

CONTROLE DE NÍVEL EM UM TANQUE SUJEITO A PERTUBAÇÕES E MUDANÇAS DO VALOR DE REFERÊNCIA

Rafael de Oliveira Faria

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: João Carlos dos Santos Basilio

Rio de Janeiro Agosto de 2013

CONTROLE DE NÍVEL EM UM TANQUE SUJEITO A PERTUBAÇÕES E MUDANÇAS DO VALOR DE REFERÊNCIA

Rafael de Oliveira Faria

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO.

Aprovado por:

Prof. João Carlos dos Santos Basilio, Ph.D. (Orientador)

Prof. Marcos Vicente de Brito/Moreira, D.Sc.

<u>M Kuwakami Carvalho, D.Sc.</u>

Rio de Janeiro, RJ - Brasil Agosto de 2013 de Oliveira Faria, Rafael

Controle de nível em um tanque sujeito a pertubações e mudanças do valor de referência/Rafael de Oliveira Faria.

Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2013.
 XIV, 87 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: João Carlos dos Santos Basilio

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia de Controle e Automação, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 85 – 86.

 Controle de nível.
 Controladores Lógicos Programáveis.
 Válvula Proporcional.
 Modelagem matemática de sistemas.
 Projeto de Controladores.
 dos Santos Basilio, João Carlos.
 Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia de Controle e Automação.

A minha avó Maria da Silva Carvalho (in memoriam).

Agradecimentos

A Deus, que me guia e me dá forças todos os dias da minha vida.

Aos meus pais Antonio de Carvalho Faria e Cecília Maria de Oliveira Faria por me criarem e se esforçarem para que eu tivesse condições de estudar até aqui. Às minhas irmãs Ana Carolina de Oliveira Faria e Claudia de Oliveira Faria, por seus conselhos e troca de ideias. Sou feliz por fazer parte dessa família.

A todos os meus amigos. Primeiramente, aos companheiros da turma T-12, que ao longo de cinco anos compartilharam momentos bons e momentos difíceis. A nossa amizade tornou muito mais fácil e agradável cursar a graduação. Também agradeço aos amigos mais antigos e a todos aqueles que estão do meu lado e sempre me apoiam. Por fim, agradeço aos amigos que, durante minha viagem de intercâmbio, tive a oportunidade de conhecer e compartilhar momentos inesquecíveis. Guardarei as boas lembranças para a vida toda.

A minha namorada Bruna Beck Pereira, pelo seu amor e companheirismo, em todos os momentos, e pela compreensão, apoio e paciência que teve durante a elaboração deste trabalho.

Aos professores do LCA, Marcos Moreira e Lilian Kawakami, pelo apoio técnico e pela disponibilidade em ajudar.

Finalmente, gostaria de agradecer ao professor e orientador, João Carlos dos Santos Basilio, pelos ensinamentos, conselhos e horas de dedicação, sem os quais este trabalho não seria possível. Sem dúvidas sua orientação contribuiu muito para meu crescimento pessoal. Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Automação.

Controle de nível em um tanque sujeito a pertubações e mudanças do valor de referência

Rafael de Oliveira Faria

Agosto/2013

Orientador: João Carlos dos Santos Basilio Curso: Engenharia de Controle e Automação

Este trabalho consiste na modelagem e implementação de um sistema de controle de nível industrial, utilizando para tanto as teorias de identificação de sistemas e de controle clássico. O sistema utilizado é composto de dois recipientes de água: o tanque superior, que é o objeto dos estudos e o tanque inferior, que é apenas um reservatório de água. Há também uma bomba hidráulica (capaz de retirar água do reservatório inferior e enviála para o superior), duas válvulas de controle (uma proporcional e a outra *on-off*), um orifício de saída com uma mangueira reguladora e dois sensores (um de nível, interligado com o tanque superior, e outro de vazão, conectado na saída da bomba). O controle do sistema é feito por meio de um controlador lógico programável (CLP) programado em linguagem Ladder e de uma placa Arduíno, responsável por gerar um sinal de controle PWM para a válvula proporcional. Após a modelagem matemática e identificação do sistema, duas formas de funcionamento são propostas e alguns tipos de controladores são projetados.

Palavras-chave: Sistemas de controle, Identificação de parâmetros, Modelagem matemática de sistemas, Controle de nível, Controladores lógicos programáveis. Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Rafael de Oliveira Faria

August/2013

Advisor: João Carlos dos Santos Basilio Course: Automation and Control Engineering

This work deals with the modeling and implementation of a water level industrial control system and uses system identification and classic control theory. The system analyzed in this work has two recipients of water: the one placed above is used for water level control and the one placed below is just a reservoir. In addition, there are other elements in the system, such as hydraulic pump, two control valves (a proportional and an *on-off*), an outlet orifice and two sensors (level and flow sensors). The control system consists of a programmable logic controller (PLC) programmed using Ladder language and an Arduino board, responsible for generating a PWM control signal for the proportional valve. After the mathematical modeling of each component and parameter identification, two forms of operation are proposed for the system and the corresponding controllers are designed.

Keywords: Water level control, Programmable logic controller (PLC), Proportional valve, Mathematical modeling of control systems, Controller design.

Sumário

Lista de Figuras x				
Li	Lista de Tabelas x			xiv
1 Introdução		0	1	
2	Fun	damer	ntos teóricos	4
	2.1	Sisten	has lineares invariantes no tempo	4
		2.1.1	Estabilidade	6
		2.1.2	Análise de desempenho no domínio do tempo	7
		2.1.3	Índices de Desempenho	10
		2.1.4	Lugar das raízes	11
		2.1.5	Filtros para atenuação de ruídos	12
	2.2	Sisten	nas não lineares	14
	2.3	Identi	ficação do Modelo Matemático de Sistemas Lineares Estáveis . \ldots .	17
		2.3.1	Método dos mínimos quadrados	17
		2.3.2	Identificação de sistemas utilizando resposta ao degrau e o método	
			da área	18
		2.3.3	Sistema de primeira ordem sem atraso	19
		2.3.4	Sistema de segunda ordem sem atraso	20
	2.4	Projet	to de Controladores	21
		2.4.1	Princípio do Modelo Interno	23
		2.4.2	Anti-windup	25
3	Cor	npone	ntes físicos do sistema de controle	27
	3.1	Contr	roladores lógicos programáveis	27
		3.1.1	Introdução	27
		3.1.2	Funcionamento básico e programação do CLP	28
		3.1.3	Linguagem LADDER	29
	3.2	Válvi	ulas de Controle	31

		3.2.1	Válvula Solenoide	31
		3.2.2	Válvula Proporcional	31
	3.3	Funcio	onamento sequencial do sistema de controle	37
4	Mo	delage	m matemática do sistema	38
	4.1	Descri	ção do sistema	38
		4.1.1	Tanque	41
	4.2	Anális	e das medições e identificação dos parâmetros	42
		4.2.1	Sensor de nível	42
		4.2.2	Sensor de fluxo e bomba hidráulica	44
		4.2.3	Orifício de saída	47
		4.2.4	Válvula solenoide	50
		4.2.5	Válvula proporcional	53
		4.2.6	Modelos completos para os sistemas	61
5	Pro	jeto e	implementação dos controladores	62
	5.1	Especi	ificações de desempenho para o projeto	62
	5.2	Procee	dimento para obtenção dos dados	63
	5.3	Propo	sta de funcionamento I	64
		5.3.1	Comentário sobre a estabilidade da Proposta I	64
		5.3.2	Controle do tipo relé	66
		5.3.3	Controle Proporcional	67
		5.3.4	Controle Proporcional e Integral	70
	5.4	Propo	sta de Funcionamento II	76
		5.4.1	Comentário sobre a estabilidade para a Proposta II $\ .\ .\ .\ .$.	76
		5.4.2	Controle do tipo relé \hdots	77
		5.4.3	Controle Proporcional e Integral	78
6	Con	clusão	e Trabalhos Futuros	83
Re	Referências Bibliográficas			85
\mathbf{A}	Liga	ação el	étrica	87

Lista de Figuras

1.1	Tanque para controle de nível do laboratório LCA	3
2.1	Resposta ao degrau para um sistema de 1 ^a ordem, com $\tau = 1$ e $c_0 = 1$	8
2.2	Resposta ao degrau para sistemas de 2 ^a ordem, com diferentes valores de ζ .	9
2.3	A posição dos pólos no plano complexo está diretamente relacionada aos	
	parametros $\zeta \in \omega_n$, que determinam a característica de um sistema de 2 ^a	
	ordem	10
2.4	Lugar das Raízes de um sistema com Função de Transferência em malha	
	aberta $A(s) = k \frac{s+1}{s(s+3)(s+4)}$	12
2.5	Sinal com ruído obtido de um sensor de nível. O nível foi mantido constante	
	e o sensor foi ligado e desligado, durante a medição	13
2.6	Sinal filtrado utilizando diferentes constantes de tempo τ	14
2.7	Gráfico representativo da função saturação	15
2.8	Gráfico representativo da função relé	15
2.9	Histerese com dois "caminhos" distintos no mesmo gráfico	16
2.10	A zona morta ocorre devido às inércias dos sistemas	16
2.11	A folga é uma não-linearidade comum em sistemas mecânicos que possuem	
	engrenagens	17
2.12	Resposta ao degrau de amplitude A para um sistema de 1ª ordem sem atraso.	19
2.13	Resposta ao degrau de amplitude A para um sistema de 2^{a} ordem sem	
	atraso, com $\zeta = 1$ e $\omega_n = 1$.	21
2.14	Malha de controle, mostrando os principais elementos de um sistema de	
	controle realimentado.	22
2.15	Esquema de um circuito anti-windup analógico.	26
3.1	Controlador lógico programável	28
3.2	Etapas do ciclo de varredura.	29
3.3	Servomotor.	32
3.4	O resolver é utilizado para sensorear velocidade e posição	33

3.5	Servomotor e o efeito de diferentes larguras de pulso no posicionamento	34
3.6	Diferentes características de fluxo das válvulas de controle. O valor $\alpha=80$	
	foi utilizado para o fluxo de igual porcentagem	35
3.7	Engrenagem do tipo helicoidal.	36
3.8	A placa eletrônica Arduíno é compacta e possui interface com o usuário	
	descomplicada.	36
4.1	Representação esquemática do tanque utilizado neste trabalho	38
4.2	Esquema completo dos componentes do sistema de controle	39
4.3	Diagrama de blocos no domínio da frequência	40
4.4	Representação do tanque utilizando as taxas de variação de entrada e saída \hfill	
	e a vazão resultante.	42
4.5	Neste gráfico, está representado o nível de água no tanque principal, me-	
	dido com auxílio de uma régua milimetrada, em função da tensão gerada	
	no sensor de nível. A reta de ajuste fornece o coeficiente utilizado para	
	calibração do sensor.	44
4.6	Dados de uma medição do sensor de nível obtida pela entrada analógica do	
	PLC. Também é mostrada a resposta ao degrau da função de transferência	
	utilizada para representar o sensor	45
4.7	Dados obtidos do sensor de fluxo e a resposta ao degrau do sistema modelado.	46
4.8	Nível do tanque medido pelo sensor de nível, enquanto a bomba estava	
	constantemente acionada. Nota-se pela inclinação que o fluxo gerado pela	
	bomba apresenta pertubações	47
4.9	Vazão do orifício de saída, quando totalmente aberto, em função do nível.	
	Nota-se que o fluxo é turbulento, porém encontra-se uma região linear em \hfill	
	torno da faixa de operação 60mm a 120mm	48
4.10	Diagrama de blocos modificado, apresentando a modelagem do orifício de	
	saída	49
4.11	${\rm Dados}$ da vazão em função do nível de água, obtidos com a válvula solenoide	
	aberta. Observa-se que o fluxo de água é laminar. A ajuste linear dos dados	
	também encontra-se na figura	51
4.12	Diagrama de blocos completo, quando utilizada a válvula solenoide. $\ .\ .$.	52
4.13	Diagrama de blocos da válvula de controle proporcional	53
4.14	Gráfico da posição angular do servomotor em função do tempo, para um	
	comando de fechamento completo (160°) a partir da posição totalmente	
	aberta (0°) .	54

4.15	Dados da vazão máxima $f'_{vpmax}(t)$ em função do nível de água $h(t)$, medidos	
	com a válvula proporcional totalmente aberta.	55
4.16	Dados medidos da porcentagem da vazão máxima da válvula em função do	
	seu grau de abertura	56
4.17	Relação normalizada entre o sinal de abertura $x(t)$ e o sinal de modulação	
	da vazão $f_{vp\%}$. O comportamento do fluxo é o de uma válvula de abertura	
	rápida.	57
4.18	O sinal de controle é operado pela função inversa à função de característica	
	de fluxo da válvula com a intenção de tornar linear a relação entre sinal de	
	saída do controlador $u(t)$ e a vazão em $mm/s f'_{yalv}(t)$	58
4.19	Relação entrada-saída da válvula o resultado do cancelamento da não line-	
	aridade	59
4.20	Diagrama de blocos completo, quando utilizada a válvula proporcional	60
5.1	Função que relaciona a saída do controlador com histerese intencional, de	
	largura $h = 0.6mm$, com o erro e em sua entrada	67
5.2	Sinal de controle gerado pelo controlador do tipo relé, obtido na simulação.	67
5.3	Resposta do sistema $h(t)$ a variações no valor de referência, simulada e	
	obtida no tanque experimental, para o controlador do tipo relé	68
5.4	Resposta do sistema $h(t)$ a pertubações, quando utilizado o controlador do	
	tipo relé	69
5.5	Diagrama do método do lugar das raízes para o projeto do controle pro-	
	porcional	70
5.6	Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional, obtido na simulação.	71
5.7	Resposta do sistema $h(t)$ a variações do valor de referência, simulada e	
	obtida no tanque experimental, para o controlador proporcional. \ldots .	72
5.8	Resposta do sistema utilizando o controlador proporcional, ao se inserir	
	pertubações aleatórias. O controle proporcional não é capaz de manter o	
	nível na referência $90mm$	73
5.9	Diagrama do método do lugar das raízes para o projeto do controle pro-	
	porcional e integral	74
5.10	Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional e integral, obtido	
	na simulação.	74
5.11	Resposta do sistema $h(t)$ a variações do valor de referência, simulada e	
	obtida no tanque experimental, para o controlador proporcional e integral.	75
5.12	Resposta do sistema utilizando o controlador proporcional e integral, ao se	
	inserir pertubações aleatórias.	75

Diagrama da ação do controlador na proposta de funcionamento II. $\ .\ .$.	76
Diagrama de blocos completo do sistema para a proposta de funcionamento	
II	77
Controlador do tipo relé com histerese, utilizado na bomba (a) e na válvula	
solenoide (b)	78
Sinal de controle do controlador da bomba (parte superior do gráfico) e do	
controlador da válvula solenoide (parte inferior), obtido na simulação	79
Resposta do sistema $h(t)$ a variações do valor de referência, simulada e	
obtida no tanque experimental, utilizando controladores do tipo relé para	
a válvula solenoide e para a bomba	80
Resposta do sistema, utilizando controladores do tipo relé para a válvula	
solenoide e para a bomba, ao se inserir pertubações aleatórias	80
Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional e integral, obtido	
na simulação.	81
Resposta do sistema $h(t)$ a variações do valor de referência, simulada e	
obtida no tanque experimental, ao utilizar o controlador proporcional e	
integral para a válvula proporcional e um controlador do tipo relé para a	
bomba	81
Resposta do sistema a pertubações aleatórias, utilizando o controlador pro-	
porcional e integral para a válvula proporcional e um controlador do tipo	
relé para a bomba.	82
Diagrama das conexões elétricas que devem ser feitas no CLP	87
	Diagrama da ação do controlador na proposta de funcionamento II Diagrama de blocos completo do sistema para a proposta de funcionamento II

Lista de Tabelas

4.1	Dados obtidos ao se medir a tensão E_n , em Volts, correspondente a um	
	dado nível constante, em mm	43
4.2	Valores calculados para obtenção do fluxo de entrada $f_{in}(t)$ da bomba. $\ .$.	46
4.3	Dados obtidos para o nível de água em função do tempo com o orifício	
	aberto	47
4.4	Dados do nível de água em função do tempo	50
4.5	Conjunto de valores de τ obtidos em diferentes medições	54
4.6	Resumo das funções de transferência e dos parâmetros utilizados	61
5.1	Parâmetros de desempenho da resposta, obtida para o controlador propor-	
	cional	69
5.2	Valores dos ganhos utilizados no projeto do controlador PI	71
5.3	Parâmetros de desempenho da resposta, obtida para o controlador propor-	
	cional e integral.	72

Capítulo 1

Introdução

A indústria moderna necessita, cada vez mais, de sistemas automáticos no processo de produção. Esses sistemas são de grande confiabilidade e precisão, sendo essenciais para manter a alta produtividade requerida atualmente. Como parte dos sistemas automáticos, tem-se os sistemas de controle, que visam manter uma certa variável de processo em um valor desejado. Para tanto, deve-se dispor de sensores que forneçam o valor da variável de processo e de um controlador, o qual compara o valor atual dessa variável com o valor desejado e aplica uma lógica em uma variável manipulada, a fim de que a variável de processo atinja o valor requerido.

