assigned a target magnetization intensity and a magnetization direction (inclination and declination). Each magnetic source may be assigned one or more geometric elements. The variable  $\mu$  (equation 4) controls how close the estimated solution concentrates the magnetization about the geometric elements and, consequently, the solution stability. The larger the value of  $\mu$ , the more stable and the closer to the geometric elements will be the estimated anomalous source. If the user has little confidence that the geometric elements are the framework of the sources, an optimum value for  $\mu$  is the smallest positive number still producing stable solutions. Otherwise, it should be the largest positive number still producing an acceptable fit of the data.

The method computes iteratively the parameter perturbation  $\Delta \hat{\mathbf{m}}^{(l)}$  (equation 4), which affects mainly the cells close to the geometric elements. Cells close to any geometric element and having large magnetization estimates (in the modulus) at the previous iteration are assigned small weights (see equation 5), so the corresponding corrections may be large. Conversely, cells far from all geometric elements and having small magnetization estimates (in modulus) at the previous iteration are assigned large weights, so the corrections will be small. As a result, the method iteratively concentrates the large magnetization estimates about the geometric elements, which presumably outline the magnetic source.

To prevent a collapse of the estimated magnetization distribution into just a few cells about the geometric elements presenting unrealistically large magnetizations, a freezing procedure is introduced in the following way. First, we define an  $M$ -dimensional vector  $\mathbf{v}$  whose  $j$ th element  $v_j$  is the target magnetization assigned to the  $j$ th cell. The element  $v_j$  is assigned a null value if the corresponding cell projection on every axis lies outside the respective axis segment; otherwise,  $v_j$  is assigned the target magnetization of the axis closest to the cell and whose cell projection lies within its segment. If the magnetization of the  $j$ th cell at the  $l$ th iteration ( $\hat{m}_j^{(l)}$ ) violates any boundary of the interval  $[0, v_j]$  for positive magnetic intensity contrasts or the interval  $[v_j, 0]$  for negative magnetic intensity contrasts, it is frozen provisionally at the exceeded bound (i.e., the  $j$ th element of  $\hat{\mathbf{m}}^{(l)}$  is replaced by the violated boundary). The corresponding weight  $W_{jj}$  is assigned a relatively large value  $f$  to impose that the magnetization estimate at the cell be at least temporarily frozen at

the violated boundary. On the other hand, if the magnetization of the  $j$ th cell does not violate any boundary of the interval  $[0, v_j]$  or  $[v_j, 0]$ , the  $j$ th element of  $\hat{\mathbf{m}}^{(l)}$  is not modified (i.e., it is equal to  $\hat{m}_j^{(l)}$ ), and the corresponding weight  $W_{jj}$  is computed by equation 5.

A large value assigned to  $f$  tends to maintain the frozen magnetization estimates along the iteration. In the following numerical applications,  $f$  is defined in the range of  $5 < f < 5000$ . If the maximum magnetization estimate remains approximately constant and greater than the target magnetization (in the modulus) along the final iterations, then the value of  $f$  needs to be increased (by multiples of 5 or 10) and the iteration restarted because, in this case, no effective freezing is occurring.

Because at all iterations the theoretical anomaly fits the observations within the measurement's precision, the convergence criterion is based on the proximity of the magnetization estimate of each cell to the associated target magnetization by checking the inequality

$$\hat{m}_i^{(l)} \leq (1 + \tau) \cdot v_i, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (7)$$

where  $\tau$  is a positive scalar controlling the difference between the estimated and target magnetizations. A typical value assigned to  $\tau$  is 0.01, corresponding to an estimated magnetization differing from the target magnetization by less than 1% of the latter. Of course, there is no optimum value for this percentage; it is a matter of choice by the user.

## INTERACTIVITY IN A USER-FRIENDLY ENVIRONMENT

In this section, we demonstrate how our method can interpret interactively in a user-friendly environment. Figure 2 shows the output of the program screen where the anomaly (blue circles, upper panel) is produced by the sources shown in solid blue lines in the lower panel. All bodies have a magnetization of 1.2 A/m and  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination, respectively. The red lines show four different tentative outlines (axes) for the sources and the respective solution given by the estimated magnetization distribution, according to the convention indicated by the color bar on the right. The lower panel in Figure 2a shows an initial guess, illustrating a gross interpretation error on the location of the axes. The interpreter's solution in the lower panel, despite fitting the data noted in the upper panel, provides evidence that the a priori information is wrong.

