



MOVIMENTOS INDUZIDOS POR VÓRTICES (VIM) EM PLATAFORMAS TLWP SUBMETIDAS A CORRENTES DE ALTA INTENSIDADE

Francisco de Mello Leal Santiago Lamas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Antonio Carlos Fernandes

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2017

MOVIMENTOS INDUZIDOS POR VÓRTICES (VIM) EM PLATAFORMAS TLWP
SUBMETIDAS A CORRENTES DE ALTA INTENSIDADE

Francisco de Mello Leal Santiago Lamas

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Antonio Carlos Fernandes, Ph.D.

Prof. Juan Bautista Villa Wanderley, Ph.D.

Dr. Allan Carré de Oliveira, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO DE 2017

Lamas, Francisco de Mello Leal Santiago

Movimentos Induzidos Por Vórtices (VIM) de Plataformas TLWP Submetidas a Correntes de Alta Intensidade/ Francisco de Mello Leal Santiago Lamas – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XIV, 125 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Antonio Carlos Fernandes

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 90-91.

1. Movimentos Induzidos por Vórtices. 2. Dinâmica dos Fluidos Computacional. 3. Métodos Numéricos. 4. Métodos Experimentais I. Fernandes, Antonio Carlos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

*“Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem
sucedidos” – Provérbios 16:3*

Agradecimentos

Inicialmente, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Antonio Carlos Fernandes, por suas ideias, sugestões, aulas e discussões ao longo da quase totalidade da minha vida acadêmica, em especial durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também ao meu colega de pesquisa Miguel Angel Moya Ramirez por todos os conselhos dados ao longo deste trabalho, seja em forma recomendações, comparações de resultados ou simplesmente compartilhando sua vasta experiência na área.

À InterMoor do Brasil, agradeço por ter investido no meu crescimento profissional e acreditado na minha capacidade de tornar a realização deste trabalho possível.

Ao meu pai, Eng. Naval Vicinius Santiago Lamas, por ter sido o maior incentivador da minha vida acadêmica e pelo apoio incondicional nas minhas decisões.

À minha mãe, Francisca Maria de Mello Leal Santiago Lamas, pelo amor sempre demonstrado ao longo dos anos.

Ao meu irmão, Rodrigo de Mello Leal Santiago Lamas, por ser sempre um exemplo de busca da excelência, dedicação e perseverança a ser seguido.

Aos meus amigos e colegas engenheiros navais feitos ao longo dos anos de estudos e trabalho, em especial Felipe Scrivano Amaral, Fernando Henrique Carrapito Moreira, Helio Bailly Guimarães, Henrique Paes Vaz, Matheus Siqueira da Silva e Yuri Mendes Martins, pela constante troca de incentivos e experiências profissionais.

Aos meus amigos de hoje e sempre, por estarem presentes e tornarem mais agradáveis os momentos difíceis enfrentados ao longo deste curso.

Agradeço também a todos os professores e funcionários do Programa de Engenharia Oceânica da COPPE/UFRJ.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MOVIMENTOS INDUZIDOS POR VÓRTICES (VIM) EM PLATAFORMAS TLWP SUBMETIDAS A CORRENTES DE ALTA INTENSIDADE

Francisco de Mello Leal Santiago Lamas

Fevereiro/2017

Orientador: Antonio Carlos Fernandes

Programa: Engenharia Oceânica

Os movimentos induzidos por Vórtices (VIM) conhecidos por *galloping* ocorrem com frequência em plataformas TLWP, porém nem sempre são abordados de maneira eficaz durante a fase de projeto. Este trabalho buscou desenvolver uma formulação para representar este tipo de movimento no plano, para os graus de liberdade *sway* e *yaw*. Inicialmente, foram apresentadas as formulações matemáticas desenvolvidas para representar este fenômeno, tanto para o caso desacoplado quanto para aquele onde os dois movimentos ocorrem simultaneamente. Nos casos desacoplados, mostra-se que as equações que descrevem o movimento dão origem a soluções do tipo ciclo limite no plano de fase, notadamente as equações de Rayleigh e Van der Pol para *sway* e *yaw*, respectivamente. Em seguida, são apresentadas considerações de análise dimensional, para a redução das variáveis do problema da escala real para a escala do modelo. Após isto, mostram os resultados obtidos para massa adicional, coeficientes de força e momento e para os coeficientes de amortecimento da plataforma. De posse de todos parâmetros, as equações do movimento são solucionadas numericamente, de modo a se obter a amplitude dos movimentos de *galloping*. As diferenças entre resultados obtidos e resultados experimentais existentes na literatura são apresentadas e discutidas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

VORTEX-INDUCED MOTIONS OF TLWP PLATFORMS UNDER HIGH INTENSITY CURRENTS

Francisco de Mello Leal Santiago Lamas

February/2017

Advisor: Antonio Carlos Fernandes

Department: Ocean Engineering

Vortex Induced Motions (VIM) classified as galloping occurs frequently in TLWP Platforms, however these movements are not always correctly taken into account during design phases. This work aimed to develop a formulation that represent this kind of movement for sway and yaw degrees-of-freedom. Initially, the mathematical formulation developed to represent this phenomenon were presented, for both coupled and uncoupled cases. When dealing with the uncoupled cases, it is shown that the equations of motion can be represented as equations that gives rise to limit cycle solutions, particularly the Rayleigh and Van der Pol Equations for sway and yaw, respectively. After presenting the equations of motion, some dimensional analysis considerations are made, in order to change the problem's variables from real scale to model scale. After this, all the results obtained for added mass, force and moment coefficient and damping ratios are presented. With all the required parameters in hand, the equations of motion are solved numerically, in order to estimate the galloping amplitude for all the proposed cases. The differences between the results of this work and experimental result from the literature are then presented and discussed.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	V
LISTA DE FIGURAS	XI
LISTA DE TABELAS	XIII
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 PARÂMETROS FUNDAMENTAIS	4
1.2.1 <i>Velocidade Reduzida</i>	4
1.2.2 <i>Número de Reynolds</i>	5
1.2.3 <i>Razão de Aspecto das Colunas</i>	5
1.2.4 <i>Razão de Massa</i>	6
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
1.4 OBJETIVOS	8
2 GALLOPING – REVISÃO TEÓRICA	9
2.1 GALLOPING EM UM GRAU DE LIBERDADE	9
2.1.1 <i>Estabilidade de Translação</i>	10
2.1.2 <i>Amplitude da Resposta de Translação</i>	14
2.1.3 <i>Estabilidade de Rotação</i>	16
2.1.4 <i>Amplitude da Resposta de Rotação</i>	19
3 ANÁLISE DIMENSIONAL	23
3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	23
3.2 MEDIÇÃO DE FORÇAS E MOMENTOS	24
3.2.1 <i>Variáveis do Problema</i>	25
3.2.2 <i>Matriz Dimensional</i>	25
3.2.3 <i>Parâmetros de Escala e Grupos Adimensionais</i>	26
3.3 ESCALA DO MODELO	27
3.3.1 <i>Escala de Geometria</i>	27
3.3.2 <i>Escala de Massa e Momento de Inércia</i>	28
3.3.3 <i>Escala de Velocidades</i>	29
4 CÁLCULO DE MASSA ADICIONAL	34
4.1 PLATAFORMA TLWP – GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO	34
4.2 MODELO HIDRODINÂMICO	35
4.3 FREQUÊNCIAS DE ONDA	37
4.4 RESULTADOS – MASSA ADICIONAL	37
5 CÁLCULO DE FORÇAS E MOMENTOS	39
5.1 VARIÁVEIS DO PROBLEMA	39
5.2 DOMÍNIO COMPUTACIONAL	41
5.2.1 <i>Dimensões e Fronteiras</i>	41
5.2.2 <i>Condições Iniciais e de Contorno</i>	43
5.3 MALHA COMPUTACIONAL	43

5.4	RESULTADOS	49
5.4.1	<i>Convergência</i>	50
5.4.2	<i>Coefficientes de Força e Momento</i>	51
5.4.3	<i>Ajuste das Curvas de Coeficientes</i>	53
6	TESTE DE DECAIMENTO LIVRE NUMÉRICO	59
6.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA - RESUMO	59
6.2	MODELO NUMÉRICO	60
6.2.1	<i>Tempo de simulação</i>	60
6.2.2	<i>Condições Iniciais e de Contorno</i>	61
6.2.3	<i>Propriedades do Corpo Rígido</i>	62
6.2.4	<i>Condição Inicial</i>	62
6.2.5	<i>Malha Computacional</i>	63
6.2.6	<i>Resultados – Teste de Decaimento de Sway</i>	63
6.2.7	<i>Resultados – Teste de Decaimento em Yaw</i>	68
7	RESULTADOS – AMPLITUDE DE GALLOPING	73
7.1	GALLOPING EM SWAY	74
7.1.1	<i>Aproamento: 0 graus</i>	74
7.1.2	<i>Aproamento: 22.5 graus</i>	75
7.1.3	<i>Aproamento: 45 graus</i>	75
7.2	GALLOPING EM YAW	78
7.2.1	<i>Aproamento: 0 graus</i>	78
7.2.2	<i>Aproamento: 22.5 graus</i>	80
7.2.3	<i>Aproamento: 45 graus</i>	82
7.3	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	83
7.3.1	<i>Aproamento: 0 graus</i>	83
7.3.2	<i>Aproamento: 22.5 graus</i>	84
7.3.3	<i>Aproamento 45 graus</i>	85
8	CONCLUSÃO	88
9	BIBLIOGRAFIA	91
A.	APÊNDICE A – ASPECTOS TEÓRICOS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL	93
A.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	93
A.1.1	EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE MASSA	93
A.1.2	EQUAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	95
A.1.3	EQUAÇÕES MÉDIAS DE REYNOLDS	98
A.1.3	MODELO DE TURBULÊNCIA	99
A.2	FORMULAÇÃO NUMÉRICA	101
A.2.1	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	102
A.2.2	SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES	105
B.	APÊNDICE B: ESCOAMENTO POTENCIAL	107
B.1	PROBLEMA DE VALOR DE CONTORNO	107
B.2	CÁLCULO DAS FORÇAS HIDRODINÂMICAS	109

C.	APÊNDICE C: TESTE DE DECAIMENTO LIVRE – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	111
C.1	SISTEMA EM TRANSLAÇÃO – <i>SWAY</i>	111
C.2	SISTEMA TORCIONAL – <i>YAW</i>	113
C.3	DECAIMENTO LOGARÍTMICO	115
D.	APÊNDICE D: SÉRIES TEMPORAIS DE <i>GALLOPING</i>	117
D.1	<i>SWAY</i> – $\alpha = 45^\circ$	117
D.2	<i>YAW</i> – $\alpha = 0^\circ$	119
D.3	<i>YAW</i> – $\alpha = 22.5^\circ$	122
D.4	<i>YAW</i> – $\alpha = 45^\circ$	124

Lista de Figuras

Figura 1.1 Margem Equatorial Brasileira.....	2
Figura 1.2 Plataformas TLWP em Operação.....	2
Figura 1.3 Plataforma SPAR em Operação (www.akerconstructions.com).....	3
Figura 1.4 Regimes de Emissão de Vórtices (Lienhard, 1966).....	5
Figura 2.1 Modelo para Galloping em Translação.....	11
Figura 2.2 Modelo para Galloping em Rotação.....	17
Figura 3.1 Plataforma TLWP Submetida à Correnteza.....	23
Figura 4.1 Modelo Plataforma TLWP – Vista de Perfil.....	34
Figura 4.2 Modelo Plataforma TLWP – Vista de Topo.....	35
Figura 4.3 Modelo Hidrodinâmico – Divisão em Painéis.....	36
Figura 4.4 A22 x Período.....	38
Figura 4.5 A66 x Período.....	38
Figura 5.1 Domínio Computacional.....	42
Figura 5.2 Domínio Computacional - Detalhe.....	42
Figura 5.3 Procedimento de Verificação de $y +$	45
Figura 5.4 Malha Computacional – Cálculo Inicial - Detalhe.....	47
Figura 5.5 Malha Computacional – Cálculo Inicial.....	47
Figura 5.6 Malha Computacional – Primeira Verificação de $y +$	48
Figura 5.7 Malha Computacional – Revisão do Cálculo de $y +$ - Detalhe.....	49
Figura 5.8 Malha Computacional – Revisão do Cálculo de $y +$	49
Figura 5.9 Histórico de Convergência – Força de Sway.....	51
Figura 5.10 Histórico de Convergência – Momento de Yaw.....	51
Figura 5.11 Coeficientes de Força de Surge.....	52
Figura 5.12 Coeficientes de Força de Sway.....	53
Figura 5.13 Coeficientes de Momento de Yaw.....	53
Figura 5.14 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 45^\circ$	55
Figura 5.15 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 0^\circ$	56
Figura 5.16 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$	56
Figura 5.17 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 45^\circ$	57
Figura 5.18 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 0^\circ$	57
Figura 5.19 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 22.5^\circ$	58
Figura 6.1 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal.....	64
Figura 6.2 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal – Novo Passo de Tempo.....	65
Figura 6.3 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal Corrigida.....	66
Figura 6.4 Teste de Decaimento em Sway – Comparação.....	67
Figura 6.5 Teste de Decaimento em Yaw – Séries Temporais.....	68
Figura 6.6 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.015\text{rad/s}$	70
Figura 6.7 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.010\text{rad/s}$	70
Figura 6.8 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.100\text{rad/s}$	71
Figura 6.9 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.020\text{rad/s}$	71
Figura 6.10 – Séries Temporais de Velocidade - Teste de Decaimento em Yaw.....	72
Figura 7.1 – μ_{22} x U_r – Sway – $\alpha = 45^\circ$	76
Figura 7.2 – Plano de Fase – Sway – $\alpha = 45^\circ$	77
Figura 7.3 – μ_{66} x U_r – Yaw – $\alpha = 0^\circ$	79
Figura 7.4 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 0^\circ$	79
Figura 7.5 – μ_{66} x U_r – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$	81

Figura 7.6 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$	81
Figura 7.7 – $\mu_{66} \times U_r$ – Yaw – $\alpha = 45^\circ$	82
Figura 7.8 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 45^\circ$	83
Figura 7.9 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 0^\circ$	84
Figura 7.10 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$	85
Figura 7.11 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Sway – $\alpha = 45^\circ$	86
Figura 7.12 – Comparação de Resultados – Amplitude Nominal – Sway – $\alpha = 45^\circ$	86
Figura 7.13 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 45^\circ$	87
Figura C.1 Sistema Massa-Mola-Amortecedor Translacional.....	111
Figura C.2 Soluções da Equação do Movimento – Caso 1 e Caso 2	113
Figura C.3 Sistema Massa-Mola-Amortecedor Torcional.....	114
Figura D.1 Série Temporal – Sway – $U_r = 19.801$ – $\alpha = 45^\circ$	117
Figura D.2 Série Temporal – Sway – $U_r = 13.201$ – $\alpha = 45^\circ$	117
Figura D.3 Série Temporal – Sway – $U_r = 26.402$ – $\alpha = 45^\circ$	118
Figura D.4 Série Temporal – Sway – $U_r = 33.002$ – $\alpha = 45^\circ$	118
Figura D.5 Série Temporal – Sway – $U_r = 39.603$ – $\alpha = 45^\circ$	119
Figura D.6 Série Temporal – Yaw – $U_r = 5.964$ – $\alpha = 0^\circ$	119
Figura D.7 Série Temporal – Yaw – $U_r = 11.927$ – $\alpha = 0^\circ$	120
Figura D.8 Série Temporal – Yaw – $U_r = 8.945$ – $\alpha = 0^\circ$	120
Figura D.9 Série Temporal – Yaw – $U_r = 17.891$ – $\alpha = 0^\circ$	121
Figura D.10 Série Temporal – Yaw – $U_r = 14.909$ – $\alpha = 0^\circ$	121
Figura D.11 Série Temporal – Yaw – $U_r = 12.910$ – $\alpha = 22.5^\circ$	122
Figura D.12 Série Temporal – Yaw – $U_r = 9.682$ – $\alpha = 22.5^\circ$	122
Figura D.13 Série Temporal – Yaw – $U_r = 19.365$ – $\alpha = 22.5^\circ$	123
Figura D.14 Série Temporal – Yaw – $U_r = 16.137$ – $\alpha = 22.5^\circ$	123
Figura D.15 Série Temporal – Yaw – $U_r = 16.867$ – $\alpha = 45^\circ$	124
Figura D.16 Série Temporal – Yaw – $U_r = 12.651$ – $\alpha = 45^\circ$	124
Figura D.17 Série Temporal – Yaw – $U_r = 25.301$ – $\alpha = 45^\circ$	125
Figura D.18 Série Temporal – Yaw – $U_r = 21.084$ – $\alpha = 45^\circ$	125

Lista de Tabelas

Tabela 3-1 Medição de Forças de Sway – Variáveis do Problema.....	25
Tabela 3-2 Medição de Momentos de Yaw – Variáveis do Problema	25
Tabela 3-3 Medição de Forças de Sway – Matriz Dimensional	26
Tabela 3-4 Medição de Momentos de Yaw – Matriz Dimensional	26
Tabela 3-5 Parâmetros de Escala	26
Tabela 3-6 Medição de Forças e Momentos - Grupos Adimensionais	26
Tabela 3-7 Medição de Forças e Momentos - Grupos Adimensionais Usuais	27
Tabela 4-1 Plataforma TLWP – Características Principais	35
Tabela 4-2 Posições dos Tendões – Escala Real	36
Tabela 4-3 Posições dos Tendões – Escala Real	37
Tabela 4-4 Períodos de Onda Analisados	37
Tabela 4-5 Massas Adicionais – Escala Real	38
Tabela 5-1 Variáveis do Problema.....	40
Tabela 5-2 Frequência Natural e Período Natural	40
Tabela 5-3 Ângulos de Incidência	40
Tabela 5-4 Ângulos de Incidência	41
Tabela 5-5 Dimensões do Domínio Computacional.....	41
Tabela 5-6 Valor de $y +$ - Cálculo Inicial	46
Tabela 5-7 Parâmetros da Malha Computacional – Cálculo Inicial	46
Tabela 5-8 Valor de $y +$ - Primeira Revisão	48
Tabela 5-9 Refinamento da Malha Computacional	48
Tabela 5-10 Valor de $y +$ - Revisão	49
Tabela 5-11 Coeficientes de Força e Momento	52
Tabela 5-12 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 0$	54
Tabela 5-13 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 22.5^\circ$	54
Tabela 5-14 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 45.0^\circ$	55
Tabela 5-15 Parâmetros de Ajuste das curvas de Coeficiente de Força e Momento	55
Tabela 6-1 Tempo Total de Simulação e Passo de Tempo – Valores Iniciais.....	61
Tabela 6-2 Tempo Total de Simulação e Passo de Tempo – Valores Finais.....	61
Tabela 6-3 Testes de Decaimento Livre – Dados de Entrada – Escala do Modelo	62
Tabela 6-4 Teste de Decaimento em Sway – Condição Inicial	63
Tabela 6-5 Teste de Decaimento em Yaw – Condição Inicial.....	63
Tabela 6-6 Teste de Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos	64
Tabela 6-7 Razão de Amortecimento e Período Amortecido – Sway	64
Tabela 6-8 Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos – Novo Passo de Tempo	65
Tabela 6-9 Razão de Amortecimento e Período – Sway – Novo Passo de Tempo	66
Tabela 6-10 Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos – Série Corrigida	67
Tabela 6-11 Razão de Amortecimento e Período – Sway – Série Corrigida.....	67
Tabela 6-12 Pontos de Máximo e Mínimo – Yaw	68
Tabela 6-13 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.010\text{rad/s}$	69
Tabela 6-14 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.015\text{rad/s}$	69
Tabela 6-15 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.020\text{rad/s}$	69
Tabela 6-16 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.100\text{rad/s}$	69

Tabela 6-17 Teste de Decaimento Livre – Yaw - Resultados	70
Tabela 7-1 Velocidades – Análise de Amplitude de Galloping.....	73
Tabela 7-2 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 0^\circ$	74
Tabela 7-3 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 22.5^\circ$	75
Tabela 7-4 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 45^\circ$	75
Tabela 7-5 Resultados para Amplitude de Sway – $\alpha = 45^\circ$	77
Tabela 7-6 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 0^\circ$	78
Tabela 7-7 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 0^\circ$	80
Tabela 7-8 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 22.5^\circ$	80
Tabela 7-9 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$	82
Tabela 7-10 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 45^\circ$	82
Tabela 7-11 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 45^\circ$	83

1 Introdução

Recentes avanços na área de computação científica, bem como o desenvolvimento de métodos numéricos cada vez mais robustos, tornaram possível a aplicação de um campo da física matemática conhecido como dinâmica dos fluidos computacional (CFD, sigla em inglês para Computational Fluid Dynamics). Esta técnica possui uma gama de aplicações variadas dentro da Engenharia Oceânica, dentre as quais destaca-se o cálculo de forças e momentos quando um corpo flutuante é submetido à esforços ambientais.

Neste trabalho, a dinâmica dos fluidos computacional será aplicada para analisar o comportamento de uma plataforma oceânica do tipo TLWP quando submetida à condições ambientais extremas encontradas em regiões específicas da plataforma continental brasileira.

Este primeiro Capítulo tem como objetivo introduzir o tema desta dissertação, apresentando as motivações e referências para a continuidade do trabalho.

1.1 Motivação

Com a expansão das fronteiras de exploração de petróleo e gás natural no Brasil, novos desafios se impõem à indústria. Assim, soluções usadas previamente em regiões com condições mais brandas devem ser adaptadas para permitir este crescimento nas regiões exploradas.

Atualmente, discute-se o início da exploração de campos de Petróleo na Bacia da Foz do Amazonas (Figura 1.1), localizada no extremo norte da costa brasileira. Esta região se caracteriza, dentre outros fatores, por possuir velocidades de correntes maiores do que aquelas experimentadas em outras bacias de águas profundas previamente exploradas no litoral brasileiro, como Santos e Campos. Campanhas de perfuração realizadas recentemente nesta localidade mostraram (Sparkes et. Al., 2006) que, em períodos extremos, a velocidade de correnteza nessa área pode alcançar os cinco (5) nós, superando em quase 100% os valores medidos na Bacia de Campos, maior região produtora de petróleo e gás natural do Brasil.

Uma consequência da alta velocidade de correnteza em plataformas offshore utilizadas na exploração de óleo e gás é o surgimento dos chamados movimentos induzidos por vorticidade (VIM, sigla para o termo em inglês Vortex-Induced Motions). Este fenômeno também pode ocorrer em regiões com correntes de menor intensidade. No entanto, as consequências deste são muito mais significativas em altas velocidades.

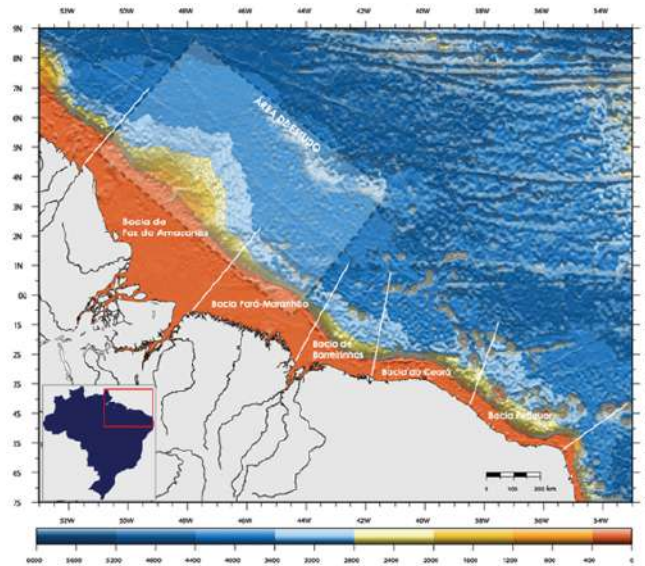


Figura 1.1 Margem Equatorial Brasileira.

Uma das soluções utilizadas para a exploração de petróleo e gás natural em águas profundas são as chamadas plataformas TLWP (sigla em inglês para Tension Leg Wellhead Platform, Figura 1.2), ancoradas verticalmente por meio de estruturas chamadas tendões. Essas estruturas são conhecidas por possuírem alta rigidez axial, virtualmente eliminando os movimentos verticais da plataforma. No entanto, dados de TLWPs em operação mostram grandes deslocamentos no plano horizontal quando submetidas à correntezas extremas, devido à ocorrência de VIM e outros efeitos relativos à emissão de vórtices, como galloping.



Figura 1.2 Plataformas TLWP em Operação.

Um melhor entendimento do comportamento de plataformas multi-coluna submetidas à correntezas de alta velocidade é fundamental para um projeto eficiente de tanto do casco quanto dos sistemas de ancoragem e de produção de petróleo da mesma, bem como para garantir operações seguras e eficientes.

Estudos de fenômenos relacionados à vibração induzida por vórtices foram realizados extensivamente nas últimas décadas para plataformas do tipo SPAR (Figura 1.3),

conforme Van Dijk et. Al. (2006), Huang et. Al. (2003) e Finn et. Al. (2003). No entanto, trabalhos similares em plataformas monocoluna, onde a razão entre altura e diâmetro é muito menor do que em plataformas SPAR, são mais recentes.

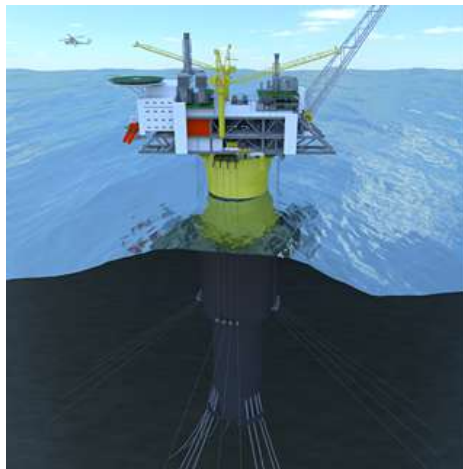


Figura 1.3 Plataforma SPAR em Operação (www.akerconstructions.com)

A diferença fundamental em termos de movimentos induzidos por vórtices (VIM) entre estes dois tipos de plataforma é que a segunda, devido à sua menor razão altura-diâmetro, causa uma maior tridimensionalidade no escoamento desenvolvido em torno da mesma, diferenciando a sua resposta dos fenômenos de vibração induzida por vórtices (VIV) em estruturas rígidas com razão altura-diâmetro maior.

Além disso, a geometria de plataformas multi-coluna gera fenômenos de VIM mais complexos, quando comparados com aqueles que ocorrem em estruturas puramente cilíndricas. Neste caso, a emissão de vórtices ocorre em torno de cada uma das colunas da plataforma, além da interferência da esteira do escoamento, que é diferente para cada aproamento da plataforma em relação à incidência da correnteza.

Assim, esta dissertação irá abordar o comportamento de uma plataforma TLWP submetida à correntezas de intensidade extrema, o que resulta em movimentos induzidos por vórtices de natureza complexa. O Capítulo 2 apresentará o que chama-se de aborgaem desacoplada, onde os movimentos da plataforma no plano horizontal são tratados de forma separada.

O Capítulo 3 irá apresentar os procedimentos de análise dimensional executados para fundamentar os ensaios de CFD a serem realizados para a obtenção das características de galloping da plataforma TLWP nas duas abordagens apresentadas no Capítulo 2.

No Capítulo 4, mostrar-se-á o cálculo das propriedades de massa adicional em águas calmas do casco da plataforma estudada neste trabalho.

Os resultados da análise estática utilizando CFD, conforme formulação e análise dimensional mostradas nos Capítulos 2 e 3, respectivamente, serão apresentados no Capítulo 5, juntamente com os procedimentos de geração de malha computacional e todos os parâmetros necessários para a solução do escoamento viscoso em torno de uma plataforma TLWP.

No Capítulo 6, apresentar-se-á os resultados para a simulação de teste de decaimento livre, executada para se obter as propriedades de amortecimento estrutural da plataforma estudada, fundamentais para o estudo do *galloping*.

Finalmente, no Capítulo 7, serão apresentados os resultados obtidos para a análise de *galloping* na plataforma TLWP, considerando a formulação desenvolvida no Capítulo 2, bem como os resultados obtidos nos Capítulos 4, 5 e 6. Estes resultados serão comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura, cujas conclusões serão apresentadas no Capítulo 8.

O Apêndice A irá mostrar os aspectos teóricos da Dinâmica dos Flúidos Computacional, incluindo suas formulações matemática e numérica e técnicas de solução de sistemas lineares, utilizada para a solução do escoamento viscoso.

O Apêndice B apresenta os aspectos teóricos da chamada teoria potencial, utilizada neste trabalho para a estimativa dos coeficientes de massa adicional da plataforma, apresentada no Capítulo 4.

O Apêndice C introduz a formulação teórica do ensaio de decaimento livre, cujos resultados obtidos através de dinâmica dos fluidos computacional serão apresentados no capítulo 6.

Finalmente, o Apêndice D apresenta as séries temporais da solução numérica das equações do movimento do *galloping* para *sway* e *yaw*, cujos resultados foram apresentados de forma resumida no Capítulo 7.

1.2 Parâmetros Fundamentais

Os seguintes parâmetros adimensionais são fundamentais para o estudo dos fenômenos relativos à Movimentos Induzidos por Vórtices de uma plataforma oceânica:

1.2.1 Velocidade Reduzida

A velocidade reduzida é normalmente utilizada para definir uma faixa de ocorrência de VIM. Seu valor pode ser calculado através da seguinte formulação:

$$U_r = \frac{U}{f_n L} \quad (1.1)$$

onde U é a velocidade da correnteza a qual a plataforma está submetida, f_n é a frequência natural, medida em hertz, da plataforma em águas calmas e L é um comprimento característico, normalmente tomado como o diâmetro das colunas da plataforma ou a diagonal das colunas para os casos de plataformas com colunas circulares ou retangulares, respectivamente.

1.2.2 Número de Reynolds

O numero de Reynolds é um adimensional representativo da relação entre as forças inerciais e as forças viscosas em um escoamento qualquer, calculado por:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (1.2)$$

onde ρ e μ são a massa específica e a viscosidade dinâmica do meio fluido, respectivamente. Este adimensional é de grande importância para a caracterização dos fenômenos envolvidos com a emissão de vórtices quando uma estrutura é submetida a um escoamento. Os principais regimes de emissão de vórtices para um cilindro circular resumidos por Lienhard (1966) são apresentados na Figura 1-4:

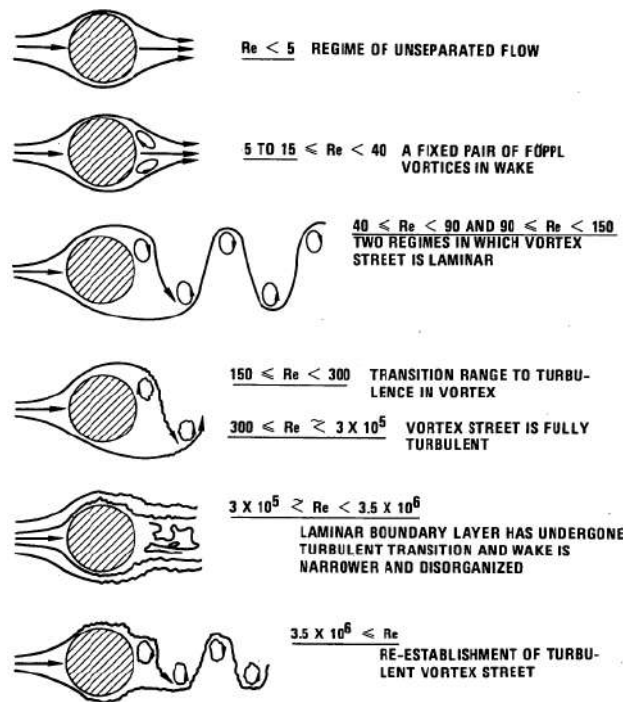


Figura 1.4 Regimes de Emissão de Vórtices (Lienhard, 1966)

1.2.3 Razão de Aspecto das Colunas

Este parâmetro é utilizado para representar o calado e a condição de flutuação da plataforma, obtido através da seguinte equação:

$$c_r = \frac{H}{L} \quad (1.3)$$

onde H é o calado da plataforma, sendo representativo do comprimento da coluna da linha de base até a linha d'água e L é o comprimento de referência adotado.

1.2.4 Razão de Massa

Razão entre a massa do corpo flutuante e a massa do volume de água deslocado pelo mesmo, quando encontra-se em repouso, ou seja, quando não há efeitos de massa adicional.

$$M_r = \frac{M}{\Delta} \quad (1.4)$$

Este parâmetro tem valor igual a 1 para corpos que flutuam livremente, como navios e plataformas semissubmersíveis. Para plataformas do tipo TLWP, no entanto, o mesmo é menor do que um, já que a massa de uma plataforma deste tipo é sempre menor que o seu deslocamento.

1.3 Revisão Bibliográfica

Estudos relacionados à Movimentos Induzidos por Vórtices em plataformas multi-coluna, executados tanto de forma experimental quanto, mais recentemente, utilizando métodos computacionais, estão disponíveis em uma série de livros, revistas acadêmicas e anais de congressos. As principais fontes sobre este assunto serão abordadas nesta seção.

Waals et al. (2007) investigou o comportamento dinâmico de corpos flutuantes multi-coluna, incluindo *galloping*, *flutter* e outros efeitos relacionados à movimentos induzidos por Vórtices, quando submetidas à correnteza. Foram estudados tanto os efeitos de *shielding* entre as colunas do flutuante quanto aqueles relacionados à sua razão de massa (i.e. massa do corpo flutuante dividida pelo seu deslocamento). Executaram testes de reboque com quatro diferentes tipos de plataformas oceânicas para que fossem comparados os efeitos da variação da razão de massa, da correlação entre o comprimento das colunas e de diferentes geometrias, cujos resultados mostraram que plataformas com baixa razão de massa como TLPs podem resultar em amplitudes de *sway* maiores do que encontradas em plataformas semissubmersíveis.

Hong et al. (2008) testou o comportamento no mar de um novo projeto de plataforma semissubmersível para avaliar seu desempenho global quando submetida à ventos, ondas e correnteza. Os ensaios com modelo reduzido mostraram que a plataforma pode sofrer movimentos induzidos por vórtices significativos na direção normal à correnteza

incidente, sendo sua amplitude dependente não só da velocidade da correnteza, mas também da velocidade das partículas fluidas excitada pelas ondas.

Gonçalves et al. (2011) executou ensaios experimentais com modelos de plataformas semissubmersíveis de grandes dimensões para avaliar a influência de uma série de fatores nas propriedades de VIM da plataforma, dentre as quais a presença de apêndices no casco e de diferentes aproamentos da mesma. Os ensaios foram realizados em uma série de ângulos de incidência diferentes com, no mínimo, dezoito (18) valores de velocidade reduzida diferentes para cada direção de corrente. Os resultados mostram que, apesar de as maiores amplitudes dos movimentos longitudinal e transversal do modelo ocorrem na mesma direção, a composição do movimento no plano não descreve uma trajetória em formato de “oito”, ao contrário do que é observado em plataformas SPAR. Além disso, foram verificadas amplitudes significativas de oscilações de *yaw*, bem como uma região de *lock-in* para este movimento.

Magee et al. (2011) apresentaram um aparato experimental para ensaios de uma plataforma TLP a ser instalada no sudeste asiático e compararam os resultados obtidos com dados existentes para outras plataformas. Os resultados sugeriram que a amplitude da resposta de VIM varia com a incidência da correnteza, velocidade reduzida e com a razão de aspecto das colunas. Além disso, a resposta em *yaw* aumenta linearmente com a velocidade reduzida em uma faixa entre 2 e 10.

Fernandes et. Al. (2014), ao estudarem experimentalmente o *galloping* torsional de uma placa plana submetida à correnteza, demonstraram uma formulação para este movimento de acordo com o chamado oscilador de Van der Pol. A solução desta equação do movimento, devido à presença de um termo de amortecimento não linear, resulta numa solução com amplitude finita que, dá origem aos chamados ciclos limite.

Gonçalves et al. (2015) realizaram experimentos em tanques de reboque com modelos em escala reduzida com dois tipos de plataforma semissubmersível: uma com colunas quadradas e outra com colunas redondas. Foi estudada uma faixa de velocidades reduzidas entre 4 e 25, com três ângulos de aproamento diferentes: zero, 22.5 graus e 45 graus.

Ramirez et. al (2016) apresentaram resultados de ensaios experimentais realizados em um canal de correntes utilizando-se de um modelo em escala ultra-reduzida de uma plataforma TLWP com o objetivo de verificar a ocorrência ou não do *galloping* na mesma, bem como verificar o valor de sua amplitude.

1.4 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é propor metodologias para verificar as características de *galloping* de uma plataforma TLWP, quando submetida a velocidades de correnteza extremas, seguindo os seguintes passos:

1. Apresentar formulação analítica do problema de *galloping* para a análise desacoplada dos movimentos de *sway* e *yaw*;
2. Mostrar a metodologia de cálculo aplicada à solução do problema;
3. Apresentar os resultados obtidos de acordo com as formulações desenvolvidas e compará-los com outros existentes na literatura.

2 *Galloping* – Revisão Teórica

Este Capítulo apresenta uma breve revisão dos conceitos envolvidos na análise do fenômeno conhecido como *galloping* em uma plataforma oceânica. Este tipo de movimento se enquadra nos chamados Movimentos Induzidos por Vórtices (“Vortex-Induced Motions”), dentre os quais podemos listar, segundo Waals et al. (2007), além do supracitado:

- Vibração induzida por Vórtices (VIV).
- Vibração induzida por turbulência, conhecida em inglês como *buffeting*.
- *Flutter*;
- Divergência Estática, entre outros.

Ainda segundo Waals et al. (2007), o fenômeno de *galloping* se distingue dos outros tipos de VIM primeiramente por apresentar uma resposta de baixa frequência. Ou seja, a frequência de emissão de vórtices é muito maior do que a frequência natural da estrutura. Além disso, quando um corpo é submetido à uma correnteza de velocidade constante, a amplitude de resposta de *galloping* tende a aumentar com o aumento da velocidade até que limitado pelas não-linearidades do sistema.

Neste Capítulo serão desenvolvidas formulações desacopladas para a análise do *galloping* em *sway* e *yaw*. Ou seja, os dois movimentos serão abordados separadamente, não considerando nenhuma influência entre ambos.

2.1 *Galloping* em Um Grau de Liberdade

Quando uma estrutura de seção arbitrária apresenta vibração em decorrência da ação de um escoamento qualquer, sua orientação se altera e, conseqüentemente, a força causada nela por este escoamento oscila. Se essa força hidrodinâmica tender a aumentar a vibração do corpo, a mesma se tornará instável e grandes amplitudes de movimento podem ocorrer. Ao fenômeno de vibrações decorrentes de forças hidrodinâmicas induzidas por vibrações estruturais dá-se o nome de *galloping* para aplicações de Engenharia Civil e Engenharia Oceânica, e *Flutter* quando ocorrem na Engenharia Aeronáutica.

Segundo Blevins (2001), a maior parte das análises de *galloping* são realizadas utilizando abordagens quasi-estáticas. Ou seja, assume-se que a força hidrodinâmica na estrutura é decorrente apenas da velocidade instantânea do corpo. Então, essas forças poderiam ser medidas em modelos estacionários para diferentes ângulos.

Esta abordagem, no entanto, é válida somente quando a frequência da força hidrodinâmica é bem maior do que a frequência natural da estrutura, o que ocorre apenas em valores elevados de velocidade reduzida, conforme abaixo:

$$\frac{U}{f_n L} > 20 \quad (2.1)$$

No entanto, a maior parte das estruturas onde observa-se a ocorrência de *galloping* possui velocidades reduzidas menores do que 20, onde a abordagem quasi-estática não é válida.

2.1.1 Estabilidade de Translação

A Figura 2.1 mostra um corpo de forma arbitrária exposto a um escoamento de velocidade constante U e massa específica ρ , apoiado por uma mola de rigidez K_{22} . Quando o corpo estudado se desloca na direção positiva do eixo, o ângulo de ataque (α) pode ser calculado por:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}}{U} \right) \quad (2.2)$$

De acordo com o referencial mostrado na figura, α é igual a zero na posição de equilíbrio do corpo. Assim, o módulo da velocidade relativa do fluido para o modelo é dada pela resultante entre a velocidade do corpo e a velocidade do escoamento livre:

$$U_{Rel} = \sqrt{\dot{y}^2 + U^2} \quad (2.3)$$

As forças de sustentação e arrasto por unidade de comprimento são, respectivamente:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho S_y C_L U_{Rel}^2 \quad (2.4)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho S_y C_D U_{Rel}^2 \quad (2.5)$$

Por definição, a força de sustentação atua em uma direção perpendicular ao escoamento não-perturbado, enquanto que a força de arrasto atua paralelamente ao mesmo. Nas Equações 2.4 e 2.5, C_L e C_D são os coeficientes de sustentação e de arrasto, respectivamente. Na abordagem quasi-estática, as forças são medidas experimentalmente para cada ângulo de ataque, sendo assim possível obter os respectivos coeficientes.

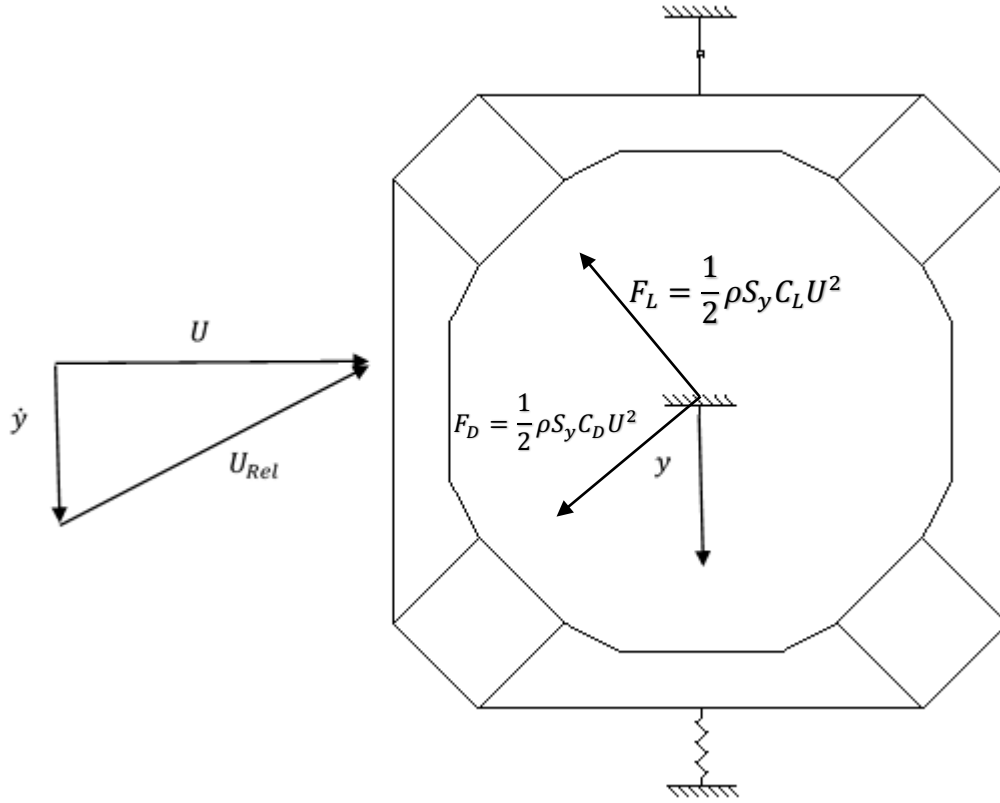


Figura 2.1 Modelo para Galloping em Translação

Além disso, a força resultante na direção do movimento do corpo é dada pela soma das componentes das forças de sustentação e arrasto nessa direção:

$$F_y = -F_L \cos \alpha - F_D \sin \alpha = \frac{1}{2} \rho S_y C_y U^2 \quad (2.6)$$

Combinando as Equações (2.2), (2.3), (2.4), (2.5) e (2.6) obtém-se:

$$C_y = -\frac{U^2}{U_{Rel}^2} (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) \quad (2.7)$$

Para pequenos valores do ângulo de ataque, as expressões para o cálculo de α , U_{Rel} e C_y podem ser expandidas em séries de potências, conforme Blevins (2001):

$$\alpha = \frac{\dot{y}}{U} + O(\alpha^2) \quad (2.8)$$

$$U_{Rel} = U + O(\alpha^2) \quad (2.9)$$

$$C_y(\alpha) = C_y|_{\alpha=0} + \alpha \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + O(\alpha^2) \quad (2.10)$$

Derivando o termo entre parênteses da equação 2.7 em relação à α utilizando a regra do produto:

$$\frac{\partial(C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha)}{\partial \alpha} = -\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cos \alpha - C_L \sin \alpha + \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_D \cos \alpha\right) \quad (2.11)$$

Agora toma-se a derivada de C_y em torno de α igual à zero:

$$\left.\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} = -\left(\left.\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D\right)\right|_{\alpha=0} \quad (2.12)$$

Combinando as equações 2.7, 2.10 e 2.12, a expansão em séries de potencia de C_y em torno de α igual à zero torna-se:

$$C_y(\alpha) = -C_L|_{\alpha=0} - \alpha \left(\left.\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D\right)\right|_{\alpha=0} + O(\alpha^2) \quad (2.13)$$

Como deve-se demonstrar, o coeficiente de força vertical para um ângulo de ataque zero é igual ao módulo do coeficiente de sustentação, porém com sinal invertido, visto que o eixo Y está orientado positivamente para baixo.