Existem diversas maneiras de se programar a lógica dos controladores e, no ambiente industrial, um tipo de controlador, o PID, se tornou o mais famoso graças à sua simplicidade de ajuste (apenas três parâmetros) e praticidade. Há na literatura diversos métodos para ajuste dos parâmetros, como os propostos por Ziegler & Nichols [1] e Basilio & Matos [2]. No entanto, para melhor controlar um processo, é preciso que se conheça bem cada um dos seus componentes físicos.

Por meio de técnicas para identificação de parâmetros, pode-se obter um modelo matemático que represente os componentes do sistema de controle e, por consequência, o sistema global. O trabalho aqui proposto utiliza o método das áreas, para identificação dos parâmetros de modelos de primeira e segunda ordem, usualmente representados por funções de transferência. Feita a modelagem e dispondo de um programa de simulação computacional, pode-se estudar, analisar, testar, ajustar e verificar virtualmente o comportamento do sistema com diferentes controladores e, em seguida, implementar o controlador no sistema real.

O trabalho aqui proposto utiliza, para o projeto do controlador, o diagrama do lugar raízes. Além disso, utiliza-se o princípio do modelo interno [3] como uma diretriz para escolher a estratégia de controle que atende aos objetivos de desempenho, a serem definidos posteriormente.

A proposta deste trabalho é preparar um tanque para controle de nível, montado na bancada do Laboratório de Controle e Automação (UFRJ), conforme mostra a figura 1.1, para ser utilizado como experimento prático do curso de Controles Industriais. Para tanto, foi feita a instalação dos componentes, ligação elétrica (apêndice A), modelagem matemática e o projeto de controladores para verificar o funcionamento do sistema.

É importante salientar que durante o projeto de um sistema de controle surgem muitas dificuldades, como não linearidades e a presença de ruídos, além de possíveis pertubações. O tanque utilizado apresentou todas essas características e, portanto, possui as condições necessárias para servir como instrumento de aprendizagem aos alunos. Uma outra contribuição deste trabalho foi o projeto de uma válvula de controle proporcional, que permite um controle mais suave e preciso do que a válvula *on-off*, original da planta.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: no capítulo 2 é apresentada uma revisão teórica necessária para a compreensão do trabalho; no capítulo 3 são descritos os componentes físicos mais importantes do sistema de controle; no capítulo 4 encontra-se a descrição detalhada da planta utilizada (tanque) e a modelagem dos componentes do sistema; no capítulo 5, são mostrados os passos para o projeto do controlador, como a definição dos objetivos de desempenho, determinação dos parâmetros do controlador e a análise dos resultados para cada tipo de controle testado; no capítulo 6, apresenta-se um resumo dos resultados e a sugestão de melhorias e trabalhos futuros.



Figura 1.1: Tanque para controle de nível do laboratório LCA.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

Este capítulo apresenta uma revisão dos fundamentos teóricos necessários para compreender o trabalho desenvolvido. Começaremos apresentando na seção 2.1 o conceito de Sistemas Lineares Invariantes no Tempo (SLIT), suas principais características e propriedades. A seguir, na seção 2.2, descreveremos os Sistemas não lineares, os principais casos de não linearidades e como linearizar o sistema para estudá-lo com as ferramentas matemáticas desenvolvidas para SLITs. Os métodos necessários para a identificação de um modelo matemático de sistemas serão apresentados na seção 2.3. Por fim, na seção 2.4 será apresentada a teoria necessária para realizar o projeto de controladores.

2.1 Sistemas lineares invariantes no tempo

Um sistema nada mais é do que uma parte do universo que é isolada a fim de se concentrar nela a atenção e aprofundar sua análise. Na física, os sistemas dinâmicos são aqueles que mudam e interagem com o restante do universo. Pode-se citar, como exemplo, um tanque no qual se deseja controlar o nível de água.

Entender profundamente esses sistemas é fundamental para a análise e projeto de sistemas de controle. Um bom projeto de controlador, como será visto mais adiante, requer um bom estudo e modelagem matemática dos SLITs.

Nesse contexto, alguns conceitos precisam ser definidos. Um desses conceitos mais importantes é o de linearidade. Para tanto, sejam $y_1(t) \in y_2(t)$ duas saídas de um sistema correspondentes às entradas $u_1(t) \in u_2(t)$, respectivamente. Esse sistema será linear se obedecer às seguintes propriedades:

- (1) Homogeneidade: Se $u_2(t) = \alpha u_1(t), \alpha \in \mathbb{R}$, então $y_2(t) = \alpha y_1(t)$ e
- (2) Aditividade: Se $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$, então $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$.

No processo de estudo de um sistema, uma das etapas mais importantes é a construção de um modelo matemático que representa o comportamento do sistema. Uma das ferramentas mais utilizadas são as equações diferenciais ordinárias (EDOs). Seja u(t) a entrada do sistema e y(t) a correspondente saída. Então a EDO pode ser genericamente escrita da seguinte forma:

$$y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t), u^{(m)}(t), \dots, \dot{u}(t), u(t), t),$$
(2.1)

sendo $m \le n \in y(0), \dot{y}(0), ..., y^{(n-1)}(0), u(0), \dot{u}(0), ..., u^{(m)}(0)$ as condições iniciais.

A equação (2.1) mostra que podem haver diversas derivadas da entrada e da saída, desde que a ordem da derivada da entrada não seja maior que a ordem da derivada da saída. Caso isso ocorresse, o sistema seria impróprio ou antecipativo, um tipo inexistente no mundo real. O modelo obtido permite resolver o problema da análise em controle, isto é, saber qual será a saída do sistema ao ser aplicada uma determinada entrada conhecida.

Escreva, agora, a EDO escrita na seguinte forma:

$$y^{(n)}(t) + \alpha_{n-1}(t)y^{(n-1)}(t) + \dots + \alpha_1(t)\dot{y}(t) + \alpha_0(t)y(t) = \beta_m(t)u^{(m)}(t) + \dots + \beta_1(t)\dot{u}(t) + \beta_0(t)u(t), \qquad (2.2)$$

em que $\alpha_i(t) \in \beta_j(t) \in \mathbb{R}$, i = 0, 1, ..., n - 1 e j = 0, 1, ..., m. Em certos sistemas, os coeficientes $\alpha_i(t) \in \beta_j(t)$ são constantes. Esses sistemas recebem o nome sistemas lineares invariantes no tempo (SLIT).

Existem alguns métodos para achar a solução das EDO invariantes no tempo, dentre os quais destaca-se a transformada de Laplace. Após aplicar a transformada de Laplace à equação (2.2) e considerando condições iniciais nulas, obtém-se a expressão:

$$(s^{n} + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_{0})Y(s) = (\beta_{m}s^{m} + \beta_{m-1}s^{m-1} + \dots + \beta_{0})U(s), \qquad (2.3)$$

em que $U(s) = \mathcal{L}{u(t)}$ e $Y(s) = \mathcal{L}{y(t)}$. Podemos, então, enunciar o seguinte resultado: **Teorema 2.1** (Teorema Geral dos SLITs). Dado um SLIT com entrada u e saída y, é sempre possível escrever:

$$Y(s) = G(s)U(s), (2.4)$$

sendo que o termo G(s) é referido como a função de transferência (FT) do sistema e depende apenas dos coeficientes da EDO.

A obtenção de modelos matemáticos pode ser feita, geralmente de duas formas: (i) quando se conhece bem as leis Físicas, basta aplicá-las e o resultado será uma EDO que pode ser escrita no domínio da frequência como descreve a equação (2.4).

(ii) Quando o sistema for desconhecido ou muito complicado de se analisar pela Física, utilizam-se métodos para identificação de SLITs, como será visto mais adiante neste trabalho.

Nas subseções a seguir, serão apresentados alguns conceitos para a caracterização de sistemas.

2.1.1 Estabilidade

Uma das formas de se analisar a estabilidade de sistemas é por meio da chamada estabilidade BIBO *(Bounded Input, Bounded Output)*. Um sistema relaxado qualquer será BIBO estável se e somente se, para toda entrada limitada a saída correspondente também for limitada.

O conceito de estabilidade BIBO é bem mais abrangente do que a definição acima e pode ser aplicado a sistemas não relaxados, lineares ou não-lineares e invariantes no tempo ou não. O problema é que seria impossível testar todas as entradas limitadas e verificar cada saída.

O teorema a seguir permite verificar a estabilidade de um SLIT de forma simples:

Teorema 2.2 (Estabilidade BIBO de SLITs). Um SLIT relaxado é BIBO estável se e somente se todos os pólos de sua função de transferência pertencerem ao semiplano esquerdo aberto do plano complexo.

2.1.2 Análise de desempenho no domínio do tempo

Para analisar o comportamento de sistemas, alguns procedimentos são utilizados. Os mais conhecidos são a resposta ao degrau e a resposta em frequência.

Resposta ao degrau

O sinal degrau representa uma mudança instantânea do valor de referência e pode ser definido como:

$$u(t) = \begin{cases} 1, \text{se } t \ge 0\\ 0, \text{se } t < 0 \end{cases}$$
(2.5)

É interessante observar que a quantidade de pólos, bem como as suas posições no plano complexo determinam saídas conhecidas para certas entradas como, por exemplo, o sinal degrau.

Sistemas de 1^a ordem

Os sistemas lineares e invariantes no tempo de 1^a ordem podem ser representados, genericamente, pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{n_1 s + n_0}{s + d_0} = k_1 + \frac{k_2}{s + d_0},$$
(2.6)

em que $n_1, n_0, d_0, k_1 \in k_2 \in \mathbb{R}$.

Conclui-se, então, que qualquer SLIT de 1^a ordem pode ser decomposto como um ganho (sistema estático) mais uma FT estritamente própria. Dessa forma, será considerada apenas a parte estritamente própria, com um novo numerador k, para determinar o comportamento do sistema. A saída Y(s), para uma entrada igual a um degrau unitário (U(s) = 1/s), é dada por:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{k}{s+d_0} \frac{1}{s},$$
(2.7)

que é expressa no domínio do tempo como:

$$y(t) = k(1 - e^{-d_0 t}), \quad \text{se } t \ge 0.$$
 (2.8)

Finalmente, pode-se reescrever a função de transferência como:

$$G(s) = \frac{k}{s+d_0} = \frac{c_0}{\tau s+1},$$
(2.9)

sendo $\tau = 1/d_0$ e $c_0 = k/d_0$. A figura 2.1 ilustra a resposta do sistema, utilizando como exemplo $\tau = 1$ e $c_0 = 1$.



Figura 2.1: Resposta ao degrau para um sistema de 1ª ordem, com $\tau = 1$ e $c_0 = 1$.

Sistemas de 2^a ordem

Os SLITs de 2^a ordem estritamente próprios possuem 2 pólos e podem ou não conter um zero. É possível fazer uma análise da resposta de um sistema de 2^a ordem sem zeros e depois analisar o efeito da introdução de um zero. A função de transferência de um sistema de 2^a ordem sem zeros pode ser escrita como:

$$G(s) = \frac{k}{s^2 + d_1 s + d_0} = \frac{k}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2},$$
(2.10)

sendo ζ o fator de amortecimento e ω_n a frequência natural do sistema. A partir da equação (2.10), pode-se calcular os pólos da função de transferência G(s) como:

$$p_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}.$$
 (2.11)

Dependendo do valor de ζ , a natureza dos pólos mudará e isso se manifestará em comportamentos diferentes para a resposta ao degrau do sistema. Três casos principais, representados na figura 2.2, podem ocorrer:

(1) $\zeta > 1$: Os pólos são reais e distintos, o sistema é superamortecido e tende a ser mais lento que os demais casos.

(2) $\zeta = 1$: Os pólos são reais e iguais, o sistema é superamortecido e tende a ser lento, porém mais rápido que para $\zeta > 1$.

(3) $\zeta < 1$: Os pólos são complexos conjugados, o sistema é subamortecido e apresenta ultrapassagem (*overshoot*).



Figura 2.2: Resposta ao degrau para sistemas de 2^a ordem, com diferentes valores de ζ .

Pode-se, também, representar os pólos no plano complexo para se obter mais informações acerca dos parâmetros $\omega_n \in \zeta$. Na figura 2.3 observa-se um dos pólos complexos e nota-se que o ângulo Φ , que mede a inclinação do polo em relação ao eixo real, permite determinar ζ , uma vez que cos $\Phi = \zeta$.



Figura 2.3: A posição dos pólos no plano complexo está diretamente relacionada aos parâmetros $\zeta \in \omega_n$, que determinam a característica de um sistema de 2^{*a*} ordem.

2.1.3 Índices de Desempenho

Os índices de desempenho permitem a comparação numérica entre os desempenhos de diversos sistemas a partir da sua resposta ao degrau. São eles: tempo de subida (T^r) , percentual de ultrapassagem (PO) e tempo de acomodação (T^s) .

Tempo de subida a $p_{\%}$

O tempo de subida indica o tempo necessário para que o estado transitório alcance $p_{\%}$ do valor de referência. Para SLITs de primeira ordem, com função de transferência $G(s) = c_0/(\tau s + 1)$, pode-se determinar esse parâmetro analiticamente como:

$$T_{p_{\infty}}^r = -\ln(1 - p/100)\tau.$$
 (2.12)

No caso geral, porém, não há fórmulas para se calcular esse parâmetro, o qual deve ser medido para cada caso.

Percentual de ultrapassagem

O percentual de ultrapassagem é utilizado quando há oscilações na resposta e mede o quanto a saída ultrapassa o valor de regime permanente y_r . Sendo y^* o valor máximo, tem-se que:

$$PO = \frac{y^* - y_r}{y_r} 100\%.$$
 (2.13)

Tempo de acomodação em $p_{\%}$

Novamente, esse parâmetro só se aplica caso a saída oscile. Mede o tempo necessário para a saída enquadrar-se numa faixa de $p_{\%}$ para mais ou para menos em relação ao valor de regime. Os seguintes valores são aceitos como boas aproximações:

$$T_{10_{\%}}^s \approx \frac{2}{\zeta\omega_n} \quad ; \quad T_{2_{\%}}^s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}.$$
 (2.14)

2.1.4 Lugar das raízes

Para controlar um sistema em malha fechada, introduz-se no controlador um ganho K variável que permite sintonizar a malha. O efeito da introdução desse ganho é alterar as raízes do denominador da função de transferência que descreve o sistema em malha fechada.

O denominador do sistema realimentado (malha fechada) sempre pode ser escrito da seguinte forma:

$$1 + K \frac{n(s)}{d(s)} = 0 \tag{2.15}$$

sendo $K \in \mathbb{R}$. Os polinônimos n(s) e d(s) são, respectivamente, o numerador e o denominador da função de transferência em malha aberta. Todos os números complexos $s = \sigma + j\omega$ que satisfazem a equação (2.15) pertencem ao chamado lugar das raízes. Na figura 2.4, vemos um exemplo de diagrama do lugar das raízes de um sistema de 3^a ordem com um zero. Ao variar o ganho K, os pólos se movem ao longo do diagrama, enquanto os zeros permanecem na mesma posição.