First, the solutions show shapes that resemble objects, not geologic structures; they also have brusque changes in thickness. In addition, each solution presents at least one abrupt boundary coinciding with an extremity of the corresponding axis, evidence that the extents of the axes are probably smaller than the extent of the respective sources. Finally, the middle source ends abruptly at  $x = 20$  km, whereas the corresponding axis extends itself up to  $x = 21$  km.

The presence of steep edges in a solution also may be caused by wrong assumed magnetization vector direction and wrong assumed number of sources. Of course, the shapes and abrupt changes in thickness might be acceptable when interpreting anomalies from a specific geologic environment. However, for illustration, let's assume the interpreter expects sources with more regular and less abrupt thicknesses changes. In this case, the user can click and drag some or all axes extremes to define new axes locations and then re-run the program.

This interactive approach is illustrated in Figure 2b–d. This example illustrates the ideal situation in which the interpreter manages to define the true framework of each source. In practice, solutions dif-

ferent from the true one may be obtained and accepted by the user, exhibiting the inevitable ambiguity involving the product of the magnetization intensity by the volume of the sources. It is impossible to determine volume and magnetization simultaneously using data alone because the magnetic field is sensitive to the product of the source magnetization by its volume (the total dipole moment intensity) and not to each factor. In this way, our method, as all methods designed to locate and delineate several magnetic sources, requires prior information about the magnetization vector.

To perform a tentative inversion in this system, the user must input, besides the geometric elements, a set of inversion control parameters via a dialog box. These parameters include the number of cells along the  $x$ - and  $z$ -directions; parameters  $\mu$ ,  $f$ ,  $\alpha$ , and  $\tau$ , and the intensity, inclination, and declination of the source magnetization vector and the geomagnetic field. Optionally, the user may change the base level, limit the number of iterations, and add uniform, Gaussian, or Laplace noise to the anomaly.

Therefore, our approach allows the user to test different geologic hypotheses about the causative sources. By assuming a tentative framework, the user can test whether a hypothetical solution obtained by inversion is acceptable. If the data fitting is poor or if the estimated sources present unrealistic shapes, the hypothesis must be rejected. In this case, the interpreter may confirm that the true source does not look like the estimated source. Otherwise, there is no reason to reject the hypothesis; the user, on the basis of this test, must accept the estimated solution as a possible solution.

Note that the qualitative a priori information required to perform a single inversion is the same information required by interactive forward modeling, i.e., knowledge of the magnetization vector and a guess about the source geometry.

## TESTS WITH SYNTHETIC DATA

Here, we apply our method to synthetic magnetic data obtained from a simulated ground magnetic survey.

Figure 3a shows the total-field anomaly (circles) contaminated with pseudorandom Gaussian noise with zero mean and a standard deviation of 0.2 nT produced by three 2D magnetic sources (solid lines in Figure 3b) enclosed in a nonmagnetic medium. All sources are magnetized uniformly, with a magnetization inclination of  $20^\circ$  and declination of  $0^\circ$ . The magnetization intensities are (from leftmost to rightmost sources) 1.5, 1.0, and 1.2 A/m. The geomagnetic field has  $50^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination. The interpretation model consists of  $50 \times 50$  cells measuring 0.02 and 0.01 km in the  $x$ - and  $z$ -directions, respectively; the inversion parameters are  $\mu = 0.001$ ,  $f = 10$ ,  $\alpha = 100$ , and  $\tau = 0.01$ . The true magnetization direction is assumed known.

We use a single point ( $e_1$  in Figure 3b) to delineate the leftmost source with a target magnetization of 1.5 A/m. The middle and rightmost sources are assumed to be outlined by axes  $e_2$  and  $e_3$ , with target magnetizations of 1.0 and 1.2 A/m, respectively. Figure 3b shows the inversion result (gray-scale cells); the fitted anomaly is