Finalmente, é possível montar a equação do movimento do corpo utilizando a segunda lei de Newton:

$$M\ddot{y} = \sum F_y^{externas} \quad (2.14)$$

Conforme figura 2-1, considera-se que as forças de restauração do sistema provém de uma mola linear de coeficiente K_{22} , além da presença de forças de origem hidrodinâmica como amortecimento e massa adicional (Faltinsen, 1990), além das forças de sustentação e arrasto. Assim, a equação do movimento torna-se:

$$M\ddot{y} = -A_{22}\ddot{y} + F_y(\alpha) - K_{22}y - B_{22}\dot{y} \quad (2.15)$$

Da definição de amortecimento crítico:

$$B_{22} = 2(M + A_{22})\zeta_{22}\omega_{22} \quad (2.16)$$

onde:

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{K_{22}}{M + A_{22}}} \quad (2.17)$$

ou seja:

$$\begin{aligned} (M + A_{22})\ddot{y} + 2(M + A_{22})\zeta_{22}\omega_{22}\dot{y} + K_{22}y \\ = -\frac{1}{2}\rho U^2 S_y \left(C_L|_{\alpha=0} - \left.\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} \left(\frac{\dot{y}}{U}\right) \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Se apenas os termos de ordem α forem mantidos, temos uma equação diferencial ordinária de segunda ordem que governa a estabilidade do sistema para pequenos deslocamentos em torno de $y=0$:

$$(M + A_{22})\ddot{y} + 2(M + A_{22})\omega_{22} \left(\zeta_{22} - \frac{\rho U S_y}{4(M + A_{22})\omega_{22}} \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} \right) \dot{y} + K_{22}y = -\frac{1}{2}\rho U^2 S_y C_L \Big|_{\alpha=0} \quad (2.19)$$

Definindo o coeficiente de amortecimento total:

$$\zeta_T = \zeta_{22} - \frac{\rho U S_y}{4(M + A_{22})\omega_{22}} \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} \quad (2.20)$$

A solução completa para a Equação (2.19) pode ser dada pela soma das soluções transiente e estacionária:

$$y = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 S_y C_L \Big|_{\alpha=0}}{k_{22}} + A_y e^{-\zeta_T \omega_{22} t} \sin \left[\left(\omega_{22} \sqrt{1 - \zeta_T^2} \right) t + \phi \right] \quad (2.21)$$

A depender do sinal do coeficiente de amortecimento total ζ_T , a componente oscilatória da solução da equação do movimento pode diminuir ou aumentar com o tempo, gerando assim uma vibração estável ou instável, respectivamente. A vibração será estável para todos os ângulos de ataque em que o coeficiente de amortecimento total seja positivo. Então, conforme mostrado por Den Hartog (1956), o modelo estudado será estável se respeitar a condição imposta pela Equação (2.22). Em todos os outros casos o modelo será potencialmente instável.

$$\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} < 0 \text{ ou } \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D \right) \Big|_{\alpha=0} > 0 \quad (2.22)$$

Qualquer corpo com seção não circular terá uma faixa de ângulos de ataque na qual $\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}$ será maior que zero, tornando-a potencialmente instável quanto aos efeitos de *galloping*, instabilidade essa que irá ocorrer quando ζ_T passar por zero e se tornar negativo. Igualando a Equação (2.19) a zero podemos obter uma expressão para a velocidade critica de instabilidade de translação para *galloping*:

$$\zeta_{22} = \frac{\rho U_{crit} S_y}{4(M + A_{22})\omega_{22}} \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \quad (2.23)$$

$$U_{crit} = \frac{\frac{4(M + a_{22})\omega_{22}\zeta_{22}}{\rho S_y}}{\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}} \quad (2.24)$$

Sabendo que $\omega_{22} = 2\pi f_{22}$ e dividindo por um comprimento de referência L dos dois lados da equação acima, obtemos uma expressão para a velocidade reduzida critica:

$$\frac{U_{crit}}{f_{22}L} = \frac{\frac{8\pi(M + A_{22})\zeta_{22}}{\rho S_y L}}{\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}} \quad (2.25)$$

2.1.2 Amplitude da Resposta de Translação

Se a velocidade do escoamento incidente sobre o corpo exceder a velocidade crítica mostrada pela Equação (2.23), a energia cedida à estrutura pelo escoamento será maior do que aquela capaz de ser dissipada pelo amortecimento estrutural, o que resultará no movimento de *galloping* da mesma. A amplitude deste movimento é limitada pelas não-linearidades inerentes à força resultante do escoamento e à estrutura.

Um artifício utilizado com frequência neste tipo de problema é a expansão do coeficiente de força de *sway* C_y como uma função polinomial do ângulo de ataque α da seguinte forma:

$$C_y(\alpha) = a_0 + a_1 \left(\frac{\dot{y}}{U}\right) + a_2 \left(\frac{\dot{y}}{U}\right)^2 + a_3 \left(\frac{\dot{y}}{U}\right)^3 + \dots \quad (2.26)$$

No entanto, para o prosseguimento da análise, considerar-se-á apenas os seguintes termos:

$$C_y(\alpha) = a_1 \frac{\dot{y}}{U} - a_3 \left(\frac{\dot{y}}{U}\right)^3 \quad (2.27)$$

Retomando a equação do movimento:

$$(M + A_{22})\ddot{y} + B_{22}\dot{y} - \frac{1}{2}\rho U^2 S_y \left(a_1 \frac{\dot{y}}{U} - a_3 \left(\frac{\dot{y}}{U}\right)^3 \right) + K_{22}y = 0 \quad (2.28)$$

Reorganizando os termos:

$$(M + A_{22})\ddot{y} + \left(B_{22} - \frac{1}{2}\rho U S_y a_1 \right) \dot{y} + K_{22}y + \frac{1}{2} \frac{\rho S_y a_3}{U} \dot{y}^3 = 0 \quad (2.29)$$

Dividindo a equação acima por $(M + A_{22})$:

$$\ddot{y} + \left(\frac{B_{22}}{(M + A_{22})} - \frac{1}{2} \frac{\rho U S_y a_1}{(M + A_{22})} \right) \dot{y} + \omega_{22}^2 y + \frac{1}{2} \frac{\rho S_y a_3}{U(M + A_{22})} \dot{y}^3 = 0 \quad (2.30)$$

Define-se as seguintes constantes:

$$\gamma_{221} = - \left(\frac{B_{22}}{(M + A_{22})} - \frac{1}{2} \frac{\rho U S_y a_1}{(M + A_{22})} \right) \quad (2.31)$$

$$\gamma_{222} = \frac{1}{2} \frac{\rho S_y a_3}{U(M + A_{22})} \quad (2.32)$$

Combinando γ_1 e γ_2 com a Equação (2.30):

$$\ddot{y} - \gamma_1 \dot{y} + \omega_{22}^2 y + \gamma_{222} \dot{y}^3 = 0 \quad (2.33)$$

Reorganizando os termos:

$$\ddot{y} - \gamma_{221} \left(1 - \frac{\gamma_{222}}{\gamma_{221}} \dot{y}^2 \right) \dot{y} + \omega_{22}^2 y = 0 \quad (2.34)$$

Definindo o tempo adimensional τ_{22} :

$$\tau_{22} = \omega_{22} t \quad (2.35)$$

Para efetuar-se a mudança de variáveis nas derivadas, utiliza-se a regra da cadeia:

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\tau_{22}} \frac{d\tau_{22}}{dt} = \omega_{22} \frac{dy}{d\tau_{22}} \quad (2.36)$$

$$\ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2 y}{d\tau_{22}^2} \left(\frac{d\tau_{22}}{dt} \right)^2 + \frac{dy}{d\tau_{22}} \frac{d^2 \tau_{22}}{dt^2} = \omega_{22}^2 \frac{d^2 y}{d\tau_{22}^2} \quad (2.37)$$

Substituindo 2.36 e 2.37 em 2.34 e dividindo o resultado por ω_{22}^2 :

$$\frac{d^2 y}{d\tau_{22}^2} - \frac{\gamma_{221}}{\omega_{22}} \left(1 - \frac{\gamma_{222} \omega_{22}^2}{\gamma_{221}} \left(\frac{dy}{d\tau_{22}} \right)^2 \right) \frac{dy}{d\tau_{22}} + y = 0 \quad (2.38)$$

Definindo uma função z tal que:

$$z \equiv \sqrt{\frac{3\gamma_{222}\omega_{22}^2}{\gamma_{221}}} y \quad (2.39)$$

Combinando 2.38 e 2.39:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\gamma_{221}}{3\gamma_{222}\omega_{22}^2}} \frac{d^2 z}{d\tau_{22}^2} \\ & - \frac{\gamma_{221}}{\omega_{22}} \left(1 - \frac{\gamma_{222}\omega_{22}^2}{\gamma_{221}} \frac{\gamma_{221}}{3\gamma_{222}\omega_{22}^2} \left(\frac{dy}{d\tau_{22}} \right)^2 \right) \sqrt{\frac{\gamma_{221}}{3\gamma_{222}\omega_{22}^2}} \frac{dz}{d\tau_{22}} \\ & + \sqrt{\frac{\gamma_{221}}{3\gamma_{222}\omega_{22}^2}} z = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Dividindo a equação acima por $\sqrt{\frac{\gamma_1}{3\gamma_2\omega_2^2}}$ e reorganizando os termos:

$$\frac{d^2 z}{d\tau_{22}^2} - \frac{\gamma_{221}}{\omega_{22}} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{dz}{d\tau_{22}} \right)^2 \right) \frac{dz}{d\tau_{22}} + z = 0 \quad (2.41)$$

Que pode ser colocada em termos da chamada equação de Rayleigh (Birkhoff et. al., 1989).

$$\frac{d^2z}{d\tau_{22}^2} - \mu_{22} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{dz}{d\tau_{22}} \right) \frac{dz}{d\tau_{22}} + z = 0 \quad (2.42)$$

onde:

$$\mu_{22} = \frac{\gamma_{221}}{\omega_{22}} \quad (2.43)$$

Pela solução desta equação, é possível obter diretamente a série temporal do deslocamento do corpo rígido estudado, o que difere da metodologia apresentada por Blevins (2001), onde apresenta-se um cálculo para a amplitude média do corpo onde potencialmente possa ocorrer o *galloping*.

A Equação de Rayleigh é uma equação diferencial ordinária não-linear de segunda ordem. Nota-se que o termo de amortecimento da equação de Rayleigh é negativo, o que difere os osciladores lineares e não lineares. No caso linear, um oscilador com amortecimento negativo mostraria um crescimento exponencial sem limites da amplitude de oscilação. No entanto, para o caso não-linear, observa-se que a amplitude de oscilação tende a um valor limitado, correspondendo a um comportamento que se convencionou chamar ciclo limite.

2.1.3 Estabilidade de Rotação

Uma demonstração semelhante será mostrada para o caso em que o corpo encontra-se restrito para girar em torno de um ponto de pivotamento fixo, sem movimento de translação puro. O corpo possui momento polar de inércia por unidade de comprimento I_{zz} , inércia adicional A_{66} e é apoiado por uma mola torsional de rigidez K_{66} em seu ponto de pivotamento.

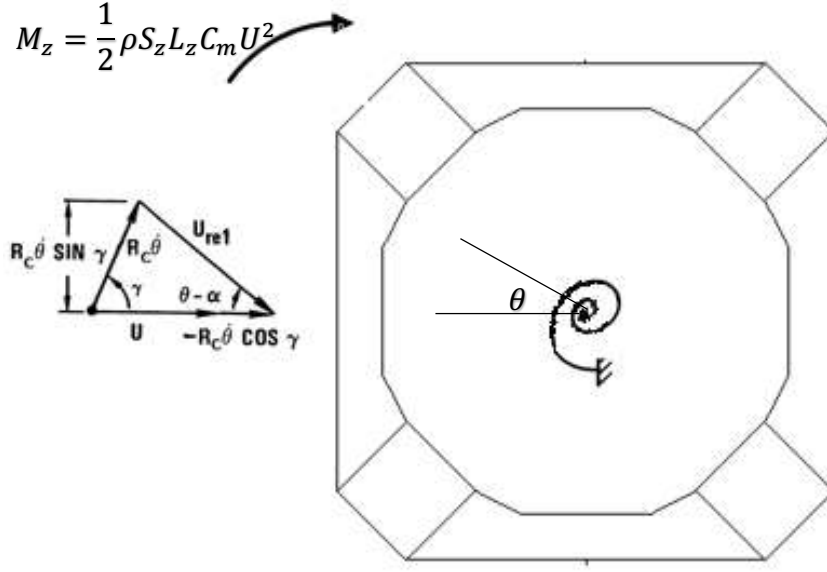


Figura 2.2 Modelo para Galloping em Rotação

Na demonstração para estabilidade de translação, Blevins (2001) mostrou que as mudanças no ângulo de ataque induzidas pela vibração de *galloping* eram função da velocidade vertical (Equação 2.2). No entanto, para o *galloping* torsional, α varia tanto com a posição angular θ quanto com a velocidade angular $\dot{\theta}$.

A velocidade angular induz um ângulo de ataque variável ao longo da seção bidimensional. Por exemplo: um valor de $\dot{\theta}$ positivo induz um ângulo de ataque negativo à montante do ponto de pivotamento e um valor negativo à jusante deste ponto. Assim, Blevins (2001) propôs uma aproximação usada para simular o efeito da variação da velocidade angular no fluido: um ponto de referência no corpo com distância R_c e ângulo γ com relação ao ponto de pivotamento são escolhidos para a avaliação do ângulo de ataque induzido pela velocidade angular. De acordo com a Figura 2.2, o ângulo de ataque e a velocidade relativa no ponto de referência são:

$$\alpha = \theta - \tan^{-1} \left[\frac{R_c \dot{\theta} \sin \gamma}{U - R_c \dot{\theta} \cos \gamma} \right] \quad (2.44)$$

$$U_{rel} = \sqrt{(R_c \dot{\theta} \sin \gamma)^2 + (U - R_c \dot{\theta} \cos \gamma)^2} \quad (2.45)$$

Para $\alpha \ll 1$:

$$\alpha = \theta - \frac{R_c \dot{\theta}}{U} \quad (2.46)$$

$$U_{Rel} = U \quad (2.47)$$

O momento de reação hidrodinâmico do corpo em torno do ponto de pivotamento pode ser expresso por:

$$M_z = \frac{1}{2} \rho S_z L_z C_m U^2 \quad (2.48)$$

Onde o coeficiente de momento C_m é relacionado com o coeficiente estacionário de momento C_M , medido através de ensaios experimentais ou numéricos, por:

$$C_m = C_M \frac{U_{Rel}^2}{U^2} \quad (2.49)$$

O corpo mostrado na Figura 2.2 responde dinamicamente ao torque gerado pelo escoamento. A equação do movimento da resposta torcional do corpo é:

$$(I_{zz} + A_{66})\ddot{\theta} + 2(I_{zz} + A_{66})\zeta_{66}\omega_{66}\dot{\theta} + K_{66}\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 S_z L_z C_m \quad (2.50)$$

Expandindo C_m em série de Taylor em torno de $\alpha = 0$:

$$(I_{zz} + A_{66})\ddot{\theta} + 2(I_{zz} + A_{66})\zeta_{66}\omega_{66}\dot{\theta} + K_{66}\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 S_z L_z \left(C_M|_{\alpha=0} + \alpha \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + \dots \right) \quad (2.51)$$

Mantendo apenas os dois primeiros termos da série de Taylor e linearizando a equação do movimento para pequenos ângulos de ataque, obtém-se o seguinte:

$$(I_{zz} + A_{66})\ddot{\theta} + \left(2(I_{zz} + A_{66})\zeta_{66}\omega_{66} + \frac{1}{2}\rho U R S_z L_z \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \right) \dot{\theta} + \left(K_{66} - \frac{1}{2}\rho U^2 S_z L_z \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \right) \theta = 0 \quad (2.52)$$

Esta equação tem dois modos de instabilidade. Primeiramente, sua resposta pode apresentar uma instabilidade estacionária chamada divergência, quando a soma das rigidezes estrutural e hidrodinâmica for nula. Além disso, o *galloping* pode ocorrer quando o coeficiente que multiplica a derivada da posição angular for igual à zero. Este tipo de instabilidade ocorre apenas quando a seguinte condição for atendida:

$$R \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} < 0 \quad (2.53)$$

Assim, a velocidade reduzida crítica para a ocorrência do *galloping* torsional, segundo Blevins (2001) é calculada por:

$$\frac{U_{crit}}{f_{66} L_z} = - \frac{\frac{8\pi(I_{zz} + A_{66})\zeta_{66}}{\rho S_z L_z^2 R}}{\frac{\partial C_M}{\partial \alpha}} \quad (2.54)$$

onde A_{66} é o momento de inércia adicional para o movimento de yaw e f_{66} é sua frequência natural, medida em Hertz, dada por:

$$f_{66} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{66}}{I_{zz} + A_{66}}} \quad (2.55)$$

2.1.4 Amplitude da Resposta de Rotação

Analogamente ao que foi apresentado para o caso de movimentos de translação, o *galloping* em rotação ocorrerá quando a velocidade do escoamento incidente sobre uma estrutura oceânica qualquer for maior que a sua velocidade reduzida crítica.

De modo semelhante ao que foi apresentado anteriormente, Blevins (2001) propôs que o coeficiente de momento C_m fosse expresso através da seguinte função polinomial cúbica:

$$C_m(\alpha) = b_1 \alpha - b_3 \alpha^3 \quad (2.56)$$

Combinando a equação acima com a eq. 2.46:

$$Cm(\alpha) = b_1 \left(\theta - \frac{R}{U} \dot{\theta} \right) - b_3 \left(\theta - \frac{R}{U} \dot{\theta} \right)^3 \quad (2.57)$$

Expandindo-a:

$$Cm(\alpha) = b_1 \theta - \frac{b_1 R}{U} \dot{\theta} - b_3 \left(\theta^3 - \frac{3R\theta^2 \dot{\theta}}{U} + \frac{3\theta R^2 \dot{\theta}^2}{U^2} - \frac{R^3}{U^3} \dot{\theta}^3 \right) \quad (2.58)$$

Para simplificar a equação acima, assume-se duas hipóteses: a primeira deriva do fato de que, como trata-se neste trabalho de correntezas de alta velocidade, os termos dependentes de $1/U^2$ e $1/U^3$ são de ordem de grandeza muito reduzida em comparação com o restante das parcelas da equação. Além disso, faz-se a mesma consideração de

ordem de grandeza reduzida para o termo θ^3 , visto que fala-se em pequenos deslocamentos. Assim, a equação 2.58 reduz-se à:

$$Cm(\alpha) = b_1\theta - \frac{b_1R}{U}\dot{\theta} + b_3\frac{3R\theta^2\dot{\theta}}{U} \quad (2.59)$$

Retomando a expressão para o momento de yaw (eq. 2.48), tem-se que:

$$M_z(\alpha) = \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1 \theta - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R \dot{\theta} + \frac{3}{2}\rho S_z L_z b_3 R \theta^2 \dot{\theta} \quad (2.60)$$

Agora, combinando a expressão acima com a equação do movimento (2.50), obtém-se:

$$(I_{zz} + A_{66})\ddot{\theta} + B_{66}\dot{\theta} + K_{66}\theta - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1 \theta + \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R \dot{\theta} - \frac{3}{2}\rho S_z L_z U b_3 R \theta^2 \dot{\theta} = 0 \quad (2.61)$$

Reorganizando os termos:

$$(I_{zz} + A_{66})\ddot{\theta} + \left(B_{66} + \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R\right)\dot{\theta} + \left(K_{66} - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1\right)\theta - \frac{3}{2}\rho S_z L_z U b_3 R \theta^2 \dot{\theta} = 0 \quad (2.62)$$

Dividindo por $(I_{zz} + A_{66})$:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{B_{66} + \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R}{I_{zz} + A_{66}}\right)\dot{\theta} + \left(\frac{K_{66} - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1}{I_{zz} + A_{66}}\right)\theta - \frac{3}{2}\frac{\rho S_z L_z U b_3 R}{I_{zz} + A_{66}}\theta^2 \dot{\theta} = 0 \quad (2.63)$$

Definindo as seguintes constantes:

$$\gamma_{661} = -\frac{B_{66} + \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R}{I_{zz} + A_{66}} \quad (2.64)$$

$$\gamma_{662} = \sqrt{\frac{K_{66} - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1}{I_{zz} + A_{66}}} \quad (2.65)$$

$$\gamma_{663} = -\frac{3}{2}\frac{\rho S_z L_z U b_3 R}{I_{zz} + A_{66}} \quad (2.66)$$

Combinando os termos definidos acima com a equação do movimento:

$$\ddot{\theta} - \gamma_{66_1} \dot{\theta} + \gamma_{66_2}^2 \theta + \gamma_{66_3} \theta^2 \dot{\theta} = 0 \quad (2.67)$$

Reorganizando seus termos:

$$\ddot{\theta} - \gamma_{66_1} \left(1 - \frac{\gamma_{66_3}}{\gamma_{66_1}} \theta^2\right) \dot{\theta} + \gamma_{66_2}^2 \theta = 0 \quad (2.68)$$

É possível afirmar que γ_{66_2} tem dimensão de frequência. Assim, define-se um tempo adimensional τ_{66} tal que:

$$\tau_{66} = \gamma_{66_2} t \quad (2.69)$$

Aplicando a regra da cadeia para a mudança de variável nas derivadas:

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \gamma_{66_2} \frac{d\theta}{d\tau} \quad (2.70)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{d\tau^2} \left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 + \frac{d\theta}{d\tau} \frac{d^2\tau}{dt^2} = \gamma_{66_2}^2 \frac{d^2\theta}{d\tau^2} \quad (2.71)$$

Substituindo as derivadas acima na equação 2.68 e dividindo o resultado por $\gamma_{66_2}^2$ obtém-se o seguinte:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau_{66}^2} - \frac{\gamma_{66_1}}{\gamma_{66_2}} \left(1 - \frac{\gamma_{66_3}}{\gamma_{66_1}} \theta^2\right) \frac{d\theta}{d\tau_{66}} + \theta = 0 \quad (2.72)$$

Define-se uma nova função ψ tal que:

$$\psi = \sqrt{\frac{\gamma_{66_3}}{\gamma_{66_1}}} \theta \quad (2.73)$$

Substituindo ψ na equação 2.72:

$$\frac{d^2\psi}{d\tau_{66}^2} - \frac{\gamma_{166}}{\gamma_{266}} (1 - \psi^2) \frac{d\psi}{d\tau_{66}} + \psi = 0 \quad (2.74)$$

A equação acima pode ser apresentada em termos da chamada Equação de Van der Pol (Birkhoff et. Al., 1989):

$$\frac{d^2\psi}{d\tau_{66}^2} - \mu_{66} (1 - \psi^2) \frac{d\psi}{d\tau_{66}} + \psi = 0 \quad (2.75)$$

Onde:

$$\mu_{66} = \frac{\gamma_{661}}{\gamma_{662}} \quad (2.76)$$

Assim como no caso de *sway*, a solução da equação de Van der Pol permite a obtenção direta da resposta de *Yaw* do corpo estudado, em contraste com os métodos para cálculo da amplitude média de *galloping* apresentados por Blevins (2001), sendo esta uma das principais contribuições deste trabalho.

Esta equação foi objeto de estudo por Fernandes et. al. (2014), quando foram estudados os movimentos angulares de *galloping* de uma placa plana com rigidez torcional submetida à correnteza. Neste estudo verificou-se, após observações experimentais, que a resposta angular da placa plana, quando apresentada em formato de plano de fase, assemelhava-se com àquela do oscilador de Van der Pol.

3 Análise Dimensional

A solução por CFD de um escoamento em escala real da maioria dos problemas de engenharia apresenta uma grande variedade de escalas de turbulência (Wanderley, 2013), sendo necessária uma malha computacional muito refinada para a obtenção de uma solução acurada, tornando inviável uma solução eficiente do problema com os recursos computacionais disponíveis atualmente.

Sendo assim, são necessárias considerações sobre uma redução na escala do ensaio a ser realizado em ambiente computacional, para que se obtenha uma solução fidedigna do mesmo. Para tal, é necessário listar as variáveis do problema, e com isso formar os chamados grupos adimensionais, que tornem possível a extrapolação dos resultados da escala do modelo para a escala real.

Este Capítulo irá apresentar as considerações realizadas para a a formação dos grupos adimensionais que descrevem o problema, bem como os procedimentos executados para a diminuição da escala do escoamento da escala real para a escala do modelo.

3.1 Descrição do Problema

O problema analisado neste trabalho consiste na análise dos movimentos no plano 2D devidos à emissão de vórtices por uma plataforma TLWP apresentados no Capítulo 2, conhecidos como *galloping*, quando a plataforma é submetida a correntezas de alta velocidade.

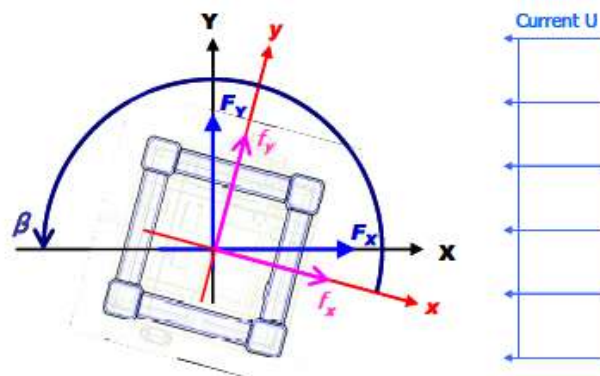


Figura 3.1 Plataforma TLWP Submetida à Correnteza

A figura 3.1 mostra dois sistemas de coordenadas cartesianos no plano horizontal. Os eixos X e Y representam um sistema de coordenadas fixo à terra, enquanto que os eixos x

e y são fixos à plataforma. A direção da correnteza é definida com o ângulo entre o eixo local x e a incidência da correnteza em sentido anti-horário.

Conforme mostrado no Capítulo 2, é necessário calcular a força de *sway* e o momento de *yaw* exercidos pelo escoamento sobre a plataforma TLWP para vários valores de ângulo de ataque diferentes a fim de que se obtenham as propriedades inerentes ao *galloping* desta estrutura. Esta medição será executada utilizando dinâmica dos fluidos computacional.

Em experimentos ou análises numéricas de mecânica dos fluidos, normalmente são consideradas quatro dimensões constituintes das variáveis que descrevem o problema: massa, comprimento, tempo e temperatura (White, 2007). No entanto, conforme apresentado no apêndice A, os escoamentos estudados neste trabalho são todos isotérmicos, havendo apenas fenômenos de transferência de massa e quantidade de movimento. Sendo assim, apenas as três primeiras dimensões serão consideradas.

3.2 Medição de Forças e Momentos

A formação dos grupos adimensionais que irão guiar a estimativa das forças e momentos de origem hidrodinâmica da plataforma TLWP será executada de acordo com o chamado Teorema de Buckingham (Fernandes, 2017). Este teorema consiste nos seguintes passos:

- Passo 1: listar todas as variáveis envolvidas no problema, indicando aquela que será o foco da análise;
- Passo 2: construir a chamada matriz dimensional que indica, para cada variável do passo 1, os expoentes das dimensões M, L e T que compõem a mesma.
- Passo 3: consolidar a matriz dimensional, retirando dela linhas que não possam formar grupos adimensionais.
- Passo 4: achar o posto (K) da matriz dimensional. O mesmo é igual à maior ordem das matrizes quadradas não singulares que compõem a matriz dimensional. Em geral, o posto é igual ao número de dimensões.
- Passo 5: escolher K parâmetros de escala, chamados também de variáveis repetitivas;
- Passo 6: obter os $n - K$ grupos adimensionais;
- Passo 7: Expressar os grupos adimensionais em termos de adimensionais clássicos conhecidos.

- Passo 8: Exibir o resultado e, se for o caso, reorganizá-lo para maior clareza.

3.2.1 Variáveis do Problema

Na análise estática, deseja-se medir a força de *sway* e o momento de *yaw* aos quais a plataforma é submetida quando incide sobre ela uma correnteza de velocidade conhecida. A medição dessas duas variáveis pode ser encarada como dois problemas diferentes, cujas variáveis são apresentadas nas Tabelas 3-1 e 3-2 para os ensaios de *sway* e *yaw*, respectivamente:

Tabela 3-1 Medição de Forças de Sway – Variáveis do Problema

Variável	Descrição	Dimensão
F_y	Força de Sway	$M^1 L^1 T^{-2}$
U	Velocidade da Correnteza Incidente	$M^0 L^1 T^{-1}$
ρ	Massa Específica da Água	$M^1 L^{-3} T^0$
μ	Viscosidade Dinâmica da Água	$M^1 L^{-1} T^{-1}$
M	Massa da Plataforma	$M^1 L^0 T^0$
Δ	Massa do Volume Fluido Deslocado	$M^1 L^0 T^0$
L_c	Dimensão característica da seção transversal da coluna da plataforma	$M^0 L^1 T^0$
H_c	Altura da Coluna da plataforma	$M^0 L^1 T^0$
α	Ângulo de incidência da Correnteza	$M^0 L^0 T^0$
L_T	Comprimento dos Tendões	$M^0 L^1 T^0$
n_T	Número de Tendões	$M^0 L^0 T^0$
f_s	Frequência Natural da Plataforma	$M^0 L^0 T^{-1}$

Tabela 3-2 Medição de Momentos de Yaw – Variáveis do Problema

Variável	Descrição	Dimensão
M_z	Momento de Yaw	$M^1 L^2 T^{-2}$
U	Velocidade da Correnteza Incidente	$M^0 L^1 T^{-1}$
ρ	Massa Específica da Água	$M^1 L^{-3} T^0$
μ	Viscosidade Dinâmica da Água	$M^1 L^{-1} T^{-1}$
M	Massa da Plataforma	$M^1 L^0 T^0$
Δ	Massa do Volume Fluido Deslocado	$M^1 L^0 T^0$
L_c	Dimensão característica da seção transversal da coluna da plataforma	$M^0 L^1 T^0$
H_c	Altura da Coluna da plataforma	$M^0 L^1 T^0$
α	Ângulo de incidência da Correnteza	$M^0 L^0 T^0$
L_T	Comprimento dos Tendões	$M^0 L^1 T^0$
n_T	Número de Tendões	$M^0 L^0 T^0$
f_s	Frequência Natural da Plataforma	$M^0 L^0 T^{-1}$

Para as duas análises tem-se um total de doze (12) variáveis, ou seja, $n = 12$.

3.2.2 Matriz Dimensional

De posse das variáveis do problema (Tabelas 3-1 e 3-2), pode-se construir as chamadas matrizes dimensionais:

Tabela 3-3 Medição de Forças de Sway – Matriz Dimensional

Dimensão	F_y	U	ρ	μ	M	Δ	L_c	H_c	α	L_T	n_T	f_s
M	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
L	1	1	-3	-1	0	0	1	1	0	1	0	0
T	-2	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1

Tabela 3-4 Medição de Momentos de Yaw – Matriz Dimensional

Dimensão	M_z	U	ρ	μ	M	Δ	L_c	H_c	α	L_T	n_T	f_s
M	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
L	2	1	-3	-1	0	0	1	1	0	1	0	0
T	-2	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1

Para as duas matrizes acima, temos que $K = 3$. Ou seja, serão necessários 3 parâmetros de escala e 9 grupos adimensionais para descrever o problema.

3.2.3 Parâmetros de Escala e Grupos Adimensionais

Para as duas análises serão escolhidos os mesmos parâmetros de escala:

Tabela 3-5 Parâmetros de Escala

Variável	Descrição	Dimensão
U	Velocidade da Correnteza Incidente	$M^0 L^1 T^{-1}$
ρ	Massa Específica da Água	$M^1 L^{-3} T^0$
L_c	Dimensão característica da seção transversal da coluna da plataforma	$M^0 L^1 T^0$

Assim, são formados os seguintes grupos adimensionais:

Tabela 3-6 Medição de Forças e Momentos - Grupos Adimensionais

Grupo Adimensional	Medição de Força de Sway	Medição de Momento de Yaw
π_1	$\frac{F_y}{\rho U_c^2 L_c^2}$	$\frac{M_z}{\rho U_c^2 L_c^3}$
π_2		$\frac{\mu}{\rho U_c L_c}$
π_3		$\frac{M}{\rho L_c^3}$
π_4		$\frac{\Delta}{L_c^3}$
π_5		$\frac{H_c}{L_c}$
π_6		α
π_7		$\frac{L_T}{L_c}$
π_8		n_T
π_9		$\frac{U_c}{f_s L_c}$

Reorganizando os Números π de acordo com grupos adimensionais conhecidos, conforme White (2007), temos o seguinte:

Tabela 3-7 Medição de Forças e Momentos - Grupos Adimensionais Usuais

Grupo Adimensional	Medição de Força de Sway	Medição de Momento de Yaw	Descrição
π_1	$C_y = \frac{F_y}{0.5\rho U^2 S_y}$	$C_m = \frac{M_z}{0.5\rho U^2 L_z S_z}$	Coefficiente de Força ou Momento
π_2		$Re = \frac{\rho U L_c}{\mu}$	Número de Reynolds
π_3		$\frac{M}{\Delta}$	Razão Massa-Deslocamento
π_4		$\frac{H_c}{L_c}$	Razão de Aspecto das Colunas
π_5		α	Ângulo de Incidência da Correnteza
π_6		$\frac{L_T}{L_c}$	Razão entre a dimensão dos tendões e das colunas
π_7		n_T	Número de Tendões
π_8		$U_r = \frac{U}{f_s L_c}$	Velocidade Reduzida

Onde, na tabela acima, S_y e S_z são áreas de referência para a adimensionalização dos coeficientes de força e momento. Finalmente, temos as seguintes equações adimensionais para as medições de forças e momentos:

$$C_y = f\left(Re, \frac{M}{\Delta}, \frac{H_c}{L_c}, \alpha, \frac{L_T}{L_c}, n_T, U_r\right) \quad (3.1)$$

$$C_m = f\left(Re, \frac{M}{\Delta}, \frac{H_c}{L_c}, \alpha, \frac{L_T}{L_c}, n_T, U_r\right) \quad (3.2)$$

3.3 Escala do Modelo

Finalmente, serão apresentados os procedimentos para a obtenção das dimensões do problema na escala do modelo, cujo objetivo final é obter uma expressão para o cálculo da velocidade do escoamento incidente na escala do modelo, o que será obtido com a igualdade da velocidade reduzida nas duas escalas.

3.3.1 Escala de Geometria

A escala entre a geometria da plataforma TLWP em escala real e escala do modelo é feita simplesmente definindo-se um fator de escala λ , dado por:

$$\lambda = \frac{L_{cReal}}{L_{cModelo}} \quad (3.3)$$

Assim, toda a geometria do corpo flutuante deve seguir esta relação, a fim de que seja respeitada toda a similaridade entre as duas escalas. Consequentemente, a escala entre o

volume deslocado da plataforma TLWP nas escalas do protótipo e do modelo será dada por: (White, 2007)

$$\nabla_{Modelo} = \frac{\nabla_{Real}}{\lambda^3} \quad (3.4)$$

3.3.2 Escala de Massa e Momento de Inércia

A massa da plataforma na escala do modelo será obtida mantendo-se a razão entre a massa do corpo e a massa do volume fluido deslocado constante, ou seja:

$$\frac{M_{Real}}{\Delta_{Real}} = \frac{M_{Modelo}}{\Delta_{Modelo}} \quad (3.5)$$

Sabendo que:

$$\Delta_{Real} = \rho \nabla_{Real} \quad (3.6)$$

$$\Delta_{Modelo} = \rho \nabla_{Modelo} \quad (3.7)$$

Combinando as Equações (3.4), (3.6) e (3.7):

$$\Delta_{Modelo} = \rho \frac{\nabla_{Real}}{\lambda^3} \quad (3.8)$$

Assim, a Equação (3.5) torna-se:

$$\frac{M_{Real}}{\rho \nabla_{Real}} = \frac{M_{Modelo}}{\rho \frac{\nabla_{Real}}{\lambda^3}} \quad (3.9)$$

Reorganizando os termos, obtemos a seguinte relação entre as massas nas duas escalas:

$$M_{Modelo} = \frac{M_{Real}}{\lambda^3} \quad (3.10)$$

Conhecendo a massa do sistema tanto na escala real quanto na do modelo, pode-se agora obter a relação entre os momentos de inércia do mesmo nas duas escalas. Define-se o momento de inércia da rotação de um corpo rígido em torno de um eixo qualquer como:

$$I = M r^2 \quad (3.11)$$

onde M é a massa do corpo rígido e r é o chamado raio de giração para o movimento do corpo rígido em torno de um eixo, que possui dimensão de comprimento. Ou seja, conforme mostrado na Equação (3.3), é válida a seguinte relação:

$$r_{Modelo} = \frac{r_{Real}}{\lambda} \quad (3.12)$$

Assim, para o momento de inércia na escala do modelo tem-se que:

$$I_{Modelo} = M_{Modelo} r_{Modelo}^2 = \frac{M_{Real}}{\lambda^3} \left(\frac{r_{Real}}{\lambda} \right)^2 = \frac{M_{Real} r_{Real}^2}{\lambda^5} \quad (3.13)$$

Ou seja:

$$I_{Modelo} = \frac{I_{Real}}{\lambda^5} \quad (3.14)$$

3.3.3 Escala de Velocidades

A correspondência de velocidades entre a escala real e a escala do modelo será feita igualando-se a velocidade reduzida em ambas as escalas. Conforme apresentado anteriormente:

$$Ur = \frac{U}{L f_n} \quad (3.15)$$

Onde:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (3.16)$$

Devido à diferença em algumas dimensões no cálculo da frequência natural da estrutura para movimentos lineares e angulares, o procedimento de igualdade das velocidades reduzidas em diferentes escalas será apresentado separadamente para cada um dos movimentos.

3.3.3.1 Igualdade de Velocidade Reduzida – Sway

Para o movimento de *sway*, tem-se a seguinte expressão para a frequência natural do sistema:

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{K_{22}}{M + A_{22}}} \quad (3.17)$$

onde a rigidez K_{22} é dada por:

$$K_{22} = n_T \frac{T_0}{L_T} \quad (3.18)$$

Então:

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{n_T T_0}{L_T (M + A_{22})}} \quad (3.19)$$

Do equilíbrio das forças verticais na plataforma (Ramirez et. Al, 2016), tem-se que:

$$n_T T_0 = Mg - \Delta g \quad (3.20)$$

onde g é a aceleração da gravidade. Assim, temos as seguintes expressões para a frequência natural e para a velocidade reduzida:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{Mg - \Delta g}{L_T(M + A_{22})}} \quad (3.21)$$

$$Ur = \frac{2\pi U_c}{L \sqrt{\frac{Mg - \Delta g}{L_T(M + A_{22})}}} \quad (3.22)$$

Igualando as velocidades reduzidas nas escalas real e do modelo:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi U_{cReal}}{L_{cReal} \sqrt{g \frac{M_{Real} - \Delta_{Real}}{L_{TReal}(M_{Real} + a_{Real})}}} \\ &= \frac{2\pi U_{cModelo}}{L_{cModelo} \sqrt{g \frac{M_{Modelo} - \Delta_{Modelo}}{L_{TModelo}(M_{Modelo} + a_{Modelo})}}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Utilizando as expressões mostradas anteriormente para as escalas de geometria e de massa, tem-se que:

$$\frac{2\pi U_{cReal}}{L_{cReal} \sqrt{g \frac{M_{Real} - \Delta_{Real}}{L_{TReal}(M_{Real} + a_{Real})}}} = \frac{2\pi U_{cModelo}}{\frac{L_{cReal}}{\lambda} \sqrt{g \frac{\frac{M_{Real} - \Delta_{Real}}{\lambda^3} - \frac{\Delta_{Real}}{\lambda^3}}{\frac{L_{TReal}}{\lambda} \left(\frac{M_{Real}}{\lambda^3} + \frac{a_{Real}}{\lambda^3} \right)}}} \quad (3.24)$$

Reorganizando os termos:

$$\frac{U_{cReal}}{\sqrt{g \frac{M_{Real} - \Delta_{Real}}{L_{TReal}(M_{Real} + a_{Real})}}} = \frac{U_{cModelo}}{\frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{\lambda^4}{\lambda^3} g \frac{(M_{Real} - \Delta_{Real})}{L_{TReal}(M_{Real} + a_{Real})}}} \quad (3.25)$$

Simplificando, temos a correspondência entre as velocidades na escala real e do modelo:

$$U_{cModelo} = \frac{U_{cReal}}{\sqrt{\lambda}} \quad (3.26)$$

O resultado mostrado na Equação (3.26) é o mesmo obtido quando, em problemas envolvendo ondas gravitacionais, como por exemplo a medição da resistência ao avanço de um navio em tanque de provas, se faz a igualdade do número de Froude (Fernandes, 2017). Este adimensional nos fornece uma relação entre as forças inerciais e a gravidade em um ensaio experimental. No presente trabalho, apesar de as ondas gravitacionais não serem consideradas, a gravidade está presente no problema em decorrência da

flutuabilidade dos tendões da plataforma, que é fisicamente ligada à rigidez fornecida por eles (Equações 3.18 e 3.20).