Por meio desse método é possível visualizar e determinar, em função da variação do ganho K, como cada pólo de malha aberta ficará posicionado na malha fechada. Pode-se também identificar faixas de valores para K para os quais o sistema realimentado é estável ou instável e, além disso, determinar o ajuste do ganho K para que o sistema apresente o melhor desempenho possível.



Figura 2.4: Lugar das Raízes de um sistema com Função de Transferência em malha aberta $A(s) = k \frac{s+1}{s(s+3)(s+4)}$

2.1.5 Filtros para atenuação de ruídos

Um filtro é um sistema capaz de selecionar determinadas frequências colocadas em sua entrada. O filtro passa-baixas, por exemplo, permite que baixas frequências em sua entrada apareçam na saída, enquanto as altas frequências são rejeitadas.

Uma das principais utilizações dos filtros é para atenuar ruídos de medição. Esse tipo de ruído é inevitável nas medições, pois os sensores não possuem precisão infinita. Os ruídos são, em geral, oscilações de alta frequência e baixa amplitude e, por isto, podem ser atenuados com os filtros passa-baixas. Dessa forma, se a entrada desse filtro for um sinal com ruído, a saída apresentará predominantemente as componentes de menor frequência, justamente aquelas que representam melhor o valor da grandeza medida.

O filtro mais simples de ser projetado é o de 1^a ordem, sendo necessário ajustar apenas um parâmetro: a constante de tempo τ . Esse filtro é representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}.$$
 (2.16)



Figura 2.5: Sinal com ruído obtido de um sensor de nível. O nível foi mantido constante e o sensor foi ligado e desligado, durante a medição.

Ao escolher a constante τ deve-se levar em conta que quanto maior τ , mais o ruído será atenuado, porém o sistema ficará mais lento, demorando para atingir o valor correto da medição. Assim, é preciso escolher o menor τ possível que deixe o sinal com o ruído em níveis aceitáveis. Eliminar totalmente o ruído é impraticável, pois desejamos um sistema rápido. As figuras 2.5 e 2.6 apresentam, respectivamente, um sinal medido por um sensor e esse mesmo sinal após serem introduzidos filtros com diferentes constantes de tempo. Conclui-se, a partir da figura 2.6, que, para este caso, um filtro de 1^a ordem com $\tau = 0,1$ atenua o ruído de medição sem contudo deixar o sistema muito lento.

Observação 2.1. A menos que seja dito o contrário, os sinais mostrados no restante deste trabalho serão filtrados por um filtro de 1^a ordem com $\tau = 0,1$.



Figura 2.6: Sinal filtrado utilizando diferentes constantes de tempo τ .

2.2 Sistemas não lineares

Os sistemas não lineares são todos os sistemas que **não** apresentam o comportamento linear, definido na seção 2.1. No decorrer do texto e nos gráficos a seguir, U irá denotar o valor da entrada e Y o valor da saída das funções. Os principais tipos de não linearidades são: saturação, relé, relé com histerese, zona morta e folga.

Saturação

A função saturação apresenta uma zona linear e acima (ou abaixo) desta zona existe um limite superior, como mostra a figura 2.7. Ela é típica dos atuadores, que sempre apresentam um limite físico para sua ação: por exemplo, motores giram até uma certa velocidade limite e válvulas abrem ou fecham até determinada posição.

Uma consequência da saturação é agir como um ganho variável no sistema, o que pode resultar em mudanças das características projetadas e até mesmo em instabilidade. Outro efeito importante que a saturação provoca é o *windup* em um controlador com ação



Figura 2.7: Gráfico representativo da função saturação.

integral. Se o atuador saturar, o erro continuará a ser integrado e ocorrerá um acúmulo do termo integral do controlador, tendo como resultado um transitório insatisfatório. Para resolver esse problema, deve-se sempre criar um mecanismo *anti-windup*, conforme será visto na seção 2.4.2.

Relé

Um relé é uma chave eletromecânica capaz de permitir ou bloquear a passagem de corrente em um circuito. Usualmente é composto de um eletroímã e contatos elétricos [4]. Funções lógicas podem também ser implementadas para ter a mesma característica de um relé físico. Considerando um atuador ou controlador que apresente somente dois estados (ligado ou desligado), pode-se descrever sua função conforme a figura 2.8.



Figura 2.8: Gráfico representativo da função relé.

Relé com histerese

Na prática, é inviável implementar um controlador somente com relé, porque para valores da variável de processo próximos do valor de referência aconteceria uma oscilação de alta frequência e o desgaste mecânico danificaria rapidamente o componente. Para atenuar esse problema, considera-se que a saída do processo y pode variar dentro de uma faixa em torno do valor de referência. A função que representa essa proposta está ilustrada na figura 2.9 e esse efeito é conhecido como histerese.



Figura 2.9: Histerese com dois "caminhos" distintos no mesmo gráfico.

Zona morta

Algumas vezes, os atuadores, por causa de sua inércia, não se movimentam até que seja aplicada uma entrada de controle superior a um valor d, como na figura 2.10. Sempre que possível, deve-se aplicar algum tipo de compensação para anular a dinâmica não linear da zona morta.



Figura 2.10: A zona morta ocorre devido às inércias dos sistemas.

Folga

Na figura 2.11 é observado o efeito conhecido como folga ou *backlash*. É muito comum em engrenagens, já que existe um espaço entre dentes. Por causa dessa folga, ao inverter o sentido de rotação, a engrenagem comandante gira uma certa distância sem provocar deslocamento na outra engrenagem.



Figura 2.11: A folga é uma não-linearidade comum em sistemas mecânicos que possuem engrenagens.

2.3 Identificação do Modelo Matemático de Sistemas Lineares Estáveis

De um modo geral, a identificação de SLITs pode ser feita de três formas:

- (1) A partir da resposta em frequência;
- (2) A partir da resposta ao degrau;
- (3) A partir da resposta a uma entrada arbitrária (estimação paramétrica).

Esses métodos devem ser utilizados supondo que a planta seja linear. Na realidade, toda planta é não-linear, por causa de saturações e outras possíveis não linearidades. Neste trabalho, utilizaremos o método dos mínimos quadrados para realizar o ajuste linear de funções obtidas no processo de modelagem.

2.3.1 Método dos mínimos quadrados

Supondo que foram coletados dados em um vetor u, que representa o domínio (eixo das abscissas) de uma função, e em um vetor y, que representa a imagem da função,

podemos utilizar o método dos mínimos quadrados para encontrar o melhor ajuste dessa função a uma forma funcional desejada. Por exemplo, para ajuste linear, utiliza-se a função:

$$y = \alpha u + \beta, \tag{2.17}$$

sendo $\alpha \in \mathbb{R}$. Para *n* medidas, temos:

$$y_{1} = \alpha u_{1} + \beta,$$

$$y_{2} = \alpha u_{2} + \beta,$$

$$\vdots$$

$$y_{n} = \alpha u_{n} + \beta.$$

(2.18)

Isso é o mesmo que escrever $A\vec{x} = \vec{b}$ utilizando as matrizes:

$$\begin{bmatrix} u_1 & 1 \\ u_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ u_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$
(2.19)

O melhor ajuste é aquele que minimiza um erro. O tipo de erro escolhido é o erro quadrático, uma vez que não é desejável que um erro positivo cancele um erro negativo. A solução que minimiza o erro quadrático entre os vetores $Ax \in b$ pode ser encontrada [5] utilizando Álgebra Linear, sendo dada por:

$$\vec{x} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{b}.$$
 (2.20)

2.3.2 Identificação de sistemas utilizando resposta ao degrau e o método da área

Conforme visto no início da seção 2.3, existem três maneiras principais de se identificar um sistema. Para sistemas de baixa ordem, utilizaremos, por simplicidade e eficiência, a resposta ao degrau.

2.3.3 Sistema de primeira ordem sem atraso

Considere um sistema de primeira ordem sem atraso, cuja função de transferência é descrita como:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1},\tag{2.21}$$

sendo K o ganho estático desse sistema e τ a sua constante de tempo. A resposta desse sistema para um degrau de amplitude A, é apresentada na figura 2.12. A área sombreada



Figura 2.12: Resposta ao degrau de amplitude A para um sistema de 1ª ordem sem atraso.

 A_0 é dada por:

$$A_{0} = \int_{0}^{\infty} [KA - y(t)] dt = \int_{0}^{\infty} [KA - KA + KAe^{t/\tau}] dt = -KA\tau e^{-t/\tau}]_{0}^{\infty} = KA\tau.$$
(2.22)

Portanto, a constante τ desejada é obtida pela seguinte fórmula:

$$\tau = \frac{A_0}{KA},\tag{2.23}$$

sendo KA o valor da saída em estado permanente, também denominado y_{∞} . Esse valor pode ser encontrado calculando-se a média dos valores de y a partir de um tempo em que a resposta esteja próxima de um valor assintótico. Dessa forma, pode-se determinar o ganho DC do sistema como:

$$K = \frac{y_{\infty}}{A}.$$
 (2.24)

O processo algorítmico para determinar a função de transferência do sistema é descrito a seguir:

Algoritmo 2.1.

- 1. Aplicar um degrau de amplitude A e medir a resposta y(t) com um sensor.
- 2. Determinar y_{∞} utilizando a média dos valores y da saída em estado permanente (a partir de um instante t_s).
- 3. Fazer um ajuste polinomial para suavizar a resposta y(t) que contém ruídos.
- 4. Utilizar integração numérica para calcular A_0 e assim, obter τ pela fórmula (2.23).
- 5. Substituir $y_{\infty} e \tau$ na equação (2.21).

2.3.4 Sistema de segunda ordem sem atraso

Na seção 2.1.2 vimos os formatos de resposta para um sistema de 2^a ordem. Considera-se, por simplicidade, que o sistema é de 2^a ordem sem zeros, como ilustrado na figura 2.13, sendo a região entre o valor da resposta em estado permanente e a própria resposta definida como a área A_0 .

Outra simplificação importante é considerar o sistema como criticamente amortecido, quando sua resposta y(t) for monotonicamente crescente. Essas considerações geram boas aproximações para sistemas cujas respostas possuem derivadas próximas de zero em t = 0. Para os sistemas com características preponderantemente superamortecidas, podese modelá-los como criticamente amortecidos mais um atraso.

Para um sistema de 2^a ordem, sem zeros, sem atrasos e com $\zeta = 1$, a função de transferência é dada por:

$$G(s) = \frac{Kw_n^2}{(s+w_n)^2} = \frac{Kw_n^2}{w_n^2(\frac{1}{w_n}s+1)^2} = \frac{K}{(\frac{1}{w_n}s+1)^2},$$
(2.25)



Figura 2.13: Resposta ao degrau de amplitude A para um sistema de 2ª ordem sem atraso, com $\zeta = 1$ e $\omega_n = 1$.

sendo K o ganho estático do sistema e w_n a frequência natural definida na seção 2.1.2. Definindo $\tau = 1/w_n$ e aplicando a transformada inversa de Laplace, obtém-se:

$$y(t) = KA[1 - e^{-t/\tau} - (t/\tau)e^{-t/\tau}].$$
(2.26)

Assim, a área A_0 será numericamente igual à seguinte integral:

$$A_0 = \int_0^\infty \left[KA - y(t) \right] dt = \int_0^\infty KA \left[1 - e^{-t/\tau} - (t/\tau)e^{-t/\tau} \right] dt$$
(2.27)

Calculando-se a integral acima encontra-se:

$$\tau = \frac{A_0}{2KA} \tag{2.28}$$

Portanto, para determinar o valor de τ e identificar o sistema, basta seguir o algoritmo 2.1, utilizando para o cálculo de τ a fórmula (2.28).

2.4 Projeto de Controladores

O projeto de um sistema de controle consiste em encontrar um compensador que torne o sistema realimentado estável e com uma resposta que atenda às especificações de desempenho desejadas. Em geral, além da estabilidade, exige-se:

- 1. rastreamento assintótico do sinal de referência;
- 2. rejeição assintótica de sinais externos de pertubações;
- 3. robustez e pouca sensibilidade a erros durante o processo de modelagem;
- 4. transitório adequado ao desempenho esperado para o sistema.

O esquema clássico de controle realimentado está representado na figura 2.14. A realimentação do sistema é feita medindo-se o sinal y(t) e comparando-o com um sinal de referência r(t). Ao subtrair os sinais, gera-se o sinal de erro e(t) = r(t) - y(t), que o compensador utiliza para gerar o sinal de controle c(t). O atuador, então, executa a ação desejada e modifica alguma variável da planta que, por sua vez, deve fazer a variável de processo y(t) aproximar-se da referência.



Figura 2.14: Malha de controle, mostrando os principais elementos de um sistema de controle realimentado.

Um dos controladores mais utilizados na prática é o controlador PID (proporcional, integral e derivativo) que, matematicamente, é descrito por:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \tag{2.29}$$

em que K_p é o ganho proporcional, K_i é o ganho integral e K_d é o ganho derivativo. Na realidade, o termo derivativo, em geral, é substituído por um termo de derivação filtrada
$\left(\frac{K_d s}{\tau s+1}\right)$, que minimiza o problema de amplificação de ruído.

O projeto de um controlador PID consiste em escolher adequadamente os parâmetros K_p , $K_i \in K_d$. Tal procedimento é usualmente referido como "sintonia do controlador PID". Existem muitos métodos eficazes para sintonizar controladores PID de forma sistemática, entre eles os métodos de Ziegler & Nichols [1], Basilio & Matos [2] e os baseados no lugar das raízes [6, 7]. A facilidade de aplicação desses métodos torna-os muito atraentes em ambientes industriais. Neste trabalho, ajustaremos os controladores PID com base no método do lugar das raízes.

2.4.1 Princípio do Modelo Interno

Uma das características desejadas para a resposta do sistema realimentado é que, em regime permanente, esse sistema siga os valores de referência informados. Para tanto, utilizando o teorema do valor final (TVF), podemos escrever:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} sT(s)R(s),$$
(2.30)

sendo T(s) a função de transferência do sistema realimentado (supondo-o estável), R(s)a transformada de Laplace do sinal de referência e Y(s) a função de transferência do sinal y(t), o qual deve possuir um limite quando $t \to \infty$. Supondo que R(s) tem no máximo um pólo na origem, uma importante conclusão pode ser obtida a partir do uso desse teorema: para seguir uma referência ou rejeitar um certo tipo de pertubação, a função de transferência desses sinais deve aparecer em alguma parte da malha de controle. Como exemplo, para rastrear uma entrada em degrau (R(s) = 1/s), é necessário um integrador (1/s) na malha. Esse resultado é conhecido como princípio do modelo interno (PMI).

Teorema 2.3. (Princípio do modelo interno) Considere um esquema de controle que possui um sinal de referência R(s) e um sinal de pertubação D(s) dados por

$$R(s) = \frac{\alpha(s)}{\beta(s)} \quad e \quad D(s) = \frac{\gamma(s)}{\delta(s)}.$$
(2.31)

Considere, ainda, que $\beta^+(s)$ e $\delta^+(s)$ denotem os polinômios que contêm as dinâmicas de

 $\beta(s) \ e \ \delta(s) \ com \ parte \ real \ positiva \ ou \ nula.$

O rastreamento assintótico do sinal R(s) ocorrerá se e somente se as dinâmicas $\beta^+(s)$ forem parte do controlador ou da planta.

A coincidência de pólos da planta com as dinâmicas do sinal de referência só ocorre em casos especiais. Portanto, de um modo geral, o rastreamento assintótico é garantido se ocorrer o seguinte:

$$C(s) = \frac{1}{\beta^{+}(s)}\bar{C}(s),$$
(2.32)

sendo $\bar{C}(s)$ uma função de transferência que assegure a estabilidade do sistema realimentado.