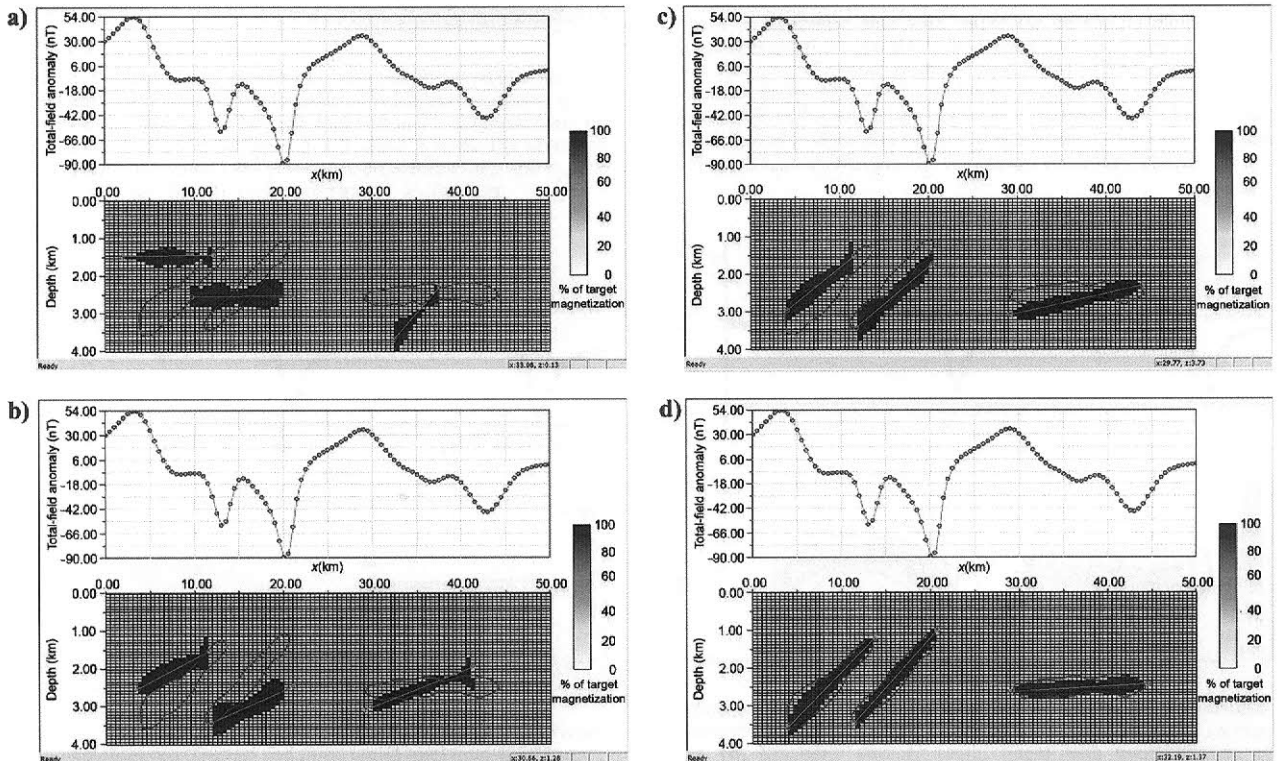


Figure 2. Interactive interpretation of a magnetic anomaly (blue circles) produced by three sources (blue lines, bottom half). The solid red curve in the upper panel is the fitted anomaly; the red lines in the lower panel are the axes representing the assumed source's outlines. (a)-(d) Interactive definition of the axes. In all tests, the anomaly was corrupted with zero-mean Gaussian noise with a standard deviation of 0.2 nT. All sources have a magnetization intensity of 1.2 A/m. The inclination and declination of both the magnetization and the geomagnetic field are  $60^\circ$  and  $0^\circ$ , respectively. We set  $f = 5000$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\mu = 0.2$ , and  $\tau = 0.1$  in all tests.

shown in Figure 3a (solid line). The three sources are well delineated because the geometric elements ( $e_1$ – $e_3$ ) define a realistic framework of the true sources.

### Solution sensitivity to uncertainties in a priori information

In this section we investigate the effect on the solution caused by the assumption of wrong positions of the geometric elements and of wrong target magnetization vector.