3.3.3.2 Igualdade de Velocidade Reduzida – Yaw

Para o caso de *yaw*, a frequência natural do sistema é obtida através da seguinte expressão:

$$\omega_{66} = \sqrt{\frac{K_{66}}{I_{zz} + A_{66}}} \quad (3.27)$$

A rigidez K_{66} para o movimento de *yaw* em uma plataforma TLWP, conforme Senjanović et. al. (2013) é dada por:

$$K_{66} = \frac{T_0}{L_T} \sum_{i=0}^{n_t} (x_i^2 + y_i^2) \quad (3.28)$$

onde x_i e y_i representam a posição de conexão de cada tendão na plataforma. Retomando o equilíbrio de forças na direção vertical (Equação 3.20), tem-se que:

$$T_0 = g \frac{(\Delta - M)}{n_T} \quad (3.29)$$

Ou seja:

$$K_{66} = \frac{g}{n_T L_T} (\Delta - M) \sum_{i=0}^{n_t} (x_i^2 + y_i^2) \quad (3.30)$$

Na expressão acima, sabe-se que Δ e M têm dimensão de massa, x_i , y_i e L_t de comprimento, n_t é uma quantidade adimensional e g , para esta aplicação, pode ser considerado uma constante. Assim, temos as seguintes expressões para K_{66} nas escalas real e do modelo:

$$K_{66_{Real}} = \frac{g}{n_T L_{T_{Real}}} (\Delta_{Real} - M_{Real}) \sum_{i=0}^{n_t} (x_{i_{Real}}^2 + y_{i_{Real}}^2) \quad (3.31)$$

$$K_{66_{Modelo}} = \frac{g}{n_T L_{T_{Modelo}}} (\Delta_{Modelo} - M_{Modelo}) \sum_{i=0}^{n_t} (x_{i_{Modelo}}^2 + y_{i_{Modelo}}^2) \quad (3.32)$$

Combinando a expressão para a rigidez em *yaw* na escala do modelo com as relações de escala de comprimento e massa obtidas anteriormente, obtem-se o seguinte:

$$K_{66_{Modelo}} = \frac{g}{n_t \frac{L_{t_{Real}}}{\lambda}} \left(\frac{\Delta_{Real}}{\lambda^3} - \frac{M_{Real}}{\lambda^3} \right) \sum_{i=0}^{n_t} \left(\frac{x_{i_{Real}}^2}{\lambda^2} + \frac{y_{i_{Real}}^2}{\lambda^2} \right) \quad (3.33)$$

Reorganizando os termos:

$$K_{66_{Modelo}} = \frac{1}{\lambda^4} \frac{g}{n_t L_{t_{Real}}} (\Delta_{Real} - M_{Real}) \sum_{i=0}^{n_t} (x_{i_{Real}}^2 + y_{i_{Real}}^2) \quad (3.34)$$

Ou seja:

$$K_{66_{Modelo}} = \frac{1}{\lambda^4} K_{66_{Real}} \quad (3.35)$$

Conhecendo a rigidez na escala do modelo, é possível correlacionar a frequência natural de *yaw* nas duas escalas:

$$\omega_{66_{Real}} = \sqrt{\frac{K_{66_{Real}}}{I_{zz_{Real}} + A_{66_{Real}}}} \quad (3.35)$$

$$\omega_{66_{Modelo}} = \sqrt{\frac{K_{66_{Modelo}}}{I_{zz_{Modelo}} + A_{66_{Modelo}}}} \quad (3.36)$$

Combinando as relações de escala:

$$\omega_{66_{Modelo}} = \sqrt{\frac{\frac{K_{66_{Real}}}{\lambda^4}}{\frac{I_{66_{Real}}}{\lambda^5} + \frac{A_{66_{Real}}}{\lambda^5}}} \quad (3.36)$$

Reorganizando os termos, tem-se a seguinte relação entre as frequências naturais:

$$\omega_{66_{Modelo}} = \sqrt{\lambda} \omega_{66_{Real}} \quad (3.36)$$

Finalmente, igualando as velocidades reduzidas de *yaw*:

$$\frac{2\pi U_{Real}}{L_{Real} \omega_{66_{Real}}} = \frac{2\pi U_{Modelo}}{L_{Modelo} \omega_{66_{Modelo}}} \quad (3.36)$$

Lançando mão novamente das relações de escala obtidas anteriormente:

$$\frac{U_{Real}}{L_{Real} \omega_{n66_{Real}}} = \frac{U_{Modelo}}{\frac{L_{Real}}{\lambda} \sqrt{\lambda} \omega_{n66_{Real}}} \quad (3.36)$$

Reorganizando os termos, obtém-se a correspondência entre as velocidades de correnteza nas escalas real e do modelo:

$$U_{Modelo} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\lambda} U_{Real} = \frac{U_{Real}}{\sqrt{\lambda}} \quad (3.36)$$

Novamente, obteve-se para a igualdade das velocidades reduzidas o mesmo resultado conhecido para a igualdade de número de Froude em problemas envolvendo ondas gravitacionais. Conforme mostrado na Equação (3.30), as forças gravitacionais

decorrentes do empuxo dos tendões da plataforma são fisicamente ligadas à rigidez do sistema em *yaw*, do que decorre este resultado.

4 Cálculo de Massa Adicional

Neste Capítulo serão apresentados os resultados de massa adicional obtidos para a plataforma TLWP, bem como os modelos elaborados e as condições de carregamento utilizadas.

O modelo hidrodinâmico foi elaborado e analisado utilizando o programa AQWA, fornecido pela Ansys, baseado na teoria Potencial, cujos aspectos teóricos são apresentados no Apêndice B.

4.1 Plataforma TLWP – Geometria e Condições de Carregamento

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram a geometria da plataforma TLWP analisada neste trabalho em vista de perfil e de topo, respectivamente, bem como a posição da origem do seu sistema de coordenadas fixo. A partir deste sistema de eixos coordenados serão medidas todas as grandezas físicas da plataforma.

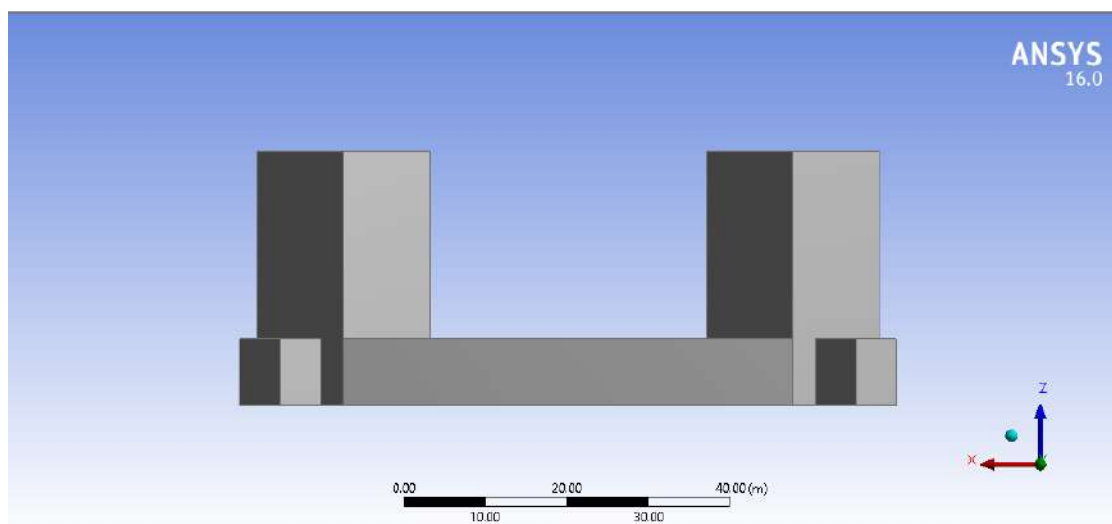


Figura 4.1 Modelo Plataforma TLWP – Vista de Perfil

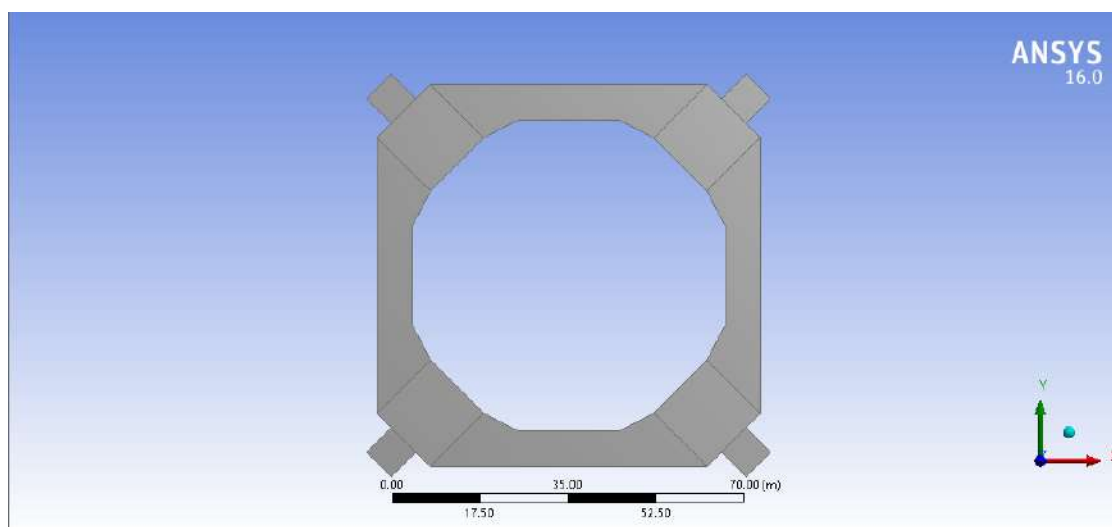


Figura 4.2 Modelo Plataforma TLWP – Vista de Topo

A Tabela 4-1 apresenta as características principais da plataforma, obtidas em Menezes (2013). Deve-se notar que, por se tratar de uma plataforma do tipo TLWP, o deslocamento da mesma será significativamente maior do que a sua massa. Esta diferença será compensada pela tração nos tendões que conectam a plataforma ao fundo do mar. A posição do centro de gravidade mostrada na Tabela 4-1 não reflete a atuação dos tendões, sendo a mesma referente apenas aos itens que compõem a plataforma.

Tabela 4-1 Plataforma TLWP – Características Principais

TLWP – Características Principais	
Massa	32738 Toneladas
Deslocamento	42601 Toneladas
LCG	0.0 m
TCG	0.0m
VCG	33.0 m
Rxx	33.62 m
Ryy	33.62 m
Rzz	37.0 m
VCB	11.72 m
BM	16.78 m

4.2 Modelo Hidrodinâmico

O primeiro passo para a criação do modelo para o cálculo da massa adicional é a divisão da superfície do corpo em painéis, conforme resultado apresentado na Figura 4.3:

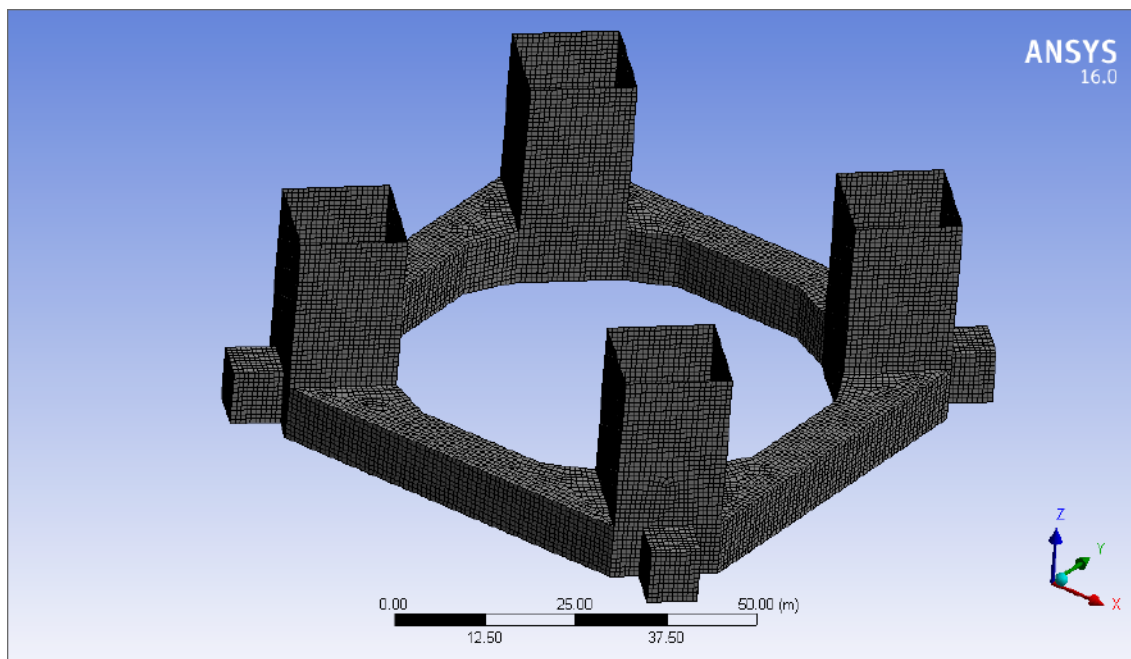


Figura 4.3 Modelo Hidrodinâmico – Divisão em Painéis

O segundo passo para a construção do modelo hidrodinâmico é a modelação dos efeitos da interação dos tendões com a plataforma. Será estudado o caso em que a mesma se encontra conectada ao fundo do mar com 8 tendões, conectados à plataforma nas seguintes posições:

Tabela 4-2 Posições dos Tendões – Escala Real

Tendão	Referencial do Modelo		
	X (m)	Y (m)	Z (m)
#1	40.218	-33.163	-31.000
#2	33.163	-40.218	-31.000
#3	-33.163	-40.218	-31.000
#4	-40.218	-33.163	-31.000
#5	-40.218	33.163	-31.000
#6	-33.163	40.218	-31.000
#7	33.163	40.218	-31.000
#8	40.218	33.163	-31.000

A pré-tração em cada tendão é obtida através da seguinte formulação:

$$T_0 = \frac{B - W}{n_T} \quad (4.1)$$

onde B é o empuxo da plataforma, W é o seu peso e n_T é o número de tendões conectados à mesma. Assim, foram obtidos os seguintes valores:

Tabela 4-3 Posições dos Tendões – Escala Real

Pré-Tração Tendões	
W	32738 ton.f
B	42601 ton.f
n_T	8
T_0	1232.9 ton.f

4.3 Frequências de Onda

Conforme mostrado no Apêndice B, de acordo com a teoria potencial, a massa adicional de um corpo depende, além da sua forma, da frequência da onda incidente. No entanto, como a análise de *galloping* a ser executada nas próximas seções deste trabalho irá considerar a hipótese de águas tranquilas, deve-se simular numericamente esse estado de mar.

A melhor forma de se executar este procedimento é inserir uma onda com período infinito. No entanto, como não é possível representar o infinito numericamente, deve-se buscar períodos suficientemente grandes para que a massa adicional se torne constante com o aumento do período. Ou seja:

$$A_{ij}^{Águas\ Calmas} = \lim_{T \rightarrow \infty} A_{ij}(T) \quad (4.2)$$

Assim, a análise de escoamento potencial para o corpo foi executada com os seguintes períodos de onda:

Tabela 4-4 Períodos de Onda Analisados

Períodos Analisados					
100.000 s	58.824 s	25.000 s	6.667 s	3.750 s	2.609 s
90.909 s	55.556 s	20.000 s	6.000 s	3.529 s	2.500 s
83.333 s	52.632 s	15.000 s	5.455 s	3.333 s	
76.923 s	50.000 s	12.000 s	5.000 s	3.158 s	
71.429 s	40.000 s	10.000 s	4.615 s	3.000 s	
66.667 s	35.000 s	8.571 s	4.286 s	2.857 s	
62.500 s	30.000 s	7.500 s	4.000 s	2.727 s	

4.4 Resultados – Massa Adicional

Depois de executadas as análises com as propriedades apresentadas acima, foram obtidos os seguintes resultados para a massa adicional nos graus de liberdade de *sway* e *yaw*:

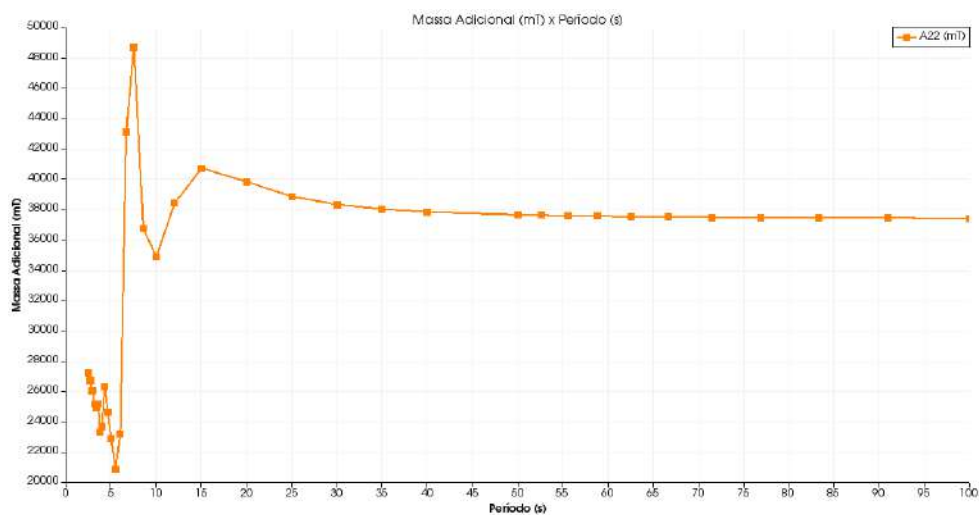


Figura 4.4 A22 x Período

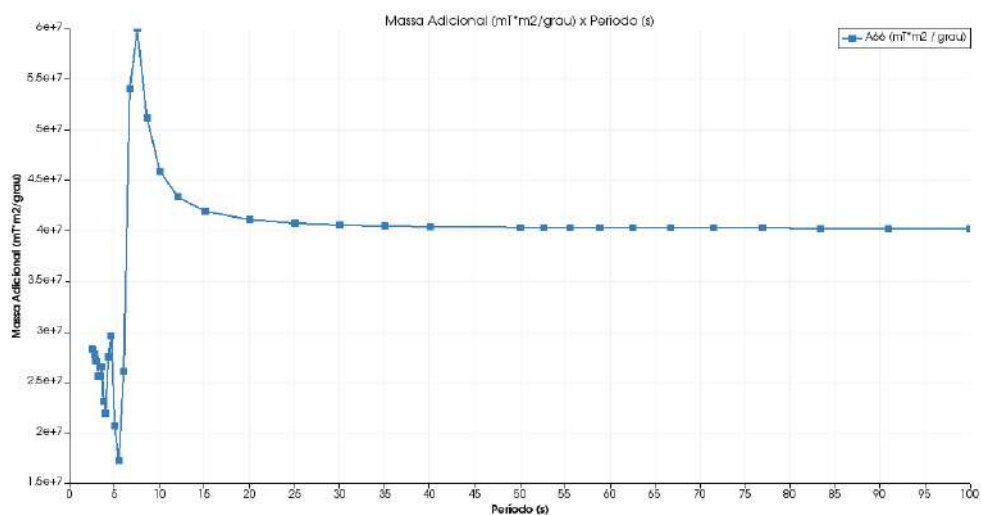


Figura 4.5 A66 x Período

Assim, tendo os valores de massa adicional para todos os períodos, toma-se o valor da mesma para o maior período, obtendo-se assim o valor de massa adicional para águas calmas, apresentados na tabela abaixo:

Tabela 4-5 Massas Adicionais – Escala Real

Massas Adicionais	
A22	37837.872 ton
A66	40391700.480 ton.m ²

5 Cálculo de Forças e Momentos

Este capítulo apresenta os resultados de forças e momentos obtidos através de análises de CFD que servirão como dados de entrada para as análises do comportamento de uma plataforma TLWP quando existe a possibilidade de *galloping*, cujas equações do movimento foram apresentadas no Capítulo 2.

Antes de apresentados os resultados das análises, mostram-se os dados de entrada para as análises de CFD, como condições de contorno e geração de malha computacional. A solução do escoamento viscoso foi obtida através da solução das Equações Médias de Reynolds utilizando o programa Ansys CFX, cujo procedimento de solução é apresentado no apêndice A.

5.1 Variáveis do Problema

Esta análise tem as variáveis apresentadas no Capítulo 3. No entanto, deve-se distinguir aquelas que, para esta análise serão tomadas como constantes, como variável de análise e como resultado do estudo.

Neste trabalho, desejamos analisar a influência do ângulo de incidência de correnteza nas forças de *sway* e *yaw*. No entanto, para este tipo de problema, a simulação em escala real do escoamento requereria uma malha computacional extremamente refinada (Wanderley, 2013), o que aumentaria muito o tempo de processamento necessário para a obtenção de uma solução fidedigna do mesmo. Assim, decidiu-se por realizar as simulações na escala do modelo, considerando os procedimentos de mudança de escala apresentados no Capítulo 3. O fator de escala adotado neste trabalho é:

$$\lambda = 200 \quad (5.1)$$

Os valores das variáveis assumidas constantes são dados na escala real e do modelo, sendo apresentados na Tabela 5-1:

Tabela 5-1 Variáveis do Problema

Variável	Escala Real	Escala do Modelo
U	5,0 nós = 2.572 m/s	0.182 m/s
ρ	1025 kg/m ³	
μ	0.001 Pa*s	
M	32956000 kg	4.120 kg
I_{zz}	85508738300 kg m ²	0.141 kg m ²
Δ	42481000 kg	5.310 kg
L_c	15 m	0.075 m
H_c	31 m	0.155 m
L_T	1156.775 m	5.784 m
n_T	8 Tendões	

Com a formulação apresentada anteriormente para o cálculo da frequência natural(Equações 3.17 e 3.27 para *sway* e *yaw*, respectivamente), resultaram nos valores apresentados na Tabela 5-2:

Tabela 5-2 Frequência Natural e Período Natural

Grau de Liberdade	Escala Real		Escala do Modelo	
	Frequência Natural	Período Natural	Frequência Natural	Período Natural
<i>Sway</i>	0.034 rad/s	186.0 s	0.478 rad/s	13.153 s
<i>Yaw</i>	0.051 rad/s	124.0 s	0.716 rad/s	8.769 s

O ângulo de incidência da correnteza, de acordo com Gonçalves et. al. (2015) assumirá três valores distintos:

Tabela 5-3 Ângulos de Incidência

Ângulos de Incidência
0.0° 22.5° 45.0°

No entanto, para que sejam calculadas as derivadas das curvas de coeficiente de força e momento e, por fim, obtidas as características de *galloping* do sistema, o ângulo de incidência deve ser variado em torno da posição na qual se executa a análise. Foi, portanto, definido um intervalo entre 0 e 50 graus, com intervalo de 5 graus entre os pontos. A Tabela 5-4 resume os ângulos de incidência escolhidos para as análises estáticas:

Tabela 5-4 Ângulos de Incidência

Ponto de Análise	α (graus)
1	0.0
2	5.0
3	10.0
4	15.0
5	20.0
6	22.5
7	30.0
8	35.0
9	40.0
10	45.0
11	50.0

5.2 Domínio Computacional

O domínio computacional onde a solução numérica do problema será obtida foi definido de forma que as suas fronteiras externas ficassem distantes o suficiente do corpo flutuante, de modo que estas não sejam influenciadas pela presença do mesmo.

5.2.1 Dimensões e Fronteiras

As dimensões do domínio computacional foram estabelecidas como produtos da dimensão de referência adotada neste trabalho para os grupos adimensionais: a dimensão do lado da coluna da plataforma (L_c). O mesmo terá formato cilíndrico, para permitir a variação no ângulo de incidência do escoamento sobre o corpo sem que seja necessário alterar o domínio e a malha computacional, a ser abordada em seguida.

As dimensões do domínio computacional – altura e diâmetro – são apresentadas na Tabela 5.5, tanto em função de L_c quanto em valores absolutos na escala do modelo.

Tabela 5-5 Dimensões do Domínio Computacional

Diâmetro	Altura
$100 L_c = 7.500 \text{ m}$	$5 L_c = 0.375 \text{ m}$

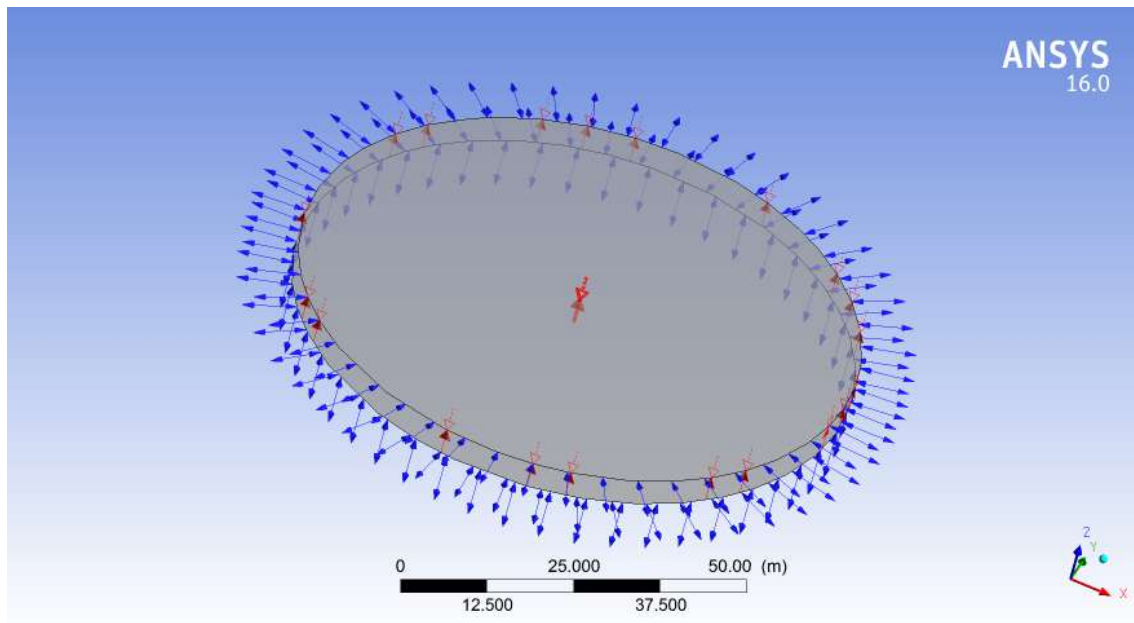


Figura 5.1 Domínio Computacional

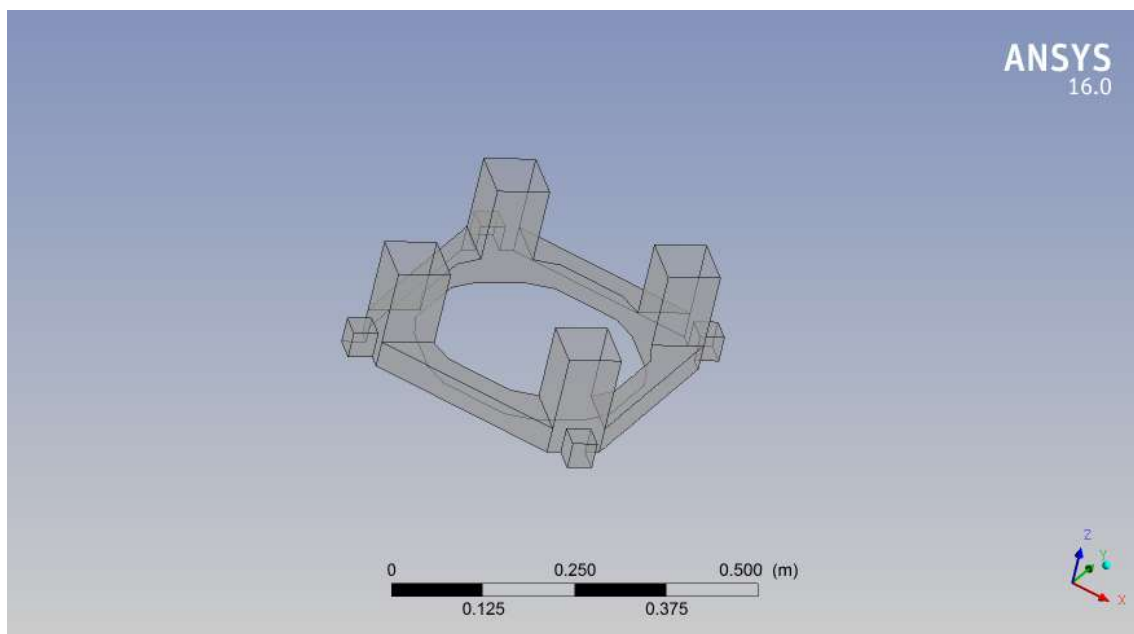


Figura 5.2 Domínio Computacional - Detalhe

Conforme observado nas Figuras 5.1 e 5.2, o domínio computacional elaborado tem quatro (4) fronteiras bem definidas:

- Uma parede, representando o casco da plataforma, no centro do domínio;
- Duas fronteiras de abertura, na borda externa e na face inferior do cilindro;

- Um plano de simetria, na face superior do cilindro, que corresponderia à superfície livre em uma simulação onde se considerasse o efeito de ondas. No entanto, onde estes são desprezados, é válida a introdução desta condição de contorno neste plano (MARNET-CFD, 2002).

5.2.2 Condições Iniciais e de Contorno

Conforme apresentado no apêndice A, após a construção das Equações médias de Reynolds, o sistema de equações que descreve o escoamento tem seis equações e seis incógnitas, listadas abaixo:

- A pressão no domínio fluido;
- As três componentes cartesianas da velocidade do escoamento;
- A viscosidade turbulenta;
- A intensidade de turbulência no escoamento.

Tanto na fronteira que representa a superfície da plataforma quanto no plano de simetria que delimita a extremidade superior do domínio serão utilizadas condições de contorno pré-definidas no programa Ansys CFX. Para a superfície do corpo, foi utilizada a condição de contorno de parede sem escorregamento (“no-slip wall”), onde a velocidade do escoamento é nula na superfície onde essa condição foi imposta. Já na fronteira superior, onde foi utilizada uma condição de contorno de simetria, utiliza-se a condição de contorno padrão disponível no programa.

Para as fronteiras de entrada, os parâmetros listados acima devem ser especificados pelo usuário do programa. As componentes de velocidade do escoamento nas duas fronteiras são calculadas, em cada um dos pontos de análise, através da Equação 5.2 (Koop et. Al., 2011):

$$U = U_c [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0]^T \quad (5.2)$$

Além disso, assume-se que a pressão relativa é nula nas fronteiras, enquanto a viscosidade turbulenta é igual a viscosidade dinâmica e a intensidade de turbulência é igual a 1%.

As condições iniciais do escoamento serão consideradas iguais à condição de contorno das fronteiras de entrada do domínio computacional.

5.3 Malha Computacional

Após definidas a forma e as dimensões do domínio computacional, onde será obtida a solução numérica do problema, é necessário discretizá-lo em elementos tridimensionais, a fim de que seja obtida a sua solução pelo método dos volumes finitos. Para tal, alguns parâmetros da chamada malha computacional devem ser definidos.

Conforme mostrado no Apêndice A, o domínio de solução do problema deve ser dividido em um número finito de elementos, onde serão aplicadas as equações da conservação de massa, quantidade de movimento e de energia. Assim, o primeiro parâmetro a ser abordado para a geração da malha computacional é a dimensão máxima de seus elementos.

No entanto, algumas regiões da malha computacional precisam de um refinamento maior do que outras, devido às variações da geometria. Pode-se tomar como exemplo a superfície da plataforma sendo estudada, cujas dimensões do casco precisam ser melhor representadas, do que outras que estejam longe de regiões onde não ocorrem gradientes de pressões ou velocidades de alta intensidade.

Em escoamentos turbulentos, o principal parâmetro para o dimensionamento da malha computacional é a chamada distância à parede adimensional (y^+), uma quantidade adimensional que estabelece uma relação entre as forças de fricção e a totalidade das forças viscosas atuantes em uma parede.

A distância à parede adimensional é definida por:

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu} \quad (5.3)$$

onde y é a distância à parede, ν é a viscosidade cinemática do fluido e u^* é dado por:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.4)$$

onde ρ é a massa específica do fluido e τ_w é a tensão de cisalhamento na parede. Von Kármán (1946) propôs a chamada relação integral da quantidade de movimento, válida tanto para escoamentos laminares quanto para turbulentos:

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\theta}{dx} \quad (5.5)$$

Na formulação acima, θ é a chamada espessura de quantidade de movimento da camada limite. Em White (2007), demonstra-se utilizando as relações propostas por von Kármán (1946) que a tensão de cisalhamento em uma parede também pode ser dada por:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U^2 c_f \quad (5.6)$$

onde c_f é o chamado coeficiente de fricção por unidade de comprimento (*skin friction coefficient*), que possui um valor único para cada escoamento. Assim, como queremos estimar o tamanho da primeira camada de elementos da malha computacional antes da

solução do escoamento, devemos estimar o seu valor utilizando uma correlação estatística, como aquela proposta pela Conferência Internacional de Tanques de Reboque:

$$c_f = 0.075 [\log_{10}(Re) - 2]^{-2} \quad (5.7)$$

Com a correlação estatística acima é possível estimar qual será o valor da altura da primeira camada de elementos de uma malha computacional necessária para se atingir o valor da distância à parede adimensional desejado de acordo com o procedimento indicado na Figura 5.3:

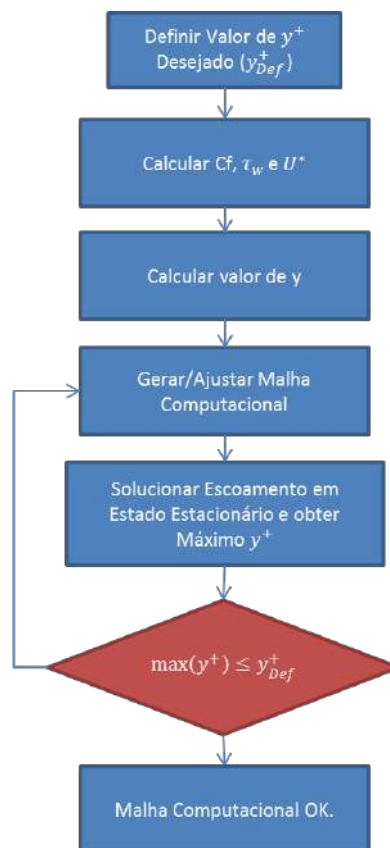


Figura 5.3 Procedimento de Verificação de y^+

No entanto, é necessário realizar-se uma simulação computacional preliminar a fim de que seja confirmada a obtenção do valor desejado de y^+ . De acordo com o procedimento mostrado na Figura 5.3, obteve-se o valor para a menor distância à parede conforme indicado na Tabela 5-6:

Tabela 5-6 Valor de y^+ - Cálculo Inicial

Diâmetro	Altura
y^+ Alvo	1.000
L	0.075 m
U	0.182 m/s
Re	1.359E+04
c_f	0.016
τ_ω	0.272 Pa
u^*	0.017 m/s
y_{parede}	6.081E-05 m

A Tabela 5-7 apresenta os outros parâmetros utilizados para a geração da malha computacional:

Tabela 5-7 Parâmetros da Malha Computacional – Cálculo Inicial

Parâmetro	Malha - 1a Revisão
Número Total de Elementos	4375547 Elementos
Dimensão Máxima dos Elementos	12 m
Dimensão Máxima dos Elementos na Superfície do Corpo	0.007 m
Dimensão Máxima dos Elementos no Entorno do Corpo	0.025 m
Dimensão Primeira Camada	6.51E-05 m
Número de Camadas Prismáticas	10
Parâmetro Distribuição Linear	1.2

De posse dos parâmetros acima foi obtida a malha computacional mostrada nas figuras 5.4 e 5.5. Com esta malha, foi solucionado um escoamento estacionário com as propriedades definidas na seção 5.1 e ângulo de incidência do escoamento igual a zero, a fim de que o valor mínimo de y^+ no domínio fosse verificado. Obteve-se o seguinte resultado para esta variável:

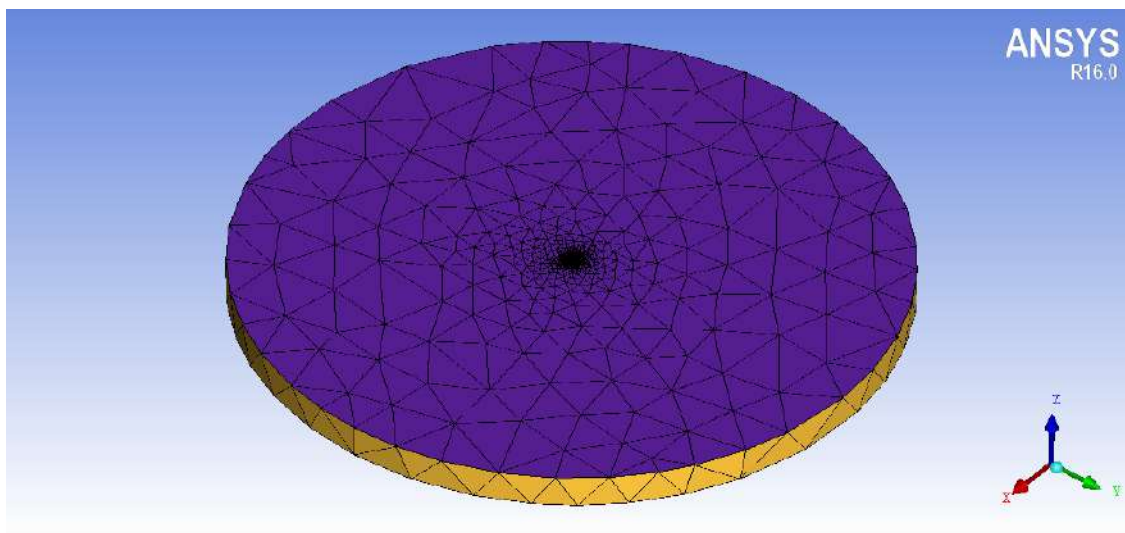


Figura 5.5 Malha Computacional – Cálculo Inicial

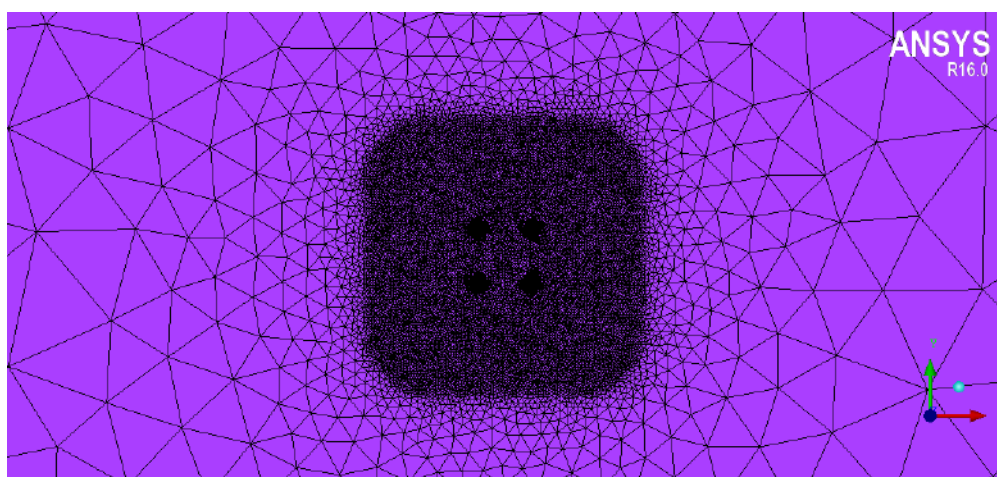


Figura 5.4 Malha Computacional – Cálculo Inicial - Detalhe

Conforme observa-se na Figura 5.6 e na Tabela 5-8, o valor mínimo de y^+ esperado não foi atingido. É possível atribuir este fato à imperfeições na correlação estatística utilizada para o cálculo do coeficiente de fricção (c_f), visto que a mesma foi concebida através de ensaios experimentais com placas planas (White, 2007), não considerando os efeitos de tridimensionalidade que podem ocorrer quando estuda-se corpos com as características de uma plataforma oceânica.

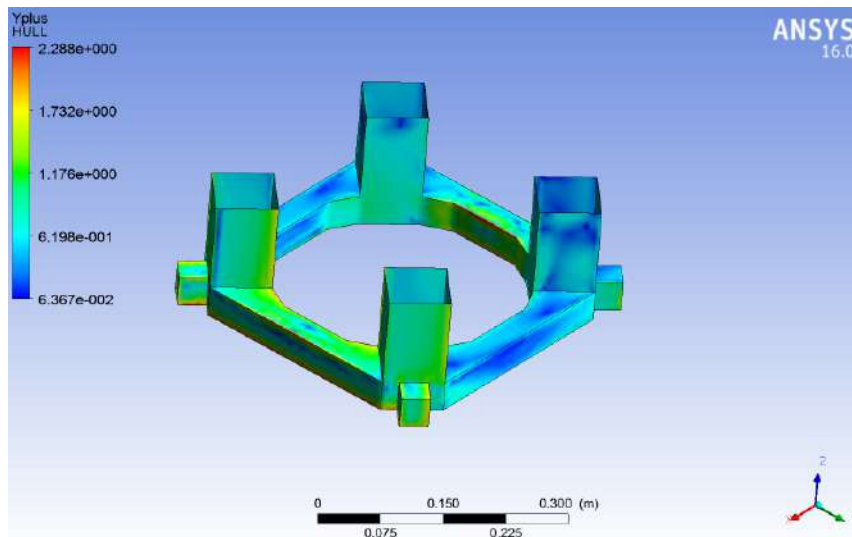


Figura 5.6 Malha Computacional – Primeira Verificação de y^+

Tabela 5-8 Valor de y^+ - Primeira Revisão

1a Revisão da Malha	
y^+ Rev. 1	2,288

Assim, para que seja atingido o valor de distância à parede adimensional desejado, a dimensão da primeira camada de elementos da malha computacional foi diminuída utilizando como divisor o valor mínimo de y^+ calculado anteriormente, conforme tabela abaixo:

Tabela 5-9 Refinamento da Malha Computacional

1a Revisão da Malha	
y_p Rev. 1	6,51E-05 m
y^+ Rev. 1	2,288
y_p Rev. 2	2,85E-05 m

A malha computacional obtida com esta mudança foi muito semelhante a primeira, já que apenas a dimensão da primeira camada de elementos prismáticos foi alterada. O número de elementos da mesma continuou em torno de 4.5 milhões. O detalhe da nova configuração da camada de elementos prismáticos é mostrado na Figura 5.7.