A rejeição assintótica de um sinal de pertubação externa D(s) ocorrerá se e somente se as dinâmicas $\delta^+(s)$ desse sinal forem zeros da planta ou pólos do controlador. Novamente, somente em casos especiais, os zeros da planta coincidem com as dinâmicas da pertubação. Portanto, para obter rejeição assintótica da pertubação, o controlador deve ser projetado com a seguinte função de transferência:

$$C(s) = \frac{1}{\delta^{+}(s)}\bar{C}(s).$$
 (2.33)

sendo que $\overline{C}(s)$ deve assegurar a estabilidade do sistema realimentado e as outras especificações de desempenho.

De forma resumida, as duas condições procuradas serão atendidas se o controlador possuir a seguinte função de transferência:

$$C(s) = \frac{1}{mmc[\beta^{+}(s), \delta^{+}(s)]}\bar{C}(s)$$
(2.34)

em que $mmc[\beta^+(s),\delta^+(s)]$ é o mínimo múltiplo comum entre $\beta^+(s)$ e $\delta^+(s)$ e $\bar{C}(s)$ é um polinômio qualquer, próprio ou estritamente próprio, que garanta estabilidade para a malha fechada e leve o sistema realimentado a satisfazer as especificações de desempenho.

Observação 2.2. Não se pode cancelar pólos e zeros instáveis entre o controlador e a planta/sensor/atuador, uma vez que isso gera modos de instabilidade escondidos [8].

Neste trabalho, utilizaremos o PMI para determinar o tipo do controlador, isto é,

quantos zeros, pólos ou integradores possui. Em seguida, utilizaremos o método do lugar das raízes para determinar os valores dos parâmetros do controlador.

2.4.2 Anti-windup

Sempre que houver um termo integral no controlador, em um sistema que apresenta saturação, deve-se preventivamente incluir um esquema anti-windup.

Uma das possíveis formas de se implementar esse esquema está ilustrada na figura 2.15. Um comparador realiza a subtração entre o sinal antes do bloco saturador e o mesmo sinal após o bloco. Quando o sinal satura, o resultado dessa operação é um valor diferente de zero, sendo que um *switch* recebe essa informação e altera o valor do ganho integral K_i para zero, interrompendo assim o processo de integração. Retornando à condição não saturada, o ganho K_i assume novamente o seu valor de projeto.

Em sistemas digitais, como o PLC utilizado neste trabalho, basta incluir na lógica uma sentença como "se $|u| = u_{max}$ então $K_i = 0$ " [7], que é, basicamente, o que a estrutura analógica representada na figura 2.15 realiza.





Capítulo 3

Componentes físicos do sistema de controle

Neste capítulo, apresentaremos um estudo dos principais componentes físicos que compõe o sistema de controle: o controlador lógico programável (CLP) (seção 3.1) e a válvula de controle proporcional (seção 3.2). Primeiramente, apresentaremos um breve histórico dos CLPs, descreveremos seu funcionamento e explicaremos brevemente a linguagem LADDER. Em seguida, trataremos da válvula proporcional e dos elementos utilizados para a sua confecção. Por fim, na seção 3.3 será feito um breve resumo do funcionamento sequencial do sistema de controle.

3.1 Controladores lógicos programáveis

3.1.1 Introdução

Muitos processos e sistemas físicos encontrados em indústrias ou residências requerem um sistema de controle *on-off*, isto é, um sistema que atua ligando ou desligando uma variável manipulada para que outra variável física assuma um certo valor desejado. Os aparelhos de ar-condicionado, por exemplo, possuem um controlador *on-off* que determina, através da comparação da temperatura ambiente com a desejada, se o compressor deve ligar ou desligar.

Antes do surgimento dos circuitos lógicos de estado sólido, os sistemas de controle eram constituídos basicamente de relés eletromecânicos. Apesar da importância deles,



Figura 3.1: Controlador lógico programável.

criar um sistema utilizando relés para produzir a lógica de funcionamento era complexo e pouco confiável. Nesse contexto, no final da década de 60 do século passado surgiram os controladores lógicos programáveis.

Atualmente, os CLPs executam diversas funções e operações — como contagem, temporização, cálculos matemáticos — e ainda são capazes de executar não só o controle *on-off*, como também o controle digital. Isto significa que é possível ler dados analógicos, digitalizá-los e gerar saídas analógicas (ou digitais) de acordo com a lógica programada. Resumidamente, os CLPs são compactos, seguros, falham pouco e permitem criar lógicas de operação e sequenciamento de instruções de maneira descomplicada. Por esses motivos, CLPs, como o ilustrado na figura 3.1, são muito utilizados em indústrias para realizar a automação dos processos.

3.1.2 Funcionamento básico e programação do CLP

Os programas carregados no CLP são executados em ciclos de varredura. Cada ciclo leva um tempo para ser executado, chamado de período de *scan*, que irá depender tanto da velocidade do processador do CLP, quanto do tamanho e complexidade de cada programa [9].

A figura 3.2 resume as quatro operações básicas realizadas em cada ciclo de varredura: leitura e transferência do valor das entradas físicas para a memória, execução do programa, atualização das saídas físicas e, por último, diagnósticos e comunicação dos dados. Após essas operações, inicia-se um novo ciclo.

Durante a etapa de execução, o programa calcula as saídas baseando-se nas entradas



Figura 3.2: Etapas do ciclo de varredura.

amostradas e gravadas no início de cada ciclo, isto é, durante a execução não ocorrerá atualização das entradas. De forma similar, as saídas são calculadas durante a execução, mas só serão atualizadas após a última linha do programa ter sido analisada. A atualização das saídas também renova o valor das variáveis internas ou de memória, que iniciarão o próximo ciclo de varredura com seu valor atualizado.

3.1.3 Linguagem LADDER

Na época da criação dos primeiros CLPs, foi desenvolvida a linguagem LADDER com o objetivo de realizar a programação de forma simples. O diagrama LADDER é uma estrutura criada de forma gráfica na qual elementos de entrada são processados e, a partir da lógica programada, produzem um resultado que é atribuído a uma saída.

As entradas do diagrama LADDER são representadas por contatos NA (normalmente abertos), NF (normalmente fechados), tipo P ou tipo N e as saídas são representadas por bobinas, que podem ser de três tipos: simples, SET ou RESET.

Na leitura do diagrama LADDER, é comum fazer analogia com um circuito eletromecânico. Contatos fechados permitem a "corrente" seguir para o próximo contato ou bobina, isto é, há continuidade lógica no trecho. Vamos, a seguir, descrever os principais elementos da linguagem LADDER.

Contatos NA e NF

Os contatos são representações simbólicas dos bits. Cada contato está relacionado necessariamente a uma variável, seja ela uma variável interna do PLC ou uma variável física do sistema.

Um contato NA interrompe a continuidade lógica do trecho no qual está inserido, a menos que seja excitado e torne-se fechado. Por outro lado, um contato NF, permite a continuidade da "corrente", porém a interrompe quando é excitado.

Contatos tipo P e tipo N

O Contato tipo P (*Scan Positive Signal Edge and Operand*) permanece fechado apenas durante o ciclo de varredura em que foi detectada uma mudança de nível lógico 0 para 1. No próximo ciclo o contato P será aberto novamente mesmo que a variável associada permaneça em nível lógico 1. O Contato tipo N (*Scan Negative Signal Edge and Operand*) funciona da mesma forma que o tipo P, porém detectando a "descida" de nível lógico 1 para nível lógico 0.

Bobinas

As bobinas atualizam as informações de saída, modificando valores lógicos de variáveis internas ou acionando e desativando relés do CLP. Há três tipos principais: bobina simples, bobina SET e bobina RESET.

Se a lógica que antecede uma bobina simples for verdadeira, ela irá alterar o nível lógico da variável associada a ela, apenas enquanto a lógica de ativação for verdadeira. Tornando-se falsa, a bobina volta a apresentar valor lógico 0.

As bobinas mais comuns, contudo, são a SET e RESET. A bobina SET modifica para 1 o valor lógico e mantém este valor até que uma bobina RESET associada a essa variável seja ativada. Da mesma forma, ao ser ativada, a bobina RESET mantém o valor lógico da variável em 0 até que uma bobina SET correspondente à variável seja energizada.

Temporizadores

O temporizador mais comum é o TON (*Time On Delay*). Ele contabiliza o tempo decorrido no qual a lógica conectada a ele tem nível lógico 1 e compara com um valor de tempo predefinido como parâmetro do bloco. No momento em que a contagem ultrapassa esse valor, a saída é ativada (nível lógico 1). Se em algum momento a lógica de ativação tornar-se falsa, então o valor acumulado do temporizador é zerado.

Bloco Comparador

Utilizados para relacionar valores, eles comparam o mesmo tipo de dados, por exemplo dois números ponto flutuantes. Caso o resultado da comparação seja verdadeiro, a saída do bloco é ativada.

3.2 Válvulas de Controle

Neste trabalho, utilizaremos dois tipos de válvula para realizar o controle de nível: uma do tipo solenoide, que já constava originalmente no sistema, e outra do tipo proporcional, que foi projetada e construída neste trabalho.

3.2.1 Válvula Solenoide

A válvula solenoide é ativada por um relé de 24V e apresenta somente dois estados: aberta, permitindo a passagem do fluido, ou fechada. Uma vantagem de utilizá-la é que o controle de ativação é muito simples de ser projetado, conforme será visto no capítulo 5. Esse tipo de válvula, porém, não consegue controlar o sistema tão bem quanto a válvula proporcional, a qual veremos a seguir.

3.2.2 Válvula Proporcional

A válvula de controle proporcional projetada neste trabalho é composta por um servomotor que posiciona, por comando PWM, uma válvula hidráulica. Por causa da diferença entre a faixa de giro máximo do servomotor e da válvula, é necessário utilizar um par de engrenagens. Estudaremos mais detalhadamente esses elementos.



Figura 3.3: Servomotor.

Servomotores

A figura 3.3 ilustra um servomotor, um tipo de máquina eletromecânica que rotaciona e posiciona seu eixo conforme um sinal de comando. Seu objetivo principal é manter uma posição desejada, diferentemente de outros motores que giram indefinidamente. Os servomotores são projetados visando torque constante, alta capacidade de sobrecarga e precisão no posicionamento.

Para o posicionamento, existe um mecanismo de controle em malha fechada, isto é, há um sensor que verifica a posição e um atuador (motor) que faz o eixo girar para a posição desejada, de 0° a 180°.

Os três principais componentes de um servomotor são: o sistema atuador, o sensor de posição e o circuito de controle. O sistema atuador é basicamente um motor elétrico, em geral de corrente contínua, acoplado a um sistema de engrenagens (caixa de redução) que ajuda a aumentar o torque. O sensor é, geralmente, um potenciômetro acoplado ao eixo, que varia sua resistência conforme a posição do eixo. Os motores mais modernos utilizam internamente um *resolver*, como o da figura 3.4, que é um gerador de sinais usado para sensorear velocidade e posição. Ele é mais robusto, utiliza menos fios e tem melhor custo comparado ao *encoder* incremental ou absoluto [10]. O circuito de controle contém a eletrônica que decodifica o sinal de comando, um comparador e um controlador PID interno. O sinal do sensor de posição é comparado à posição desejada e então o controlador PID envia o sinal de controle para o sistema atuador corrigir a posição.



Figura 3.4: O resolver é utilizado para sensorear velocidade e posição.

Modulação por largura de pulso (PWM)

O comando por PWM é utilizado desde sistemas de comunicação até sistemas de controle de motores elétricos e outros atuadores. Como exemplo, considere um motor de corrente contínua ligado a uma bateria de 12V e um interruptor. Se o interruptor estiver permanentemente pressionado, o motor girará a uma velocidade proporcional aos 12V. Porém, se o interruptor fosse pressionado e solto rapidamente, de forma periódica, o motor funcionaria a uma velocidade correspondente à tensão média do ciclo dos pulsos gerados.

O sinal gerado pela técnica PWM é modulado através de um circuito eletrônico com transistores que produzem o sinal desejado ao serem informados a largura de pulso em nível lógico alto e a largura total do pulso.

Uma outra importante aplicação é para a transmissão de informações. Os servomotores possuem uma eletrônica integrada que é projetada para interpretar a largura do pulso de controle como informação da posição.

Como ilustra a figura 3.5, pulsos de $700\mu s$ posicionam o eixo mais à esquerda o possível. A posição central ocorre com pulsos de $1600\mu s$ e a posição mais à direita, com pulsos de $2500\mu s$. A escala é proporcional, de forma que valores intermediários aos citados geram posições intermediárias correspondentes. Os servomotores mais comuns são capazes de gerar 256 posições na faixa de 0° a 180° [11].

Observação 3.1. É fundamental que sejam gerados os pulsos na frequência determinada pelo fabricante. Usualmente o tempo de um ciclo completo é de 20ms o que corresponde à frequência de 50 Hz. Em frequências muito acima do valor especificado o servomotor emite barulhos e treme, enquanto em frequências muito baixas, o servomotor desliga entre dois pulsos fazendo com que a posição não se mantenha constante [12].



Figura 3.5: Servomotor e o efeito de diferentes larguras de pulso no posicionamento.

Válvulas Hidráulicas

As válvulas hidráulicas permitem regular a vazão de um fluido. Em um sistema de controle elas devem ser automatizadas e possuir um elemento posicionador (atuador). Existem válvulas de deslocamento linear e de deslocamento rotativo. Dentre os tipos mais comuns de deslocamento linear, tem-se as válvulas globo, agulha e gaveta. As rotativas mais conhecidas são as válvulas borboleta e esfera [13, 14].

Em geral, pode-se modelar o fluxo de fluidos das válvulas pela seguinte relação [15]:

$$F = C_v f(x) \sqrt{\frac{\Delta P_v}{g_s}},\tag{3.1}$$

sendo F o fluxo volumétrico, C_v o coeficiente da válvula, x o grau de abertura da válvula, f(x) a característica de fluxo, ΔP_v a queda de pressão na válvula e g_s a gravidade específica do fluido.

Cada tipo de válvula apresenta uma característica de fluxo, em geral indicada em suas especificações. A figura 3.6 representa graficamente as três características mais comuns, quais sejam:

- Para válvulas de fluxo linear: f(x) = x.
- Para válvulas de igual porcentagem: $f(x) = \alpha^{x-1}$.
- Para válvulas de abertura rápida: $f(x) = \sqrt{x}$.

Essas diferenças são geradas pelo formato da agulha da válvula. É importante identificar corretamente essa característica, através de experimentos, para assegurar uma boa



Figura 3.6: Diferentes características de fluxo das válvulas de controle. O valor $\alpha = 80$ foi utilizado para o fluxo de igual porcentagem.

modelagem da válvula.

É importante destacar ainda que, dependendo das características físicas do tanque e da válvula, pode ocorrer escoamento laminar, quando o fluxo é proporcional ao nível, ou fluxo turbulento, quando o fluxo varia proporcionalmente à raiz quadrada do nível [6]. Nos experimentos determinaremos o comportamento das válvulas utilizadas neste trabalho.

Engrenagens

Os tipos mais comuns de engrenagens são as cônicas, as retas, as helicoidais e a cremalheira. Destacamos o tipo helicoidal, ilustrado na figura 3.7, que foi utilizado neste trabalho. Nesse tipo de engrenagem, os dentes possuem forma de hélice e são dispostos transversalmente em relação ao eixo. Sua principal vantagem é ser silenciosa e possuir um engrenamento mais suave, já que a carga é transferida gradualmente entre as engrenagens do par. Por causa do formato, surge uma componente axial de força entre as engrenagens, que deve ser compensada colocando-se um eixo de rotação [16].

As principais funções do par de engrenagens utilizado neste trabalho são:



Figura 3.7: Engrenagem do tipo helicoidal.



Figura 3.8: A placa eletrônica Arduíno é compacta e possui interface com o usuário descomplicada.