Figures 4a, 5a, 6a, 7a, and 8a show the total-field anomaly (circles) contaminated with pseudorandom Gaussian noise with zero mean and a standard deviation of 0.2 nT, produced by two magnetic

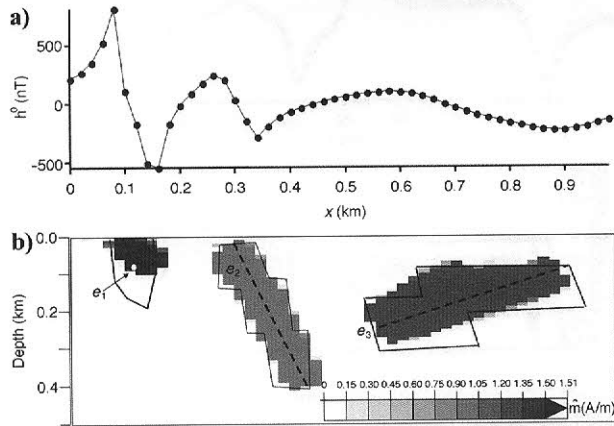


Figure 3. Synthetic data. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with inclination of  $20^\circ$  and declination  $0^\circ$ ; magnetization intensities (from left to right) are 1.5, 1.0, and 1.2 A/m. The inversion result (gray-scale cells) uses geometric elements  $e_1$ ,  $e_2$ , and  $e_3$ . The geomagnetic field has  $50^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

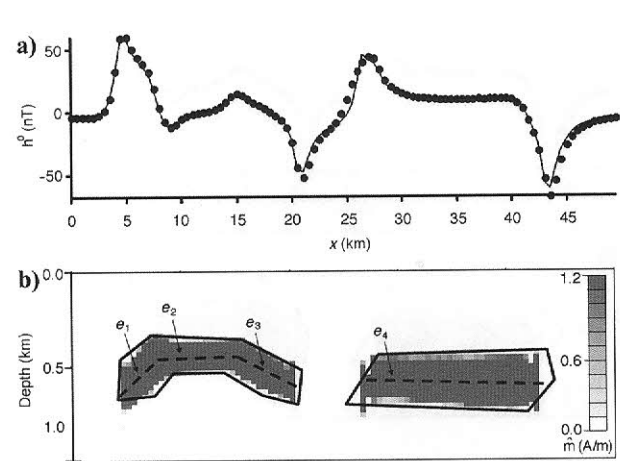


Figure 4. Synthetic data with correct prior information. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with magnetization intensity of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , declination  $0^\circ$ , and inversion result (gray-scale cells) using axes  $e_1$ – $e_3$  (dashed lines) to outline the left source and a single axis ( $e_4$ ) to outline the right source. The correct target magnetization and the correct magnetization direction are used. The geomagnetic field has  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

sources (solid lines in Figures 4b, 5b, 6b, 7b, and 8b) enclosed in a nonmagnetic medium. Both sources are magnetized by induction only, having a magnetization with intensity of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , and declination of  $0^\circ$ . The total-field anomaly caused by these sources was computed at a constant altitude of 0.3 km. We inverted this anomaly using an interpretation model consisting of  $100 \times 40$  cells measuring 0.5 and 0.025 km in the  $x$ - and  $z$ -directions, respectively. The inversion results using correct and wrong prior information are shown, respectively, in Figures 4b and 5b–8b, in grayscale.

Figure 4b displays the inversion result incorporating correct prior

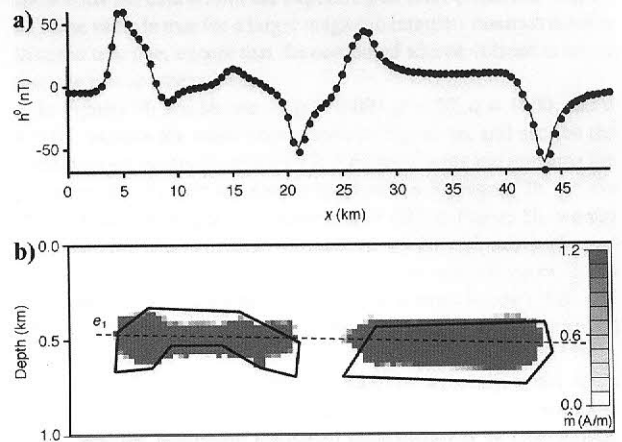


Figure 5. Synthetic data with imprecise geometric elements. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with magnetization of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , and declination  $0^\circ$ ; inversion result (gray-scale cells) using just one axis,  $e_1$  (dashed line). The correct target magnetization and correct magnetization direction are used. The geomagnetic field has  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