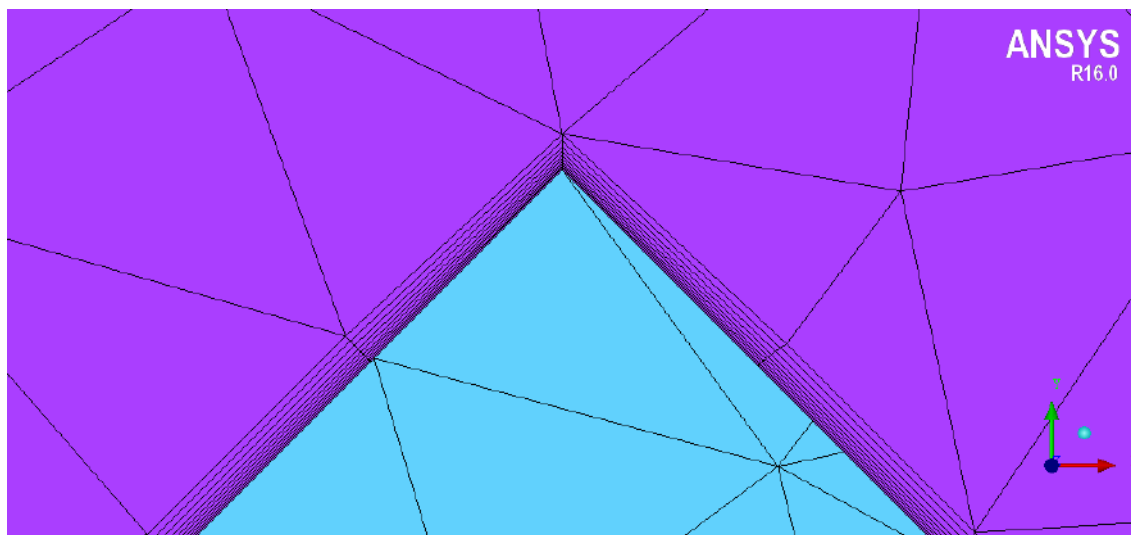


Figura 5.7 Malha Computacional – Revisão do Cálculo de y^+ - Detalhe

Com a malha acima, foi obtida uma nova solução do escoamento, que resultou na seguinte solução:

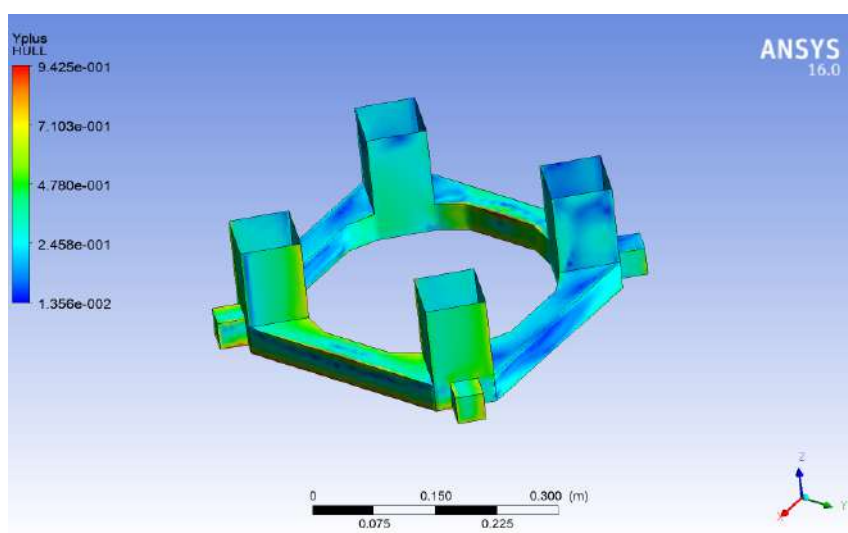


Figura 5.8 Malha Computacional – Revisão do Cálculo de y^+

Tabela 5-10 Valor de y^+ - Revisão

2a Revisão da Malha	
y^+ Rev. 2	0,9425

5.4 Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos para a medição das forças e momentos atuantes na plataforma TLWP estudada neste trabalho para cada um dos ângulos de ataque citados no início deste Capítulo.

Inicialmente, serão mostrados os resultados que mostram a convergência dos modelos numéricos utilizados para realizar cada simulação no programa Ansys CFX, a fim de se calcular os valores de força e momento. Em seguida, serão apresentados os valores de coeficiente de força estimados e por fim os coeficientes de ajuste de curva obtidos para cada um dos três aproamentos apresentados na Tabela 5-3.

5.4.1 Convergência

Para verificar-se a convergência da solução numérica do escoamento viscoso através do programa Ansys CFX, foram analisados os valores de força de sway e momento de *yaw* calculados pelo programa a cada uma de suas iterações, visto que o mesmo utiliza um método iterativo para a solução do sistema de equações decorrente da aplicação do método dos volumes finitos, conforme apresentado no Apêndice A.

Nota-se que, apesar de não serem analisados movimentos nesta direção, também serão apresentados os valores obtidos para a força na direção X (*surge*), visto que seus valores serão necessários na seção seguinte deste trabalho para a execução de uma mudança de coordenadas das componentes de força obtidas, que será detalhada em seguida.

De acordo com o que é apresentado nas Figuras 5.9 e 5.10, os resultados de forças e momento obtidos através da solução numérica do escoamento viscoso apresentam comportamento oscilatório ao longo do processo de solução. Isso se deve ao fato de que, apesar de se simular uma solução de escoamento em estado estacionário, o escoamento em questão apresenta natureza dinâmica devido à emissão de vórtices, verificada tanto em ensaios experimentais quanto em simulações dinâmicas. Sendo assim, essa característica do escoamento se reflete quando aproximamos uma simulação de natureza dinâmica através de um cálculo estático.

Assim, para trabalhar com os valores estáticos de força e momento, toma-se a média dos resultados a partir de um certo número de iterações o qual o usuário do programa verifica que os coeficientes passaram a oscilar em torno de uma média. Neste trabalho, decidiu-se por utilizar a média das trezentas últimas iterações de cada simulação.

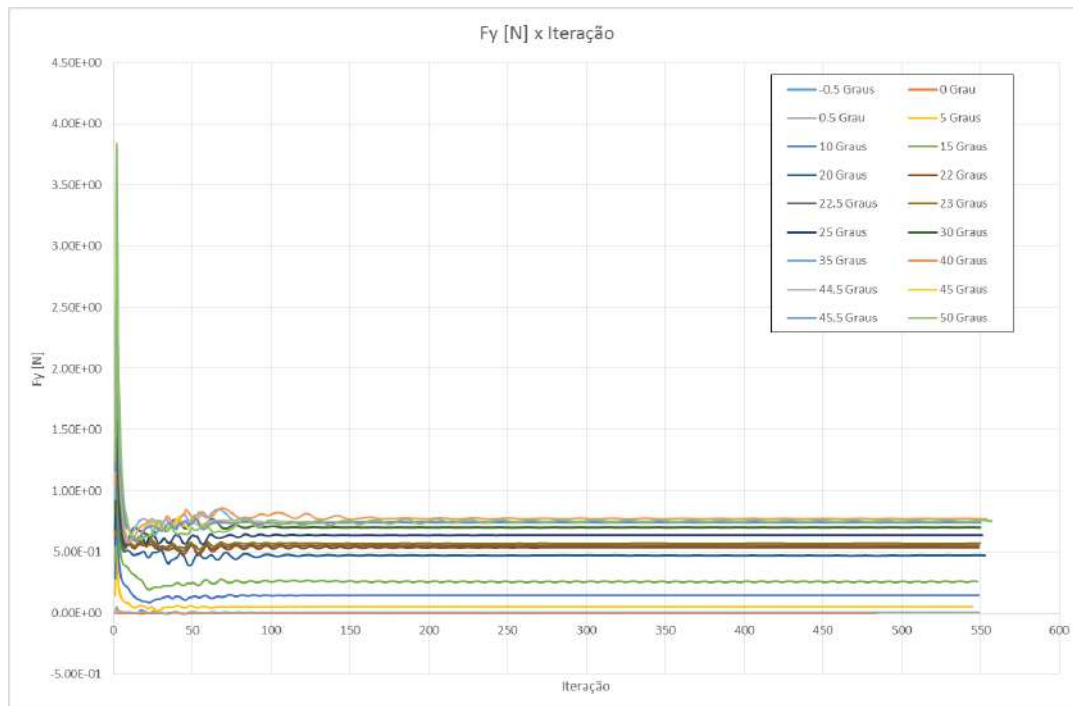


Figura 5.9 Histórico de Convergência – Força de Sway

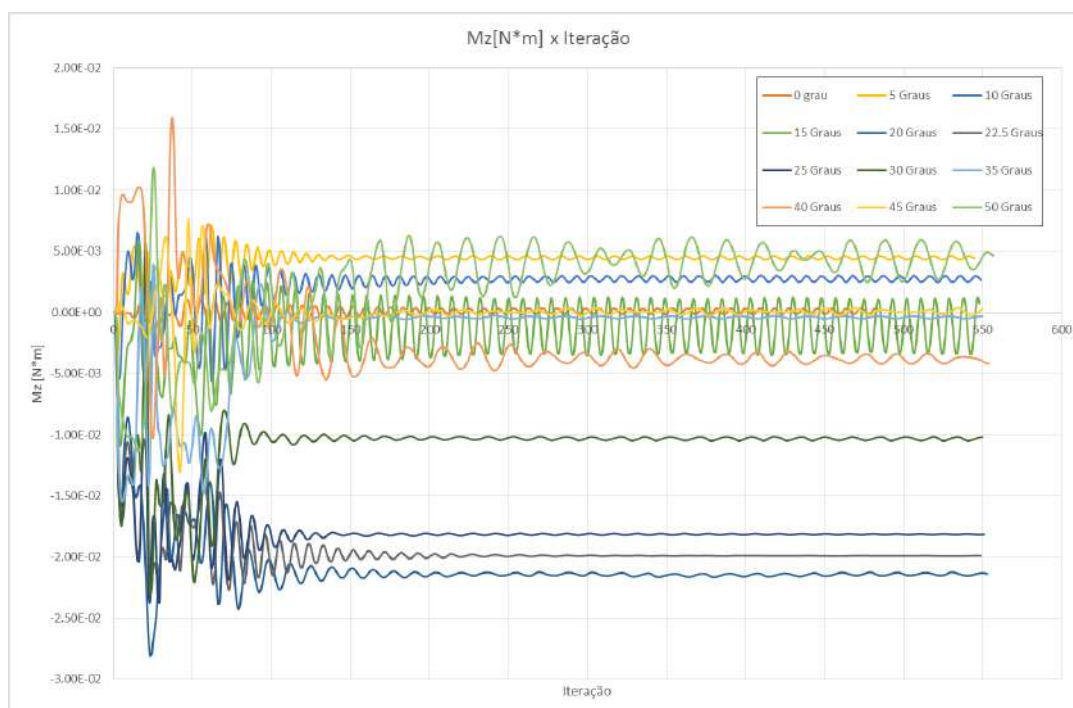


Figura 5.10 Histórico de Convergência – Momento de Yaw

5.4.2 Coeficientes de Força e Momento

Conforme apresentado na seção anterior, os resultados de coeficiente de força e momento têm um comportamento oscilatório, devido à natureza do escoamento. Sendo assim, tomou-se como referência para o resultado estático dos coeficientes a média de seu valor

nas últimas 300 iterações de cada simulação, onde indica-se que os efeitos transientes do início da solução não existem mais, estando apenas as forças calculadas pelo programa a cada iteração oscilando em torno de uma média constante. Sendo assim, obteve-se os seguintes resultados:

Tabela 5-11 Coeficientes de Força e Momento

α (graus)	Cx	Cy	Cm
0.0	1.005	0.001	-0.001
5.0	1.017	0.063	-0.070
10.0	1.015	0.175	-0.043
15.0	1.036	0.311	0.019
20.0	1.111	0.571	0.335
22.5	1.116	0.670	0.311
30.0	1.082	0.773	0.283
35.0	1.023	0.849	0.161
40.0	0.970	0.897	0.006
45.0	0.913	0.855	0.060
50.0	0.899	0.902	-0.001

Com os resultados acima, apresentam-se as seguintes curvas de coeficientes em função do ângulo de incidência da correnteza:

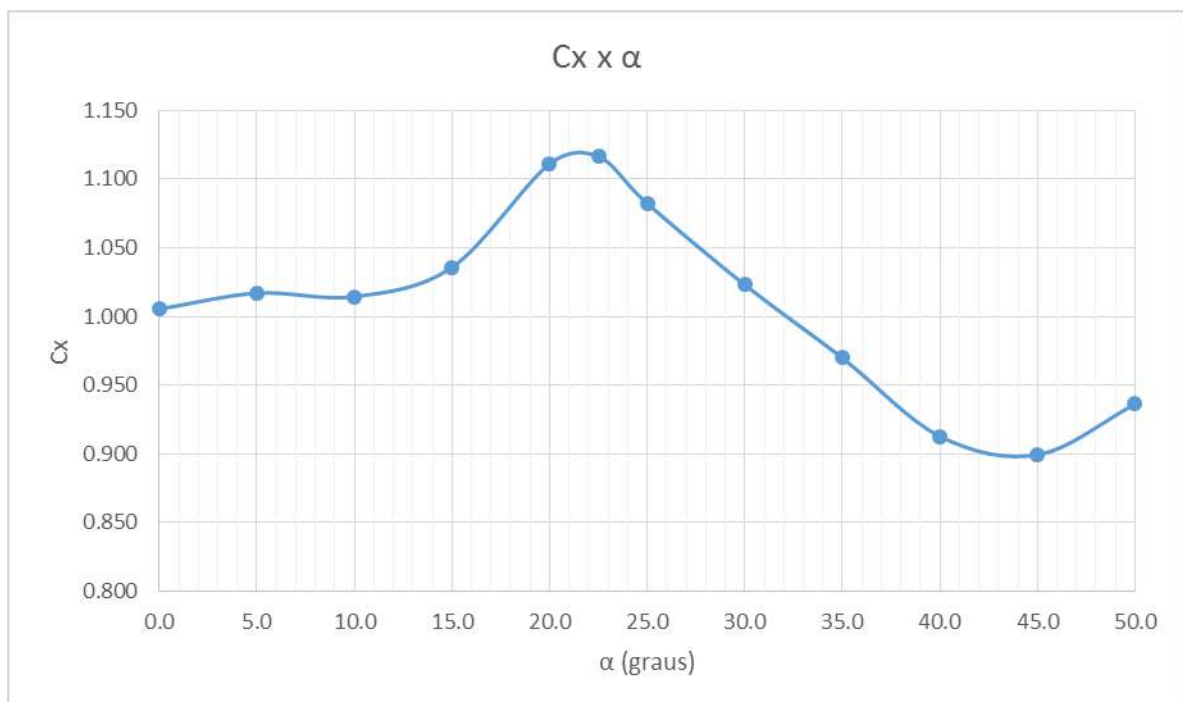


Figura 5.11 Coeficientes de Força de *Surge*

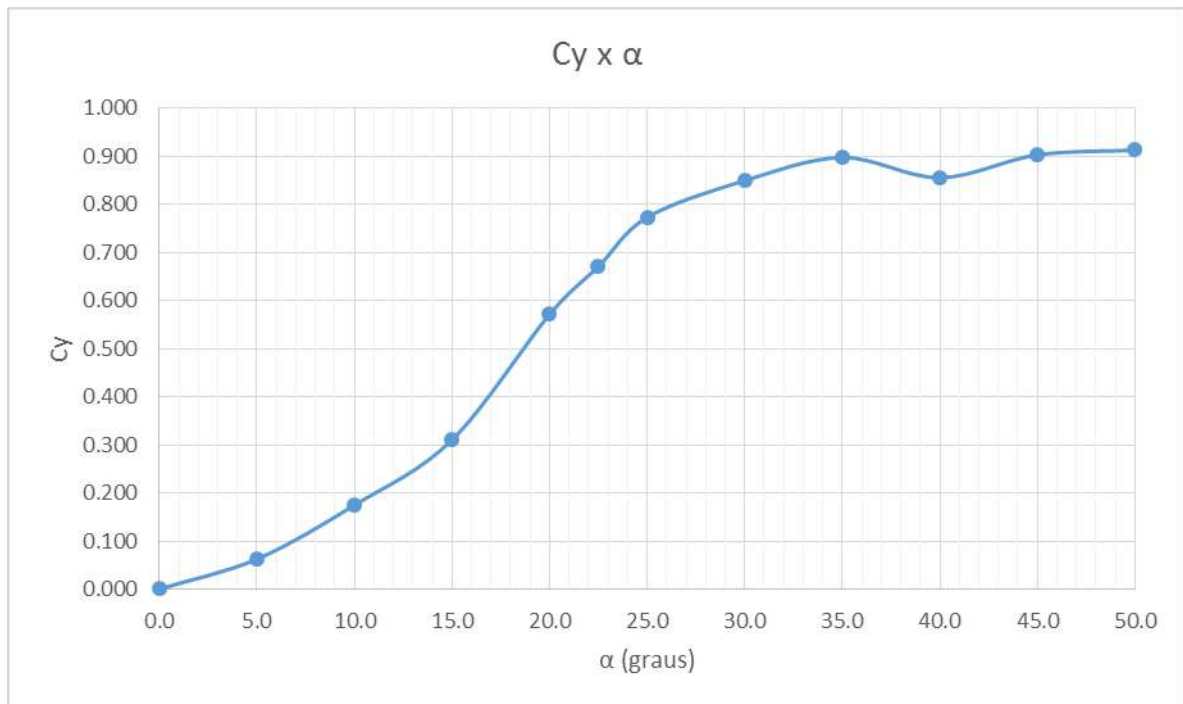


Figura 5.12 Coeficientes de Força de Sway

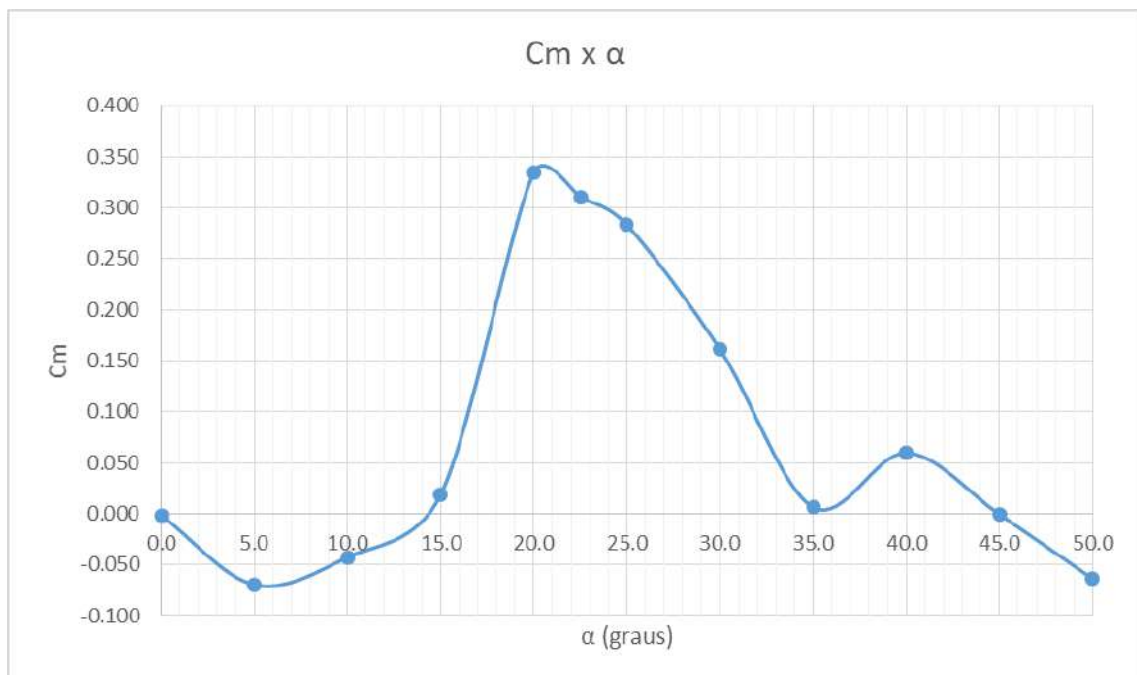


Figura 5.13 Coeficientes de Momento de Yaw

5.4.3 Ajuste das Curvas de Coeficientes

Depois de obtidas as curvas acima, deve-se ajustá-las utilizando as funções cúbicas apresentadas no Capítulo 2 (Equações 2.27 e 2.56). Nota-se que o ajuste será feito separadamente em torno de cada ângulo de ataque, de forma a obter uma maior precisão. No entanto, conforme apresentado por Blevins (2001), todo o estudo deve ser feito

considerando-se que o ângulo de ataque inicial é igual a zero. Assim, para se efetuar esta mudança de orientação, o sistema de coordenadas apresentado na Figura 3.1 deve ser rotacionado em torno do eixo normal ao plano XY. Para tal, aplicar-se-á a seguinte multiplicação matricial que representa a projeção das componentes de força apresentadas na seção anterior no novo sistema de coordenadas:

$$\begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 \\ -\sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

onde c_x e c_y são os coeficientes de força no novo sistema de coordenadas e α_0 é o aprofundamento inicial. Deve-se salientar que, como a rotação do sistema de coordenadas é feita no eixo normal ao plano XY que passa pela origem, os valores obtidos para o momento de yaw não se alteram com esta rotação. Sendo assim, aplicando a transformação acima, têm-se os resultados nas Tabelas 5-12, 5-13 e 5.14:

Tabela 5-12 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 0$

α (graus)	α (rad.)	Cx	Cy	Cm
0.0	0.000	1.005	0.001	-0.001
5.0	0.087	1.017	0.063	-0.070
10.0	0.175	1.015	0.175	-0.043
15.0	0.262	1.036	0.311	0.019
20.0	0.349	1.111	0.571	0.335
22.5	0.393	1.116	0.670	0.311
25.0	0.393	1.116	0.670	0.311
30.0	0.436	1.082	0.773	0.283
35.0	0.524	1.023	0.849	0.161
40.0	0.611	0.970	0.897	0.006
45.0	0.698	0.913	0.855	0.060
50.0	0.785	0.899	0.902	-0.001

Tabela 5-13 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 22.5^\circ$

α (graus)	α (rad.)	Cx	Cy	Cm
-22.5	-0.393	0.929	0.385	-0.001
-17.5	-0.305	0.916	0.447	-0.070
-12.5	-0.218	0.870	0.550	-0.043
-7.5	-0.131	0.838	0.683	0.019
-2.5	-0.044	0.808	0.953	0.335
0.0	0.000	0.775	1.047	0.311
2.5	0.044	0.704	1.128	0.283
7.5	0.131	0.620	1.176	0.161
12.5	0.218	0.553	1.200	0.006
17.5	0.305	0.516	1.139	0.060
22.5	0.393	0.486	1.178	-0.001
27.5	0.480	0.516	1.201	-0.064

Tabela 5-14 Coeficientes de Força e Momento - $\alpha_0 = 45.0^\circ$

α (graus)	α (rad.)	Cx	Cy	Cm
-45.0	-0.785	0.711	0.711	-0.001
-40.0	-0.698	0.675	0.764	-0.070
-35.0	-0.611	0.594	0.841	-0.043
-30.0	-0.524	0.513	0.952	0.019
-25.0	-0.436	0.382	1.190	0.335
-22.5	-0.393	0.315	1.264	0.311
-20.0	-0.349	0.219	1.312	0.283
-15.0	-0.262	0.123	1.324	0.161
-10.0	-0.175	0.052	1.320	0.006
-5.0	-0.087	0.041	1.250	0.060
0.0	0.000	-0.002	1.274	-0.001
5.0	0.087	0.017	1.307	-0.064

Ajustando as curvas acima em torno dos valores de α_0 , foram obtidos os seguintes coeficientes a_1 , a_3 , b_1 e b_3 :

Tabela 5-15 Parâmetros de Ajuste das curvas de Coeficiente de Força e Momento

Coeficiente	0.0°	22.5°	45.0°
a_1	0.938	2.633	0.525
a_3	0.0	0.0	25.873
b_1	-0.983	-0.941	-0.932
b_3	-24.254	-185.175	-29.428

Apresenta-se os resultados do ajuste de curva em torno de cada aproamento comparados com os pontos utilizados para o ajuste nas Figuras 5.14 a 5.19:

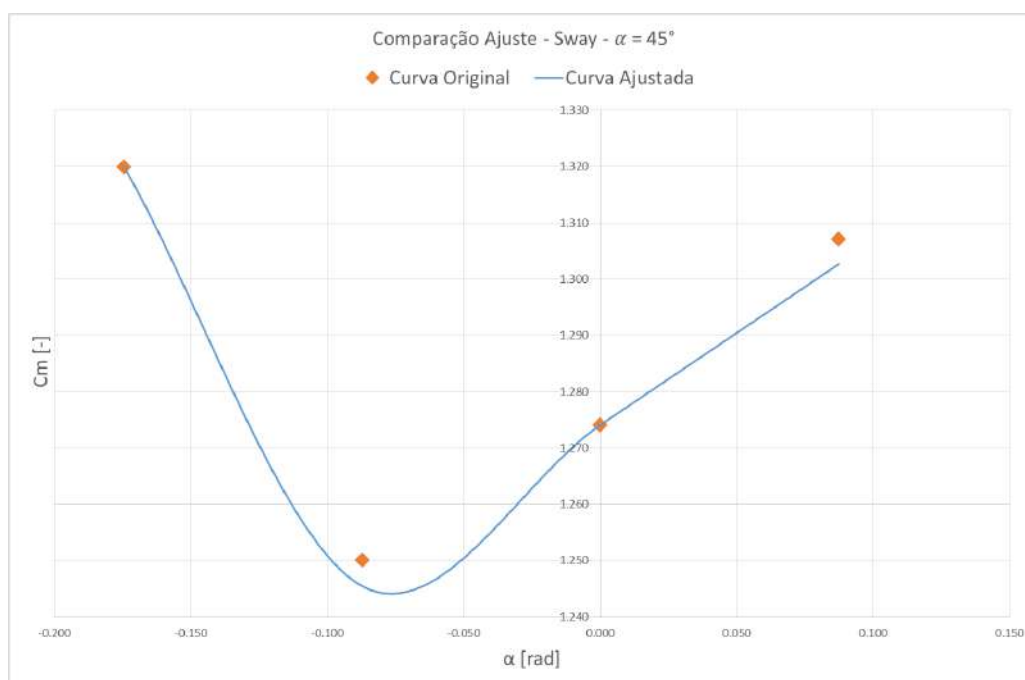


Figura 5.14 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 45^\circ$

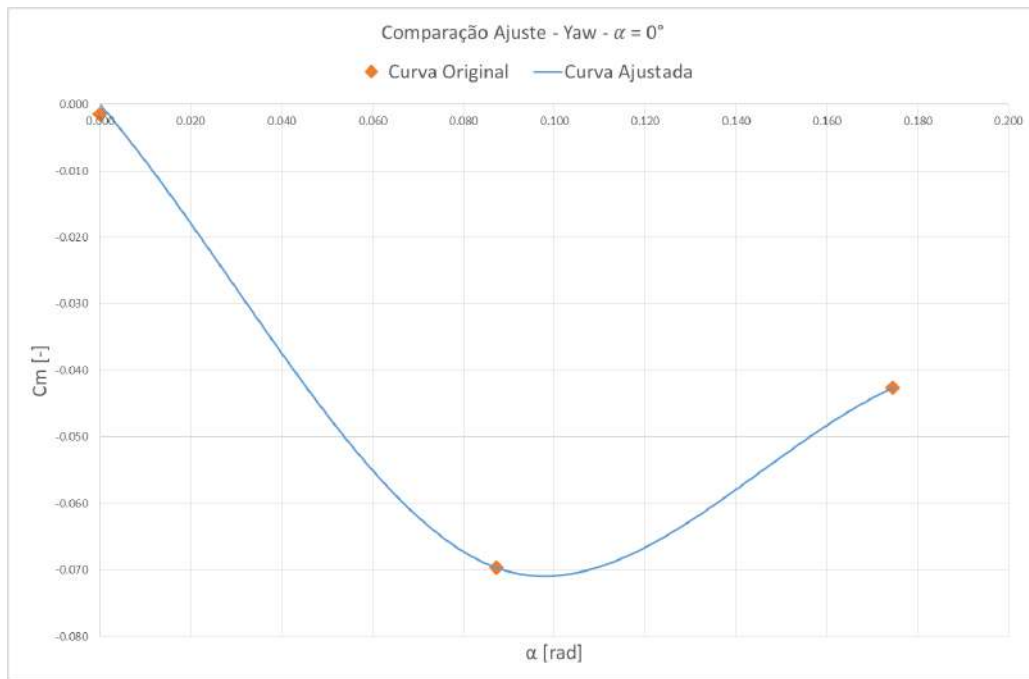


Figura 5.15 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 0^\circ$

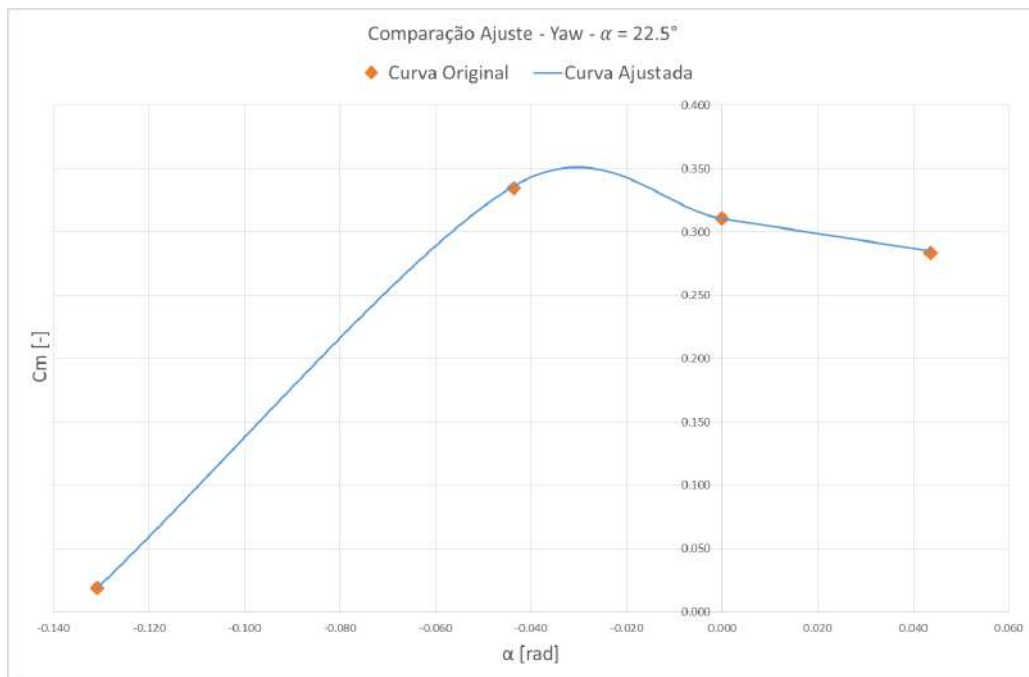


Figura 5.16 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

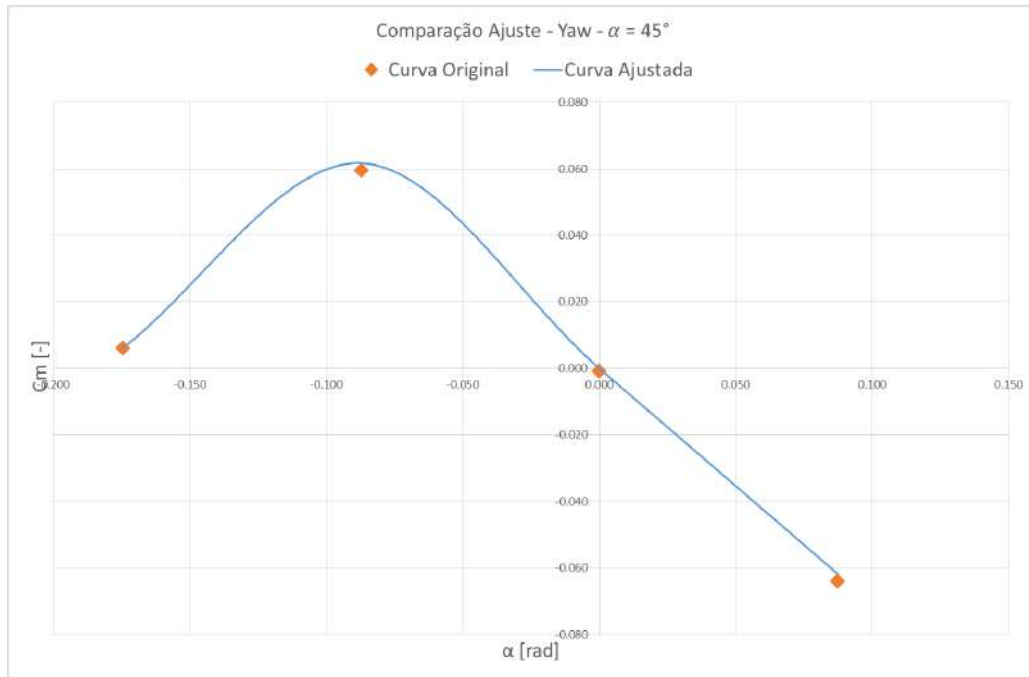


Figura 5.17 Ajuste da Curva de Coeficientes – Yaw – $\alpha = 45^\circ$

Nota-se que o parâmetro a_3 é nulo para os aproamentos iguais a 0 e 22,5 graus, visto que a curva apresenta um comportamento estritamente linear no entorno desses pontos. Ou seja, não faria sentido falar em ajuste de uma função cúbica nessas regiões, conforme Figuras 5.17 e 5.18. Sendo assim, não se espera que ocorra *galloping* em *sway* para estes dois aproamentos, cujos resultados serão mostrados no Capítulo 7.

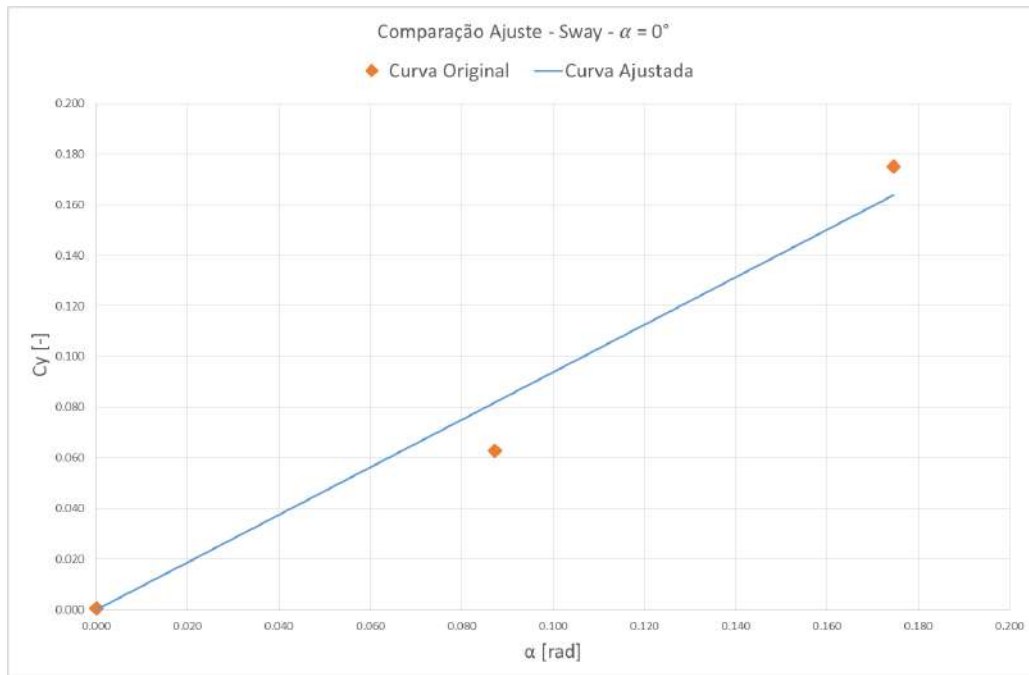


Figura 5.18 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 0^\circ$

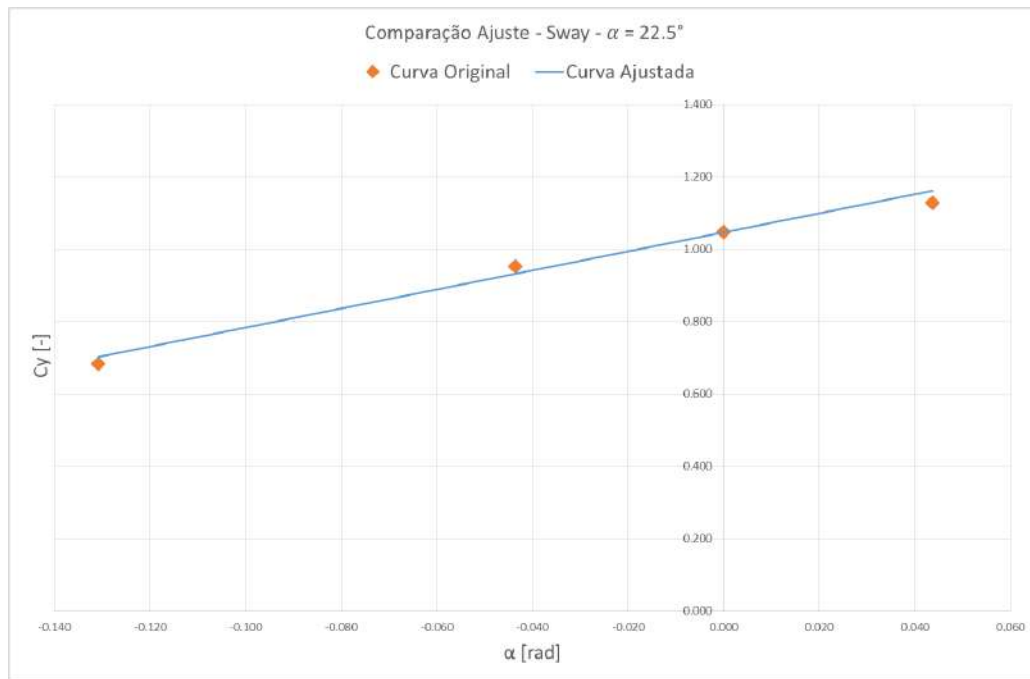


Figura 5.19 Ajuste da Curva de Coeficientes – Sway – $\alpha = 22.5^\circ$

Sendo assim, os últimos parâmetros faltantes para o fechamento das equações do movimento apresentadas no Capítulo 2 são os coeficientes de amortecimento em *sway* e *yaw*, cujas estimativas, obtidas através de testes de decaimento numérico, seguem no Capítulo 6.

6 Teste de Decaimento Livre Numérico

Após o cálculo das forças estáticas experimentadas pela plataforma TLWP quando submetida à correnteza no Capítulo 5, iremos prosseguir para o cálculo das propriedades de amortecimento deste sistema, passo final para a estimativa da ocorrência ou não do *galloping* e de sua amplitude.

Para tal finalidade, o sistema será modelado como um sistema de segunda ordem linearizado, muitas vezes chamado de sistema massa-mola-amortecedor linear, cuja formulação matemática detalhada é apresentada no Apêndice C.

Para a obtenção das forças hidrodinâmicas existentes no sistema– amortecimento e massa adicional - sobre o casco da plataforma, foi construído um modelo em CFD com características semelhantes àquele apresentado no Capítulo anterior para o cálculo dessas forças e a validação do modelo linear de teste de decaimento livre.

6.1 Formulação Matemática - Resumo

O desenvolvimento completo da formulação matemática do teste de decaimento livre é apresentado no Apêndice C. Retomar-se-á apenas as equações necessárias para a obtenção das propriedades de amortecimento do sistema.

Das séries temporais obtidas após o teste de decaimento livre, é possível medir duas variáveis essenciais:

- O período amortecido, medido pelo intervalo de tempo entre pontos de máximo ou entre pontos de mínimo da série.
- O decaimento logarítmico, calculado de forma análoga para sway e yaw:

$$\delta_{22} = \ln \frac{y(t_1)}{y(t_2)} \quad (6.1)$$

$$\delta_{66} = \ln \frac{\theta(t_1)}{\theta(t_2)} \quad (6.2)$$

De posse do decaimento logarítmico, obtém-se a razão de amortecimento:

$$\zeta_{22} = \frac{\delta_{22}}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_{22}^2}} \quad (6.3)$$

$$\zeta_{66} = \frac{\delta_{66}}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_{66}^2}} \quad (6.4)$$

Com o período amortecido, finalmente calcula-se a frequência natural amortecida:

$$\omega_{d_{22}} = \frac{2\pi}{T_{d_{22}}} \quad (6.5)$$

$$\omega_{d_{66}} = \frac{2\pi}{T_{d_{66}}} \quad (6.6)$$

6.2 Modelo Numérico

Após feitas as considerações teóricas para os ensaios de decaimento livre, tanto para sistemas em translação quanto para sistemas torcionais, serão apresentados os dados de entrada dos modelos numéricos elaborados, bem como os resultados obtidos.

Assim como mostrado no Capítulo 5, foi utilizado o software de dinâmica dos fluídos computacional ANSYS CFX para a construção de um modelo numérico que representasse fielmente as condições de um ensaio de decaimento livre em ambiente experimental, de acordo com os dados de entrada fornecidos ao programa.

Após apresentados os dados de entrada e as condições onde as análises de decaimento foram executadas, serão apresentados os resultados obtidos e, utilizando a formulação mostrada na Seção 6.1 deste trabalho, serão obtidos os coeficientes de amortecimento da plataforma estudada nos movimentos de *sway* e *yaw*.

6.2.1 Tempo de simulação

Diferentemente do que foi executado no Capítulo 5, onde foram executadas análises estáticas, para a obtenção das propriedades de amortecimento da plataforma estudada são necessárias análises dinâmicas. Para a realização deste tipo de análise, deve-se estipular o tempo máximo de simulação a ser executado, bem como o tamanho do passo de tempo com o qual se realizará a análise, conforme apresentado no Apêndice A.

É importante ressaltar que o pacote computacional utilizado neste trabalho utiliza um método de integração direta no tempo implícito. A título de ilustração, apresenta-se o mais simples deles, o chamado método de Euler Implícito, para uma função $f(t)$ qualquer:

$$\left. \frac{df(t)}{dt} \right|_{n+1} = \frac{f(t)_{n+1} - f(t)_n}{\Delta t} \quad (6.7)$$

A estabilidade dos métodos de integração no tempo, em sua maioria, é função do tamanho do passo de tempo Δt . No entanto, segundo Wanderley (2013) os métodos de integração implícitos são incondicionalmente estáveis no caso de equações lineares. Sendo assim, o passo de tempo necessário para a estabilidade da integração no tempo quanto utiliza-se

um método implícito para a solução numérica das Equações médias de Reynolds é significativamente menor do que quando é escolhido um método explícito, o que resulta em uma significativa diminuição no tempo necessário para a solução computacional do problema.

Inicialmente, foram escolhidas as seguintes relações entre o tempo total de simulação e o passo de tempo com o período natural:

$$\begin{aligned} T_{Total} &= 5 T_n \\ \Delta T &= \frac{T_n}{40} \end{aligned} \quad (6.8)$$

onde, nas equações acima, T_{Total} é o tempo total de simulação e T_n é o período natural de cada um dos movimentos. Considerando os valores apresentados na tabela 5-2, temos os seguintes valores:

Tabela 6-1 Tempo Total de Simulação e Passo de Tempo – Valores Iniciais

Ensaio	Tempo Total	Δt
<i>Sway</i>	65.765 s	0.329 s
<i>Yaw</i>	43.847 s	0.219 s

No entanto, como mostrado futuramente na seção 6.2.4, tanto o tempo total de simulação quanto o passo de tempo definidos para o ensaio de decaimento livre em *sway* não permitiram que fossem obtidos resultados conclusivos para o valor da razão de amortecimento da plataforma neste movimento. Assim, apenas para o movimento de *sway*, as razões apresentadas foram alteradas:

$$\begin{aligned} T_{Total_{22}} &= 10 T_{n_{22}} \\ \Delta T_{22} &= \frac{T_{n_{22}}}{80} \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} T_{Total_{66}} &= 5 T_{n_{66}} \\ \Delta T_{66} &= \frac{T_{n_{66}}}{40} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Tabela 6-2 Tempo Total de Simulação e Passo de Tempo – Valores Finais

Ensaio	Tempo Total	Δt
<i>Sway</i>	131.530 s	0.164 s
<i>Yaw</i>	43.847 s	0.219 s

6.2.2 Condições Iniciais e de Contorno

Conforme mostrado na seção 5.2.2, as condições iniciais e de contorno à serem impostas ao fluido para a solução das equações médias de Reynolds são as seguintes:

- A pressão no domínio fluido;

- As três componentes cartesianas da velocidade do escoamento;
- A viscosidade turbulenta;
- A intensidade de turbulência no escoamento.