- 1. Unir o eixo do servomotor ao eixo da válvula hidráulica.
- Ampliar a faixa de trabalho (*range*) do servomotor, que é limitado a 160° de giro, enquanto a válvula pode girar até 360°.

Arduíno

A plataforma Arduíno será utilizada neste trabalho para implementar a eletrônica de acionamento do servo-motor. Essa plataforma contém um microprocessador com entradas e saídas digitais/analógicas organizadas de maneira a facilitar o uso pelo programador, que não necessita de um *protoboard* para testar um circuito, conforme vemos na figura 3.8. A alimentação do circuito pode ser feita por um cabo USB. Uma outra facilidade do Arduíno é o ambiente de desenvolvimento, criado pelo fabricante, que possui uma linguagem própria para escrever o código, que descomplica a tarefa de programação do microprocessador.

Neste trabalho, o Arduíno foi utilizado como o circuito gerador do sinal de controle PWM. Seria possível utilizá-lo para fazer toda a lógica de controle, eliminando, a princípio, a necessidade de utilizar o PLC. Porém, isso exigiria o projeto de um circuito amplificador de potência para ativar a válvula solenoide. Por simplicidade, escolheu-se utilizar, em conjunto com o Arduíno, o PLC, que possui saídas prontas para ativar a válvula solenoide (saída digital) e a válvula proporcional (saída analógica, que é lida pelo Arduíno).

3.3 Funcionamento sequencial do sistema de controle

Podemos, agora, descrever o funcionamento sequencial do sistema de controle:

- o sinal correspondente à medição de nível é amostrado pelo CLP;
- o CLP executa os cálculos programados, para gerar o sinal de controle (tensão de saída analógica);
- esse sinal, é então recebido pelo Arduíno, que realiza os cálculos internos para decodificá-lo e transformá-lo em sinal PWM (saída digital);
- o servo-motor recebe o sinal PWM como entrada e, finalmente, move-se para a posição informada.

Capítulo 4

Modelagem matemática do sistema

Neste capítulo, analisaremos o sistema a ser projetado com o objetivo de encontrar modelos matemáticos para os componentes. Começaremos apresentando as principais partes do sistema (seção 4.1) e modelando o tanque (seção 4.1.1). Em seguida, apresentaremos as medições feitas na planta do laboratório e, baseando-se nelas, obteremos as funções de transferência que representam os elementos físicos participantes do sistema de controle (seção 4.2).

4.1 Descrição do sistema



Figura 4.1: Representação esquemática do tanque utilizado neste trabalho.

A planta a ser controlada é um tanque, representado esquematicamente na figura 4.1.

O objetivo é controlar o nível do tanque superior atuando em uma válvula de controle (solenoide ou proporcional). A bomba hidráulica é do tipo *on-off* e bombeia a água do tanque inferior (reservatório) para o tanque superior. No mesmo tanque, há também um orifício de saída com regulação.



Figura 4.2: Esquema completo dos componentes do sistema de controle

A figura 4.2 mostra o diagrama de blocos dos componentes do sistema e sua interligação. A malha funciona da seguinte maneira: o nível h(t) é medido pelo sensor de nível, que gera a tensão y(t), posteriormente convertida por meio do ganho estático inverso K_{niv} para h(t); esse sinal é comparado à uma referência $h_{ref}(t)$, gerando o sinal de erro e(t); o controlador gera seu comando u(t) como entrada para a válvula de controle, que regula a vazão (fluxo) de saída $f_{out}(t)$; a bomba injeta uma vazão $f_{in}(t)$ no sistema e a vazão resultante $f_{res}(t)$ será dada por:

$$f_{res}(t) = f_{in}(t) - f_{out}(t).$$
 (4.1)

Essa vazão provoca uma mudança do nível h(t), reiniciando o ciclo. Observando a figura 4.2, nota-se que a vazão de saída $f_{out}(t)$ é dado por:

$$f_{out}(t) = f_{valv}(t) + f_{orif}(t), \qquad (4.2)$$

em que $f_{valv}(t)$ é a vazão de saída da válvula de controle e $f_{orif}(t)$ é a vazão de saída do orifício. Serão feitos projetos utilizando a válvula solenoide e a válvula proporcional e a válvula que estiver sendo utilizada terá vazão $f_{valv}(t)$. O objetivo inicial é a obtenção da função de transferência de todos os elementos do sistema mostrado na figura 4.2. Para tanto, seja:

- $G_{VS}(s)$: a função de transferência da válvula solenoide;
- $G_{VP}(s)$: a função de transferência da válvula de controle proporcional;
- $G_T(s)$: a função de transferência do tanque;
- $G_B(s)$: a função de transferência da bomba hidráulica;
- $G_{SN}(s)$ e $G_{SF}(s)$: as funções de transferência dos sensores de nível e de vazão, respectivamente.



Figura 4.3: Diagrama de blocos no domínio da frequência.

Com essa notação, o diagrama de blocos da figura 4.2 pode ser redesenhado como na figura 4.3, sendo $H_{ref}(s)$, E(s), U(s), $F_{valv}(s)$, $F_{orif}(s)$, $F_{out}(s)$, $F_{in}(s)$, $F_{res}(s)$, $U_B(s)$, H(s), Y(s) as transformadas de Laplace dos sinais de referência, erro, controle, vazão de saída da válvula, vazão de saída do orifício, vazão de saída total, vazão de entrada no tanque, vazão resultante no tanque, ativação da bomba, nível e tensão no sensor de nível, respectivamente, e C(s) a função de transferência do controlador, a ser determinada posteriormente. A próxima subseção tratará da obtenção do modelo do tanque e, a seguir, modelaremos os outros componentes utilizando-se as medições feitas em laboratório.

4.1.1 Tanque

Vamos, agora, encontrar uma função de transferência $G_T(s)$, que modela o nível de água do tanque (h(t)) em função dos fluxos de entrada e de saída, $f_{in}(t)$ e $f_{out}(t)$, respectivamente, supondo o sistema como linear. Nesse caso, utilizando a equação de fluxo de massa [15], temos que a massa acumulada no sistema é igual à diferença entre a massa que entra e a massa que sai, instantaneamente, sendo dada por:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \dot{m}_{in}(t) - \dot{m}_{out}(t),$$
(4.3)

em que M(t) denota a massa acumulada no sistema, $\dot{m}_{in}(t) \in \dot{m}_{out}(t)$ denotam, respectivamente, a variação de massa devido ao fluxo de entrada de água no tanque e ao fluxo de saída de água. Para o tanque aqui tratado, só existe um líquido circulando (água) e, portanto, pode-se considerar a densidade ρ , que é definida como a massa M por unidade de volume ocupado V, como constante no tempo e homogênea espacialmente, sendo dada por:

$$\rho(t) = \rho_{in}(t) = \rho_{out}(t) = \rho. \tag{4.4}$$

Utilizando $M(t) = \rho V(t), \ \dot{m}_{in}(t) = \rho f_{in}(t) \in \dot{m}_{out}(t) = \rho f_{out}(t)$, podemos cancelar ρ na equação 4.3, obtendo-se:

$$\frac{dV(t)}{dt} = f_{in}(t) - f_{out}(t).$$
(4.5)

Seja A a seção reta do tanque. Então V(t) = Ah(t). Além disso, como não se dispõe de sensores de fluxo na saída das válvulas, obteremos, neste trabalho, modelos para a taxa de variação do nível em mm/s. Dessa forma, definindo $f'_{in}(t)$ como a taxa de variação devido à entrada de líquido no tanque e $f'_{out}(t)$ como a taxa de variação devido à saída de líquido, tem-se que: $f_{in}(t) = Af'_{in}(t) e f_{out}(t) = Af'_{out}(t)$. Portanto, a área A pode ser eliminada da equação 4.5, obtendo-se:

$$\frac{dh(t)}{dt} = f'_{in}(t) - f'_{out}(t) = f'_{res}(t), \qquad (4.6)$$

que representa o modelo desejado. Aplicando-se a transformada de Laplace, obtém-se:

$$sH(s) = F'_{in}(s) - F'_{out}(s) = F'_{res}(s),$$
(4.7)

e, portanto, a função de transferência do tanque, representada na figura 4.4, é escrita como:

$$G'_{T}(s) = \frac{H(s)}{F'_{res}(s)} = \frac{1}{s},$$
(4.8)

em que $F'_{res}(s)$ é a transformada de Laplace da taxa de variação resultante do nível $f'_{res}(t)$.

$$F'_{out}(s) + 1 + H(s)$$

$$F'_{res}(s) = F'_{res}(s)$$

Figura 4.4: Representação do tanque utilizando as taxas de variação de entrada e saída e a vazão resultante.

4.2 Análise das medições e identificação dos parâmetros

4.2.1 Sensor de nível

De acordo com o Teorema de Stevin, a pressão hidrostática é proporcional ao nível. O sensor de nível presente no tanque é, na verdade, um sensor de pressão diferencial, localizado próximo ao fundo do tanque, que gera uma tensão proporcional à pressão e, portanto, proporcional também ao nível.

Para identificar o ganho estático K_{niv} deve-se realizar uma série de medições, apresentadas na tabela 4.1, dos valores de tensão para cada nível, sendo esse observado por uma régua fixa ao tanque. Em seguida, pode-se ajustar a função pela melhor reta que passe pela origem, utilizando o método dos mínimos quadrados (seção 2.3.1). O ajuste linear, também representado na figura 4.5, revelou o coeficiente *a* da equação da reta $E_n(h) = ah$, que relaciona o nível h(t) e a tensão $E_n(t)$. A relação encontrada é:

$$E_n(h) = 0.0489h, (4.9)$$

h	E_n	h	E_n	h	E_n
0	0,04	50	2,49	100	4,92
5	$0,\!28$	55	$2,\!69$	105	$5,\!16$
10	$0,\!53$	60	$2,\!93$	110	$5,\!38$
15	0,77	65	$3,\!15$	115	$5,\!63$
20	$1,\!01$	70	3,4	120	5,85
25	$1,\!25$	75	$3,\!64$	125	6,1
30	$1,\!49$	80	$3,\!97$	130	$6,\!33$
35	1,73	85	$4,\!22$	135	$6,\!58$
40	$1,\!99$	90	$4,\!45$	140	6,8
45	2,23	95	$4,\!69$	145	$7,\!05$

Tabela 4.1: Dados obtidos ao se medir a tensão E_n , em Volts, correspondente a um dado nível constante, em mm.

em que o valor $K_{niv} = a = 0,0489$ é o ganho estático do sensor. Esse coeficiente necessita de pequenos ajustes com o passar do tempo, pois a tensão fornecida pelo sensor é sensível a variações do ambiente como, por exemplo, mudanças de temperatura.

Como é desejável pouco ruído na medida do sensor de nível, adicionamos um filtro analógico implementado no PLC, usado durante o processo de aquisição dos dados. Por causa da presença desse filtro, devemos considerar a dinâmica da resposta do sensor de nível. Para realizar a medição, foi mantido um nível constante no tanque e o sensor foi ligado e desligado, obtendo-se os dados amostrados representados na figura 4.6, na qual também pode-se perceber que o sensor mais o filtro apresenta dinâmica de um sistema de 2^a ordem. Para determiná-la, utilizou-se o método da área para 2^a ordem (seção 2.3.4). O método identificou a dinâmica do sistema como um pólo duplo em s = -8,6. Assim sendo, a função de transferência do sistema sensor+filtro será dada por:

$$G_{SN}(s) = K_{niv} \frac{Y(s)}{H(s)} = \frac{0.0489}{(s+8.6)^2},$$
(4.10)

em que Y(s) e H(s) são as transformadas de Laplace dos sinais y(t), que representa a tensão elétrica na saída do transdutor e h(t), que representa o nível real em mm do tanque. Para validação da função de transferência obtida acima, a resposta do sistema modelado foi representada graficamente, na figura 4.6, juntamente com a resposta obtida com os dados do sensor, comprovando que o ajuste é eficaz.



Figura 4.5: Neste gráfico, está representado o nível de água no tanque principal, medido com auxílio de uma régua milimetrada, em função da tensão gerada no sensor de nível. A reta de ajuste fornece o coeficiente utilizado para calibração do sensor.

Observação 4.1. Embora já tenha sido obtida a função de transferência do sensor de nível, é preciso acrescentar um ganho estático inverso na malha, que transforma o valor de tensão fornecido pelo sensor para o valor do nível correspondente em mm, sendo assim possível comparar a medição com o valor de referência $h_{ref}(t)$, fornecido em mm. O ganho inverso é dado por:

$$K_{inv} = \frac{1}{K_{niv}} = 20,465. \tag{4.11}$$

4.2.2 Sensor de fluxo e bomba hidráulica

O sensor de fluxo S_{flu} encontra-se no caminho entre a bomba e o reservatório superior e funciona gerando uma tensão proporcional ao fluxo $f_{in}(t)$ que passa por ele. Neste trabalho, a informação do sensor S_{flu} será utilizada apenas para modelar a resposta da bomba e determinar $f_{in}(t)$. Por não participar do esquema de controle, realizou-se a medição desse sensor sem um filtro no PLC, para não aumentar a ordem do sistema. Nesse caso, a dinâmica do motor da bomba hidráulica é muito mais lenta e iremos considerar o sensor de fluxo como instantâneo (sem dinâmica). Dessa forma, iremos modelar o subsistema bomba+sensor de fluxo como um único componente.



Figura 4.6: Dados de uma medição do sensor de nível obtida pela entrada analógica do PLC. Também é mostrada a resposta ao degrau da função de transferência utilizada para representar o sensor.

Sendo a bomba de rotação constante e do tipo on-off, o fluxo $f_{in}(t)$ permanece constante após um transitório que sucede o momento de ativação da bomba. Dessa forma, para identificar o modelo elétrico do subsistema bomba+sensor de fluxo, aplicouse um degrau unitário na entrada da bomba para acioná-la e mediu-se a tensão elétrica gerada pelo sensor de fluxo. Os dados amostrados estão representados graficamente na figura 4.7. É possível obter o ganho DC desse sensor calculando-se a média dos dados amostrados a partir de um instante t_s . Esse ganho estático, porém, é a tensão de regime permanente gerada pelo sensor de fluxo S_{flu} . Contudo, desejamos descobrir o fluxo de entrada equivalente a essa tensão, para que o modelo obtido forneça $f'_{in}(t)$. Isso pode ser feito utilizando o sensor de nível S_{niv} , conforme descrito na seção 4.1.1. Mantendo-se a bomba ligada, do gráfico h(t) versus t, mostrado na figura 4.8, pode-se, para intervalos pequenos, obter $\frac{\Delta h_{in}}{\Delta t}$ que fornece a taxa de variação devido à entrada f'_{in} para o intervalo Δt considerado. A tabela 4.2 apresenta os valores calculados. A média obtida para esses valores é dada por:

$$\frac{\Delta h_{in}}{\Delta t}_{med} = f'_{in} = 1,98. \tag{4.12}$$



Figura 4.7: Dados obtidos do sensor de fluxo e a resposta ao degrau do sistema modelado.

Dessa forma, o valor de tensão em regime permanente, mostrado na figura 4.7, equivale a uma taxa de variação $f'_{in} = 1.98 mm/s$.