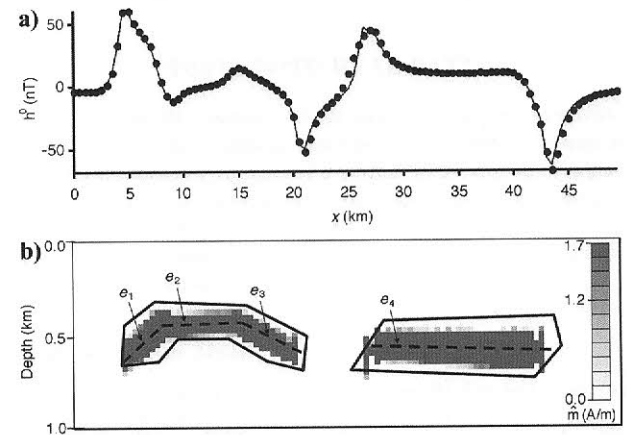


Figure 6. Synthetic data with wrong target magnetization. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with magnetization of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , and declination  $0^\circ$ ; inversion result (gray-scale cells) using axes  $e_1$ – $e_3$  (dashed lines) to outline the left source and a single axis ( $e_4$ ) to outline the right source. An incorrect target magnetization of 1.7 A/m was assigned to all axes. The correct magnetization direction was used. The geomagnetic field has  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.



information, i.e., assuming induced magnetization and assigning the correct target magnetization of 1.2 A/m to all axes. We assume that three axes outline the leftmost source ( $e_1$ ,  $e_2$ , and  $e_3$ ) and a single axis outlines the rightmost source ( $e_4$ ). The inversion parameters are  $\mu = 0.003$ ,  $f = 500$ ,  $\alpha = 1000$ , and  $\tau = 0.01$ . Because the prior information is realistic, the estimated sources (Figure 4b) are quite close to the true sources. Their computed response fits the observations within the experimental errors (solid line, Figure 4a).

Inverting the same magnetic anomaly with the same inversion parameters, and assuming the correct magnetization but assuming that

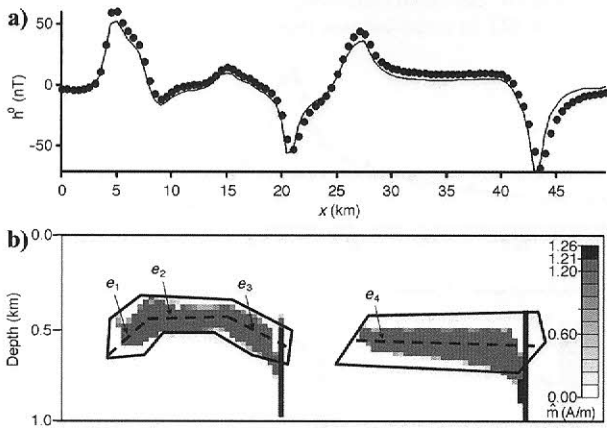


Figure 7. Synthetic data with wrong magnetic inclination. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with magnetization of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , and declination of  $0^\circ$ ; inversion result (gray-scale cells) using axes  $e_1$ - $e_3$  (dashed lines) to outline the left source and just a single axis ( $e_4$ ) to outline the right source. The correct target magnetization was used. An incorrect magnetization inclination of  $20^\circ$  was assumed. The geomagnetic field has  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

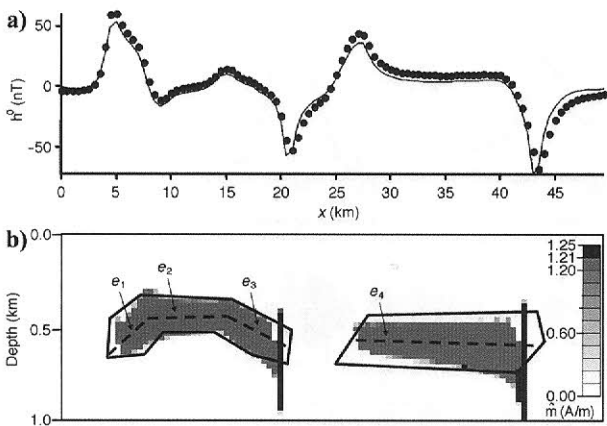


Figure 8. Synthetic data with wrong magnetic inclination and declination. (a) Noise-corrupted observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Magnetic sources (solid lines) with magnetization of 1.2 A/m, inclination of  $60^\circ$ , and declination of  $0^\circ$ ; inversion result (gray-scale cells) using axes  $e_1$ - $e_3$  (dashed lines) to outline the left source and just a single axis ( $e_4$ ) to outline the right source. The correct target magnetization was used. An incorrect magnetization inclination of  $20^\circ$  and declination of  $40^\circ$  were assumed. The geomagnetic field has  $60^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

a single axis outlines the two sources, we estimate two sources whose magnetic response still fits the data (solid line, Figure 5a) but whose geometries exhibit slightly different shapes from the actual sources (Figure 5b).