Todas as condições acima foram mantidas constantes para os ensaios de decaimento numérico, quando compara-se com os ensaios feitos anteriormente, com exceção daquela que se refere às componentes de velocidade do escoamento visto que, para a correta reprodução de um ensaio de decaimento, o escoamento ao redor do corpo estudado deverá estar inicialmente em repouso. Retomando a Equação (5.5), isto se retrata matematicamente como:

$$U = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (6.11)$$

Como nesta seção tratar-se-á da solução de um problema que envolve o movimento de um corpo rígido, deve-se abordar também suas propriedades físicas e as condições iniciais impostas ao mesmo, o que será feito em seguida.

6.2.3 Propriedades do Corpo Rígido

Para que seja possível simular um teste de decaimento livre no ANSYS CFX, devem ser inseridas as seguintes propriedades do corpo:

- Massa do corpo rígido em repouso;
- Raio de Giração do corpo rígido na direção normal ao plano XY (z);
- Rigidez translacional na direção y (K_{22});
- Rigidez torcional, considerando rotação em torno do eixo z (K_{66}).

Conforme apresentado no Capítulo 3, as simulações de teste de decaimento livre também foram realizadas na escala do modelo. Assim, de acordo com as relações de escala apresentadas naquele Capítulo, os seguintes dados de entrada foram utilizados:

Tabela 6-3 Testes de Decaimento Livre – Dados de Entrada – Escala do Modelo

Variável	Valor
M	4.120 kg
r_{zz}	0.185 m
K_{22}	2.019 N/m
K_{66}	0.13718 N.m

6.2.4 Condição Inicial

Além das propriedades apresentadas acima, deve-se mostrar também as condições iniciais do corpo rígido no início de cada simulação. Para o teste de decaimento livre em *sway*,

foi utilizada uma condição conforme o caso 1 apresentado no Apêndice C, ou seja: $Y_0 > 0$ e $V_0 = 0$, onde Y_0 será calculado de acordo com a expressão para o comprimento projetado da coluna da plataforma proposta por Ramirez et. al. (2016):

$$L_p = L_c \left(\left| \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right| + \left| \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right| \right) \quad (6.12)$$

Para o caso onde θ é igual a zero graus e L_c tem o valor apresentado na Tabela 5-1, tem-se que:

Tabela 6-4 Teste de Decaimento em Sway – Condição Inicial

Variável	Valor
Y_0	0.106 m

Para o teste de decaimento em *Yaw*, no entanto, foi utilizado o caso 2 apresentado no Apêndice C, ou seja: $\theta_0 = 0$ e $\dot{\theta}_0 > 0$. Como não existe nenhuma referência para a velocidade angular do corpo, foram testados três valores distintos:

Tabela 6-5 Teste de Decaimento em Yaw – Condição Inicial

Teste	Valor
1	0.010 rad/s
2	0.015 rad/s
3	0.020 rad/s
4	0.100 rad/s

6.2.5 Malha Computacional

Para esta simulação numérica foi utilizada a mesma malha computacional apresentada no Capítulo 5 deste trabalho. Considerando o mesmo critério usado anteriormente (seção 5.3), era esperado que o valor de y^+ calculado após as simulações numéricas dos testes de *sway* e *yaw* fossem muito menores do que aqueles apresentados no Capítulo anterior, visto que as ordens de grandeza da velocidade do escoamento seriam muito menores para o caso dos testes de decaimento.

6.2.6 Resultados – Teste de Decaimento de Sway

Inicialmente, para o teste de decaimento de *sway*, foi obtida a seguinte série temporal de posição e considerando o passo de tempo e o tempo total de simulação mostrados na Tabela 6-1:

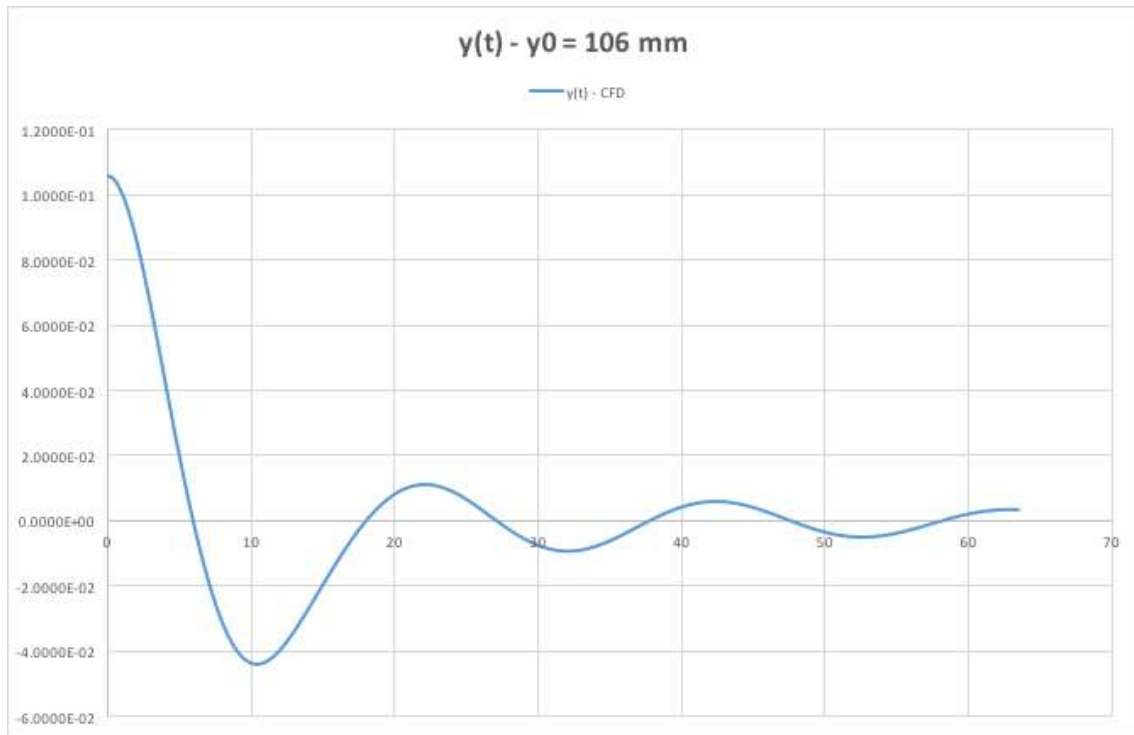


Figura 6.1 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal

Os valores dos pontos de máximo e mínimo desta série temporal são os seguintes:

Tabela 6-6 Teste de Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos

t (s)	y(t) (m)
0.000	0.106
7.015	-0.044
14.689	0.011
21.485	-0.009
28.281	0.006
35.077	-0.005
41.873	0.004

De posse destes valores, é possível calcular a razão de amortecimento e o período amortecido da plataforma em *sway* puro utilizando a formulação apresentada na seção anterior:

Tabela 6-7 Razão de Amortecimento e Período Amortecido – Sway

t (s)	t+Td (s)	y(t)/y(t+Td)	δ_{22}	ζ_{22}	Td (s)
0.000	14.689	9.393	2.240	33.58%	14.689
7.015	21.485	4.792	1.567	24.20%	14.469
14.689	28.281	1.853	0.617	9.77%	13.592
21.485	35.077	1.897	0.641	10.14%	13.592
28.281	41.873	1.681	0.520	8.24%	13.592

Conforme apresentado na tabela 6-7, os resultados para a razão de amortecimento não permitem que seja tomada uma conclusão para o valor a ser adotado para o amortecimento da plataforma em *sway*. Assim, uma tentativa de solução para este problema foi diminuir o passo de tempo adotado para a simulação numérica, bem como aumentar o tempo total de simulação, conforme valores apresentados na tabela 6-2. Após esta mudança, foi obtida a seguinte série temporal:

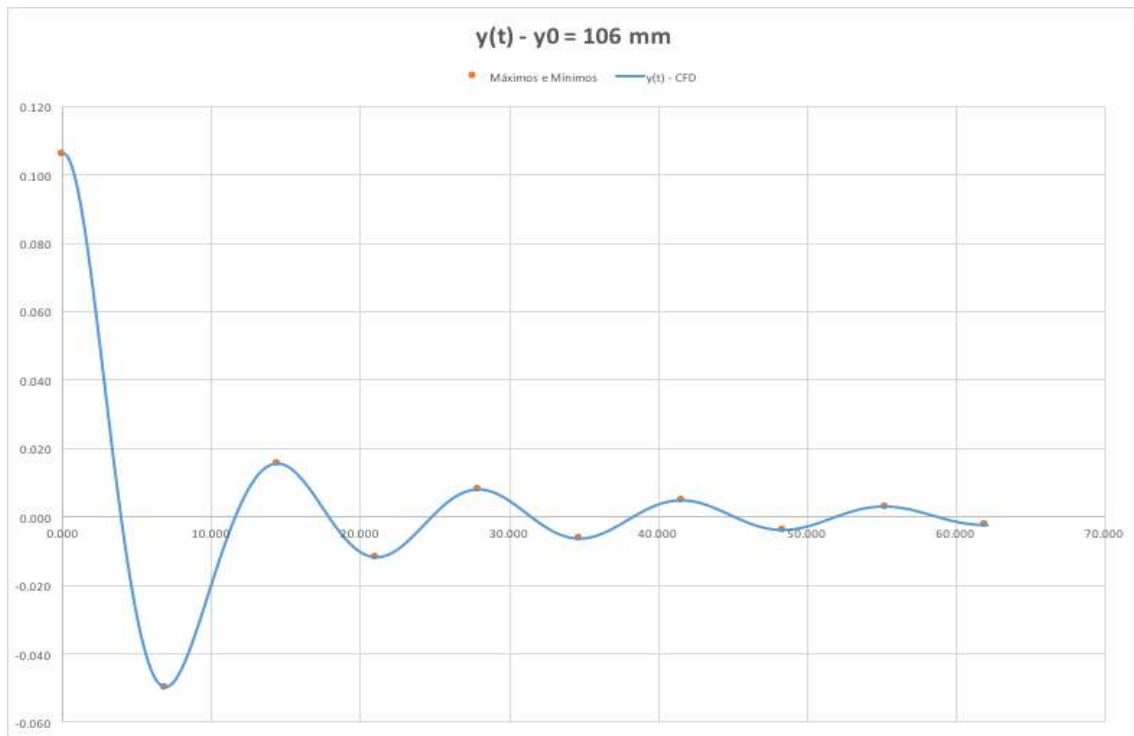


Figura 6.2 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal – Novo Passo de Tempo

Os pontos de máximo e mínimo da nova série temporal são os seguintes:

Tabela 6-8 Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos – Novo Passo de Tempo

t (s)	y(t) (m)
0.000	0.106
6.905	-0.050
14.468	0.016
21.045	-0.012
27.950	0.008
34.691	-0.006
41.596	0.005
48.337	-0.004
55.243	0.003
61.984	-0.002

Assim, calcula-se a razão de amortecimento para os pontos da nova série:

Tabela 6-9 Razão de Amortecimento e Período – Sway – Novo Passo de Tempo

t (s)	t+Td (s)	y(t)/y(t+Td)	δ_{22}	ζ_{22}	Td (s)
0.000	14.468	6.814	1.919	29.21%	14.468
6.905	21.045	4.212	1.438	22.31%	14.139
14.468	27.950	1.948	0.667	10.55%	13.482
21.045	34.691	1.858	0.620	9.81%	13.646
27.950	41.596	1.659	0.506	8.03%	13.646
34.691	48.337	1.646	0.499	7.91%	13.646
41.596	55.243	1.598	0.469	7.44%	13.646
48.337	61.984	1.604	0.472	7.50%	13.646

Conforme Tabela 6-9, os resultados de coeficiente de amortecimento das primeiras oscilações são inconstantes, devido à presença de efeitos transientes inerentes ao início da simulação numérica do escoamento. Assim, uma solução (NTNU, 2012) para evitar este tipo de problema em testes de decaimento seria desprezar os resultados das primeiras oscilações, considerando apenas aqueles onde os resultados apresentam um padrão consistente com o esperado.

Sendo assim, quando desprezadas as primeiras duas oscilações da simulação, obteve-se a seguinte serie temporal:

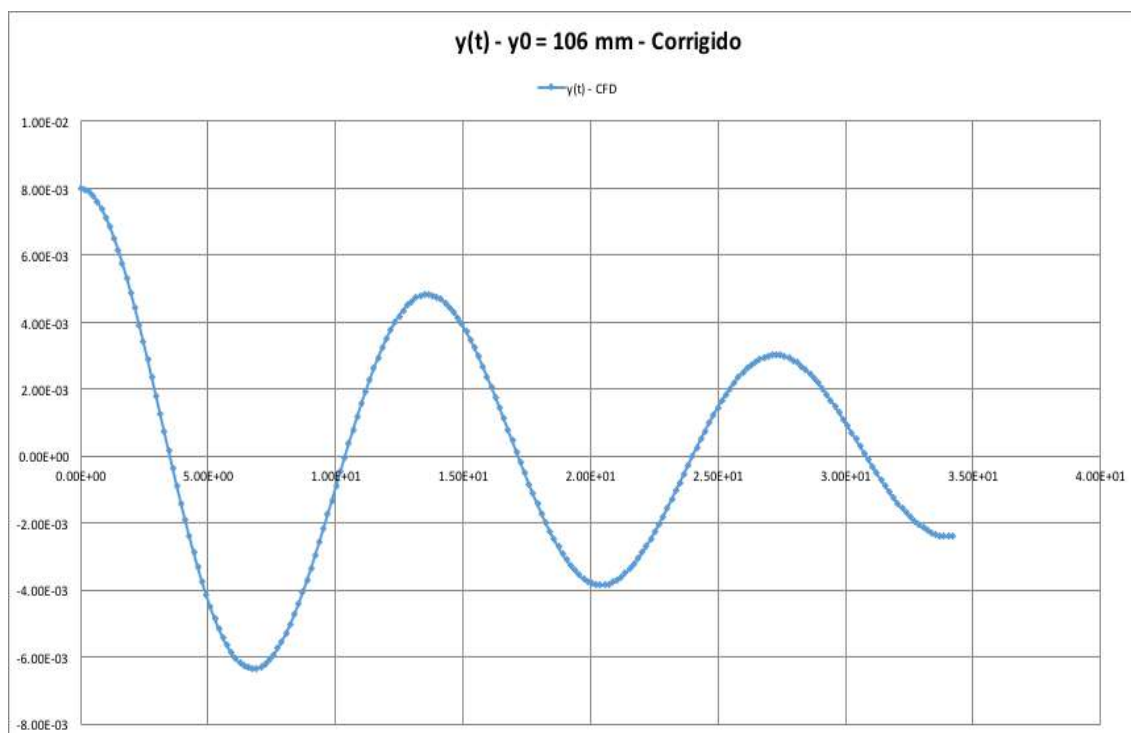


Figura 6.3 Teste de Decaimento em Sway – Série Temporal Corrigida

Os pontos de máximo e mínimo da série temporal acima são os seguintes:

Tabela 6-10 Decaimento em Sway – Máximos e Mínimos – Série Corrigida

t (s)	y(t) (m)
27.950	0.008
34.691	-0.006
41.596	0.005
48.337	-0.004
55.243	0.003
61.984	-0.002

Assim, calcula-se a razão de amortecimento e o período amortecido para cada oscilação:

Tabela 6-11 Razão de Amortecimento e Período – Sway – Série Corrigida

t (s)	t+Td (s)	y(t)/y(t+Td)	δ_{22}	ζ_{22}	Td (s)
0.000	13.646	1.659	0.506	8.03%	13.646
6.741	20.387	1.646	0.499	7.91%	13.646
13.646	27.293	1.598	0.469	7.44%	13.646
20.387	34.033	1.604	0.472	7.50%	13.646

Para fins de análise, considerar-se-á o menor dos valores de amortecimento apresentados acima, visto que todos têm a mesma ordem de grandeza. Sendo assim é possível afirmar que:

$$\zeta_{22} = 7.44\% \quad (6.13)$$

Comparando a série temporal numérica com a solução teórica obteve-se o seguinte, mostrando uma boa correlação entre os dados obtidos numericamente e a solução teórica mostrada no início deste Capítulo:

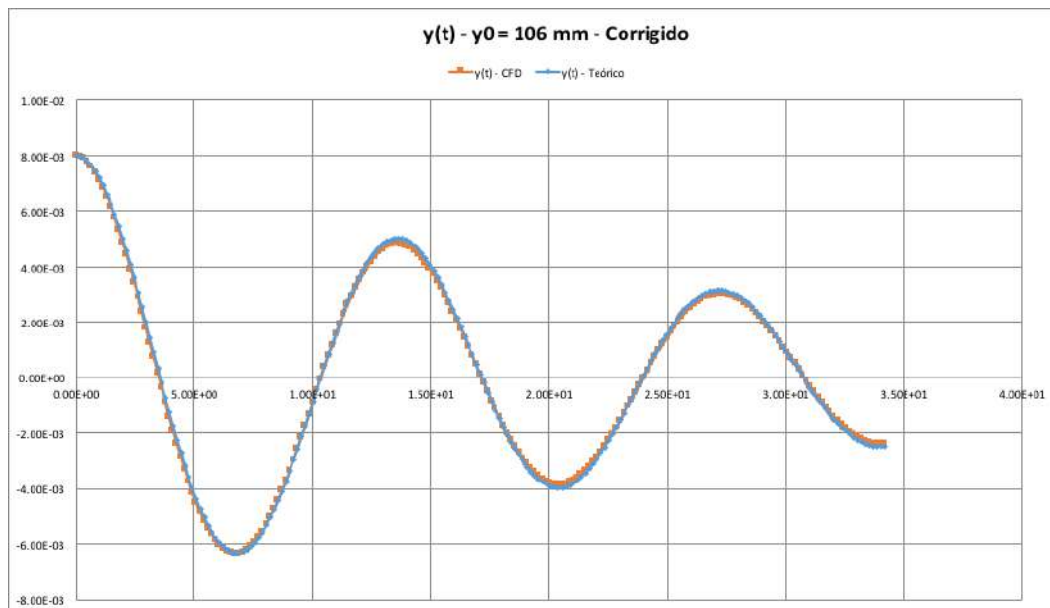


Figura 6.4 Teste de Decaimento em Sway – Comparação

6.2.7 Resultados – Teste de Decaimento em *Yaw*

Com os parâmetros definidos nas seções anteriores, foram obtidas as seguintes séries temporais para os quatro casos de teste de decaimento livre em *yaw* simulados:

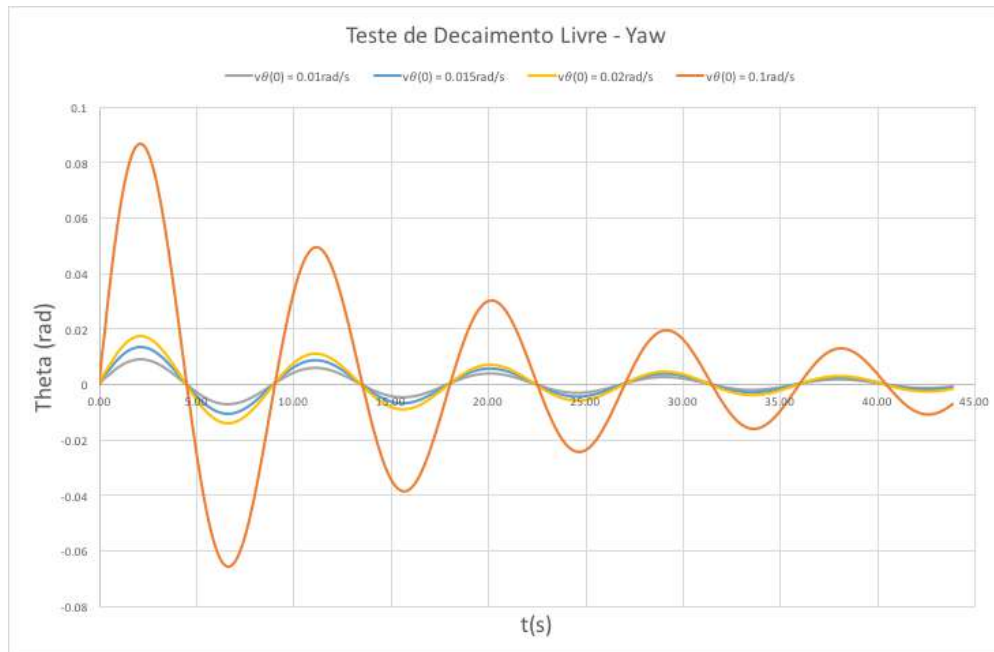


Figura 6.5 Teste de Decaimento em *Yaw* – Séries Temporais

Para estas quatro séries temporais, foram obtidos os seguintes valores para os seus pontos de máximo e mínimo:

Tabela 6-12 Pontos de Máximo e Mínimo – *Yaw*

$v\theta(0) = 0.010 \text{ rad/s}$		$v\theta(0) = 0.015 \text{ rad/s}$		$v\theta(0) = 0.020 \text{ rad/s}$		$v\theta(0) = 0.100 \text{ rad/s}$	
t	$\theta(t)$	t	$\theta(t)$	t	$\theta(t)$	t	$\theta(t)$
2.192	0.009	2.192	0.013	2.192	0.018	2.083	0.087
6.577	-0.007	6.577	-0.011	6.577	-0.014	6.577	-0.065
11.181	0.006	11.181	0.009	11.181	0.011	11.181	0.049
15.566	-0.005	15.566	-0.007	15.566	-0.009	15.675	-0.038
20.169	0.004	20.169	0.006	20.169	0.007	20.169	0.030
24.554	-0.003	24.554	-0.004	24.554	-0.006	24.664	-0.024
28.939	0.003	29.158	0.004	29.158	0.005	29.158	0.020
33.543	-0.002	33.543	-0.003	33.543	-0.004	33.652	-0.016
37.927	0.002	38.147	0.002	38.147	0.003	38.147	0.013
42.531	-0.001	42.531	-0.002	42.531	-0.003	42.641	-0.011

De posse dos pontos de máximo e mínimo, foram obtidos os seguintes valores para o coeficiente de amortecimento em cada ciclo:

Tabela 6-13 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.010\text{rad/s}$

t (s)	t+Td (s)	$\theta(t)/\theta(t+Td)$	δ_{66}	ζ_{66}	Td (s)
2.192	11.181	1.526	0.423	6.72%	8.989
6.577	15.566	1.525	0.422	6.70%	8.989
11.181	20.169	1.520	0.418	6.65%	8.989
15.566	24.554	1.513	0.414	6.58%	8.989
20.169	28.939	1.509	0.412	6.54%	8.769
24.554	33.543	1.506	0.409	6.50%	8.989
28.939	37.927	1.501	0.406	6.46%	8.989
33.543	42.531	1.501	0.406	6.45%	8.989

Tabela 6-14 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.015\text{rad/s}$

t (s)	t+Td (s)	$\theta(t)/\theta(t+Td)$	δ_{66}	ζ_{66}	Td (s)
2.192	11.181	1.550	0.438	6.96%	8.989
6.577	15.566	1.547	0.436	6.92%	8.989
11.181	20.169	1.538	0.430	6.83%	8.989
15.566	24.554	1.529	0.425	6.75%	8.989
20.169	29.158	1.524	0.421	6.69%	8.989
24.554	33.543	1.518	0.417	6.62%	8.989
29.158	38.147	1.515	0.415	6.59%	8.989
33.543	42.531	1.510	0.412	6.55%	8.989

Tabela 6-15 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.020\text{rad/s}$

t (s)	t+Td (s)	$\theta(t)/\theta(t+Td)$	δ_{66}	ζ_{66}	Td (s)
2.192	11.181	1.569	0.451	7.15%	8.989
6.577	15.566	1.564	0.447	7.10%	8.989
11.181	20.169	1.551	0.439	6.97%	8.989
15.566	24.554	1.541	0.432	6.86%	8.989
20.169	29.158	1.533	0.427	6.78%	8.989
24.554	33.543	1.525	0.422	6.70%	8.989
29.158	38.147	1.520	0.419	6.65%	8.989
33.543	42.531	1.515	0.415	6.59%	8.989

Tabela 6-16 Razão de Amortecimento e Período Amortecido– Yaw – $v\theta(0) = 0.100\text{rad/s}$

t (s)	t+Td (s)	$\theta(t)/\theta(t+Td)$	δ_{66}	ζ_{66}	Td (s)
2.083	11.181	1.752	0.561	8.89%	9.098
6.577	15.675	1.704	0.533	8.45%	9.098
11.181	20.169	1.633	0.490	7.78%	8.989
15.675	24.664	1.586	0.461	7.32%	8.989
20.169	29.158	1.548	0.437	6.94%	8.989
24.664	33.652	1.521	0.419	6.66%	8.989
29.158	38.147	1.499	0.405	6.43%	8.989
33.652	42.641	1.482	0.393	6.25%	8.989

Tomando como parâmetro os menores valores da razão de amortecimento e da frequência natural amortecida, tem-se o seguinte resultado:

Tabela 6-17 Teste de Decaimento Livre – Yaw - Resultados

Teste	$v\theta(0)$ (rad/s)	ζ_{66}	w_d (rad/s)
1	0.010 rad/s	6,45%	0.699
2	0.015 rad/s	6,55%	0.699
3	0.020 rad/s	6,59%	0.699
4	0.100 rad/s	6,25%	0.699

No entanto, ao comparar a solução numérica obtida com a solução teórica (Equação 6.21), nota-se o seguinte:

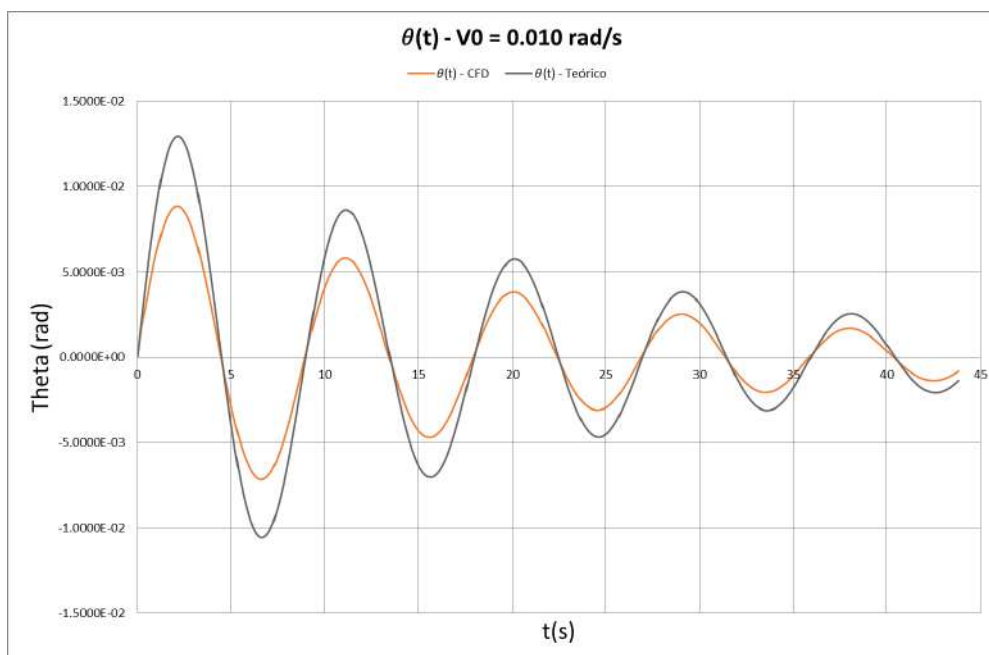


Figura 6.7 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.010\text{rad/s}$

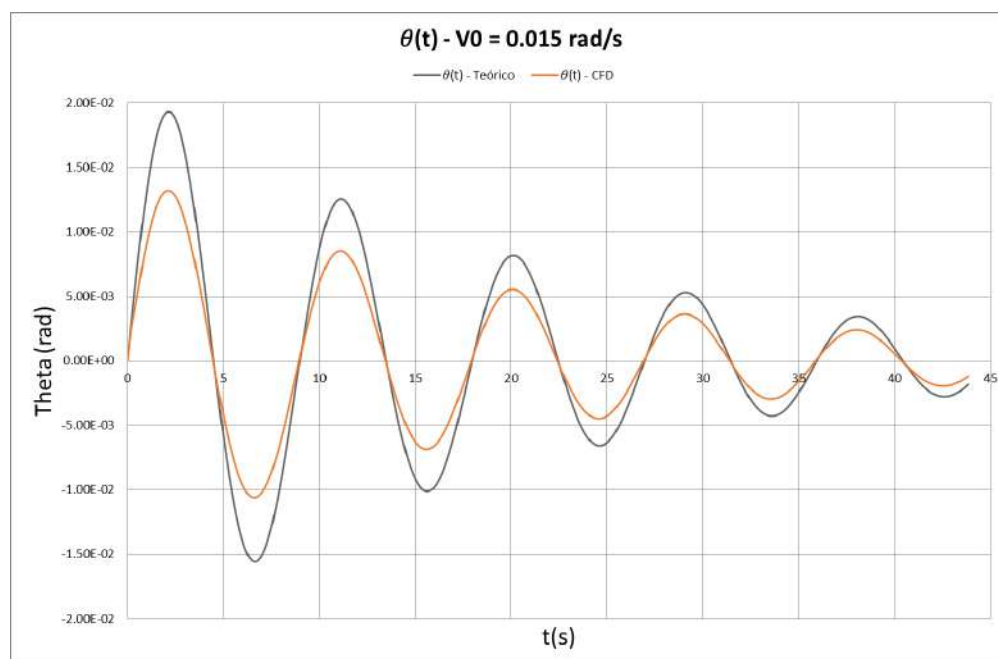


Figura 6.6 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.015\text{rad/s}$

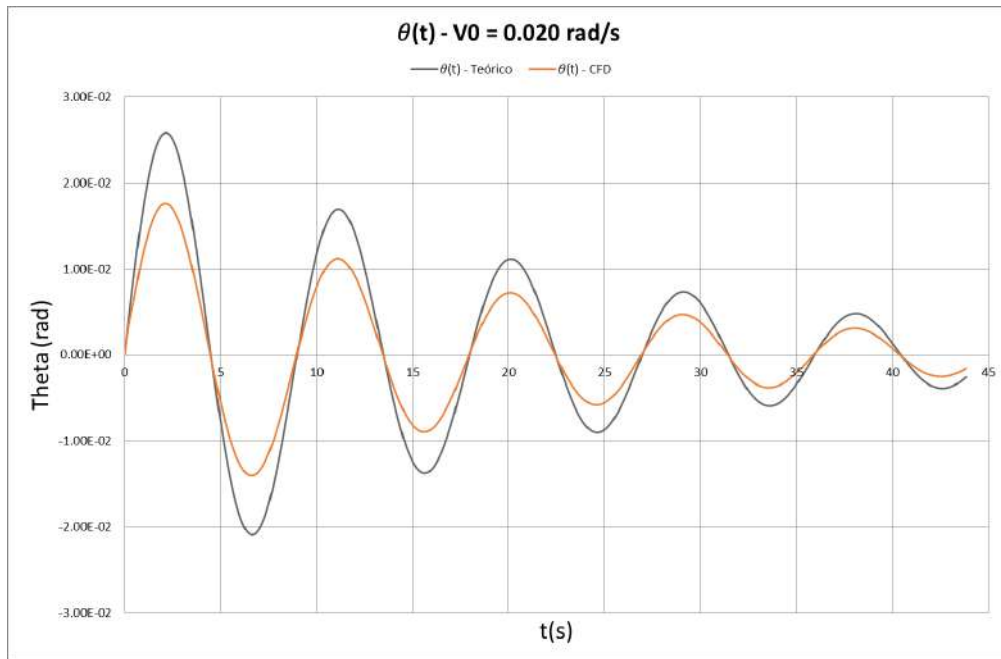


Figura 6.9 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.020\text{rad/s}$

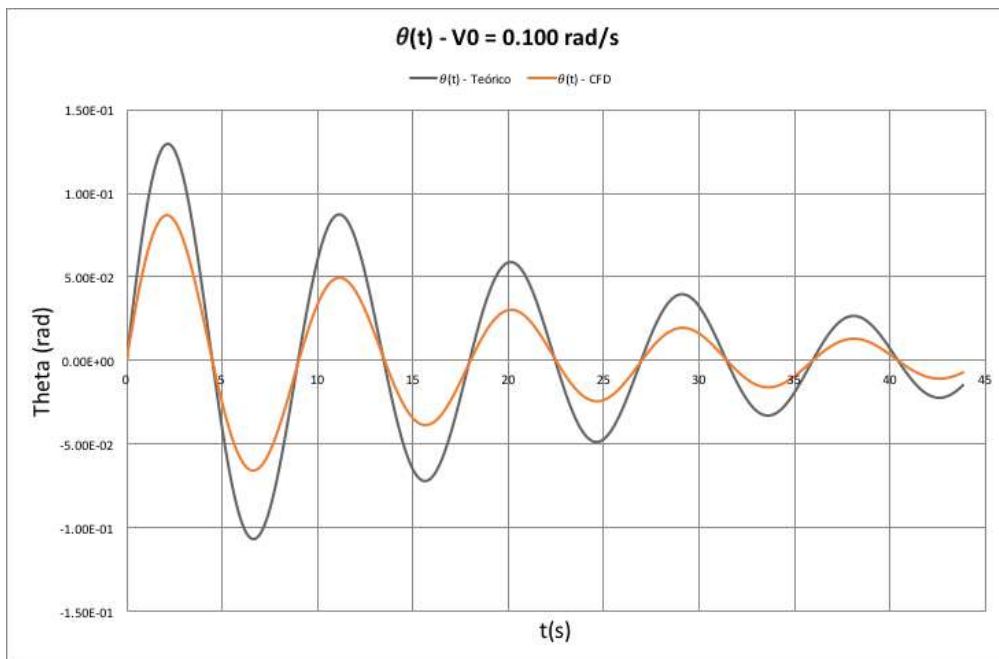


Figura 6.8 Teste de Decaimento em Yaw – Comparação - $v\theta(0) = 0.100\text{rad/s}$

Nota-se uma diferença de amplitude entre as oscilações teórica e numérica nos quatro casos apresentados, porém as oscilações ocorrem na mesma frequência e taxa de decaimento. Ao analisar os resultados obtidos para a velocidade nos testes de decaimento livre (Figura 6.10), nota-se que há uma perda na amplitude da mesma no início das oscilações:



Figura 6.10 – Séries Temporais de Velocidade - Teste de Decaimento em Yaw

No entanto, esta diferença deve-se a efeitos transientes no início da simulação, que se mostram desprezíveis com a evolução do decaimento. Sendo assim, foram adotados os seguintes valores como referência para o prosseguimento da análise de *galloping*:

$$\zeta_{66} = 6.45\% \quad (6.14)$$

$$\omega_{d_{66}} = 0.699 \text{ rad/s} \quad (6.15)$$

7 Resultados – Amplitude de *Galloping*

Depois de apresentado o desenvolvimento das equações do movimento que governam o *galloping*, bem como as considerações de análise dimensional e todos os cálculos realizados para a obtenção das propriedades hidrodinâmicas do sistema em estudo, apresentam-se os resultados obtidos para a amplitude de *galloping* em *sway* e *yaw*, tanto nos casos desacoplados quanto no sistema acoplado.

Uma observação importante é que, como apresenta-se as forças em forma de coeficiente adimensional, irá se considerar a curva de ajuste dependente dos parâmetros a_1 , a_3 , b_1 e b_3 constante para quaisquer valores de velocidade do escoamento incidente, possibilitando assim uma variação na velocidade reduzida aonde irá se analisar os movimentos da plataforma TLWP.

Sendo assim, decidiu-se por utilizar uma faixa de velocidades que vai de dois (2) a seis (6) nós na escala real, com intervalos de um nó. Estes valores correspondem aos valores de velocidade reduzida subsequentes, apresentados em cada um dos casos a serem mostrados separadamente neste capítulo. A tabela abaixo contém os valores da velocidade analisados em nós, em metros por segundo, e na escala do modelo, conforme procedimento de transformação de escalas apresentado no Capítulo 3:

Tabela 7-1 Velocidades – Análise de Amplitude de Galloping

U Real (nós)	U Real(m/s)	U (m/s)
2.0	1.029	0.073
3.0	1.543	0.109
4.0	2.058	0.146
5.0	2.572	0.182
6.0	3.087	0.218

Para cada caso, serão apresentados os parâmetros que regem as equações do movimento mostradas no Capítulo 2, para então ser apresentada sua solução numérica, obtida através do pacote de soluções de equações diferenciais ordinárias do aplicativo *Scilab*.

Após uma apresentação inicial os mesmos serão comparados com aqueles obtidos por Ramirez et. al. (2016), através de ensaios experimentais de um modelo em escala ultra-reduzida da mesma plataforma TLWP estudada neste trabalho. Conforme a formulação apresentada no artigo citado, os resultados para as análises de *sway* serão apresentados na forma de amplitude nominal e máxima, conforme formulação abaixo:

$$\frac{y/L_{RMS}}{2L_p} = \frac{\sqrt{2} \sigma(y(t))}{2L_p} \quad (7.1)$$

$$\overline{y/L_{Max}} = \frac{y_{max} - y_{min}}{2L_p} \quad (7.2)$$

Os resultados de *yaw* serão apresentados apenas em termos da amplitude máxima:

$$\overline{\theta_{Max}} = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{2} \quad (7.3)$$

Serão mostrados também os respectivos planos de fase para cada caso.

7.1 Galopping em Sway

Retomando a formulação apresentada no Capítulo 2:

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} - \mu_{22} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{dz^2}{d\tau} \right) \frac{dz}{d\tau} + z = 0 \quad (2.42)$$

$$\mu_{22} = \frac{\gamma_{221}}{\omega_{22}} \quad (2.43)$$

$$z = \sqrt{\frac{3\gamma_{222}\omega_{22}^2}{\gamma_{221}}} y \quad (2.39)$$

$$\tau_{22} = \omega_{22} t \quad (2.35)$$

$$\gamma_{221} = - \left(\frac{B_{22}}{(M + A_{22})} - \frac{1}{2} \frac{\rho U S_y a_1}{(M + A_{22})} \right) \quad (2.30)$$

$$\gamma_{222} = \frac{1}{2} \frac{\rho S_y a_3}{U(M + A_{22})} \quad (2.31)$$

Apresentar-se-á os valores para os parâmetros μ_{22} , γ_{221} e γ_{222} para cada caso de velocidade de escoamento incidente mostrado na Tabela 7-1, os planos de fase obtidos e os valores de amplitude nominal e máxima para cada aproamento separadamente.

7.1.1 Aproamento: 0 graus

Na Tabela 7-2 apresentam-se os parâmetros utilizados para a solução da Equação de Rayleigh e subseqüente geração da série temporal de galopping em sway para o aproamento de zero graus:

Tabela 7-2 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 0^\circ$

Ur	μ_{22}	γ_{221}	γ_{222}
9.334	0.262	0.121	0.0
14.002	0.471	0.217	0.0
18.669	0.679	0.314	0.0
23.336	0.887	0.410	0.0
28.003	1.096	0.506	0.0

Para todos os casos apresentados na Tabela 7-2, o parâmetro γ_{222} apresentou um valor nulo, o que se deve ao fato de que, no ajuste da curva de coeficientes apresentado no Capítulo 5, o parâmetro a_3 é igual a zero para este caso, visto que a curva apresenta um comportamento linear para este aproamento, não sendo válida a aproximação cúbica para a curva de $c_y(\alpha)$ (Equação 2.27) nesta região. Sendo assim, como γ_{222} é nulo, de acordo com a Equação (2.39), a resposta de Galloping para este Sistema será estacionária para qualquer solução da equação de Rayleigh.

7.1.2 Aproamento: 22.5 graus

Novamente, apresenta-se os parâmetros para a solução da Equação de Rayleigh e geração da série temporal de galloping em sway, desta vez para o aproamento de 22.5 graus:

Tabela 7-3 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 22.5^\circ$

Ur	μ_{22}	γ_{221}	γ_{222}
10.104	1.015	0.469	0.0
15.155	1.600	0.739	0.0
20.207	2.185	1.009	0.0
25.259	2.770	1.279	0.0
30.311	3.355	1.549	0.0

Novamente, temos o caso de γ_{222} nulo, visto que para este aproamento a curva de coeficientes $c_y(\alpha)$ apresenta comportamento linear. Sendo assim, do mesmo modo que no caso com aproamento igual a zero graus, a resposta de galloping para este caso será estacionária para qualquer solução da equação de Rayleigh.

7.1.3 Aproamento: 45 graus

Apresenta-se abaixo os parâmetros para a solução da Equação de Rayleigh para o aproamento igual a 45 graus:

Tabela 7-4 Parâmetros da Equação de Rayleigh – $\alpha = 45^\circ$

Ur	μ_{22}	γ_{221}	γ_{222}
13.201	0.078	0.036	1002.628
19.801	0.195	0.090	668.419
26.402	0.311	0.144	501.314
33.002	0.428	0.197	401.051
39.603	0.544	0.251	334.209

Neste caso, diferentemente dos dois outros apresentados anteriormente, a curva de coeficientes $c_y(\alpha)$ apresenta um comportamento onde é possível o ajuste por uma função cúbica, tornando a_3 diferente de zero, sendo assim possível obter uma série temporal que não seja estacionária.

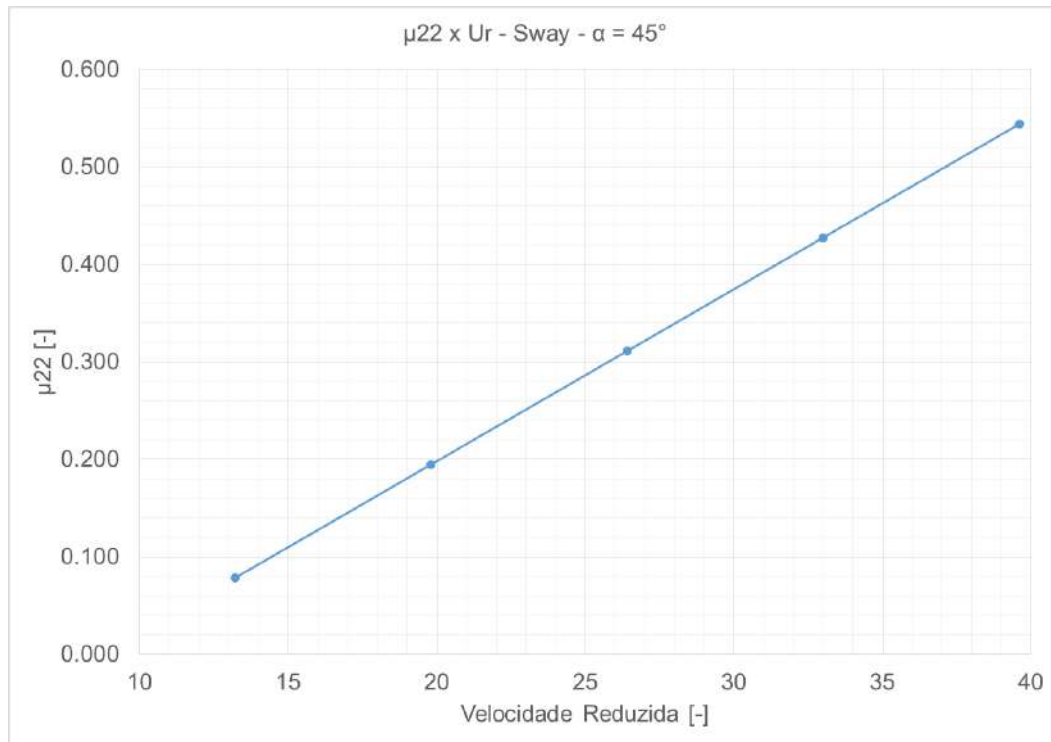


Figura 7.1 – $\mu_{22} \times U_r - \text{Sway} - \alpha = 45^\circ$

Ao analisar-se a Figura 7.1, nota-se que a variação do coeficiente de amortecimento não linear μ_{22} é diretamente proporcional ao aumento da velocidade reduzida. Sendo assim, espera-se que o aumento da amplitude de galloping de acordo com a velocidade reduzida também seja linear, o que poderá ser verificado após a solução numérica da equação de Rayleigh, a ser apresentada na forma dos planos de fase obtidos.