Tabela 4	4.2:	Valores	calcu	lados	para	obte	nção	do	fluxo	de e	entrada	$f_{in}(t) d$	a bor	ıba.
			/ .		•	7 / 4 .			A 7	/ .		A 7 / A		

t	$\Delta h/\Delta t$	t	$\Delta h/\Delta t$	t	$\Delta h/\Delta t$	t	$\Delta h/\Delta t$
2,50	$1,\!27$	22,50	$1,\!96$	42,50	$3,\!31$	62,50	2,04
$5,\!00$	$1,\!49$	$25,\!00$	$1,\!66$	45,00	$2,\!18$	$65,\!00$	$1,\!96$
$7,\!50$	$1,\!16$	$27,\!50$	$1,\!51$	47,50	$1,\!94$	$67,\!50$	2,03
$10,\!00$	$0,\!84$	30,00	$1,\!21$	50,00	$1,\!87$	70,00	2,05
$12,\!50$	$0,\!85$	$32,\!50$	$1,\!40$	52,50	$2,\!05$	$72,\!50$	$2,\!16$
$15,\!00$	1,26	$35,\!00$	1,74	55,00	1,78	$75,\!00$	2,22
$17,\!50$	2,79	$37,\!50$	$3,\!34$	57,50	2,04	$77,\!50$	$2,\!20$
20,00	$4,\!35$	$40,\!00$	$2,\!07$	60,00	$1,\!97$	80,00	1,84

A dinâmica da bomba também necessita ser modelada. Para tanto, utilizando o algoritmo 2.1 com os dados amostrados, obtém-se $\tau = 0,66$. Portanto, a função de transferência, que relaciona o fluxo em mm/s de entrada de água no tanque $(F'_{in}(s))$ com a entrada aplicada na bomba $(U_B(s))$, é dada por:

$$G_B(s) = \frac{F'_{in}(s)}{U_B(s)} = \frac{1,98}{0,66s+1}.$$
(4.13)



Figura 4.8: Nível do tanque medido pelo sensor de nível, enquanto a bomba estava constantemente acionada. Nota-se pela inclinação que o fluxo gerado pela bomba apresenta pertubações.

Para validação da função de transferência obtida acima, a resposta ao degrau do sistema modelado foi representada graficamente, na figura 4.7, juntamente com os dados amostrados do sistema no laboratório, comprovando que o ajuste é eficaz.

4.2.3 Orifício de saída

Para o sistema considerado, o orifício de saída do tanque superior pode ser totalmente aberto ou ter sua vazão controlada com auxílio de um regulador manual. O regulador manual só é utilizado para gerar pertubações, enquanto que o orifício pode ser totalmente aberto para gerar um fluxo contínuo de saída.

Tabela 4.3: Dados obtidos para o nível de água em função do tempo com o orifício aberto.

t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)
0,00	$130,\!00$	19,05	$105,\!00$	40,29	80,00	64,81	$55,\!00$	94,23	30,00	133,85	$5,\!00$
$3,\!57$	$125,\!00$	23,12	$100,\!00$	44,92	$75,\!00$	70,12	$50,\!00$	$101,\!03$	$25,\!00$	144,40	$0,\!00$
$7,\!17$	120,00	27,22	$95,\!00$	49,66	70,00	75,73	$45,\!00$	108,38	20,00		
$11,\!11$	$115,\!00$	31,41	90,00	$54,\!53$	$65,\!00$	81,60	40,00	116, 10	$15,\!00$		
$15,\!07$	$110,\!00$	35,75	85,00	$59,\!54$	$60,\!00$	87,85	$35,\!00$	$124,\!69$	$10,\!00$		

O processo de medição da vazão de saída do orifício é idêntico ao realizado para



Figura 4.9: Vazão do orifício de saída, quando totalmente aberto, em função do nível. Nota-se que o fluxo é turbulento, porém encontra-se uma região linear em torno da faixa de operação 60mm a 120mm.

a bomba hidráulica tratada anteriormente. Por meio dos dados coletados, apresentados na tabela 4.3, pode-se obter o valor da vazão de saída em função da altura, conforme ilustra a figura 4.9. Note que esse fluxo tem a característica turbulenta $f_{orif}(h(t)) = K\sqrt{h(t)}$. Porém, pode-se observar, pela mesma figura 4.9 que o sistema apresenta um comportamento aproximadamente linear na faixa de 60mm a 120mm. Assim, usando o método dos mínimos quadrados para encontrar o melhor ajuste por uma reta para essa faixa, obtém-se a equação para a taxa de variação do nível devido ao orifício $f'_{orif}(h(t))$, dada por:

$$f'_{orif}(h(t)) = 0.6366 + 0.0058h(t), \tag{4.14}$$

que está representada pela reta de ajuste, na figura 4.9. No modelo por funções de transferência, o termo constante é modelado por um degrau de amplitude 0,64 aplicado em t = 0. Dessa forma, a relação entre as transformadas de Laplace da taxa de variação do nível devido ao orifício $F'_{orif}(s)$ e do nível H(s) será dada por:

$$F'_{orif}(s) = K_o H(s) + \frac{b_o}{s} = 0,0058H(s) + \frac{0,64}{s}.$$
(4.15)





Portanto, o modelo matemático da influência do orifício do tanque será composto de duas parcelas: uma devido a um ganho estático $K_o = 0,0058$ e outra devido ao degrau $b_o = 0,64$, conforme representado no diagrama de blocos da figura 4.10.

4.2.4 Válvula solenoide

A válvula solenoide apresenta somente dois estados: aberta, que permite a passagem de fluido com abertura máxima ou fechada, quando não permite a passagem. Deve-se considerar que, apesar de existir um pequeno atraso entre o comando e a real abertura da válvula, não é necessário modelar o mesmo, dado que o tanque aqui tratado não possui dinâmica rápida. Portanto, nosso objetivo nesta seção é determinar a vazão de saída da válvula (em mm/s) $f'_{valv}(t)$ em função do nível h(t).

Tabela 4.4: Dados do nível de água em função do tempo.

t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)	t	h(t)
0,00	120,00	19,91	$95,\!00$	40,33	70,00	61,64	45,00	83,87	20,00
4,02	$115,\!00$	$23,\!93$	90,00	$44,\!52$	$65,\!00$	$65,\!99$	40,00	$88,\!43$	$15,\!00$
$7,\!94$	110,00	$27,\!94$	85,00	48,74	60,00	70,39	$35,\!00$	$93,\!03$	$10,\!00$
$11,\!91$	$105,\!00$	32,08	80,00	$52,\!98$	$55,\!00$	74,88	30,00	$97,\!68$	$5,\!00$
$15,\!91$	100,00	$36,\!15$	$75,\!00$	$57,\!28$	$50,\!00$	79,36	$25,\!00$	$102,\!51$	$0,\!00$

O processo de medição consistiu em manter a válvula aberta, enquanto o tanque se esvaziava. Os valores do nível de água no tanque (h(t)), para diversos valores de t, estão representados na tabela 4.4. Para o cálculo da vazão máxima em função do nível, procede-se de forma idêntica à modelagem da vazão de entrada $f'_{in}(t)$ da bomba e da vazão de saída $f'_{orif}(h(t))$ do orifício (em mm/s). O gráfico obtido está representado na figura 4.11, de onde se pode verificar que o fluxo de saída é laminar, isto é, depende proporcionalmente do nível. Portanto, deve-se encontrar a equação da reta que melhor aproxima os dados, sendo dada por:

$$f'_{valv}(h(t)) = 1,06 + 0,0019h(t), \tag{4.16}$$

representada pela reta de ajuste na figura 4.11. Considerando o termo constante como um degrau de amplitude 1,06 aplicado no instante inicial, a transformada de Laplace do



Figura 4.11: Dados da vazão em função do nível de água, obtidos com a válvula solenoide aberta. Observa-se que o fluxo de água é laminar. A ajuste linear dos dados também encontra-se na figura.

sinal $f_{\mathit{valv}}'(h(t))$ da válvula solenoide pode, então, ser escrita como:

$$F'_{valv}(s) = K_s H(s) + \frac{b_s}{s} = 0,0019H(s) + \frac{1,06}{s}.$$
(4.17)

Observação 4.2. Quando a válvula não está acionada, obviamente, $f'_{valv}(h(t)) = 0$.

Assim sendo, o diagrama da figura 4.3 deve ser modificado para o diagrama da figura 4.12 em que C(s) é um controlador com histerese, que pode assumir somente valores zero ou um.



Figura 4.12: Diagrama de blocos completo, quando utilizada a válvula solenoide.

4.2.5 Válvula proporcional

Conforme visto no capítulo 3, a válvula de controle proporcional, projetada neste trabalho, possui um circuito eletrônico (Arduíno), um servomotor e um registro de água. Para encontrar um modelo matemático que represente essa válvula, iremos considerar que ela possui uma dinâmica e que a taxa de variação do nível $f'_{valv}(t)$ depende do nível h(t) e do sinal de controle u(t), que, por sua vez, determina o grau de abertura da válvula x(t). Para tanto, devemos obter:

- a dinâmica do servomotor M(s);
- a vazão (em mm/s) $f'_{vp_{max}}(t)$ que a válvula forneceria em uma determinada altura h(t), quando totalmente aberta;
- o percentual $f_{vp_{\%}}(t)$ da vazão $f'_{vp_{max}}(t)$, que depende do grau de abertura da válvula x(t).



Figura 4.13: Diagrama de blocos da válvula de controle proporcional.

A figura 4.13 ilustra o diagrama de blocos da válvula proporcional, em que U(s), X(s), $F_{vp\%}(s)$, $F'_{vp_{max}}(s)$, $H(s) \in F'_{valv}(s)$ são as transformadas de Laplace dos sinais u(t), x(t), $f_{vp\%}(t)$, $f'_{vp_{max}}(t)$, $h(t) \in f'_{valv}(t)$, respectivamente. Conforme explicaremos mais adiante, é preciso fazer uma operação matemática sobre o sinal de controle u(t), para transformá-lo no sinal de grau de abertura da válvula x(t). Ao final, temos que U(s) é igual a $F_{vp\%}(s)$, que, por sua vez, regula o quanto da vazão $F'_{vp_{max}}(s)$ é liberada do tanque. Vamos, inicialmente, obter a função de transferência do motor M(s). Como o servomotor é um motor DC, vamos utilizar um modelo de primeira ordem sem zeros para modelá-lo. Para tanto, utilizamos uma câmera como sensor de posição, para registrar a posição angular e o tempo ao longo de trajetórias completas de abertura e fechamento da válvula. A figura 4.14 mostra os pontos obtidos e a respectiva função de primeira ordem utilizada para modelar o servomotor. Para aumentar a confiabilidade, foram tomadas cinco medições, conforme indicado na tabela 4.5 que também contém o valor obtido a partir do cálculo da média aritmética dos valores calculados para τ em cada experimento.



Figura 4.14: Gráfico da posição angular do servomotor em função do tempo, para um comando de fechamento completo (160°) a partir da posição totalmente aberta (0°) .

Tabela 4.5: Conjunto de valores de τ obtidos em diferentes medições.

	Medição 1	Medição 2	Medição 3	Medição 4	Medição 5	Média
τ	$0,\!48$	$0,\!49$	$0,\!48$	$0,\!57$	0,60	$0,\!52$

Dessa forma, a função de transferência do servomotor será dada por:

$$M(s) = \frac{1}{0,52s+1}.$$
(4.18)

Vamos, agora, modelar a vazão máxima em $mm/s(f'_{vp_{max}}(t))$ da válvula proporcional quando totalmente aberta, em função do nível do tanque h(t). Para tanto, mediu-se o nível do tanque primeiramente sem entrada de água e, posteriormente, com a válvula totalmente aberta. Foram, então, obtidos os dados representados na figura 4.15. Como se pode observar, a relação procurada segue o modelo de fluxo laminar, isto é, em que a vazão é proporcional ao nível. Utilizando o método dos mínimos quadrados para obter o ajuste linear, encontra-se a seguinte função:

$$f'_{vp_{max}}(h(t)) = \dot{h}(t) = ah(t) + b, \qquad (4.19)$$

em que a = 0,0018 e b = 1,13. Ao aplicar a transformada de Laplace na equação 4.19, encontramos então a seguinte função de transferência:

$$F'_{vp_{max}}(s) = K_p H(s) + \frac{b_p}{s} = 0,0018H(s) + \frac{1,13}{s},$$
(4.20)

sendo $F'_{vp_{max}}(s)$ e H(s) as transformadas de Laplace de $f'_{vp_{max}}(h(t))$ e h(t), respectivamente.



Figura 4.15: Dados da vazão máxima $f'_{vpmax}(t)$ em função do nível de água h(t), medidos com a válvula proporcional totalmente aberta.

Por último, é preciso determinar a função f_v que representa a característica de fluxo da válvula, isto é, como o fluxo de saída se altera em função de variações no grau de abertura da válvula. Como o fluxo também varia conforme o nível de água h(t) no tanque, a solução adotada foi variar o mínimo possível o nível e efetuar todas as medições do fluxo $\Delta h/\Delta t$ nessa mesma faixa. Dessa forma, o nível h(t) não influencia na vazão medida e apenas o grau de abertura da válvula modifica a vazão de saída da válvula. No experimento realizado, adotou-se como nível inicial $h_0 = 90mm$ e como nível final $h_f = 85mm$, para todas as medições.

A figura 4.16 apresenta os dados coletados, em que a vazão de saída da válvula foi normalizada entre 0% e 100% do valor máximo obtido nas medições. O grau de abertura da válvula também foi normalizado entre 0% e 100% da faixa de operação do motor, que para as medidas tomadas era de 0° a 160°.



Figura 4.16: Dados medidos da porcentagem da vazão máxima da válvula em função do seu grau de abertura.

Note na figura 4.16 que existe uma região de zona morta até, aproximadamente, 10% de abertura e uma região de saturação, acima de 70% de abertura da válvula, em que o fluxo não varia, mesmo abrindo-se mais a válvula. Assim sendo, é mais adequado restringir a faixa de operação da válvula que, originalmente, era de 0° (totalmente aberta) a 160° (totalmente fechada) para 60° a 145°, valores que correspondem a 70% e 10% de abertura, respectivamente. Para tanto, foi implementado no Arduíno a seguinte lógica de operação: quando o sinal de controle for 0, a válvula é posicionada em 145° e quando o sinal de controle assumir o valor 1, a válvula é posicionada em 60°; qualquer valor do sinal de controle entre 0 e 1 gera uma abertura proporcional, dentro dessa faixa. Isso faz com que a válvula apresente uma resposta mais rápida e elimina a zona morta de 145° a 160° e a faixa de saturação de 0° a 60°. Considerando, agora, a nova faixa de trabalho, representamos graficamente os dados obtidos, na figura 4.17, em que a posição 60° corresponde a 100% de abertura (sinal de abertura x = 1) e 145° corresponde a 0% de abertura (sinal de abertura x = 0). Além disso, é mais conveniente tratar a porcentagem da vaão máxima, com *range* de 0 a 100%, como um sinal de modulação da vazão máxima ($f_{vp\%}$), com *range* de 0 a 1. Note, por essa figura, que a válvula é do tipo abertura rápida.



Figura 4.17: Relação normalizada entre o sinal de abertura x(t) e o sinal de modulação da vazão $f_{vp\%}$. O comportamento do fluxo é o de uma válvula de abertura rápida.

Conforme visto na seção 3.2.2, o modelo para esse tipo de válvula é dado por uma função não linear do tipo $f(x) = \sqrt{x}$. Para obter um melhor ajuste, pode-se generalizar

esse modelo para uma função do seguinte tipo:

$$f_v(x(t)) = \alpha x(t)^p, \tag{4.21}$$

e, utilizando o método dos mínimos quadrados, fazer um ajuste. O resultado obtido está representado na figura 4.17, em que p = 0,3453 e $\alpha = 1$. O coeficiente α teve seu valor forçado em $\alpha = 1$ para que 100% de abertura represente 100% da vazão da válvula proporcional.

Caso o sinal de controle u(t) fosse aplicado diretamente na válvula proporcional, comandando a sua abertura, teríamos uma relação não linear entre u(t) e a porcentagem da vazão máxima da válvula $f_{vp_{\%}}$. Deseja-se, porém, que essa relação seja linear, para que possamos tratar o sistema como linear em sua faixa de operação. Assim sendo, propomos que o sinal de controle u(t) seja pré-operado pela função inversa f_v^{-1} , conforme mostra a figura 4.18. O cálculo é feito no Arduíno, o qual gera o sinal x(t) que irá, então, comandar a abertura da válvula. Quando a função f_v operar sobre x(t), ela irá aproximadamente desfazer a operação feita por f_v^{-1} em u(t). O resultado teórico do processo, como ilustra a figura 4.19, é uma função linear entre a vazão da válvula $f_{vp_{\%}}$ e o sinal de controle u(t), como desejávamos. Como o ajuste da figura 4.17 não é perfeito, haverá um erro de modelagem. Não sendo esse erro muito grande, o efeito compensador adotado por essa estratégia é válido. Portanto, mesmo que na prática não ocorra a linearização completa, vamos considerar, neste trabalho que $u(t) = f_{vp_{\%}}(t)$, conforme mostra o diagrama de blocos da figura 4.20.