Figure 6b shows the inversion result using the same inversion parameters, with the correct prior information on the axes' positions and on the magnetization vector direction but assigning the incorrect target magnetization of 1.7 A/m to all axes. Despite displaying a smaller volume as compared to the true source, the estimates still retain the overall geometry of the true sources, and the computed response fits the data within the experimental error (solid line, Figure 6a). The same is true for a target magnetic intensity contrast smaller than the true one, except that the computed source volume is larger than the true source volume.

In Figures 7b and 8b, we set  $\mu = 0.001$ ,  $f = 50$ ,  $\alpha = 1000$ , and  $\tau = 0.01$ , assume the same axes shown in Figure 4b, and ascribe the correct target magnetization of 1.2 A/m to all axes but presume the presence of unknown remnant magnetization. In Figure 7b, we use an incorrect magnetization inclination of  $20^\circ$ ; in Figure 8b, we use the incorrect magnetization inclination of  $20^\circ$  and declination of  $-40^\circ$ . Both inversion results (in grayscale), shown in Figures 7b and 8b, exhibit sharp discontinuities at the source borders (20 and 42 km), erroneously suggesting the presence of fault-controlled magnetic sources.

Additionally in both cases, the observed anomaly is not fitted within the experimental error precision (Figures 7a and 8a, solid lines), and the maximum estimated magnetization of 1.25 A/m is greater than the target magnetization 1.2 A/m. Thus, the presence of estimated sources displaying steep edges associated with unacceptable data fittings indicates a possible conflict between the true and the assumed magnetization directions. As shown earlier, sharp edges may also be caused by assuming a wrong number of sources and by a gross interpretation error of the location of the axes. In all cases, the interpreter should estimate the number of sources, the positions of the geometric elements, and the source magnetization direction by trial and error, as done in interactive forward modeling.

## TESTS WITH REAL DATA

To illustrate the robustness of our method, we apply it to anomalies from two distinct geologic settings. The first one, of interest to mineral exploration, consists of a narrow (0.01 km) and shallow (0.5 km) iron body enclosed in igneous rocks. The second geologic setting, of interest in crustal studies, is composed of wide (20–50 km) and deep (5 km) magnetic sources emplaced in a non-magnetic upper crust.

### Iron Mountain Mine

Figure 9a displays the total-field anomaly (circles) over the Northwest Ore Body at Iron Mountain Mine, Missouri (Leney, 1966). The orebody consists of 76% hematite, 4% magnetite, and 20% gangue minerals composed of andradite garnet, quartz, and calcite. Precambrian igneous rocks consisting of pyroclastics, dacites, rhyolites, and andesite porphyry are the main host rocks. The secondary host rocks are the Paleozoic sediments (a basal conglomerate, sandstones, and limestones) located to the southwest of the orebody. According to Murphy and Ohle (1968), the ore minerals occur mainly as open-space filling in fractured and brecciated andesite porphyry. The orebody, in cross section, resembles a sickle- or hook-

shaped feature. In this area, the geomagnetic field has  $67^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

We invert this ground magnetic data by assuming an interpretation model consisting of  $200 \times 40$  cells measuring 0.001 and 0.005 km in the  $x$ - and  $z$ -directions, respectively. We set  $\mu = 0.002$ ,  $f = 500$ ,  $\alpha = 10^7$ , and  $\tau = 0.01$ . The geometric elements ( $e_1$ – $e_4$ , Figure 9b) are introduced to produce an estimated source close to the interpretive geologic setting presented by Leney (1966), based on drilling information. We presume the orebody has remnant magnetization and perform several inversions, assuming different target magnetization and different magnetization directions. We assign to all geometric elements the target magnetization of 150 A/m and