Das séries calculadas pela solução da equação de Rayleigh para os cinco casos mostrados na Tabela 7-4, obteve-se os seguintes planos de fase:

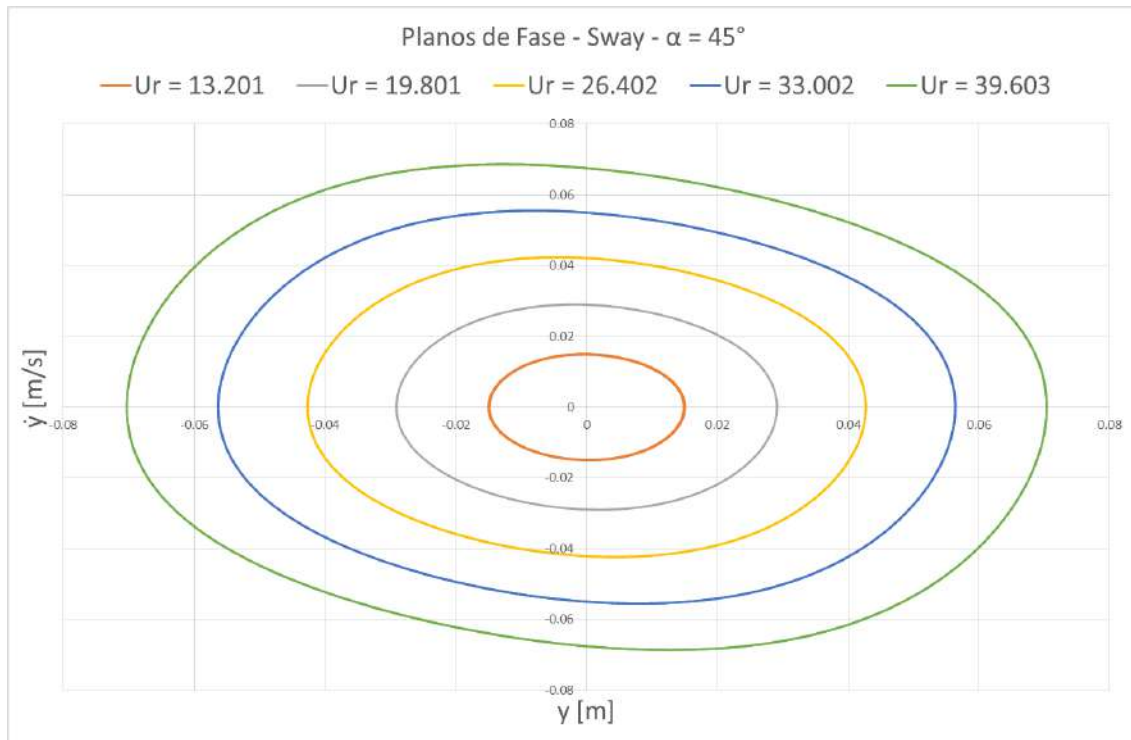


Figura 7.2 – Plano de Fase – Sway – $\alpha = 45^\circ$

Dos planos de fase apresentados na figura acima é possível obter os valores máximos e mínimos de cada uma das séries temporais, a partir do cruzamento do plano de fase com o eixo das ordenadas, ou seja, quando a velocidade de *galloping* é nula. De posse dos máximos e mínimos, é possível calcular a amplitude máxima de *galloping* de acordo com a Equação (7.2). Nota-se também, pela Figura 7.2, que o aumento na amplitude é aproximadamente linear, conforme afirmado anteriormente após a apresentação dos valores do coeficiente de amortecimento não linear na Figura 7.1.

Das mesmas séries utilizadas para a formação dos planos de fase, é obtido o valor do desvio padrão da série temporal, necessário para o cálculo da amplitude nominal de *galloping*, de acordo com a Equação (7.1). Sendo assim, foram obtidos os seguintes valores de amplitude nominal e máxima:

Tabela 7-5 Resultados para Amplitude de Sway – $\alpha = 45^\circ$

Ur	$\overline{y/L_{RMS}}$	$\overline{y/L_{Max}}$
13.201	0.122	0.200
19.801	0.272	0.388
26.402	0.470	0.569
33.002	0.656	0.752
39.603	0.846	0.938

7.2 Galopping em Yaw

Assim como foi feito para a formulação desacoplada para *sway*, retoma-se os parâmetros obtidos no Capítulo 2 para a análise de *yaw*:

$$\frac{d^2\psi}{d\tau_{66}^2} - \mu_{66}(1 - \psi^2) \frac{d\psi}{d\tau_{66}} + \psi = 0 \quad (2.75)$$

$$\mu_{66} = \frac{\gamma_{661}}{\gamma_{662}} \quad (2.76)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{\gamma_{663}}{\gamma_{661}}} \theta \quad (2.73)$$

$$\tau_{66} = \gamma_{662} t \quad (2.69)$$

$$\gamma_{661} = -\frac{B_{66} + \frac{1}{2}\rho S_z L_z U b_1 R}{I_{zz} + A_{66}} \quad (2.64)$$

$$\gamma_{662} = \sqrt{\frac{K_{66} - \frac{1}{2}\rho S_z L_z U^2 b_1}{I_{zz} + A_{66}}} \quad (2.65)$$

$$\gamma_{663} = -\frac{3}{2} \frac{\rho S_z L_z U b_3 R}{I_{zz} + A_{66}} \quad (2.66)$$

Analogamente, serão apresentados os valores para os parâmetros μ_{66} , γ_{661} , γ_{662} e γ_{663} para cada caso de velocidade de escoamento incidente mostrado na Tabela 7-1, os planos de fase obtidos e os valores de amplitude máxima para cada aproamento separadamente:

7.2.1 Aproamento: 0 graus

Apresenta-se abaixo os parâmetros para a solução da equação de Van der Pol para galopping em yaw para o aproamento de zero graus.

Tabela 7-6 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 0^\circ$

Ur	μ_{66}	γ_{661}	γ_{662}	γ_{663}
5.964	0.003	0.003	0.748	7.086
8.945	0.065	0.050	0.779	10.630
11.927	0.120	0.098	0.820	14.173
14.909	0.168	0.146	0.870	17.716
17.891	0.209	0.194	0.928	21.259

Os valores do coeficiente de amortecimento não-linear μ_{66} mostrados na tabela acima são apresentados na Figura 7.3 em função da velocidade reduzida:

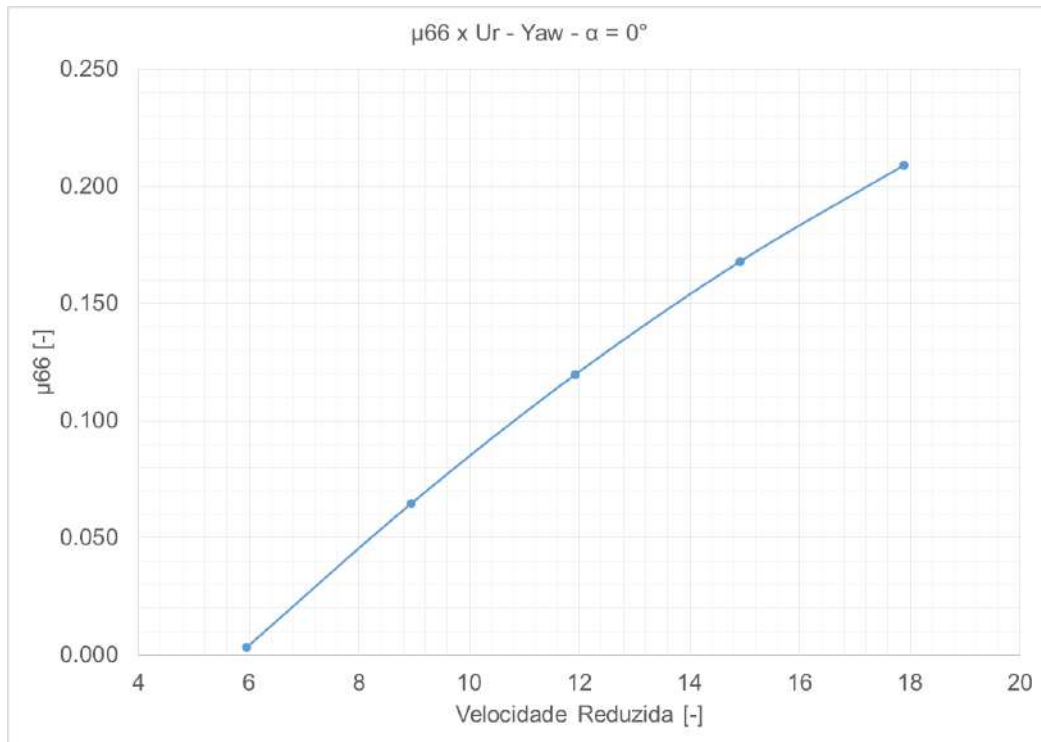


Figura 7.3 – $\mu_{66} \times Ur - Yaw - \alpha = 0^\circ$

De posse dos valores acima, a equação de Van der Pol foi solucionada numericamente visando gerar uma série temporal representativa deste fenômeno, o que gerou os seguintes planos de fase:

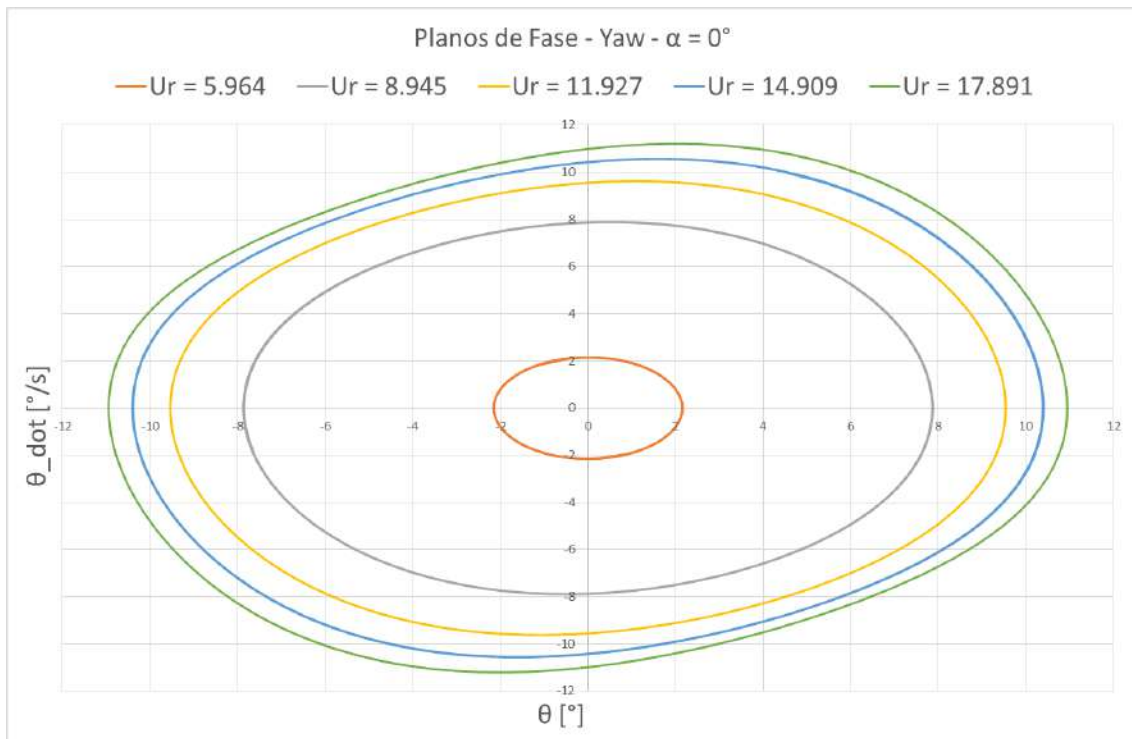


Figura 7.4 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 0^\circ$

Diferentemente do que foi verificado para os resultados obtidos para Galloping em Sway, o aumento da amplitude máxima para Yaw, de acordo com a Figura 7.4, não é linear. Na Figura 7.3, observa-se também que a variação do parâmetro de amortecimento não-linear μ_{66} também não é linear, apresentando uma tendência de diminuição na variação com o aumento da velocidade reduzida.

Os valores para a amplitude máxima de yaw podem ser obtidos tanto dos planos de fase (Figura 7.4) quanto das séries temporais apresentadas no Apêndice D. Sendo assim, foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 7-7 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 0^\circ$

Ur	θ_{Max}
5.964	2.156°
8.945	7.875°
11.927	9.421°
14.909	10.407°
17.891	10.943°

7.2.2 Aproamento: 22.5 graus

Tabela 7-8 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 22.5^\circ$

Ur	μ_{66}	γ_{661}	γ_{662}	γ_{663}
6.455	-0.002	-0.002	0.747	54.105
9.682	0.057	0.044	0.777	81.158
12.910	0.110	0.090	0.816	108.211
16.137	0.157	0.136	0.865	135.263
19.365	0.198	0.182	0.920	162.316

Nota-se que, para o caso de menor velocidade reduzida, o parâmetro μ_{66} é negativo, o que, segundo Birkhoff et. al. (1989), faz com que a equação de Van der Pol resulte em um sistema amortecido, não apresentando a formação de um Ciclo Limite, conforme Figura 7.5:

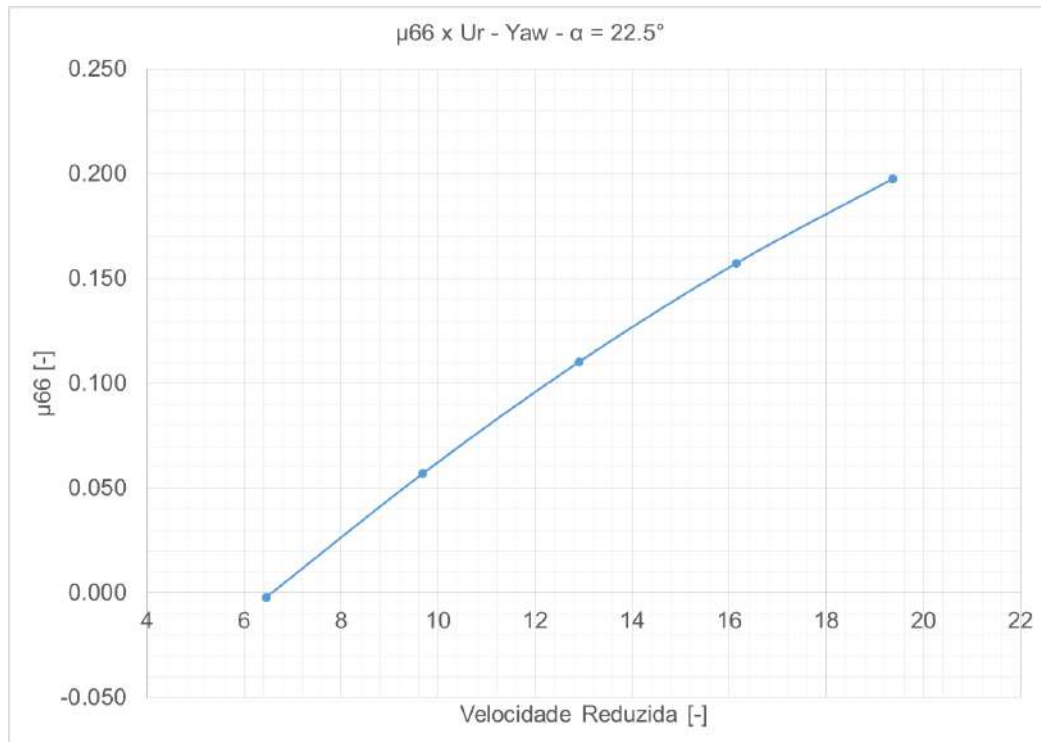


Figura 7.5 – $\mu_{66} \times Ur$ – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

Sendo assim, a Equação de Van der Pol foi solucionada apenas para os quatro casos restantes, resultando nos seguintes planos de fase:

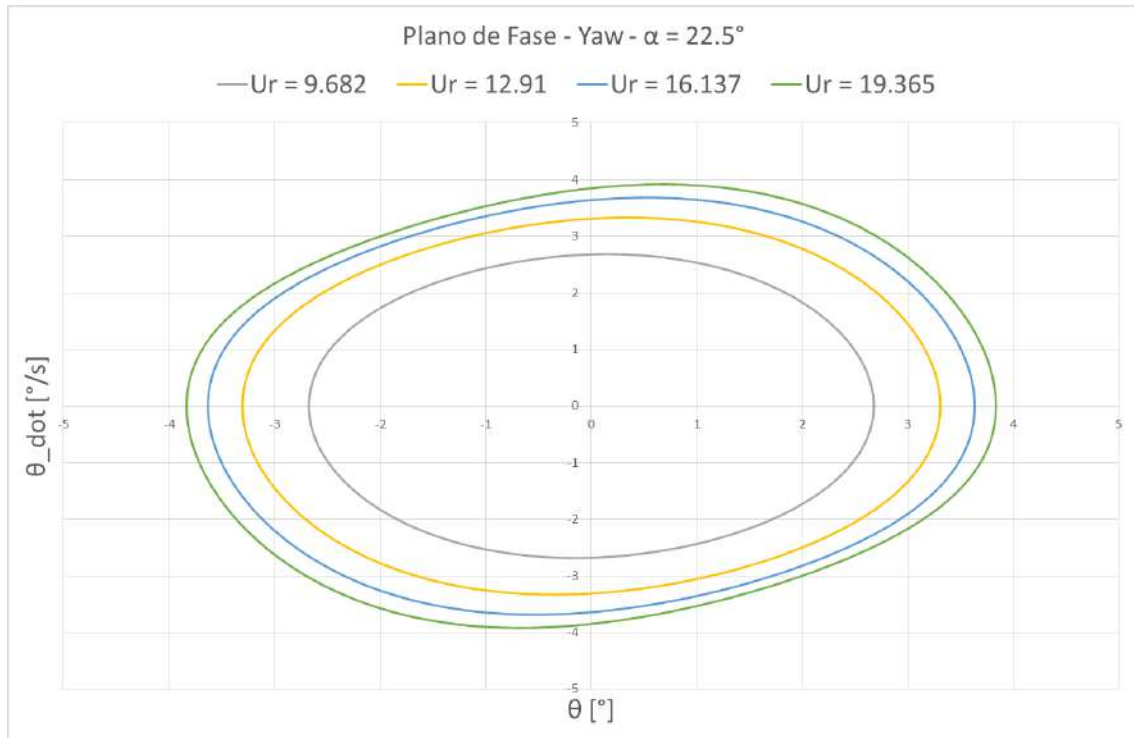


Figura 7.6 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

Novamente, através da Figura 7.6, verifica-se que a variação da amplitude máxima de yaw diminui com o aumento da velocidade reduzida.

Os valores para a amplitude máxima de *yaw* podem ser obtidos tanto dos planos de fase (Figura 7.6) quanto das séries temporais apresentadas no Apêndice D. Sendo assim, foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 7-9 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

Ur	θ_{Max}
9.682	2.678°
12.910	3.308°
16.137	3.634°
19.365	3.836°

7.2.3 Aproamento: 45 graus

Tabela 7-10 Parâmetros da Equação de Van der Pol – $\alpha = 45^\circ$

Ur	μ_{66}	γ_{661}	γ_{662}	γ_{663}
8.434	-0.003	-0.002	0.747	8.598
12.651	0.055	0.043	0.776	12.897
16.867	0.108	0.088	0.815	17.197
21.084	0.155	0.134	0.863	21.496
25.301	0.195	0.179	0.918	25.795

Novamente, o valor de μ_{66} para a menor velocidade reduzida, é menor do que zero. Sendo assim, espera-se novamente a obtenção de um sistema amortecido onde não se forma um Ciclo Limite.

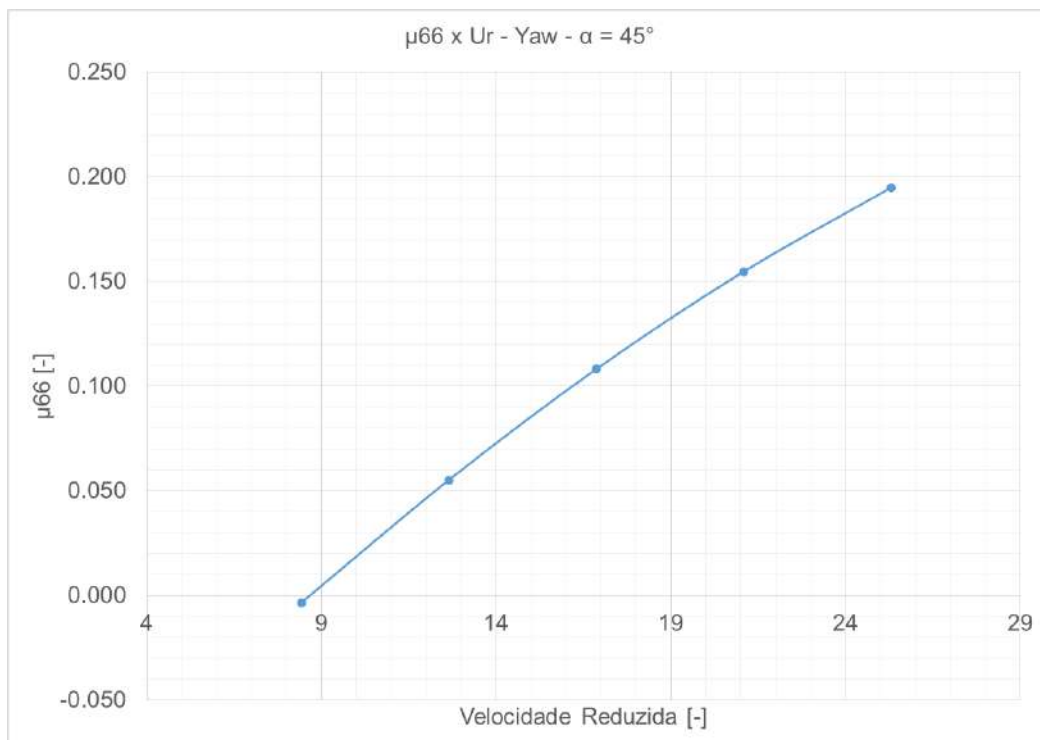


Figura 7.7 – $\mu_{66} \times Ur - Yaw - \alpha = 45^\circ$

Novamente, serão apresentados apenas os planos de fase onde μ_{66} é maior do que zero:

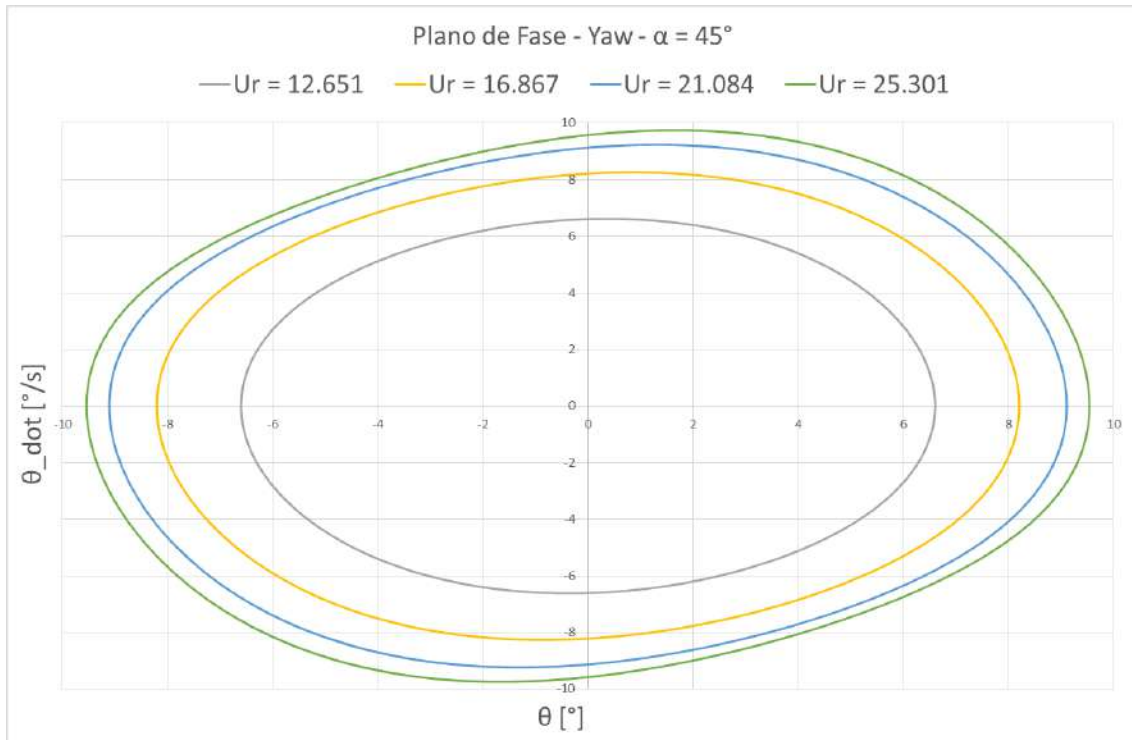


Figura 7.8 – Plano de Fase – Yaw – $\alpha = 45^\circ$

Os valores para a amplitude máxima de yaw podem ser obtidos tanto dos planos de fase (Figura 7.8) quanto das séries temporais apresentadas no Apêndice D. Sendo assim, foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 7-11 Resultados para Amplitude de Yaw – $\alpha = 45^\circ$

Ur	θ_{Max}
12.651	6.607°
16.867	8.209°
21.084	9.035°
25.301	9.547°

7.3 Comparação de Resultados

Os resultados apresentados anteriormente serão agora comparados com aqueles apresentados por Ramirez et. Al. (2016), obtidos experimentalmente utilizando de modelos ultra-reduzidos.

7.3.1 Aproamento: 0 graus

Conforme mostrado anteriormente neste Capítulo, não existe *galloping* em *sway* no aproamento de zero grau, segundo o modelo analítico desenvolvido neste trabalho. Ramirez et. al. (2016), em suas conclusões, afirmam que para esta condição, também não foi observada a ocorrência do *galloping*, sendo os valores de amplitude obtidos naquele trabalho decorrentes de outros fenômenos que não o tratado neste trabalho.

Sendo assim, serão comparadas apenas as amplitudes de *yaw*, visto que para este caso foi verificada a ocorrência de *galloping*, segundo o modelo analítico desenvolvido:

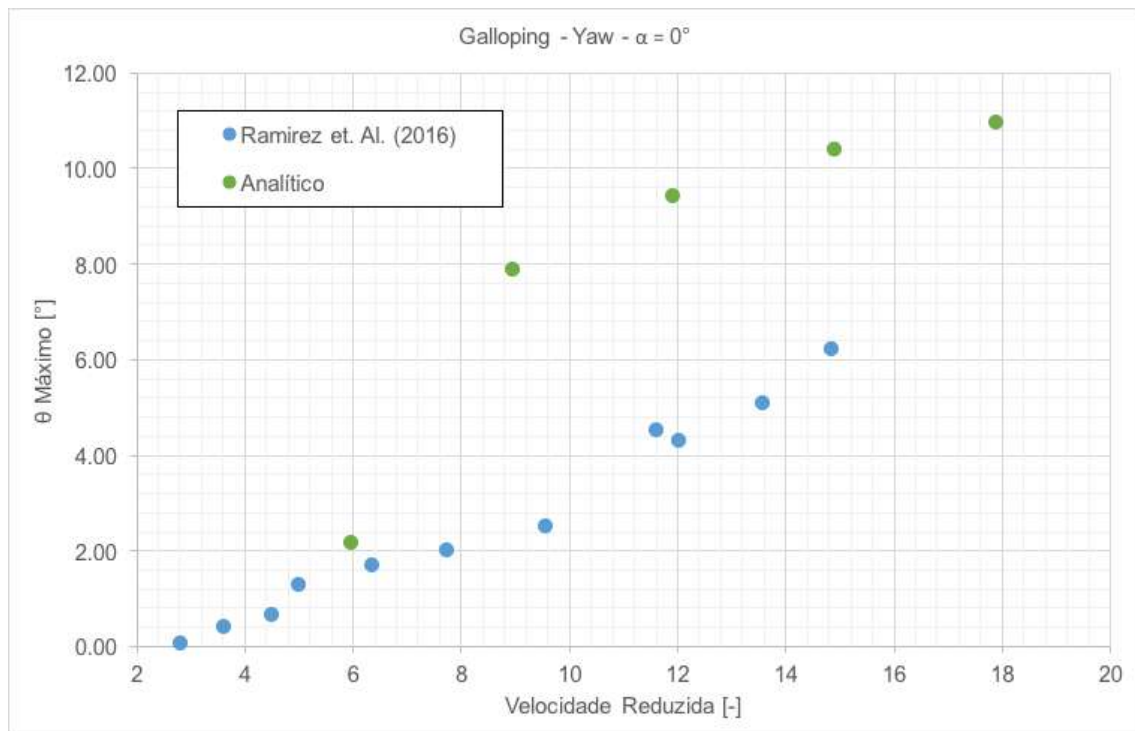


Figura 7.9 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 0^\circ$

Conforme mostrado na Figura 7.9, tanto a solução analítica quanto os resultados dos ensaios experimentais apresentam resultados que apontam para a ocorrência do *galloping*. No entanto, os resultados obtidos através do modelo analítico apresentam valores de amplitude superestimados em comparação àqueles obtidos experimentalmente.

7.3.2 Aproamento: 22.5 graus

Assim como apresentado anteriormente para o caso de aproamento igual a zero, o modelo matemático desenvolvido neste trabalho para *galloping* em sway não mostrou a ocorrência deste fenômeno para este aproamento. No entanto, novamente Ramirez et. al. (2016) também não identificaram a ocorrência do *galloping* para este aproamento.

Sendo assim, novamente serão apresentados apenas os resultados para a amplitude máxima de Yaw, conforme Figura 7.10.

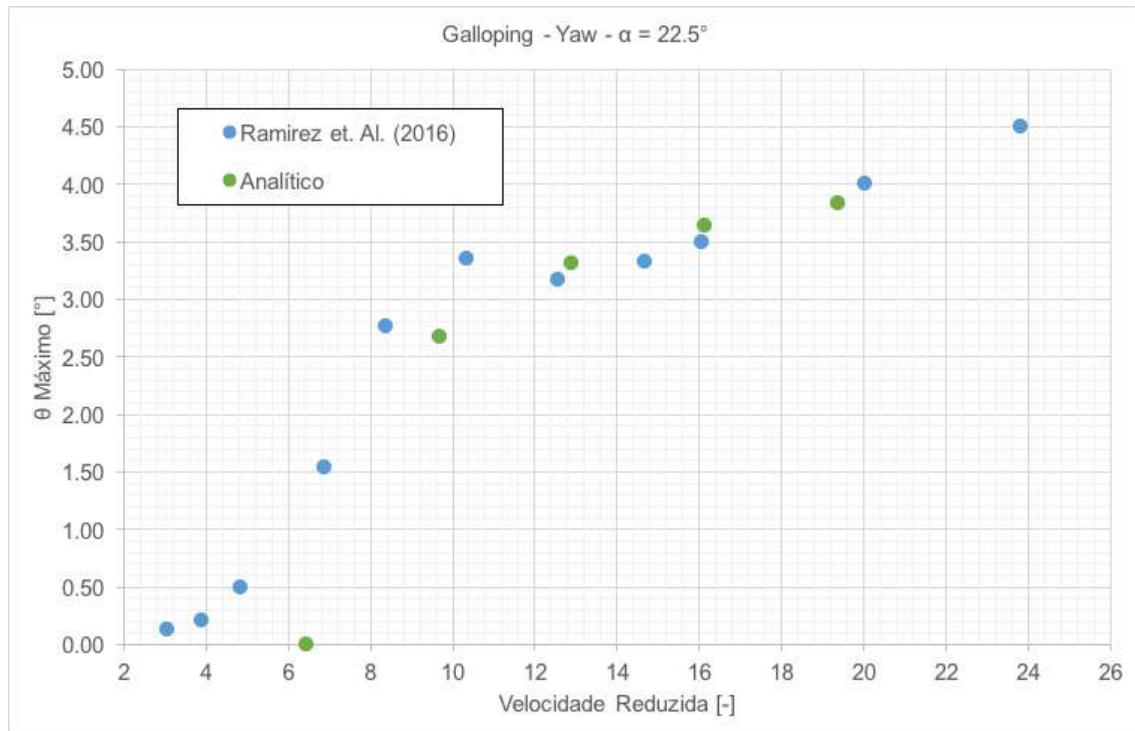


Figura 7.10 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

De acordo com a Figura 7.10, as duas soluções mostram a ocorrência do galloping, com uma boa correlação entre os valores obtidos de forma analítica e experimental através de ensaios com modelos em escala ultra-reduzida.

7.3.3 Aproamento 45 graus

Diferentemente do que foi constatado para os dois casos apresentados anteriormente, para o aproamento igual a 45 graus, o modelo matemático baseado na equação de Rayleigh para a estimativa do galloping apresentou uma resposta não-estacionária, sendo assim possível comparar os valores numéricos de amplitude nominal e máxima obtidos por Ramirez et. al. (2016), cujas comparações são mostradas nas Figuras 7.11 e 7.12:

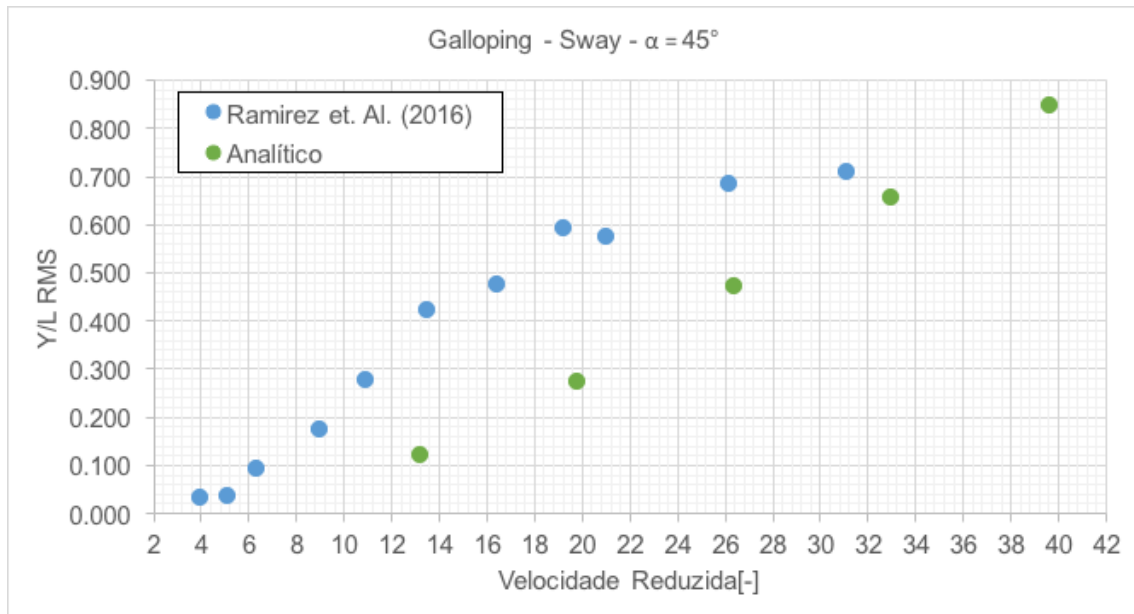


Figura 7.12 – Comparação de Resultados – Amplitude Nominal – Sway – $\alpha = 45^\circ$

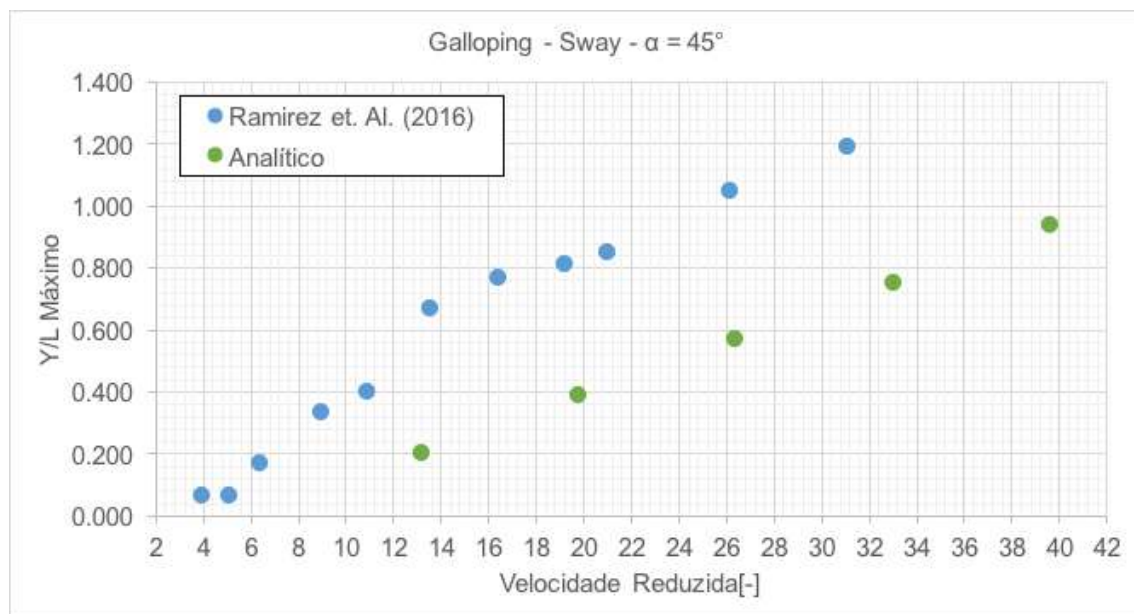


Figura 7.11 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Sway – $\alpha = 45^\circ$

Os dois resultados apresentados, tanto amplitude nominal quanto amplitude máxima, mostram a ocorrência do *galloping* tanto quando analisando via modelo analítico quanto experimentalmente. No entanto, as amplitudes calculadas com o modelo analítico apresentam valores menores do que aqueles obtidos via ensaios experimentais.

Apresenta-se na Figura 7.13 a comparação de resultados de *Gallopig* para *Yaw*:

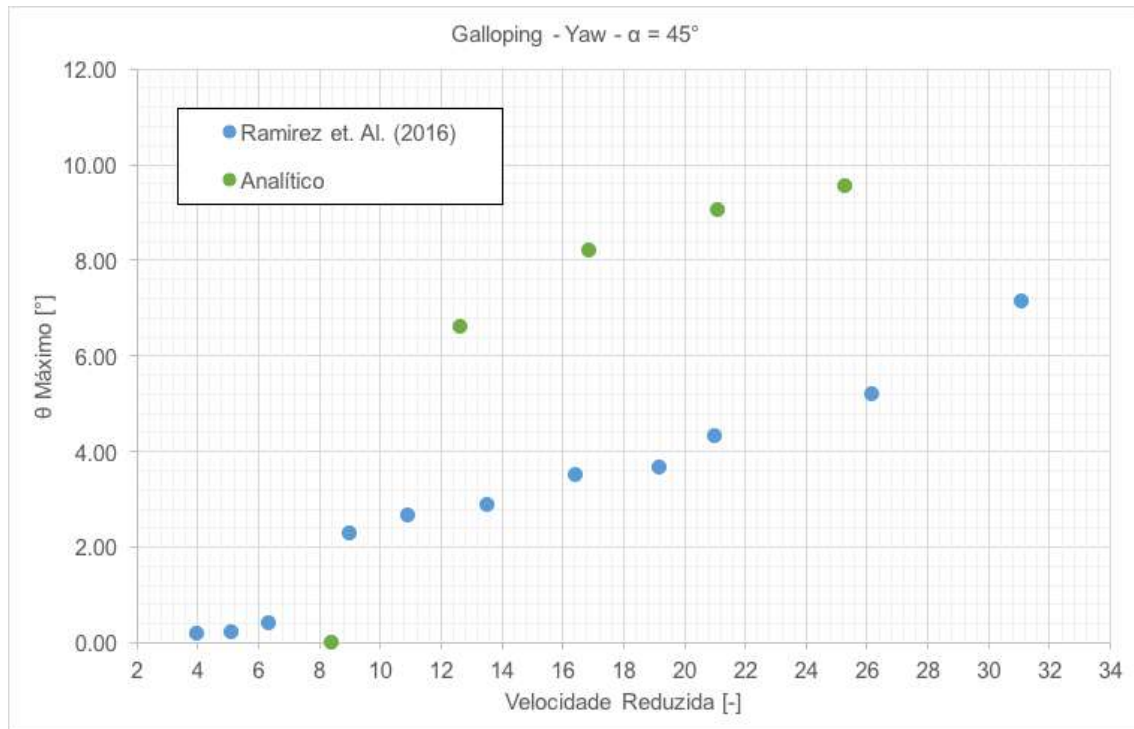


Figura 7.13 – Comparação de Resultados – Amplitude Máxima – Yaw – $\alpha = 45^\circ$

Assim como o obtido para o caso de galloping em yaw com aproamento igual a zero, verificou-se a ocorrência deste fenômeno tanto de forma analítica quanto experimental, com o modelo analítico apresentando maior amplitude do que os resultados obtidos através de ensaios experimentais.

8 Conclusão

Depois de obtidos os resultados apresentados na seção anterior, é possível obter uma série de conclusões que visam validar ou não a aplicação do modelo desenvolvido neste trabalho para a estimativa do comportamento geral e da amplitude dos movimentos conhecidos como *galloping* de uma plataforma oceânica como a abordada neste trabalho. Segundo Blevins (2001), corpos cujas curvas de coeficiente de força e momento são potencialmente instáveis quando as derivadas das mesmas em torno do ponto analisado são positivas e negativas, respectivamente. O que se verificou em todos os casos, quando comparado o critério de estabilidade proposto pelo autor com os resultados de série temporal indicados.

No Capítulo 2, mostrou-se que a equação do movimento de *galloping* em *sway* pode ser expressa em forma da chamada Equação de Rayleigh (Birkhoff, 1989), cuja solução, para o caso de seu parâmetro de amortecimento não-linear μ_{22} ser positivo, dá origem a um tipo de solução no plano de fase conhecida como ciclo limite.

Ainda segundo Birkhoff et. Al. (1989), a derivação da equação de Rayleigh em relação ao tempo seguida de uma mudança de variáveis resulta na chamada Equação de Van der Pol, que também dá origem à uma solução do tipo ciclo limite quando seu parâmetro de amortecimento é positivo. A mesma já havia sido abordada por Fernandes et. Al. (2014) para movimentos de *galloping* em *yaw* de uma placa plana, sendo adotada para representar o *yaw* da plataforma TLWP neste trabalho.

Conforme mostrado no capítulo 5, a curva de coeficientes de força de *sway* apresenta comportamento linear em torno dos ângulos de aproamento de zero e 22.5 graus. Sendo assim, o ajuste das mesmas por meio de uma função cúbica conforme proposto no capítulo 2 não tem sentido físico, o que resulta em uma amplitude de *galloping* nula para estes dois casos. Conforme Ramirez et. al. (2016), também não foi verificado este tipo de movimento através de ensaios experimentais, sendo os resultados do modelo matemático coerentes com aqueles obtidos através de ensaios em laboratório.

Para um aproamento de 45 graus, no entanto, verificou-se através do modelo analítico baseado na equação de Rayleigh a ocorrência do *galloping*, assim como a formação de ciclos limite, conforme se espera da solução desta equação (Birkhoff et. al., 1989). Apesar de os valores de amplitude calculados analiticamente serem menores do que aqueles obtidos experimentalmente, ambos resultados apontam para a ocorrência do *galloping*.