Figura 4.18: O sinal de controle é operado pela função inversa à função de característica de fluxo da válvula com a intenção de tornar linear a relação entre sinal de saída do controlador u(t) e a vazão em $mm/s f'_{valv}(t)$.

Finalmente, destacamos que algumas outras simplificações foram feitas:

1. Por meio de testes, determinou-se que as engrenagens têm uma folga de aproxima-


Figura 4.19: Relação entrada-saída da válvula o resultado do cancelamento da não linea-ridade.

damente 5°, o que representa 6% da faixa de operação escolhida (60° a 145°).

 O Arduíno precisa de algum tempo para processar a informação, introduzindo um atraso.

Como a folga é relativamente pequena e o tempo de processamento é muito mais rápido que a dinâmica da parte mecânica da válvula, vamos desconsiderar esses efeitos para não aumentar ainda mais a complexidade do modelo.

Assim sendo, podemos modificar o diagrama da figura 4.13 e incluí-lo no diagrama de blocos completo do sistema, quando utilizada a válvula de controle proporcional, apresentado na figura 4.20.





4.2.6 Modelos completos para os sistemas

Para facilitar a utilização dos diagramas de blocos representados nas figuras 4.12 e 4.20, apresentamos na tabela 4.6 todos os valores dos parâmetros do modelo.

Componente	Função de Transferência	Parâmetros
Tanque	$G_T'(s) = \frac{H(s)}{F_{res}'(s)}$	$G_T'(s) = \frac{1}{s}$
Sensor de nível	$G_{SN}(s) = K_{niv} \frac{Y(s)}{H(s)}$	$G_{SN}(s) = \frac{0.0489}{(s+8,6)^2}$
Ganho inverso	$K_{inv} = \frac{1}{K_{niv}}$	$K_{inv} = 20,465$
Bomba + Sensor de fluxo	$G_B(s) = \frac{F'_{in}(s)}{U_B(s)}$	$G_B(s) = \frac{1,98}{0,66s+1}$
Orifício	$F'_{orif}(s) = K_o H(s) + \frac{b_o}{s}$	$F'_{orif}(s) = 0.0058H(s) + \frac{0.64}{s}$
Válvula solenoide	$F'_{valv}(s) = K_s H(s) + \frac{b_s}{s}$	$F'_{valv}(s) = 0.0019H(s) + \frac{1.06}{s}$
Válvula proporcional	$F'_{vp_{max}}(s) = K_p H(s) + \frac{b_p}{s}$	$F'_{vp_{max}}(s) = 0,0018H(s) + \frac{1,13}{s}$
	$M(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$	$M(s) = \frac{1}{0,52s+1}$

Tabela 4.6: Resumo das funções de transferência e dos parâmetros utilizados.

Capítulo 5

Projeto e implementação dos controladores

A partir dos modelos matemáticos obtidos no capítulo 4, o passo seguinte é o projeto do controlador de nível. Neste capítulo, avaliaremos duas propostas de projeto de controladores. Para cada projeto, serão comparados os resultados da simulação utilizando o modelo desenvolvido no capítulo anterior com os resultados do teste experimental do sistema de controle implementado na planta real.

Inicialmente, na seção 5.1, especificaremos as características de desempenho do sistema desejadas para este trabalho. Na seção 5.2, iremos propor um procedimento padrão para testar o sistema, com o objetivo de facilitar a comparação entre os diversos projetos. Em seguida, estudaremos as propostas I (seção 5.3) e II (seção 5.4), analisando as condições necessárias para estabilidade do sistema realimentado, mostrando como foi feito o projeto dos controladores e, finalmente, avaliando se os resultados obtidos estão em consonância com os resultados esperados.

5.1 Especificações de desempenho para o projeto

É importante definir as características desejadas de desempenho do sistema para que seja possível projetar um controlador que produza resultados satisfatórios. Em geral, deseja-se uma resposta rápida e com pouco percentual de ultrapassagem. Além disso, o esforço do controlador deve ser o menor possível. Deseja-se, então, um sistema com as seguintes características:

- 1. Tempo de subida e tempo de estabilização os menores possíveis;
- 2. Percentual de ultrapassagem máximo de 15%;
- 3. Erro de regime permanente (offset) nulo.
- 4. Sinal de controle sem oscilações de alta frequência.

5.2 Procedimento para obtenção dos dados

Com o objetivo de facilitar a comparação dos resultados, utilizou-se uma sequência padrão de mudança dos valores de referência e, em seguida, sinais de pertubação foram introduzidos. Para observar o comportamento do sistema, tanto para pequenas, quanto para grandes variações, foram geradas mudanças no valor de referência (*setpoint*) de 1mm e 10mm, conforme o seguinte procedimento:

Procedimento 5.1.

- 1. Ajuste do valor de referência inicial para 90mm;
- 2. Alteração do valor de referência para 91mm;
- 3. Alteração do valor de referência para 90mm;
- 4. Alteração do valor de referência para 100mm;
- 5. Alteração do valor de referência para 90mm;
- 6. Introdução de sinais de pertubação aleatórios, gerados manualmente. Esses sinais podem ser gerados por uma fonte complementar de água e, quando possível, pelo orifício de saída do tanque.

Observação 5.1. É importante esclarecer que não será feita a comparação dos resultados com o valor simulado para a análise da resposta do sistema aos sinais de pertubação, uma vez que esse sinal é introduzido manualmente e de forma aleatória.

5.3 Proposta de funcionamento I

Nesta proposta de funcionamento, muito similar ao que ocorre em tanques industriais, a vazão de entrada $f_{in}(t)$ é feita constante, enquanto o orifício de saída do tanque é totalmente aberto, produzindo uma vazão de saída $f_{orif}(h(t))$. O controle será feito a partir da vazão da válvula de saída $f_{valv}(t)$, utilizando tanto uma válvula solenoide, quanto uma válvula proporcional. O objetivo é manter o nível constante no valor de referência, rastrear as possíveis mudanças no valor de referência e rejeitar pertubações. Para tanto, devemos considerar que além das variações aleatórias no fluxo $f_{in}(t)$ causadas pela própria bomba e das variações no fluxo de saída $f_{orif}(t)$ causadas por fluxo irregular no orifício, também podem existir pertubações externas introduzidas manualmente, que alteram essas vazões.

Observação 5.2. Foi escolhido como ponto de operação padrão o nível em 90mm, pois próximo a essa altura o fluxo de entrada iguala-se ao fluxo do orifício somado ao fluxo da válvula proporcional quando ela está em uma posição de abertura intermediária. Assim, para pequenas mudanças no valor de referência ou pertubações não muito grandes, a válvula não atingirá seu limite de excursão (não irá saturar), sendo, então, possível utilizála na região de operação linear.

5.3.1 Comentário sobre a estabilidade da Proposta I

Antes de projetar o controlador, é necessário estudar as condições de estabilidade do sistema. Como as válvulas utilizadas saturam, deve-se verificar se a não linearidade causada pela saturação afeta a estabilidade do sistema. Não será feita, neste trabalho, uma análise rigorosa envolvendo, por exemplo, o método de Lyapunov para sistemas não lineares. Vamos, contudo, fundamentar nossa análise com a ideia de estabilidade criada por Lyapunov. Um sistema é estável se, ao ser deslocado de um ponto de equilíbrio, retorna ao mesmo após algum tempo. Intuitivamente, isso acontecerá se a função que representa a energia do sistema possuir derivada negativa fora do ponto de equilíbrio, pois isso significa que a energia só pode decrescer.

Vamos, então, a partir dos modelos obtidos no capítulo anterior, encontrar o ponto

de equilíbrio do sistema aqui tratado, o qual ocorre quando a vazão resultante não se altera. É necessário, também, considerar que a válvula de saída encontra-se totalmente aberta, já que o pior caso que levaria à instabilidade seria o fluxo linear resultante $f'_{res}(t)$ aumentar quando a válvula já se encontra aberta.

O ponto de equilíbrio pode ser obtido a partir da equação do fluxo resultante $f'_{res}(t)$, que utiliza as equações 4.12, 4.14 e 4.19, da seguinte forma:

$$f'_{res}(t) = f'_{in} - f'_{out}(t) = 1,98 - [1,13 + 0,0018h(t) + 0,64 + 0,0058h(t)] = 0.$$
(5.1)

Após resolver a equação (5.1), encontramos o seguinte ponto de equilíbrio:

$$h_{VP}^* = 27,63mm.$$
 (5.2)

De forma análoga, a equação do fluxo resultante $f'_{res}(t)$ da válvula solenoide utiliza as equações 4.12, 4.14 e 4.16, sendo, no equilíbrio, dada por:

$$f'_{res}(t) = f'_{in} - f'_{out}(t) = 1,98 - [1,06 + 0,0019h(t) + 0,64 + 0,0058h(t)] = 0.$$
(5.3)

Resolvendo-se a equação acima, encontramos o seguinte ponto de equilíbrio:

$$h_{VS}^* = 36,36mm. (5.4)$$

Analisando as equações 5.1 e 5.3, é possível verificar que o fluxo de entrada é constante, enquanto o fluxo de saída aumenta conforme o nível cresce. Portanto, o fluxo resultante torna-se mais negativo (mais líquido saindo do que entrando no tanque) à medida que o nível h(t) cresce para além do ponto de equilíbrio. Dessa forma, trabalhado com um ponto de operação acima do ponto de equilíbrio, a derivada da função h(t) ($f'_{res}(t)$) é sempre negativa, desde que a válvula esteja operando com ação correta (abre mais quando o nível aumenta).

No caso da válvula solenoide, como veremos, o controlador do tipo relé define que, a partir do valor de referência, se o nível aumentar a válvula de saída abre totalmente e, se decrescer, ela fecha totalmente. Isso significa que a ação tomada pelo controlador é sempre oposta às variações para além do valor de referência. Para a válvula proporcional ocorrerá o mesmo, desde que o sistema projetado com auxílio do diagrama do lugar das raízes tenha seus pólos em \mathbb{C}^- . Isso implica que a ação tomada pelo controlador é também oposta às variações que levam o nível para longe do valor de referência. Apesar do grau de abertura poder ser controlado, após afastar-se um certo nível acima do ponto de equilíbrio, ela satura com o máximo de ação disponível (totalmente aberta) e, dessa forma, sua análise torna-se equivalente à da válvula solenoide. Portanto, tem-se que a estabilidade do sistema está garantida para os controladores a serem projetados, desde que os valores de referência sejam maiores que $h_{VS}^* e h_{VP}^*$.

5.3.2 Controle do tipo relé

O tipo de controlador mais simples de se projetar e implementar é o controlador do tipo relé. Para tanto, programa-se o CLP para ativar ou desativar um relé, que, por sua vez, abre ou fecha a válvula solenoide.

A função de ativação do relé deve conter uma histerese intencional, para que o sistema não gere um chaveamento de alta frequência, o qual gera desgaste na válvula e compromete sua vida útil. Essa histerese, contudo, causa um erro de regime inerente. Há um *trade-off* entre uma histerese maior (erro de regime maior) e menos chaveamento e uma histerese menor (erro de regime menor) e mais chaveamento. Levando isso em conta, escolheu-se uma amplitude 2h = 1.2mm, conforme a figura 5.1.

As figuras 5.2, 5.3 e 5.4 ilustram, respectivamente, o sinal de controle, a resposta do sistema a mudanças no valor de referência e a resposta a pertubações, obtidas de acordo com o procedimento 5.1. Observa-se que a resposta do sistema tende à referência, porém oscila em torno do valor de referência com amplitude igual à amplitude da histerese. Note que a inclinação apresentadas nas mudanças do valor de referência são determinadas pela própria dinâmica do sistema, de forma que não podem ser feitas mudanças mais rápidas (a válvula já se encontra totalmente aberta ou fechada).

Apesar de em muitas aplicações reais essa resposta ser aceitável, deseja-se neste



Figura 5.1: Função que relaciona a saída do controlador com histerese intencional, de largura h = 0.6mm, com o erro e em sua entrada.

trabalho um erro de regime nulo e, portanto, o controle do tipo relé não é suficiente.



Figura 5.2: Sinal de controle gerado pelo controlador do tipo relé, obtido na simulação.

5.3.3 Controle Proporcional

De acordo com o princípio do modelo interno (Teorema), para que ocorra rastreamento assintótico do sinal de referência R(s), sua dinâmica $\beta(s)^+$ deve ser parte do controlador ou da planta. Independente do controlador utilizado, isso é verdade para sinais de referência em degrau $R(s) = \alpha(s)/s$, uma vez que já existe um integrador ($G'_T(s) = 1/s$) na planta aqui tratada. Já para rejeição de uma pertubação D(s), é necessário que a dinâmica $\delta(s)^+$ desse sinal seja um zero da planta ou um pólo do controlador. Portanto, o



Figura 5.3: Resposta do sistema h(t) a variações no valor de referência, simulada e obtida no tanque experimental, para o controlador do tipo relé.

controlador puramente proporcional não rejeitará pertubações em degrau. Mesmo assim, para efeito didático, gostaríamos de projetá-lo e apresentar seus resultados. Para tanto, considere o seguinte controlador proporcional:

$$C(s) = K. \tag{5.5}$$

Utilizando-se o método do lugar das raízes e supondo que se deseje uma resposta criticamente amortecida, uma vez que nessas condições o sistema terá uma resposta rápida e sem ultrapassagem, obtém-se K = 0,32. A figura 5.5 ilustra o diagrama do lugar das raízes e o posicionamento desejado dos pólos dominantes em malha fechada. Note que o sistema tende a instabilizar à medida que se aumenta o ganho K (K > 4,25 torna o sistema instável).

Os resultados obtidos estão apresentados nas figuras 5.6, 5.7 e 5.8 e os parâmetros de desempenho resumidos na tabela 5.1. Note na figura 5.6 que o sinal de controle é bem comportado e suave, ao contrário do controle do tipo relé. Há uma saturação



Figura 5.4: Resposta do sistema h(t) a pertubações, quando utilizado o controlador do tipo relé.

desse sinal entre os instantes 65s e 85s, aproximadamente, e conforme já comentado, essa saturação diminui o ganho de malha, podendo alterar as características de desempenho projetadas. Observe nas figuras 5.7 e 5.8 que a resposta rastreia o sinal de referência, porém ocorre um erro de regime considerável tanto para mudanças no valor de referência, quanto para rejeição de pertubações, o qual pode ser explicado pelo fato da pertubação ter sido modelada como um degrau (na região linear).

Tabela 5.1: Parâmetros de desempenho da resposta, obtida para o controlador proporcional.

PO	$T^{r}_{100_{\%}}$	Offset
0,00%	$14,\!80s$	0,50mm

Apesar de muito simples de ser projetado, o controle proporcional, conforme esperado, tem a desvantagem de não anular o erro de regime, uma vez que para a rejeição de pertubação é necessário um integrador no controlador. Portanto, iremos, a seguir, adicionar um termo integral no controlador para corrigir essa situação.



Figura 5.5: Diagrama do método do lugar das raízes para o projeto do controle proporcional.