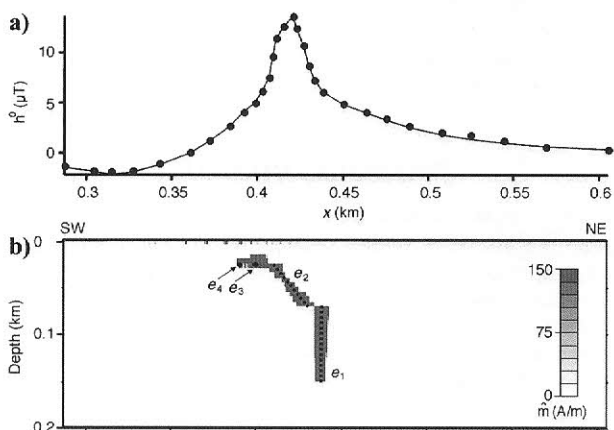


Figure 9. Iron Mountain Mine data. (a) Observed (circles) and fitted (solid line) total-field anomalies. (b) Estimated magnetization distribution (gray-scale cells), assigning a single target magnetization of 150 A/m to two axes ( $e_1$  and  $e_2$ ) and two points ( $e_3$  and  $e_4$ ) and assuming magnetization inclination of  $5^\circ$  and declination of  $180^\circ$ . The geomagnetic field has  $65^\circ$  inclination and  $0^\circ$  declination.

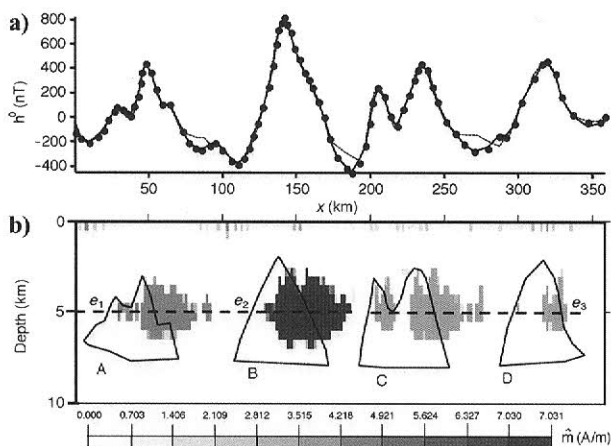


Figure 10. Hatton-Rockall Basin. (a) Observed (circles) and fitted anomalies produced by Edwards' (2002) interpretation (dashed line) and by the present method (solid line). (b) Edwards' (2002) interpretation using interactive forward modeling (polygons A–D, solid line) and estimated magnetization distribution using the present method (gray-scale cells), assuming axes  $e_1$ – $e_3$  and assigning them target magnetizations of 4.8, 7.0, and 3.7 A/m, respectively. Both results assume induced magnetization with inclination and declination of  $65^\circ$  and  $-7^\circ$ , respectively.

magnetization inclination and declination of  $-5^\circ$  and  $180^\circ$ , respectively. We arrive at these values by looking for an estimated solution that (1) explains the observations within the experimental errors, (2) is stable, and (3) does not present abrupt borders. The search is performed by trial and error.

The inversion result (Figure 9b) fits the observed anomaly (solid line, Figure 9a) and shows that the estimated magnetic ore geometry is consistent with the gravity interpretation presented by Leney (1966) but presents a smaller ore volume. This result is still reasonable because both magnetite and hematite, which make up to 80% of the iron ore, present a high-density contrast with the host rock. The magnetic contrast is mostly restricted to the magnetite, which makes up just 4% of the iron oxides in the orebody. The estimated shape of the iron still resembles the hook-shaped geometry of the true ore deposit reported by Leney (1966). In addition, our result is consistent with information reported by Murphy and Ohle (1968), that in the upper part of the Northwest Ore Body, the ore is largely massive hematite.

### Hatton-Rockall Basin

Figure 10a shows the total-field anomaly (circles) along a profile perpendicular to the linear magnetic anomaly in the south-southwestern part of the Hatton-Rockall Basin in the northeastern Atlantic Ocean (Edwards, 2002). Using interactive magnetic forward modeling in interpreting this magnetic data, Edwards (2002) tests four different models and chooses a geologic model displaying four disjoint sources presumably consisting of magnetic intrusions (sources A–D displayed as solid lines, Figure 10b) emplaced in a nonmagnetic upper crust underlying a nonmagnetic sedimentary pack (not shown). Figure 10a shows the fitted magnetic anomaly (thin dashed line) produced by Edwards' (2002) interpretation, in which he assumes induced magnetization and magnetic susceptibilities of the sources ranging from 0.1–0.19 units SI.