Assim como observado experimentalmente (Ramirez et. al., 2016), o modelo matemático baseado na Equação de Van der Pol apresentou *galloping* em *yaw* para todos os aproamentos testados. No entanto, para casos onde a velocidade reduzida era muito baixa nos aproamentos de 22.5 e 45 graus, o parâmetro de amortecimento não-linear μ_{66} da Equação de Van der Pol apresentou valor negativo. Quando este parâmetro é menor do que zero, o sistema obtido da solução desta equação se comporta como um sistema amortecido, que decai à partir de sua condição inicial. No entanto, como as hipóteses que levaram à obtenção da Equação de Van der Pol para a equação do movimento deste sistema consideram altos valores de velocidade de corrente incidente, e por consequência altas velocidade reduzida, espera-se que para baixas velocidades os resultados analíticos se afastem daqueles obtidos experimentalmente, o que condiz com a região onde μ_{66} é negativo.

Além disso, a maior resposta para *galloping* em *yaw* foi obtida para o aproamento de 0 graus, coincidindo com os resultados obtidos experimentalmente (Ramirez et. al., 2016). Para o aproamento igual a 22.5 graus, os resultados obtidos para o *galloping* em *yaw* apresentaram boa correlação com os dados obtidos experimentalmente, com exceção do caso onde o coeficiente de amortecimento não-linear é negativo, já abordado anteriormente. Para os casos de aproamento igual a zero e 45 graus, no entanto, apesar de os resultados obtidos indicarem a ocorrência do *galloping*, a amplitude estimada analiticamente é maior do que aquela obtida através de ensaios experimentais.

Ou seja, de acordo com os resultados obtidos, em comparação com conclusões teóricas existentes na literatura e com análises experimentais feitas anteriormente, é possível concluir que o modelo proposto é perfeitamente adequado para obter as características gerais quanto a tendência à ocorrência ou não dos movimentos conhecidos como *galloping* na plataforma TLWP estudada. No entanto, para estimar a amplitude destes movimentos, o modelo apresentou resultados divergentes daqueles encontrados em ensaios experimentais, tendo os mesmos apenas uma ordem de grandeza próxima à esperada, sendo necessários estudos futuros e refinamentos no modelo analítico para que se obtenha valores de amplitude mais próximos aos obtidos experimentalmente.

Para um estudo mais aprofundado do tema recomenda-se a realização de simulações dinâmicas em um ambiente de Dinâmica dos Fluidos Computacional como comparação com os resultados obtidos neste trabalho, bem como a incorporação de outros aspectos que não foram abordados, como por exemplo o desenvolvimento de um modelo de dois graus de liberdade acoplado, a adição de termos de rigidez não-lineares, refinamentos no

cálculo dos coeficientes de amortecimento da plataforma, bem como a continuação dos ensaios em canal de corrente utilizando modelos em escala ultra-reduzida.

9 Bibliografia

- (ANSYS) A. (2015) CFX Theoretical Manual.
- (ANSYS) A. (2015) AQWA Theoretical Manual.
- (ITTC) I. (2011) Proceedings of the 26th International Towing Tank Conference, Rio de Janeiro, Brasil.
- (MARNET-CFD) M. (2002) Best Practice Guidelines for Marine Applications of Computational Fluid Dynamics
- (NTNU) N. T. (2012) Lecture Notes in Experimental Methods in Marine Hydrodynamics, National Technical University of Norway, Trondheim, Noruega;
- Birkhoff, G.; Rota, G. C. (1989) Ordinary Differential Equations, 4th edition, New York, NY, John Wiley and Sons;
- Blevins, R. D. (2001) Flow-Induced Vibration, 2a edição. Krieger Publishing Company, Malabar.
- Den Hartog, J. P. (1956) – Mechanical Vibrations, 4a edição, McGraw-Hill, Nova Iorque.
- Faltinsen, O. M (1990) Sea Loads on Ships and Offshore Structures, 1a edição, Cambridge University Press, Cambridge
- Fernandes, A. C.; Armandei, M.(2014) Phenomenological model for torsional galloping of an elastic flat plate due to hydrodynamic loads, Journal of Hydrodynamics 26, pg. 57-65
- Fernandes, A. C. (2017) Análise Dimensional e Teoria da Semelhança Para Engenharias Naval, Oceânica e de Energias Renováveis de Águas Profundas, mas não apenas, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil
- Finn L.D., Magee A., Gupta H. (2003) The Cell Spar and Vortex Induced Vibrations[C]. Proceedings of the Offshore Technology Conference. OTC2003-15244
- Goncalves, R. T. et al. (2011) Experimental Study on Vortex-induced Motions (VIM) of a Large-volume Semi-Submersible Platform. Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2011-49010
- Gonçalves, R.T, Fajarra, A. L. C., Rosetti, G, F., Kogishi, A. M., Koop, A. (2015) Effect of Column Designs on the VIM Response of Deep-Draft Semi-Submersible Platforms. Proceedings of the Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference.
- Huang K., Chen X., Kwan C.T. (2003). The Impact of Vortex Induced Motions on Mooring System Design for SPAR-Based Installations. Proceedings of the Offshore Technology Conference, OTC2003-15245
- Journee, J. M. J., Massie, W.W. (2001) Offshore Hydromechanics, Delft University Of Technology, Delft.
- Koop, A., Bereznitski, A. (2011) Model-Scale and Full-Scale CFD Calculations for Current Loads on Semi-Submersible. Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2011-49204
- Von Kármán, T. (1946) On Laminar and Turbulent Friction. National Advisory Comitee for Aeronautics; Washington, DC, EUA;
- Lienhard, J, H (1966) Synopsis of Lift, Drag and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders. Washington State university, College of Engineering, Research Division Bulletin 300.
- Magee, A. (2011) Model Test for VIM of Multi-Column Floating Platforms. Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2011-49151

- Meirovitch, L. (1967) Analytical Methods in Vibrations, Macmillan, Nova Iorque
- Menezes, F. G. T. (2013) Acoplamento Hidrodinâmico e Estrutural de Sistemas Flutuantes Multicorpos para Produção e Escoamento de Petróleo e Gás. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Menter F.R., (1994) Two-equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *Aiaa-Journal*, 32(8), pp.269-289.
- Mingzhe, H., Macdonald, J. H. G., (2016) An Analytical Solution for The Galloping Stability of a 3 degree-of-freedom system based on quasi-steady theory, *Journal of Fluids and Structures* 60, pp. 23-36;
- Ramirez, M. A. M., Fernandes, A. C. (2016) Novel experimental investigation on vortex induced motions of a tension leg platform; OMAE2016-54530
- Rao, S. (2008) *Vibrações Mecânicas*, 4a Edição – Pearson Prentice Hall, São Paulo
- Senjanovic, I.; Hadzic, N.; Tomic, M. (2013) Formulation of Consistent Nonlinear Restoring Stiffness for Dynamic Analysis of Tension Leg Platform and its Influence on Response, *Marine Structures* 30, pg. 1-32.
- Sparkes D.M., Wellings, J.S. e Rheume, G.T. (2006) Drilling a Deepwater Wildcat Off the North Coast of Brazil: A Case Study. *Proceedings of the Offshore Technology Conference*, 2006. OTC2006-17970;
- Tu, J., Yeoh, G. H., Liu, C. (2013) *Computational Fluid Dynamics – A practical Approach*, 2a Edição. Elsevier, Oxford
- Van Dijk, R.R., Magee A (2003) Model Test Experience on Vortex Induced Vibrations of Truss SPARs [C]. *Proceedings of the Offshore Technology Conference*, OTC2003-15242
- Yongpyo Hong, Yongho Choi (2008). Vortex Induced Motion of a Deep-Draft Semi-Submersible in Current and Waves. *Proceedings of the 18th International Offshore and Polar Engineering Conference*.
- Waals, O. J., Phadke, A. C. e Bultema, S. (2007) Flow Induced Motions of Multi Column Floaters [C]. *Proceedings of the ASME 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. OMAE2007-29539
- Wanderley, J. B. V (2013) *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos Computacional*, UFRJ, Rio de Janeiro
- White, F. M. (2007) *Fluid Mechanics*, 7a edição, McGraw-Hill, Nova Iorque

A. Apêndice A – Aspectos Teóricos de Dinâmica dos Fluidos Computacional

A técnica conhecida como Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) baseia-se fundamentalmente nas equações governantes da mecânica dos fluidos, que representam matematicamente as chamadas leis de conservação da Física. Este Capítulo irá apresentar essas equações governantes, onde são aplicadas as seguintes leis:

- A massa se conserva em todo o domínio fluido;
- A variação da quantidade de movimento no fluido é igual à soma das forças que atuam no mesmo (Segunda Lei de Newton);
- A taxa de variação da energia no domínio fluido é igual à taxa de adição de calor no mesmo, somada ao trabalho executado pelo deslocamento do fluido (Primeira lei da Termodinâmica).

Antes de se iniciar qualquer trabalho envolvido com CFD, é importante se ter o conhecimento dos fenômenos físicos e das equações governantes do escoamento de um fluido, bem como de cada um dos termos das mesmas. No entanto, devido ao fenômeno conhecido como turbulência, algumas considerações físicas devem ser feitas para que seja possível obter uma solução numérica das equações governantes.

A.1 Formulação Matemática

Nesta seção, será apresentada a formulação matemática para as equações da dinâmica dos fluidos computacional, sendo adotadas algumas hipóteses que simplificam a obtenção das mesmas.

A primeira delas diz que o fluido é incompressível, ou seja, sua densidade é constante ao longo do tempo em toda a extensão do domínio fluido. A segunda diz respeito ao balanço de energia no domínio, já que será admitido que o escoamento que se desenvolve no domínio fluido é isotérmico. Ou seja, não há variação de temperatura no fluido, sendo toda energia contida no mesmo convertida em trabalho das partículas fluidas, o que se reflete no deslocamento das mesmas.

Assim, serão apresentadas apenas as relações de conservação de massa e da quantidade de movimento, já admitindo a hipótese de escoamento isotérmico e de incompressibilidade do fluido.

A.1.1 Equação da Conservação de Massa

A primeira das Leis de Conservação apresentadas no início deste Capítulo diz que, em um escoamento, a massa não se cria nem se destrói em todo o domínio fluido.

Considerando um volume de controle arbitrário CV e fixo no espaço e no tempo, conforme mostrado na figura A.1, o escoamento passa por dentro do volume, através de suas superfícies de controle.

A lei da conservação de massa requer que a taxa de variação da mesma contida dentro do volume de controle é equivalente ao fluxo de massa através da superfície de controle CS.

Em forma integral:

$$\frac{d}{dt} \int_{CV} \rho dV = - \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (A.1)$$

Onde $\vec{n}$ é o vetor unitário normal ao elemento de superfície dS . Aplicando agora o Teorema da Divergência de Gauss ao campo de velocidades do escoamento:

$$\int_{CV} \text{div } \rho \vec{V} dV = - \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (A.2)$$

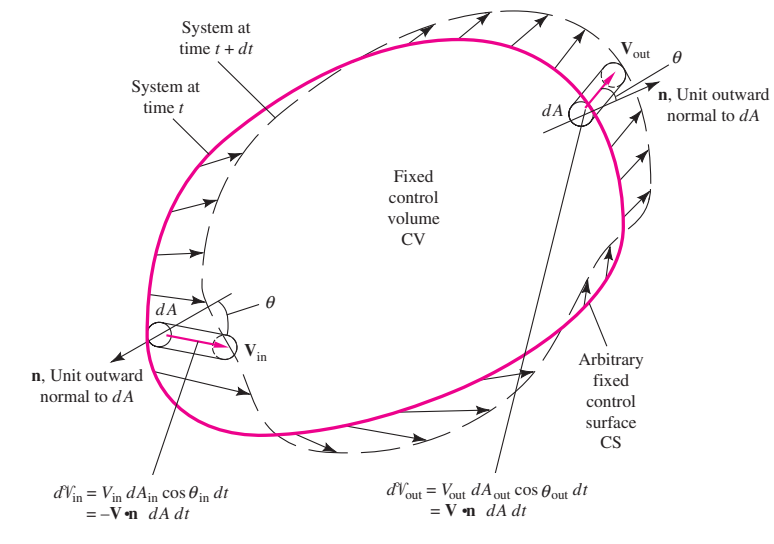


Figura A.1 – Volume de Controle Arbitrário (White, 2007)

Combinando as equações A.1 e A.2, e sabendo que $\text{div}(\rho \vec{V}) \equiv \nabla \cdot (\rho \vec{V})$:

$$\int_{CV} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) \right) dV = 0 \quad (A.3)$$

Onde:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \quad (A.4)$$

Sabendo-se que a equação A.3 é válida para qualquer dimensão do volume de controle, podemos reduzi-la apenas ao termo a ser integrado. Ou seja:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Assim, temos a equação da conservação de massa, também chamada de equação da continuidade em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Onde as variáveis v_x , v_y e v_z são as componentes do vetor $\vec{V}$, funções da posição dentro do volume de controle e do tempo. Na formulação para o escoamento incompressível, temos que:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.7})$$

A.1.2 Equação da Quantidade de Movimento

Para demonstrarmos esta equação da física, devemos partir de um elemento fluido conforme aquele mostrado na figura A.2. A Segunda Lei de Newton diz que o somatório das forças que atuam no elemento fluido deve ser igual ao produto da massa do mesmo com a sua aceleração. Em forma vetorial:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{A.8})$$

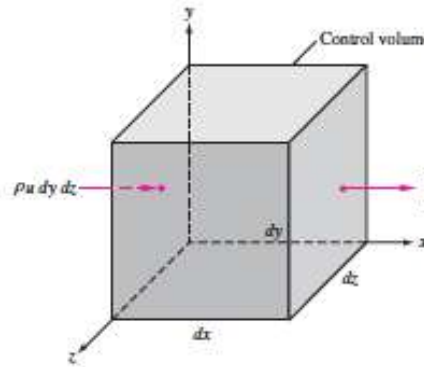


Figura A.2 – Elemento Fluido Tridimensional (White, 2007)

Utilizando um sistema de coordenadas cartesiano, extrai-se desta relação vetorial três igualdades escalares, correspondente ao somatório de forças nas direções x, y e z. Exemplificando apenas a direção x:

$$\sum F_x = ma_x \quad (\text{A.9})$$

Onde F_x e a_x são as componentes de força e de aceleração na direção x, respectivamente. Utilizando o conceito de derivada material (Tu et. Al, 2013), podemos expandir o termo a_x :

$$a_x = \frac{Dv_x}{Dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (A.10)$$

Sabemos também que a massa do elemento fluido pode ser expressa por:

$$m = \rho \, dx \, dy \, dz \quad (A.11)$$

Onde dx , dy e dz são as dimensões do elemento fluido.

As forças que compõem o somatório que aparece do lado esquerdo da equação A.8 podem ser separadas em duas categorias: forças de corpo e de superfície. Podemos exemplificar como forças de corpo que podem alterar a quantidade de movimento do fluido as forças gravitacionais, de Coriolis, centrífugas ou eletromagnéticas. Estes efeitos são normalmente incluídos nas equações da quantidade de movimento como termos fonte adicionais à contribuição das forças de superfície.

As forças de superfície na direção x são aquelas que, conforme figura A.2, deformam o elemento fluido, são devidas ao gradiente das tensões normais e tangenciais que atuam em suas superfícies. Estas tensões têm duas origens: a pressão hidrostática do fluido e os efeitos da viscosidade. Combinando as forças de superfície e as forças de corpo (Tu et. Al., 2013) com a equação A.9:

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \sum F_x^{corpo} \quad (A.12)$$

De maneira semelhante para as direções y e z:

$$\rho \frac{Dv_y}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \sum F_y^{corpo} \quad (A.13)$$

$$\rho \frac{Dv_z}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \sum F_z^{corpo} \quad (A.14)$$

Onde p é a pressão no elemento fluido e os termos τ_{ij} representam as chamadas tensões viscosas, que se relacionam com as variáveis do escoamento através do que se convencionou chamar relação constitutiva. Para tal, como iremos utilizar apenas a água como fluido neste trabalho, utilizaremos como relação constitutiva a lei da viscosidade de Newton, visto que a mesma se enquadra na categoria dos chamados fluidos newtonianos. As relações constitutivas para um fluido newtoniano são mostradas abaixo:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \\
\tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \\
\tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\
\tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \\
\tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{A.15}$$

Combinando as relações constitutivas com as equações da quantidade de movimento, temos as equações da quantidade de movimento para um fluido, também chamadas de Equações de Navier-Stokes, para um escoamento incompressível e isotérmico, onde consideramos apenas as forças gravitacionais como forças de corpo:

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \\
= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \\
\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\
= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho g_y \\
\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\
= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho g_z
\end{aligned} \tag{A.16}$$

As equações de Navier-Stokes, juntamente com a equação da conservação de massa, descrevem com exatidão o comportamento de qualquer fluido em qualquer regime de escoamento. No entanto, as características dos escoamentos turbulentos aplicáveis em situações reais resultam em fenômenos com uma grande variedade de escalas de comprimento. Isto implicaria, ao aplicar-se um método numérico para a solução do problema, no uso de elementos de malha muito pequenos, o que resultaria em um alto

número total de elementos, elevando muito o tempo da solução numérica do problema, quando considerados os recursos computacionais atualmente disponíveis.

Para que o problema da existência de uma grande variedade de escalas na solução de escoamentos turbulentos seja contornado, são utilizadas as equações médias de Reynolds.

A.1.3 Equações Médias de Reynolds

Antes de se obter as equações médias de Reynolds, deve ser apresentado o conceito de média temporal de uma função:

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f dt \quad (\text{A.17})$$

Utilizando a definição acima, é possível expandir as variáveis das equações de Navier-Stokes em termos de suas médias e flutuações temporais:

$$p = \bar{p} + p' \quad (\text{A.18})$$

$$v_x = \bar{v}_x + v_x' \quad (\text{A.19})$$

$$v_y = \bar{v}_y + v_y' \quad (\text{A.20})$$

$$v_z = \bar{v}_z + v_z' \quad (\text{A.21})$$

Substituindo as equações acima nas equações de Navier-Stokes para um escoamento tridimensional, incompressível e isotérmico, obtém-se as equações Médias de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} - \overline{\rho v_x' v_x'} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) - \overline{\rho v_x' v_y'} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} \right) - \overline{\rho v_x' v_z'} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right) - \overline{\rho v_y' v_x'} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} - \overline{\rho v_y' v_y'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} \right) - \overline{\rho v_y' v_z'} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right) - \overline{\rho v_z' v_x'} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

No sistema acima, os termos da forma $\overline{\rho v_i' v_j'}$ são denominados Tensões de Reynolds. Após a introdução do conceito de média temporal, o sistema acima passa a ter sete incógnitas para quatro equações. Para que o sistema seja fechado, ou seja, tenha um igual número de equações e incógnitas, são utilizados diferentes conjuntos de equações normalmente chamados de modelos de turbulência.

A.1.3 Modelo de Turbulência

Antes de se apresentar o modelo de turbulência aplicado, mostra-se a hipótese de Boussinesq:

$$-\overline{\rho v_i' v_j'} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{i,j} = \mu_t \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.26})$$

Ou seja:

$$\begin{aligned} -\overline{\rho v_x' v_x'} &= \mu_t \left(2 \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \rho k \\ -\overline{\rho v_x' v_y'} &= \mu_t \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ -\overline{\rho v_x' v_z'} &= \mu_t \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ -\overline{\rho v_y' v_y'} &= \mu_t \left(2 \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \rho k \\ -\overline{\rho v_y' v_z'} &= \mu_t \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$-\overline{\rho v_z' v_z'} = \mu_t \left(2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \rho k$$

Nas equações acima, μ_t representa a chamada viscosidade turbulenta. Substituindo os termos de Tensões de Reynolds nas equações médias de Reynolds, obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu_{eff} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right) \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu_{eff} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right) \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu_{eff} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Onde:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (\text{A.32})$$

Neste trabalho, será usado o modelo de turbulência conhecido como SST (Shear Stress Transport, na sigla em inglês), proposto por Menter (1994), onde sua formulação para o cálculo da viscosidade turbulenta é apresentada abaixo:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (\text{A.33})$$

Este modelo introduz duas novas variáveis ao sistema formado pelas equações médias de Reynolds: a energia cinética turbulenta (k) e a sua taxa específica de dissipação (ω). Para que este sistema seja fechado, são introduzidas duas novas equações diferenciais:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.34})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} &= \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &+ 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Onde:

$$P = \tau_{i,j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{A.36})$$

$$\tau_{i,j} = \mu_t \left(2S_{i,j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{i,j} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{i,j} \quad (\text{A.37})$$

$$S_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.38})$$

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (\text{A.39})$$

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (\text{A.40})$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \quad (\text{A.41})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (\text{A.42})$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (\text{A.43})$$

$$\arg_1 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \quad (\text{A.44})$$

A.2 Formulação Numérica

Após apresentadas as equações governantes da mecânica dos fluidos, as técnicas utilizadas para a solução numérica das mesmas serão mostradas neste Capítulo,

demonstrando como métodos numéricos podem ser empregados para que sejam obtidas soluções aproximadas das equações governantes.

A solução numérica das equações governantes consistem em duas fases, mostradas na Figura A.3. A primeira fase consiste na conversão das equações diferenciais parciais e de suas condições de contorno em um sistema de equações algébricas discretas. Este passo é chamado de discretização.

Existem vários métodos para o processo de discretização. No entanto, iremos citar neste Capítulo apenas aquele implementado no programa utilizado neste trabalho, o chamado Método dos Volumes Finitos. Como exemplos de outros métodos de discretização podemos citar o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos e os Métodos Espectrais.

O segundo estágio do processo de solução consiste na implementação de métodos numéricos que solucionem o sistema de equações algébricas resultante da aplicação do Método dos Volumes Finitos.

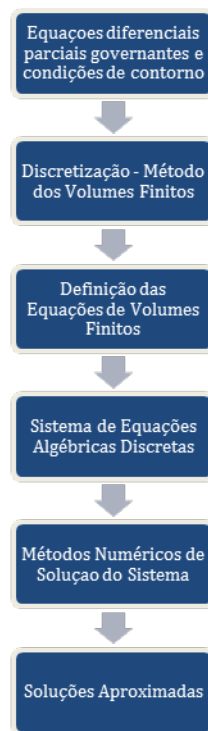


Figura A.3 – Processo de Solução Computacional

A.2.1 Método dos Volumes Finitos

Soluções analíticas para as Equações de Navier-Stokes são conhecidas apenas para escoamentos que ocorrem sob condições ideais. Para que sejam obtidas soluções de escoamentos reais, deve ser utilizada uma abordagem numérica onde as equações podem

ser representadas por uma formulação algébrica que resulte em uma solução confiável do problema. O software utilizado neste trabalho emprega o chamado Método dos Volumes Finitos.

Este método consiste na divisão do domínio de solução do problema em elementos, o que se costuma chamar de malha computacional. Os elementos constituintes da malha computacional são assim utilizados para verificar a conservação de propriedades essenciais ao escoamento como massa, quantidade de movimento e energia. A fim de simplificar a demonstração do Método dos Volumes Finitos, serão considerados elementos bidimensionais, diferentemente do que será utilizado posteriormente.

A figura A.4 mostra um exemplo de malha computacional de um domínio bidimensional. Todas as variáveis de solução do problema são armazenadas nos vértices da malha, chamados de nós.

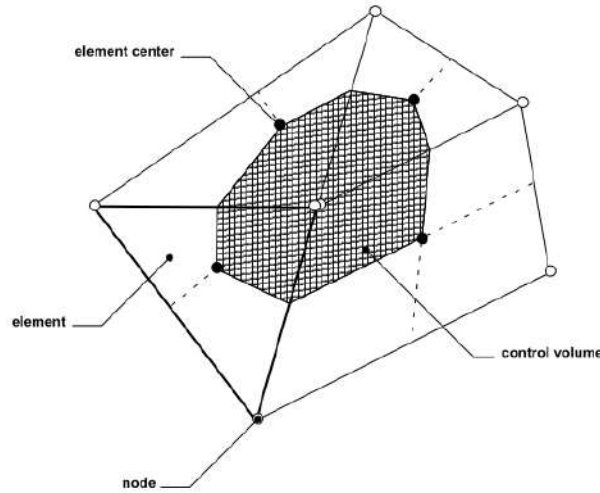


Figura A.4 – Elementos, Nós e Volumes de Controle (ANSYS, 2013)

Para demonstrar o Método dos Volumes Finitos, considere as equações da conservação de massa e da quantidade de movimento em forma matricial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (\text{A.46})$$

Deve-se integrar as equações acima e aplicando sobre elas o Teorema da Divergência de Gauss para converter as integrais de volume em integrais de superfície. Assim, considerando que os elementos da malha computacional não se deformam no tempo, os termos de derivada temporal podem ser colocados fora das integrais de volume, conforme mostrado abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho \mathbf{U}_j dn_j = 0 \quad (\text{A.47})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{U}_i dV + \int_S \rho \mathbf{U}_j \mathbf{U}_i dn_j$$

$$= - \int_S P dn_j + \int_S \mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{U_i} dV$$

Onde V e S denotam o volume e a superfície da região de integração, respectivamente. E dn_j representa as coordenadas cartesianas diferenciais do vetor normal ao elemento, apontando para fora do mesmo. As integrais de volume representam os termos fonte e as de superfície o somatório dos fluxos no elemento.

O próximo passo para a construção do método dos volumes finitos é a discretização das integrais de superfície e volume. Para ilustrar este passo, considere-se um elemento triangular dividido em três setores, conforme figura A.5:

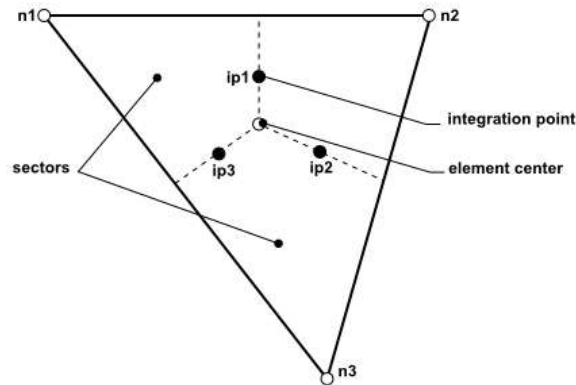


Figura A.5 – Pontos de Integração em um Volume de Controle (ANSYS, 2013)

As integrais de volume são discretizadas dentro de cada setor do elemento e acumuladas no volume de controle para cada um deles. As integrais de superfície são discretizadas nos pontos de integração (ipn), localizados no centroide de cada setor do elemento e distribuídos para os volumes de controle adjacentes. Como, em duas superfícies adjacentes, as integrais de superfície têm módulo e direção iguais, porém sentido contrário, podemos assumir que as equações estão em forma conservativa.

Neste exemplo, as derivadas temporais serão discretizadas utilizando o método explícito de Euler, mostrado na equação A.49 para uma função $f(x, y, z, t)$ qualquer:

$$\frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{f(x, y, z, t) - f(x, y, z, t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{A.49})$$

Então, após a discretização, as equações assumem a seguinte forma:

$$V \left(\frac{\rho - \rho_0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} m_{ip} = 0 \quad (\text{A.50})$$

$$V \left(\frac{\rho U_i - \rho_0 U_{i0}}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} m_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right) + \overline{S_{u_i}} V \quad (\text{A.51})$$

Nas equações acima, $m_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}$, V é o volume de controle, Δt o passo de tempo de integração, Δn_i o vetor normal às superfícies de controle, orientados para fora do elemento. Além disso, o índice ip denota a avaliação em um ponto de integração, e o índice 0 indica que, quando o mesmo está presente, a função está sendo avaliada no instante de tempo $t - \Delta t$.

A.2.2 Solução do Sistema de Equações

Após aplicado o método dos volumes finitos às equações governantes, obteve-se um sistema de equações algébricas lineares, que deve ser resolvido para a obtenção da solução numérica do escoamento.

Métodos diretos para a solução deste tipo de sistema, como por exemplo o método da Eliminação de Gauss, podem ser utilizados neste tipo de solução. No entanto, a discretização da maioria dos problemas de CFD aplicados à engenharia resultam em sistemas de equações de dimensões elevadas, o que torna o uso destes métodos muito custosos em termos de recursos computacionais. Portanto, resta como alternativa o uso de métodos iterativos.

Os métodos iterativos consistem na estimativa de uma solução inicial aproximada para o sistema e, utilizando as próprias equações do sistema, melhorar a solução inicial estimada até que seja atingido um nível pré-determinado de convergência. Se o número de iterações requerido pelo método aplicado é pequeno, ele pode custar menos em termos computacionais do que o uso de um método direto, o que é comum em problemas de CFD.

Uma forma simples de se solucionar iterativamente um sistema de equações algébricas é utilizando o chamado Método de Jacobi. Considerando um sistema de equações da forma:

$$[A] \vec{\phi} = \vec{B} \quad (\text{A.52})$$

Uma forma geral do sistema algébrico para cada uma das incógnitas $\vec{\phi}$ pode ser escrita como:

$$\sum_{j=1}^{i-1} A_{ij} \phi_j + A_{ii} \phi_i + \sum_{j=i+1}^n A_{ij} \phi_j = B_i \quad (\text{A.53})$$

Na equação A.53, o método de Jacobi requer que as variáveis nodais ϕ_j sejam assumidas como conhecidas no passo de iteração k , enquanto que os elementos da diagonal da matriz ϕ_i são considerados incógnitos no instante $k + 1$. Assim, isolando o termo ϕ_i :

$$\phi_i^{k+1} = \frac{B_i}{A_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{A_{ij}}{A_{ii}} \phi_j^k - \sum_{j=i+1}^n \frac{A_{ij}}{A_{ii}} \phi_j^k \quad (\text{A.54})$$

O processo de iteração se inicia com uma estimativa inicial da solução do sistema, e se repete até que seja obtido o nível de convergência previamente definido.

Uma forma melhorada do método de Jacobi é o método de Gauss-Seidel, onde os valores atualizados das variáveis ϕ_j^{k+1} são utilizados do lado direito da equação A.53 assim que estão disponíveis, conforme equação A.55:

$$\phi_i^{k+1} = \frac{B_i}{A_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{A_{ij}}{A_{ii}} \phi_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n \frac{A_{ij}}{A_{ii}} \phi_j^k \quad (\text{A.55})$$

Comparando os dois métodos (A.54 e A.55), o método de Gauss-Seidel é tipicamente (Tu et. Al., 2013) duas vezes mais rápido que o primeiro. Após repetidas iterações, ambos os métodos podem ser adaptados de inúmeras maneiras, de forma a acelerar sua convergência.

A velocidade de convergência do método de Gauss-Seidel pode ser acelerada utilizando uma técnica numérica chamada Sobre-Relaxação Sucessiva (Successive Over-Relaxation ou SOR, na sigla em inglês). Segundo Tu et. Al. (2013), a ideia por trás deste método numérico é um processo onde as variáveis nodais ϕ_j^{k+1} são extrapoladas através de uma média ponderada do valor atual de ϕ_j^{k+1} com os valores anteriores de ϕ_j^k . Os valores extrapolados de ϕ_j^{k+1} são obtidos através da seguinte formulação:

$$\phi_i^{k+1} = (1 - \lambda) \phi_j^k + \frac{\lambda}{A_{ii}} \left(B_i - \sum_{j=1}^{i-1} A_{ij} \phi_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n A_{ij} \phi_j^k \right) \quad (\text{A.55})$$

B. Apêndice B: Escoamento Potencial

A formulação apresentada no apêndice A fornece uma solução numérica aproximada do escoamento em torno de um corpo flutuante considerando-se uma série de hipóteses. No entanto, algumas características do escoamento e do corpo afetado pelo mesmo podem ser inferidas considerando-se aproximações adicionais, que forneçam soluções ainda mais simples, porém precisas para aplicações específicas.

Neste Capítulo, será apresentada a formulação para o chamado escoamento potencial, onde são admitidas, além da incompressibilidade do escoamento (conforme apêndice A), a irrotacionalidade e a não-viscosidade do escoamento. Essa formulação é própria para se obter, por exemplo, os coeficientes e funções de transferência que modelam o comportamento de um corpo flutuante sob influência de ondas, utilizando-se uma análise no domínio da frequência.

No entanto, abordar-se-á neste trabalho apenas a obtenção dos coeficientes de massa adicional e de amortecimento potencial para os movimentos de uma plataforma oceânica.

B.1 Problema de Valor de Contorno

Admitindo-se as hipóteses mencionadas acima – irrotacionalidade, incompressibilidade e não-viscosidade do escoamento – podemos assumir que o campo de velocidades no mesmo quando o corpo flutuante sofre a ação de uma onda incidente deriva do gradiente uma função escalar, chamada potencial de velocidades:

$$\vec{V} = \nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{k} \quad (\text{B.1})$$

Devido à presença do corpo flutuante e à linearidade do problema, a função potencial de velocidades pode ser dividida nas seguintes componentes:

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_{inc}(x, y, z, t) + \phi_{dif}(x, y, z, t) + \phi_{rad}(x, y, z, t) \quad (\text{B.2})$$

Onde:

- $\phi_{inc}(x, y, z, t)$ – Potencial da onda incidente, não perturbada pela presença do corpo flutuante.
- $\phi_{dif}(x, y, z, t)$ – Potencial da onda difratada;
- $\phi_{rad}(x, y, z, t)$ – Potencial da onda radiada, devido à transferência de energia do movimento do corpo flutuante para a geração de ondas na superfície livre.

Expressando os potenciais como funções harmônicas no tempo:

$$\phi_{inc}(x, y, z, t) = \phi_{inc}(x, y, z)e^{i\omega t}$$

$$\phi_{dif}(x, y, z, t) = \phi_{dif}(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (B.3)$$

$$\phi_{rad}(x, y, z, t) = \phi_{rad}(x, y, z)e^{i\omega t}$$

Sabendo que o potencial da onda radiada deve-se basicamente ao movimento do corpo, ele pode ser dividido num somatório de seis componentes, uma para cada um dos graus de liberdade do corpo flutuante:

$$\phi_{rad}(x, y, z, t) = \left(\sum_{j=1}^6 \eta_j \varphi_j \right) e^{i\omega t} \quad (B.4)$$

Onde η_j é o deslocamento do corpo em cada grau de liberdade, e φ_j é uma função dependente da forma do corpo flutuante e da frequência de seu movimento. Assim, a formulação para o potencial total assume a seguinte forma:

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_{inc}(x, y, z)e^{i\omega t} + \phi_{dif}(x, y, z)e^{i\omega t} + \left(\sum_{j=1}^6 \eta_j \varphi_j \right) e^{i\omega t} \quad (B.5)$$

Retomando a formulação matemática do princípio da conservação de massa para o escoamento incompressível (equação A.7), e combinando-a com a equação B.1, tem-se a Equação de Laplace, que fornece a solução para os escoamentos potenciais:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (B.5)$$

Segundo Journee et. Al. (2001), as seguintes condições de contorno devem ser aplicadas à equação de Laplace para a solução deste problema:

- Condição de Superfície Livre: $\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$, em $z = 0$
- Condição de Impenetrabilidade no Fundo: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$, em $z = -d$, onde d é a profundidade do mar na região analisada, considerando o fundo plano
- Condição de Impenetrabilidade no Corpo Flutuante: $\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n$ na superfície do corpo, onde v_n é a componente normal das partículas fluidas na superfície do corpo.

B.2 Cálculo das Forças Hidrodinâmicas

Com o problema de valor de contorno formulado acima, é possível obter o potencial de velocidades para o escoamento através de soluções numéricas para geometrias complexas. Conhecida esta solução, é possível obter a pressão dinâmica atuante sobre o corpo através da seguinte equação (Faltinsen, 1990):

$$p_d = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} |\nabla \phi|^2 \quad (\text{B.7})$$

Para o cálculo das forças de massa adicional e amortecimento é possível desprezar os termos de segunda ordem:

$$p_d = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{B.8})$$

Onde p_d é a pressão dinâmica e ρ é a densidade do fluido. Substituindo a equação B.4 em B.8:

$$p_d = -i\omega\rho \left[\phi_{inc}(x, y, z) + \phi_{dif}(x, y, z) + \left(\sum_{j=1}^6 \eta_j \varphi_j \right) \right] e^{i\omega t} \quad (\text{B.9})$$

As forças devidas às pressões dinâmicas podem ser obtidas através da seguinte formulação:

$$\vec{F}_d = \int_S p_d \vec{n} dS \quad (\text{B.10})$$

Onde $\vec{F}_d$ é a força total, $\vec{n}$ é um vetor unitário normal à superfície do corpo e direcionado para fora dele, e dS é um elemento infinitesimal de superfície do corpo flutuante. Conforme a formulação para a pressão dinâmica (B.8), é possível, assim como feito para o potencial de velocidades, dividir a força em três componentes: força da onda incidente, força da onda difratada e força da onda radiada. Como desejamos obter os coeficientes de massa adicional e amortecimento, iremos estudar apenas a componente devida à onda radiada. Definindo p_{rad} como a pressão devida à esta onda:

$$p_{rad} = -i\omega\rho \left[\sum_{j=1}^6 \eta_j \varphi_j \right] e^{i\omega t} \quad (\text{B.11})$$

E a sua força correspondente ($\vec{F}_{rad}$):

$$\vec{F}_d = \int_S p_{rad} \vec{n} dS = \sum_{j=1}^6 -i\omega\rho \int_S \varphi_j \vec{n} dS \eta_j e^{i\omega t} \quad (\text{B.12})$$

A integração da equação B.12 resulta em duas componentes: uma proporcional à aceleração e outra proporcional à velocidade do corpo flutuante, chamadas massa adicional e amortecimento potencial, dependentes da forma do corpo flutuante e de sua frequência de oscilação. Assim, segundo Journee et. al. (2001), é possível definir a seguinte igualdade:

$$\omega^2 A_{kj}(\omega) + i\omega B_{kj}(\omega) = \sum_{j=1}^6 -i\omega\rho \int_S \varphi_j \vec{n} dS \dot{\eta}_j e^{i\omega t} \quad (\text{B.13})$$

Onde $A_{kj}(\omega)$ e $B_{kj}(\omega)$ são os coeficientes de massa adicional e amortecimento do corpo flutuante, respectivamente, com k e j variando de 1 a 6, conforme os graus de liberdade do corpo. Analisando a equação 4.16, é possível deduzir que a massa adicional advém da parte real da força devida à onda radiada, e o amortecimento potencial da parte imaginária da mesma. Matematicamente:

$$A_{kj}(\omega) = \text{Re} \left(\sum_{j=1}^6 -\frac{i\rho}{\omega} \int_S \varphi_j \vec{n} dS \dot{\eta}_j e^{i\omega t} \right) \quad (\text{B.14})$$

C. Apêndice C: Teste de Decaimento Livre – Formulação Matemática

Este Apêndice apresenta a formulação matemática utilizada para a obtenção das propriedades de amortecimento (frequência natural amortecida e razão de amortecimento) de uma estrutura qualquer. Neste caso, o amortecimento é devido a forças hidrodinâmicas.

C.1 Sistema em Translação – *Sway*

Consideremos um sistema massa-mola-amortecedor com massa $M + A_{22}$, amortecimento linear B_{22} e coeficiente de restauração linear K_{22} , conforme figura C.1. Considerando os efeitos de massa adicional, a equação do movimento deste sistema assume a seguinte forma:

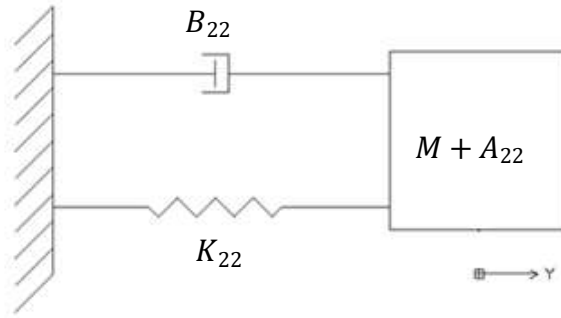


Figura C.1 Sistema Massa-Mola-Amortecedor Translacional

$$(M + A_{22}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(t) + B_{22} \frac{\partial}{\partial t} y(t) + K_{22} y(t) = 0 \quad (C.1)$$

Segundo Rao (2008), a solução deste problema é da forma:

$$y(t) = e^{-\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})}t} \left(c_1 e^{\sqrt{\left(\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})}\right)^2 - \frac{K_{22}}{(M+A_{22})}}t} + c_2 e^{-\sqrt{\left(\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})}\right)^2 - \frac{K_{22}}{(M+A_{22})}}t} \right) \quad (C.2)$$

Existem três casos distintos de solução para a equação acima. No entanto, será apresentado apenas aquele aplicado nesta dissertação, o chamado sistema sub-amortecido. Neste caso, temos que $\left(\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})}\right)^2 < \frac{K_{22}}{(M+A_{22})}$, o que resulta em argumentos

imaginários para as funções exponenciais na Equação C.2. Assim, ela toma a seguinte forma:

$$y(t) = e^{-\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})}t} \left(c_1 \cos \left(\sqrt{\frac{K_{22}}{(M+A_{22})} - \left(\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})} \right)^2} t \right) + c_2 \sin \left(\sqrt{\frac{K_{22}}{(M+A_{22})} - \left(\frac{B_{22}}{2(M+A_{22})} \right)^2} t \right) \right) \quad (C.3)$$

Definindo o chamado amortecimento crítico ($B_{22_{crit}}$) como o valor de B_{22} que torna a igualdade C.4 verdadeira e, retomando a expressão para o cálculo da frequência natural do sistema, temos que:

$$\left(\frac{B_{22_{crit}}}{2(M+A_{22})} \right)^2 = \frac{K_{22}}{(M+A_{22})} = \omega_{22}^2 \quad (C.4)$$

Reorganizando os termos:

$$B_{22_{crit}} = 2(M+A_{22})\omega_{22} \quad (C.5)$$

Define-se agora a razão de amortecimento:

$$\zeta_{22} = \frac{B_{22}}{B_{22_{crit}}} = \frac{B_{22}}{2(M+A_{22})\omega_{22}} \quad (C.6)$$

Combinando as equações 6.4 e 6.6 com a solução da equação do movimento (eq. 6.3), temos a forma reduzida desta solução:

$$y(t) = e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t} \left(c_1 \cos \left(\omega_{22}\sqrt{1-\zeta_{22}^2} t \right) + c_2 \sin \left(\omega_{22}\sqrt{1-\zeta_{22}^2} t \right) \right) \quad (C.7)$$

Para concluirmos a solução do problema de valor inicial, deve-se obter os valores das constantes de integração c_1 e c_2 . Para tal, iremos definir valores iniciais para a posição e para a velocidade da massa:

$$y(0) = Y_0 \quad (C.8)$$

$$\dot{y}(0) = \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = V_0$$

Definidos os valores para a condição inicial do sistema, a equação do movimento assume a seguinte forma (Rao, 2008):

$$y(t) = e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t} \left(Y_0 \cos(\omega_{d22} t) + \frac{V_0 + \zeta_{22}\omega_{22}Y_0}{\omega_{d22}} \sin(\omega_{d22}t) \right) \quad (C.9)$$

Onde ω_{d22} é a chamada frequência natural amortecida:

$$\omega_{d22} = \omega_{22} \sqrt{1 - \zeta_{22}^2} \quad (C.10)$$

Com a forma geral acima, apresentaremos dois casos possíveis para a execução do teste de decaimento livre: um primeiro caso onde o valor da posição inicial é não-nulo e positivo e a velocidade inicial nula, seguido de outro caso onde ocorre o oposto – posição inicial nula e velocidade inicial conhecida. A Figura C.2 mostra as duas soluções apresentadas de maneira comparativa em um mesmo gráfico:

- Caso 1: $Y_0 > 0$ e $V_0 = 0$

$$y(t) = e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t} \left(Y_0 \cos(\omega_{d22} t) + \frac{\zeta_{22}\omega_{22}Y_0}{\omega_{d22}} \sin(\omega_{d22}t) \right) \quad (C.11)$$

- Caso 2: $Y_0 = 0$ e $V_0 > 0$

$$y(t) = e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t} \left(\frac{V_0}{\omega_{d22}} \sin(\omega_{d22}t) \right) \quad (C.12)$$

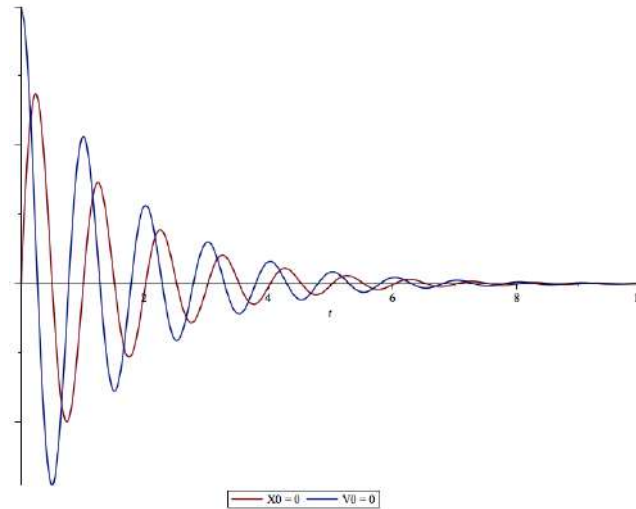


Figura C.2 Soluções da Equação do Movimento – Caso 1 e Caso 2

C.2 Sistema Torcional - Yaw

Analogamente ao que foi mostrado para um sistema translacional, é possível obter a solução da equação do movimento para um sistema torcional com amortecimento viscoso de um grau de liberdade. Primeiramente, define-se os torques decorrentes da ação da mola torcional e do amortecedor viscoso como:

$$T_{Mola} = -K_{66} \theta(t) \quad (C.13)$$

$$T_{Amortecedor} = -B_{66} \frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \quad (C.14)$$

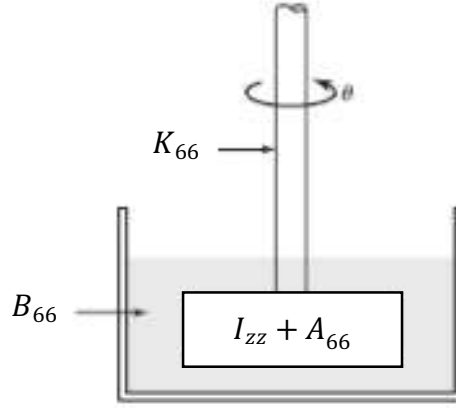


Figura C.3 Sistema Massa-Mola-Amortecedor Torcional

Sendo assim, a equação do movimento para este sistema é a seguinte (Rao, 2008):

$$(I_{zz} + A_{66}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta(t) + B_{66} \frac{\partial}{\partial t} \theta(t) + K_{66} \theta(t) = 0 \quad (C.15)$$

Observa-se que a equação acima tem a mesma forma da equação C.1, apenas apresentando diferenças nas dimensões de seus coeficientes, visto que a primeira visa a obtenção de uma função de posição ao longo do tempo, enquanto que a atual busca uma solução de posição angular.