5.3.4 Controle Proporcional e Integral

Em regime permanente o nível h(t) se estabiliza e, de acordo com a modelagem realizada, as vazões $f'_{orif}(t)$ e f'_{in} podem ser consideradas pertubações em degrau. Isso porque, na região linear do ajuste, essas vazões são constituídas de dois degraus: um devido ao termo constante do ajuste e outro devido ao termo proporcional que multiplica h(t) (que em regime permanente é constante também). Dessa forma, O controle proporcional e integral utiliza um integrador para permitir que o sistema, além de rastrear entradas em degrau, também rejeite pertubações em degrau, conforme o princípio do modelo interno. Para este tipo de controle, a função de transferência do compensador é descrita por:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s},$$
(5.6)

em que os ganhos proporcional K_p e integral K_i devem ser sintonizados, utilizando o diagrama do lugar das raízes para alocar um zero onde for conveniente. O integrador presente no controlador introduzirá um pólo na origem. No projeto, deve-se posicionar



Figura 5.6: Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional, obtido na simulação.

o zero próximo da origem, para mover o diagrama do lugar das raízes para a esquerda, levando à configuração mostrada na figura 5.9, que apresenta uma região de estabilidade. Como se deseja uma resposta com pouco percentual de ultrapassagem e tomando como base o posicionamento dos pólos dominantes do sistema realimentado para aproximá-lo por um sistema de segunda ordem sem zeros (seção 2.1.2), posiciona-se os pólos no local indicado na figura 5.9. Os parâmetros obtidos podem ser vistos na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Valores dos ganhos utilizados no projeto do controlador PI.

Para esse controlador, foram obtidos os resultados mostrados nas figuras 5.10, 5.11 e 5.12. Conforme pode ser visto na figura 5.11, o controlador proporcional e integral projetado foi capaz de eliminar as deficiências apresentadas no controle puramente proporcional, obtendo-se erro de regime permanente nulo e resposta rápida e com pouco sobrepasso. Os parâmetros desempenho dessa resposta podem ser vistos na tabela 5.3. Note na figura 5.10, que assim como no controlador proporcional, ocorre saturação do



Figura 5.7: Resposta do sistema h(t) a variações do valor de referência, simulada e obtida no tanque experimental, para o controlador proporcional.

sinal de controle que, nesse caso, poderia instabilizar o sistema caso não fosse utilizado o esquema anti-*windup* (seção 2.4.2) para interromper a integração. A integral limitada utilizada no esquema anti-*windup* também contribui para um percentual de ultrapassagem menor que o esperado pelo projeto. Finalmente, observe na figura 5.12 que o sistema tende a rejeitar as pertubações manuais introduzidas, desde que estas pertubações não sejam superiores à vazão máxima de saída que a válvula pode fornecer e sejam do tipo degrau.

Tabela 5.3: Parâmetros de desempenho da resposta, obtida para o controlador proporcional e integral.

PO	$T^{r}_{100\%}$	Offset
2,00%	$13,\!80s$	0,00mm

Os resultados obtidos para este controle estão de acordo com as especificações desejadas. Poderia ser projetado um controlador proporcional integral e derivativo (PID), porém sua contribuição seria irrelevante, visto que a válvula já opera com o máximo de ação disponível nas mudanças do valor de referência. Além disso, a ação derivativa tende a amplificar os ruídos de medição e aumentaria a oscilação do servo-motor em torno do



Figura 5.8: Resposta do sistema utilizando o controlador proporcional, ao se inserir pertubações aleatórias. O controle proporcional não é capaz de manter o nível na referência 90mm.

valor de referência. Portanto, o controle PI com anti-*windup* é o melhor a ser utilizado neste trabalho.



Figura 5.9: Diagrama do método do lugar das raízes para o projeto do controle proporcional e integral.



Figura 5.10: Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional e integral, obtido na simulação.



Figura 5.11: Resposta do sistema h(t) a variações do valor de referência, simulada e obtida no tanque experimental, para o controlador proporcional e integral.



Figura 5.12: Resposta do sistema utilizando o controlador proporcional e integral, ao se inserir pertubações aleatórias.

5.4 Proposta de Funcionamento II

Considere, agora, que o orifício de saída foi fechado e a bomba será utilizada como um dos atuadores; o outro atuador será a válvula de saída (conforme mostrado na figura 5.13). Nesse caso, o diagrama de blocos representativo do sistema realimentado passa a ser aquele mostrado na figura 5.14.



Figura 5.13: Diagrama da ação do controlador na proposta de funcionamento II.

Como na proposta anterior, deseja-se que o sistema mantenha o nível no valor de referência, que pode ser alterado, e rejeite pertubações que deslocam o nível para além do valor de referência.

Para regular o nível, o controlador gera sinais de controle diferentes para a válvula de controle (solenoide ou proporcional) e para a bomba de água, dependendo se o nível está abaixo ou acima do valor desejado, respectivamente. Para tanto, a bomba será ligada somente quando o nível for menor que o valor de referência e a válvula de saída será aberta somente quando o nível for maior que o valor de referência. Como não é desejável que a bomba ligue frequentemente, se o nível estiver abaixo do valor de referência, porém dentro de uma região aceitável, a válvula permanecerá fechada como na proposta anterior e a bomba desligada.

5.4.1 Comentário sobre a estabilidade para a Proposta II

A análise de estabilidade, para esta proposta, é similar à apresentada na seção 5.3.1. Utilizando os mesmos argumentos, vamos garantir que os controles a serem utilizados tornam o sistema realimentado estável. Os pontos de equilíbrio, quando utilizada a válvula solenoide ou proporcional, são os mesmos encontrados na seção 5.3.1 e o ponto de operação também não foi alterado.

O controlador do tipo relé, utilizado para controlar a válvula solenoide, tem sempre



Figura 5.14: Diagrama de blocos completo do sistema para a proposta de funcionamento II.

ação oposta à variações para além do valor de referência. Se o nível for maior que o ponto de operação, estando esse nível acima do ponto de equilíbrio, então a derivada de h(t) $(f'_{res}(t))$ é sempre negativa. Da mesma forma, o controlador proporcional e integral, que comanda a válvula proporcional, é o mesmo que o utilizado na proposta de funcionamento I e, portanto, também garante que a válvula satura com o máximo de ação disponível (totalmente aberta) após o nível afastar-se suficientemente do valor de referência, tornando, então, o fluxo resultante $f'_{res}(t)$ negativo. Portanto, como o sistema controlado sempre tende a retornar ao valor de referência, a estabilidade do sistema está garantida para os controladores a serem projetados a seguir.

5.4.2 Controle do tipo relé

Para a bomba hidráulica, foi projetado um controlador do tipo relé com histerese, para evitar o chaveamento de alta frequência quando o sistema entra em regime permanente. Conforme mostra a figura 5.15(a), essa histerese inserida não é simétrica em relação ao eixo vertical. Uma vez que a bomba possui uma certa dinâmica e demora um certo tempo para zerar o fluxo de entrada, vamos estabelecer como parâmetro de projeto que a bomba será desligada 0,2mm abaixo do nível de referência e somente será religada se o nível estiver abaixo de 0,8mm do valor de referência. Pode-se, para a válvula solenoide, projetar um controlador do tipo relé com histerese menor (figura 5.15(b)), sendo que a válvula será aberta se o erro for menor que -0,2mm e somente será fechada novamente se o erro for maior que 0,0mm.



Figura 5.15: Controlador do tipo relé com histerese, utilizado na bomba (a) e na válvula solenoide (b).

As figuras 5.16, 5.17 e 5.18 ilustram os resultados obtidos com esse controle. Devido à histerese, os sinais de controle para a bomba e para a válvula, mostrados na figura 5.16, indicam que esses elementos foram acionados poucas vezes, apenas nas mudanças de referência. A partir da figura 5.17, observa-se um erro de regime da resposta em relação aos níveis de referência 90mm, 91mm e 100mm. Esses desvios são esperados, uma vez que utilizou-se uma histerese de 0,8mm no controlador. Pode-se observar, na figura 5.18, que a resposta às pertubações exige que a bomba e a válvula sejam ativadas frequentemente para que o nível retorne para as proximidades do valor de referência, oscilando em torno desse valor.

5.4.3 Controle Proporcional e Integral

Ao invés de utilizar a válvula solenoide e um controlador do tipo relé, é possível que se obtenha melhores resultados utilizando a válvula proporcional. Nesse projeto, a bomba será desligada assim que o nível de referência for atingido e, portanto, um sobrepasso é esperado devido à inércia da bomba. A válvula proporcional irá corrigir esse sobrepasso, fazendo com que o sistema atinja o nível de referência de maneira suave.

Para a válvula proporcional, utilizamos o mesmo controle PI da seção 5.3, pois seu funcionamento se provou o mais adequado entre os controladores testados. O controle da



Figura 5.16: Sinal de controle do controlador da bomba (parte superior do gráfico) e do controlador da válvula solenoide (parte inferior), obtido na simulação.

bomba também foi mantido o mesmo (relé com histerese) para evitar o chaveamento de alta frequência.

As figuras 5.19 e 5.20 ilustram, respectivamente, o sinal de controle e a resposta do sistema a mudanças do valor de referência. Nota-se que o sinal de controle comporta-se de maneira satisfatória, saturando apenas durante a maior mudança do valor de referência. A resposta apresenta erro de regime, devido ao sobrepasso do controlador PI, porém esse erro é menor que o erro do controlador do tipo relé. Nesse projeto não foi possível projetar um PI que eliminasse o erro de regime permanente, uma vez que sempre há pólos complexos, o que leva a um sobressinal.

Na figura 5.21, percebe-se que o sistema atua no sentido de corrigir o nível enquanto ocorrem pertubações que aumentam ou diminuem as vazões de entrada ou de saída.

Os resultados são satisfatórios para esse caso, já ocorre um pequeno erro de regime de 0.35mm, observado na figura 5.20, sendo devido à histerese do controlador da bomba e ao sobressinal devido ao posicionamento dos pólos pelo controlador PI.



Figura 5.17: Resposta do sistema h(t) a variações do valor de referência, simulada e obtida no tanque experimental, utilizando controladores do tipo relé para a válvula solenoide e para a bomba.



Figura 5.18: Resposta do sistema, utilizando controladores do tipo relé para a válvula solenoide e para a bomba, ao se inserir pertubações aleatórias.



Figura 5.19: Sinal de controle gerado pelo controlador proporcional e integral, obtido na simulação.



Figura 5.20: Resposta do sistema h(t) a variações do valor de referência, simulada e obtida no tanque experimental, ao utilizar o controlador proporcional e integral para a válvula proporcional e um controlador do tipo relé para a bomba.



Figura 5.21: Resposta do sistema a pertubações aleatórias, utilizando o controlador proporcional e integral para a válvula proporcional e um controlador do tipo relé para a bomba.

Capítulo 6

Conclusão e Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou a modelagem, o projeto de um sistema de controle de nível e a implementação do controlador, tendo como proposta preparar a parte experimental do curso de Controles Industriais ministrado aos alunos dos cursos de Engenharia Elétrica e de Engenharia de Controle e Automação. Foram mostrados os métodos utilizados para modelar os componentes do sistema e os modelos obtidos. Também foram projetados diferentes controladores, a serem utilizados em duas propostas de funcionamento para o sistema.

Através dos experimentos demonstrou-se que o sistema funciona atendendo às condições de desempenho desejadas. Para a proposta de funcionamento I, dentre os controladores testados, o controlador PI foi o que funcionou da melhor forma, mantendo o sistema com percentual de ultrapassagem em 2,00% e sem erro de regime. Na proposta de funcionamento II, ocorreu um pequeno erro de regime que não pode ser corrigido devido à bomba utilizada ser do tipo *on-off* e a resposta da válvula proporcional apresentar sobressinal.

O tanque experimental, utilizado neste trabalho, possui algumas limitações. Essas limitações, porém, podem ser contornadas no futuro. Primeiramente, seria interessante diminuir a saturação da válvula proporcional, aumentando a zona linear de operação do sistema. Isso pode ser feito aumentando-se o diâmetro das válvulas e orifícios de saída do tanque principal. Além disso, a bomba utilizada é de funcionamento *on-off*, o que não permite diminuir a vazão de entrada. Caso fosse adquirida uma bomba com motor regulado por PWM, por exemplo, seria possível diminuir a corrente de entrada de tal forma a fazer o sistema operar mais distante da saturação e, além disso, também seria possível gerar fluxos de entrada pequenos para eliminar o erro de regime da proposta de funcionamento II. Outra limitação, já solucionada, era a presença apenas da válvula de controle solenoide. A válvula de controle proporcional, projetada e cosntruída neste trabalho, mostrou-se superior à válvula *on-off*, já que permite uma ação de controle mais suave e precisa.

O sistema aqui estudado revelou-se muito útil para verificação e consolidação dos conhecimentos teóricos sobre controle de sistemas. Durante a implementação, surgem problemas característicos dos sistemas de controle, como as não linearidades e os ruídos, que nem sempre são considerados a nível teórico, mas que devem ser tratados de forma adequada na prática para que o sistema tenha um desempenho satisfatório.

Como trabalhos futuros, sugere-se uma análise mais aprofundada do sistema, tratando-o como um sistema de controle não linear e digital. Isso permitiria uma análise mais rigorosa e precisa, além de possibilitar a implementação de novos métodos de controle, como exemplo: controle por modos deslizantes, controle *deadbeat*, controle ótimo, controle adaptativo. Além disso, o projeto do controlador poderia ser feito utilizando realimentação de estados, de acordo com o enfoque do modelo de espaço de estados. Portanto, há uma ampla gama de propostas para se estudar o controle do nível do tanque, como parte do curso de Controles Industriais.

Referências Bibliográficas

- ZIEGLER, J., NICHOLS, N. "Optimum settings for automatic controllers", Trans. of the ASME, v. 64, n. 11, 1942.
- [2] BASILIO, J. C., MATOS, S. "Design of PI and PID controllers with transient performance specification." *IEEE Transactions on Education*, v. 45, pp. 364–370, 2002.
- [3] RIVERA, D. E., MORARI, M., SKOGESTAD, S. "Internal model control: PID controller design", *Industrial & engineering chemistry process design and development*, v. 25, n. 1, pp. 252–265, 1986.
- BULLOCK, M. "How Relays Work". Disponível em: <http://www.howstuffworks. com/relay.htm>. Último acesso: 22/08/2013.
- [5] STRANG, G. Linear algebra and its applications. Belmont, CA, Thomson, Brooks/Cole, 2006. ISBN: 978-0030105678.
- [6] OGATA, K. Engenharia de controle moderno. 4ª ed. São Paulo, Prentice Hall, 2003.
- [7] FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D., EMAMI-NAEINI, A. Feedback Control of Dynamic Systems (6th Edition). Prentice Hall, 2009.
- [8] CHEN, C. T. Analog & digital control system design : transfer-function, state-space,
 & algebraic methods. New York Oxford, Oxford University Press, 1993.
- [9] MENDES, L. T., SANTOS, M. M. "Controlador Lógico Programável: Características de software." 2010. Disponível em: http://www.cpdee.ufmg.br/~luizt/lab_inf_ind/aula02. Último acesso: 22/08/2013.
- [10] OTTOBONI, A. "Servo-acionamentos". 2002. Disponível em: <http://www. scribd.com/doc/97458792/Revista-Mecatronica-Atual-Edicao-006>. Último acesso: 22/08/2013.

- [11] AVAYAN. "Understanding PWM". 2009. Disponível em: <http://ebldc.com/?p=
 48>. Último acesso: 22/08/2013.
- [12] SAWICZ, D. "Hobby Servo Fundamentals". Disponível em: <http://www. princeton.edu/~mae412/TEXT/NTRAK2002/292-302.pdf>. Último acesso: 22/08/2013.
- [13] BRANCO, R. "Tipos de válvulas industriais e suas aplicações". 2010.
 Disponível em: http://www.manutencaoesuprimentos.com.br/conteudo/1945-tipos-de-valvulas-industriais/>. Último acesso: 22/08/2013.
- [15] BEQUETTE, B. Process control : modeling, design, and simulation. Upper Saddle River, N.J, Prentice Hall PTR, 2003.
- [16] DE SOUZA CRUZ, A. J. R. "Elementos de Máquinas". 2008. Disponível em: <https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/3/35/Sdfg.pdf>. Último acesso: 22/08/2013.

Apêndice A

Ligação elétrica



Figura A.1: Diagrama das conexões elétricas que devem ser feitas no CLP.