We apply our method to the anomaly in Figure 10a by establishing an interpretation model consisting of  $180 \times 20$  cells measuring 2 and 0.5 km in the  $x$ - and  $z$ -directions, respectively. We set  $\mu = 0.002$ ,  $f = 5000$ ,  $\alpha = 10^2$ , and  $\tau = 0.01$ . For all sources, the magnetization is assumed to be induced only, with  $65^\circ$  inclination and  $-7^\circ$  declination. Based on Edwards' (2002) interpretation, we specify the geometric elements ( $e_1$ – $e_3$ , Figure 10b) defining an approximate outline of the intrusions. Axes  $e_1$ – $e_3$  are assigned target magnetizations of 4.8, 7.0, and 3.7 A/m, respectively. The estimated magnetization distribution (gray-scale cells, Figure 10b) is not very close to Edwards' (2002) interpretation but displays a better anomaly fit as shown in Figure 10a (solid line). We stress that our results represent an alternative interpretation that, under the available geologic information, is neither better nor worse than Edwards' (2002) interpretation.

### CONCLUSIONS

We have presented a magnetic interpretation method that is a small step forward in interpreting interfering anomalies produced by complex sources. It combines the best features of interactive forward modeling (interactivity and flexibility of introducing geologic information) and of automatic inversion (the facility of automatically fitting observations).

In a user-friendly environment, the interpreter first defines a few geometric elements (points and line segments) specifying the source's framework. Next, the interpreter inputs the presumably

known magnetization vector for each source. The method then estimates the magnetization distribution that fits the observed anomaly within the measurement errors and consists of compact sources closely distributed about the specified geometric elements. The user may accept the solution or interactively change the magnetization vector and/or the number and position of the geometric elements.

Because the problem is formulated as an iteratively weighted minimum-norm estimator, processing time does not increase linearly with the number of cells. Rather, it increases rapidly with the number of observations. As a result, even geologic models displaying minute units and structures can be tested easily and quickly for compatibility with the magnetic anomaly by specifying a sufficiently fine grid of cells and sufficiently close geometric elements.

The extension of this approach to the 3D case has no methodological obstacles. It will require an efficient algorithm for solving a large system of linear equations, such as the conjugate gradient method, and a high-speed computer.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to Afif Saad (associate editor), José Carcione (assistant editor), Yonghe Sun (editor), Pierre Keating, Xiong Li, and an anonymous reviewer. Their valuable and constructive suggestions were of great help in improving the paper. This study was supported by the CTMINERAL (505265/2004-4) and Edital Universal (471168/2004-1) grants by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) in Brazil. The authors

were supported in this research by fellowships and under contract 504419/2004-8 from CNPq. V. C. F. B. was also supported by FAPERJ (grant E-26/170.733/2004).

#### REFERENCES

- Barbosa, V. C. F., and J. B. C. Silva, 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57–68.
- Camacho, A. G., F. G. Montesinos, and R. Vieira, 2000, Gravity inversion by means of growing bodies: *Geophysics*, **65**, 95–101.
- Edwards, W. J. F., 2002, Development of the Hatton-Rockall basin, Northeast Atlantic Ocean: *Marine and Petroleum Geology*, **19**, 193–205.
- Guillen, A., and V. Menichetti, 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, **49**, 1354–1360.
- Last, B. J., and K. Kubik, 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, **48**, 713–721.
- Leney, G. W., 1966, Field studies in iron ore geophysics, in D. A. Hansen, Jr., W. E. Heinrichs, R. C. Holmer, R. E. MacDougall, G. R. Rogers, J. S. Sumner, and S. H. Ward, eds., *Mining geophysics: Society of Exploration Geophysicists*, 391–417.
- Li, Y., and D. W. Oldenburg, 1996, 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, **61**, 394–408.
- Murphy, J. E., and E. L. Ohle, 1968, The Iron Mountain Mine, Iron Mountain, Missouri, in J. D. Ridge, ed., *Ore deposits of the United States, 1933–1967: American Institute of Mining Metallurgy Petroleum Engineers, Inc.*, 287–302.
- Portniaguine, O., and M. S. Zhdanov, 1999, Focusing geophysical inversion images: *Geophysics*, **64**, 874–887.
- , 2002, 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing: *Geophysics*, **67**, 1532–1541.
- Silva, J. B. C., and V. C. F. Barbosa, 2006, Interactive gravity inversion: *Geophysics*, **71**, J1–J9.