Assim, podemos assumir que as soluções das equações C.1 e C.15 serão semelhantes, alterando apenas seus coeficientes. Assim, retomando a solução original (C.9):

$$\theta(t) = e^{-\zeta_{66} \omega_{66} t} \left(\theta_0 \cos(\omega_{d66} t) + \frac{\dot{\theta}_0 + \zeta_{66} \omega_{66} \theta_0}{\omega_{d66}} \sin(\omega_{d66} t) \right) \quad (C.16)$$

Onde θ_0 e $\dot{\theta}_0$ são a posição e velocidade iniciais do corpo rígido, respectivamente. Além destes, temos os seguintes parâmetros:

$$\zeta_{66} = \frac{B_{66}}{B_{66crit}} = \frac{B_{66}}{2(I_{zz} + A_{66})\omega_{66}} \quad (C.17)$$

$$\omega_{66} = \sqrt{\frac{K_{66}}{I_{zz} + A_{66}}} \quad (C.18)$$

$$\omega_{d66} = \omega_{66} \sqrt{1 - \zeta_{66}^2} \quad (C.19)$$

Conforme mostrado para o sistema em translação, apresenta-se dois casos de solução:

- Caso 1: $\theta_0 > 0$ e $\dot{\theta}_0 = 0$

$$\theta(t) = e^{-\zeta_{66}\omega_{66}t} \left(\theta_0 \cos(\omega_{d_{66}} t) + \frac{\zeta_{66}\omega_{66}\theta_0}{\omega_{d_{66}}} \sin(\omega_{d_{66}} t) \right) \quad (C.20)$$

- Caso 2: $\theta = 0$ e $\dot{\theta}_0 > 0$

$$\theta(t) = e^{-\zeta_{66}\omega_{66}t} \left(\frac{\dot{\theta}_0}{\omega_{d_{66}}} \sin(\omega_{d_{66}} t) \right) \quad (C.21)$$

C.3 Decaimento Logarítmico

De acordo com Rao (2008), a solução para a equação do movimento para o sistema em translação (eq. C.1) também pode ser apresentada da seguinte forma:

$$y(t) = Y e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t} \cos(\omega_{22} t - \phi_{22}) \quad (C.22)$$

Onde:

$$Y = \frac{\sqrt{\omega_{22}^2 Y_0^2 + V_0^2 + 2Y_0 V_0 \zeta_{22} \omega_{22}}}{\omega_{d_{22}}} \quad (C.23)$$

$$\phi_{22} = \tan^{-1} \left(\frac{V_0 + \zeta_{22} \omega_{22} Y_0}{Y_0 \omega_{d_{22}}} \right) \quad (C.24)$$

Define-se o decaimento logarítmico como a razão entre duas amplitudes separadas por um período. Ou seja, sendo t_1 e t_2 os instantes de tempo considerados temos que:

$$t_2 = t_1 + \frac{2\pi}{\omega_{d_{22}}} \quad (C.25)$$

Então:

$$\frac{y(t_1)}{y(t_2)} = \frac{Y e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t_1} \cos(\omega_{d_{22}} t_1 - \phi_{22})}{Y e^{-\zeta_{22}\omega_{22}(t_1 + \frac{2\pi}{\omega_{d_{22}}})} \cos(\omega_{d_{22}} t_1 - \phi_{22} + 2\pi)} \quad (C.26)$$

Sabendo que $\cos(\omega_{d_{22}} t_1 - \phi_{22} + 2\pi) = \cos(\omega_{d_{22}} t_1 - \phi_{22})$:

$$\frac{y(t_1)}{y(t_2)} = \frac{e^{-\zeta_{22}\omega_{22}t_1}}{e^{-\zeta_{22}\omega_{22}(t_1 + \frac{2\pi}{\omega_{d_{22}}})}} = e^{\zeta_{22}\omega_{22}\frac{2\pi}{\omega_{d_{22}}}} = e^{\zeta_{22}\omega_{n22}T_{d22}} \quad (C.27)$$

Assim, o decaimento logarítmico pode ser obtido por:

$$\delta_{22} = \ln \frac{y(t_1)}{y(t_2)} = \zeta_{22}\omega_{22}T_{d22} \quad (C.28)$$

Sendo assim, calcula-se a razão de amortecimento:

$$\zeta_{22} = \frac{\delta_{22}}{\omega_{22}T_{d22}} \quad (C.29)$$

Onde T_{d22} é o chamado período amortecido:

$$T_{d22} = \frac{2\pi}{\omega_{d22}} \quad (C.30)$$

Combinando as equações C.38 e C.39, juntamente com a definição de frequência natural amortecida:

$$\zeta_{22} = \frac{\delta_{22}\omega_{d22}}{\omega_{22}2\pi} = \frac{\delta_{22}\sqrt{1-\zeta_{22}^2}}{2\pi} \quad (C.31)$$

Solucionando a equação acima para ζ_{22} é possível mostrar que a razão de amortecimento depende apenas do decaimento logarítmico:

$$\zeta_{22} = \frac{\delta_{22}}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_{22}^2}} \quad (C.32)$$

Analogamente, para o sistema torcional:

$$\zeta_{66} = \frac{\delta_{66}}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_{66}^2}} \quad (C.33)$$

D. Apêndice D: Séries Temporais de *Galloping*

D.1 *Sway* – $\alpha = 45^\circ$

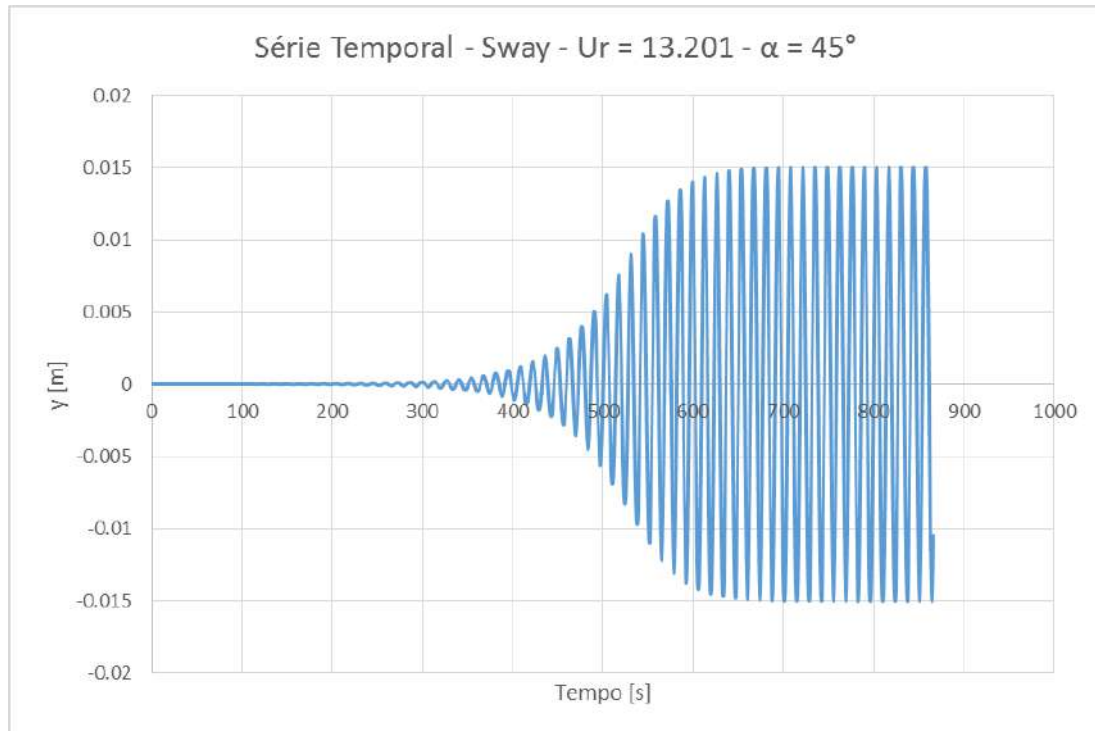


Figura D.2 Série Temporal – Sway – $Ur = 13.201 - \alpha = 45^\circ$

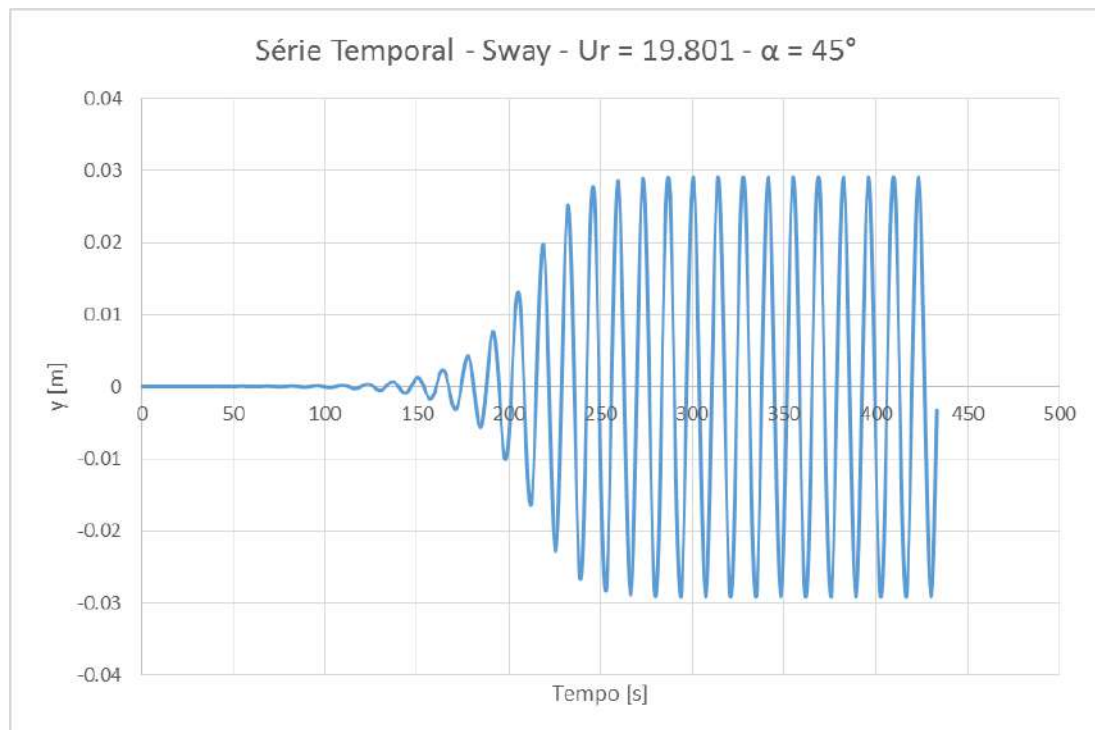


Figura D.1 Série Temporal – Sway – $Ur = 19.801 - \alpha = 45^\circ$

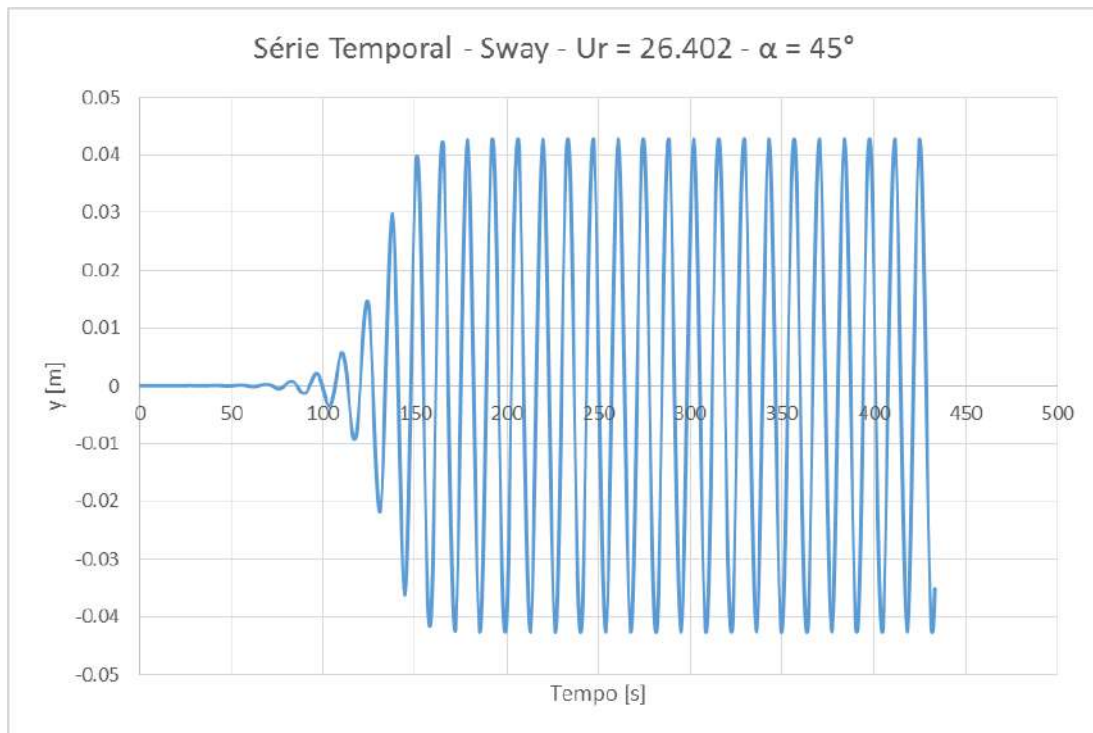


Figura D.3 Série Temporal – Sway – $Ur = 26.402$ – $\alpha = 45^\circ$

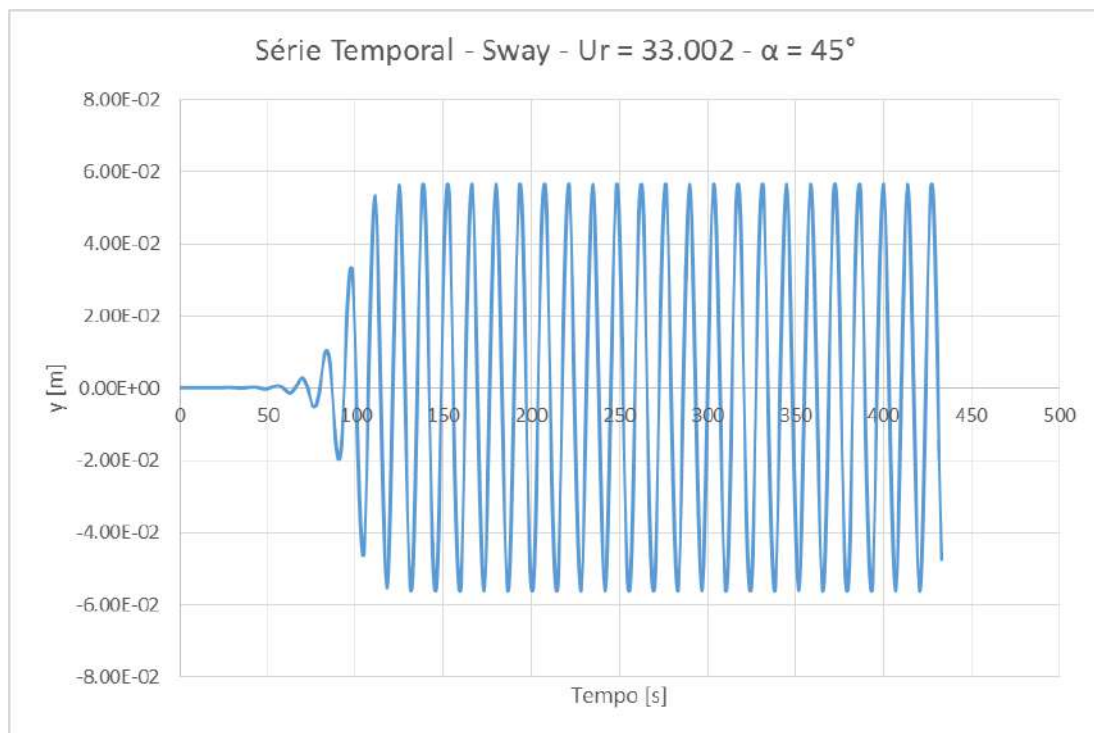


Figura D.4 Série Temporal – Sway – $Ur = 33.002$ – $\alpha = 45^\circ$

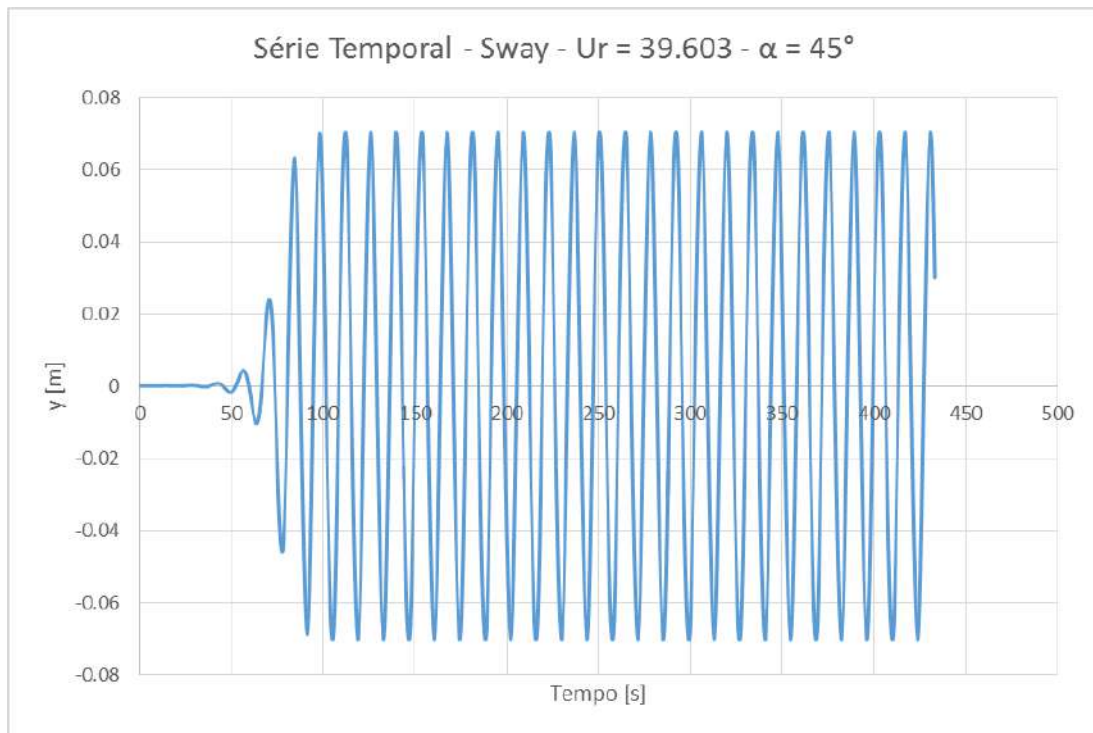


Figura D.5 Série Temporal – Sway – $Ur = 39.603 - \alpha = 45^\circ$

D.2 Yaw – $\alpha = 0^\circ$

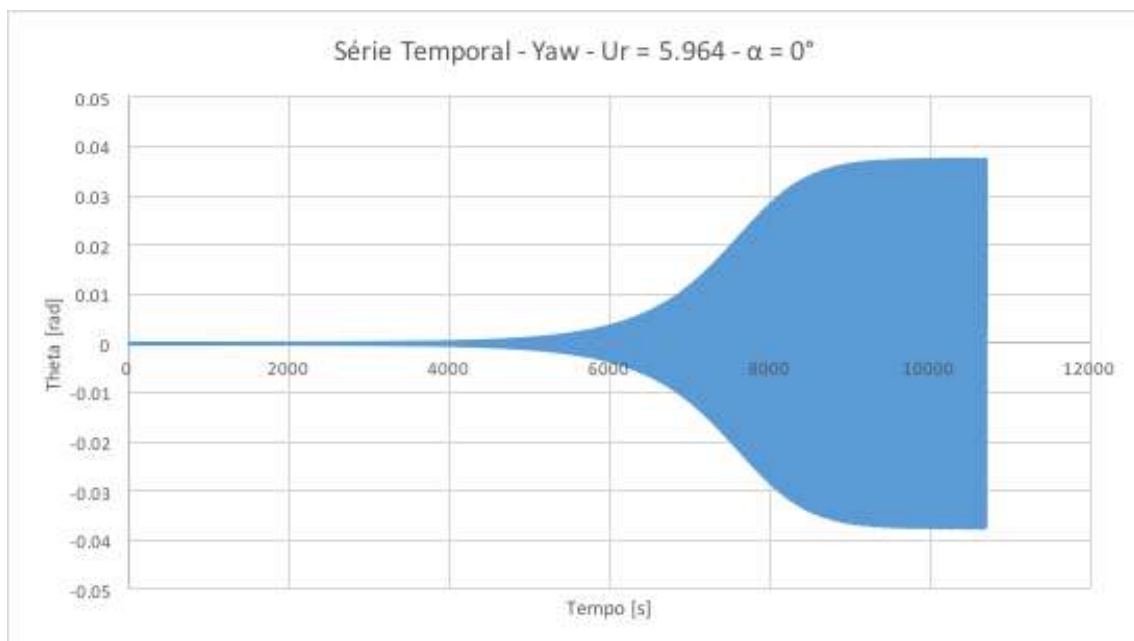


Figura D.6 Série Temporal – Yaw – $Ur = 5.964 - \alpha = 0^\circ$

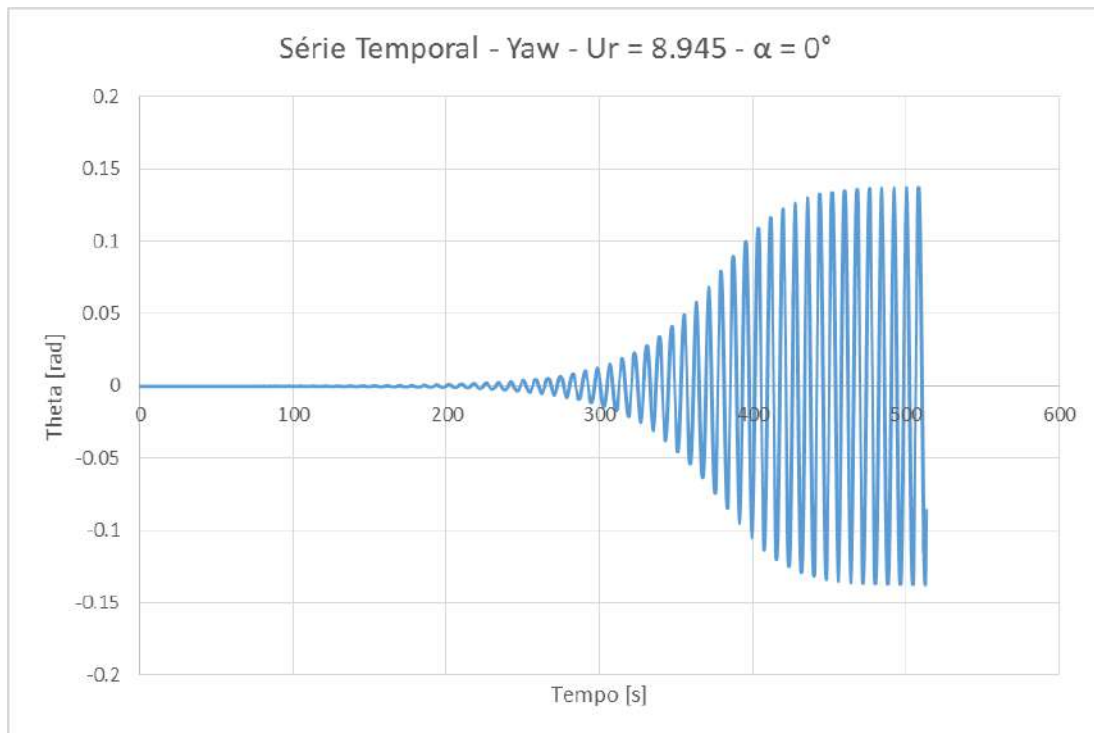


Figura D.8 Série Temporal – Yaw – $U_r = 8.945 - \alpha = 0^\circ$

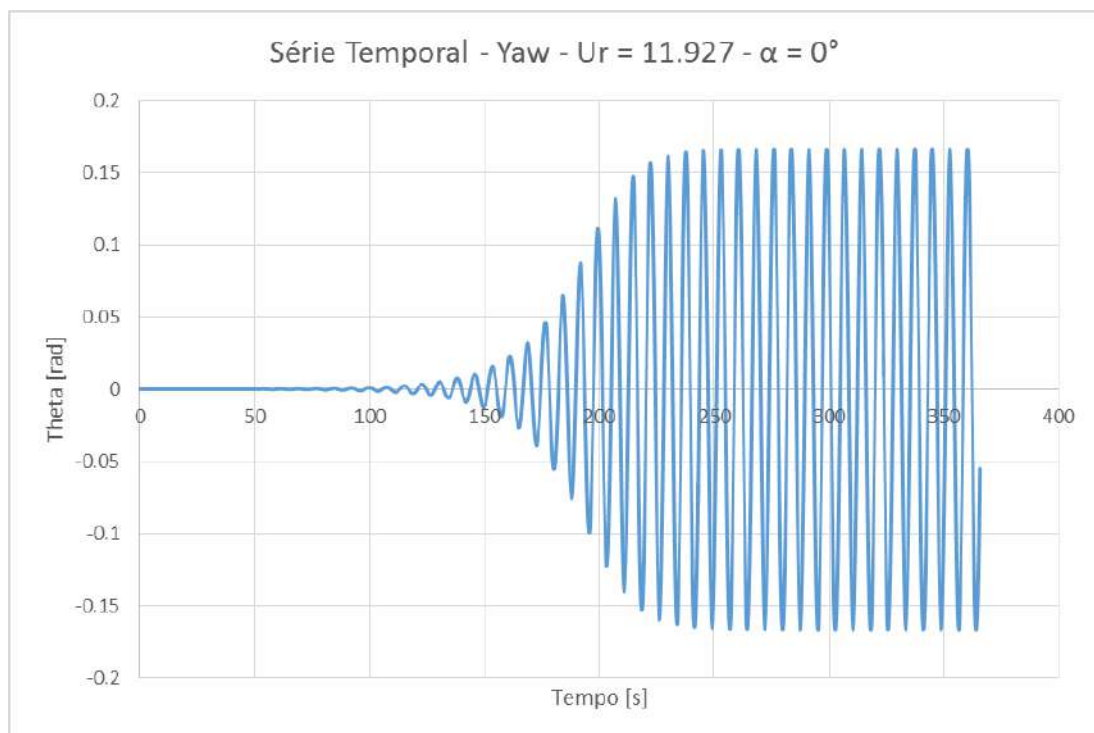


Figura D.7 Série Temporal – Yaw – $U_r = 11.927 - \alpha = 0^\circ$

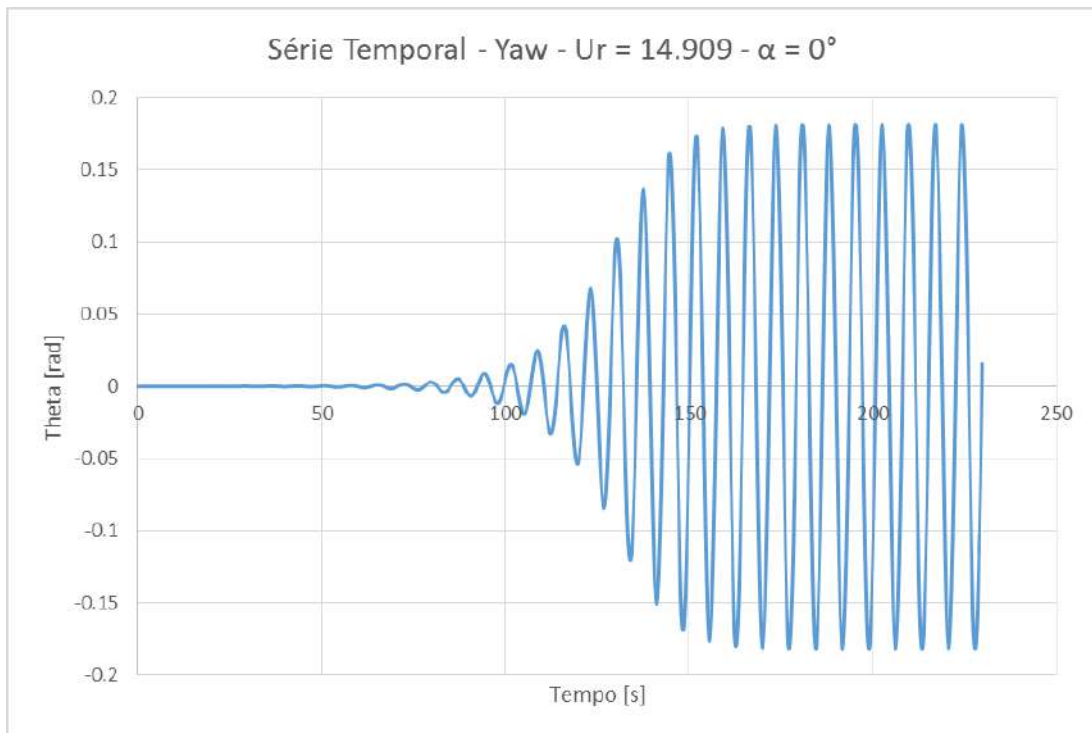


Figura D.10 Série Temporal – Yaw – $Ur = 14.909 - \alpha = 0^\circ$

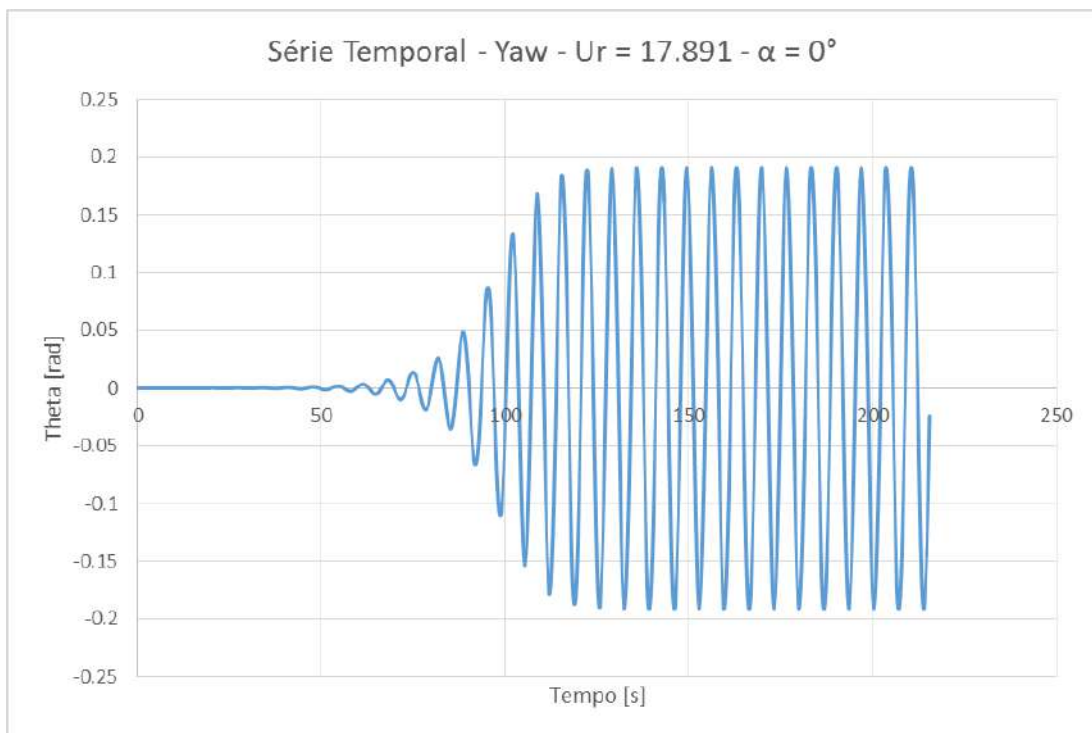


Figura D.9 Série Temporal – Yaw – $Ur = 17.891 - \alpha = 0^\circ$

D.3 Yaw – $\alpha = 22.5^\circ$

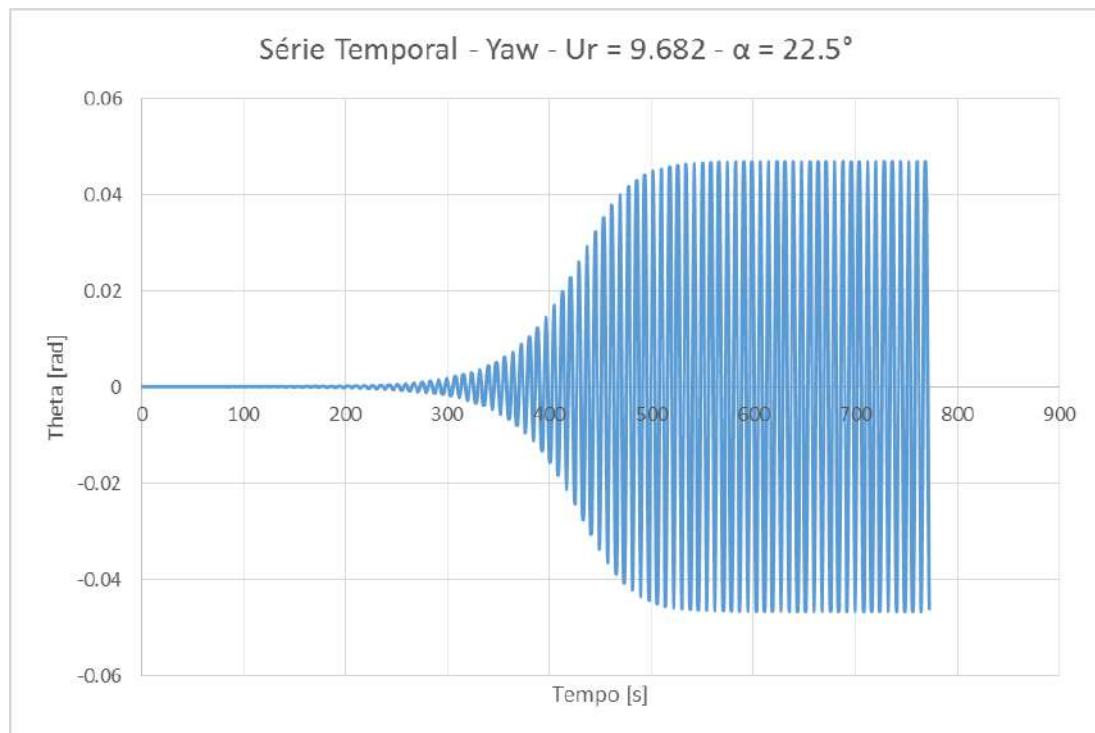


Figura D.12 Série Temporal – Yaw – $U_r = 9.682 - \alpha = 22.5^\circ$

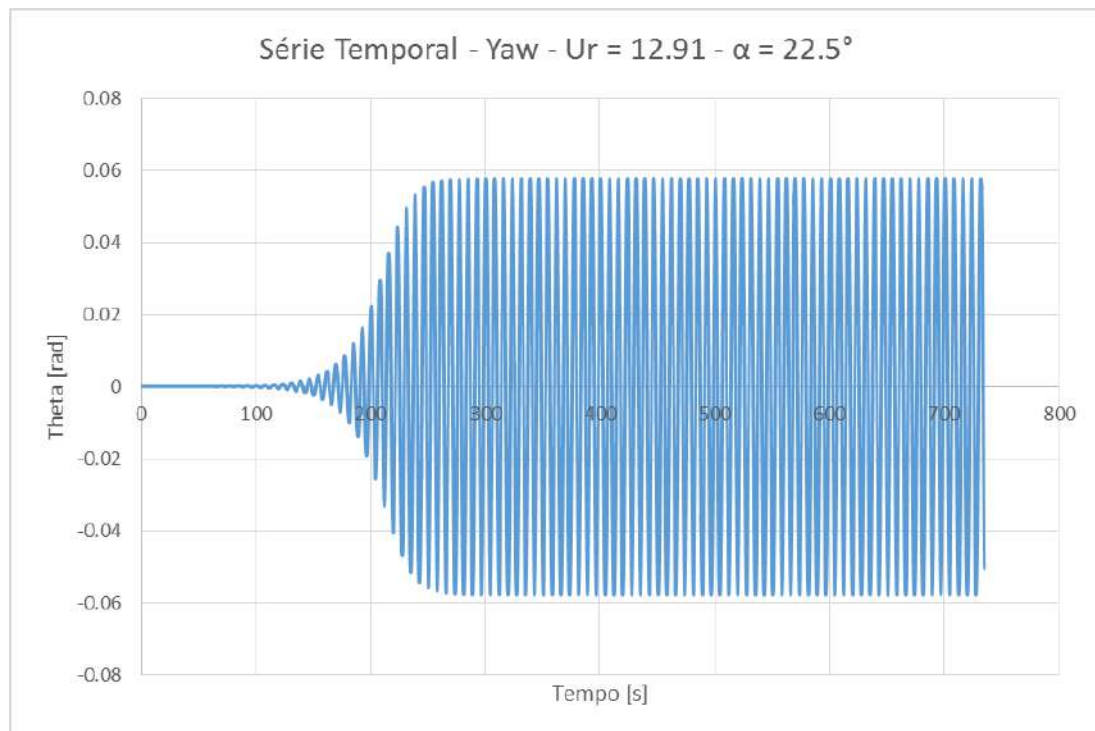


Figura D.11 Série Temporal – Yaw – $U_r = 12.910 - \alpha = 22.5^\circ$

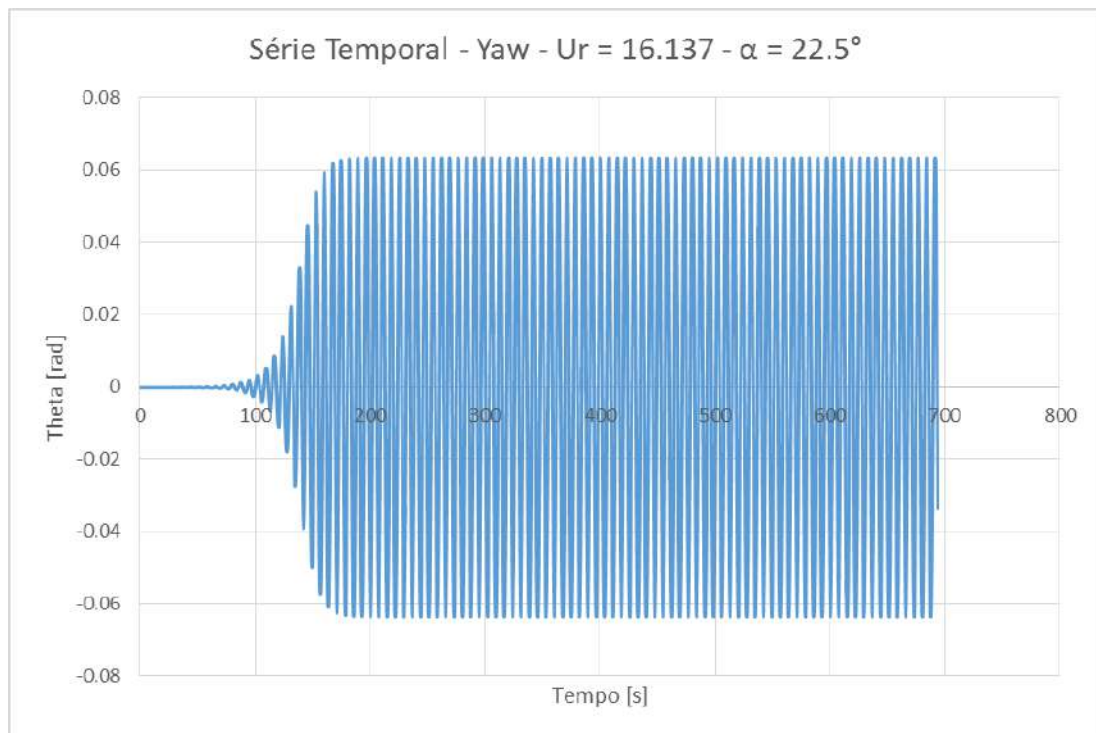


Figura D.14 Série Temporal – Yaw – $U_r = 16.137 - \alpha = 22.5^\circ$

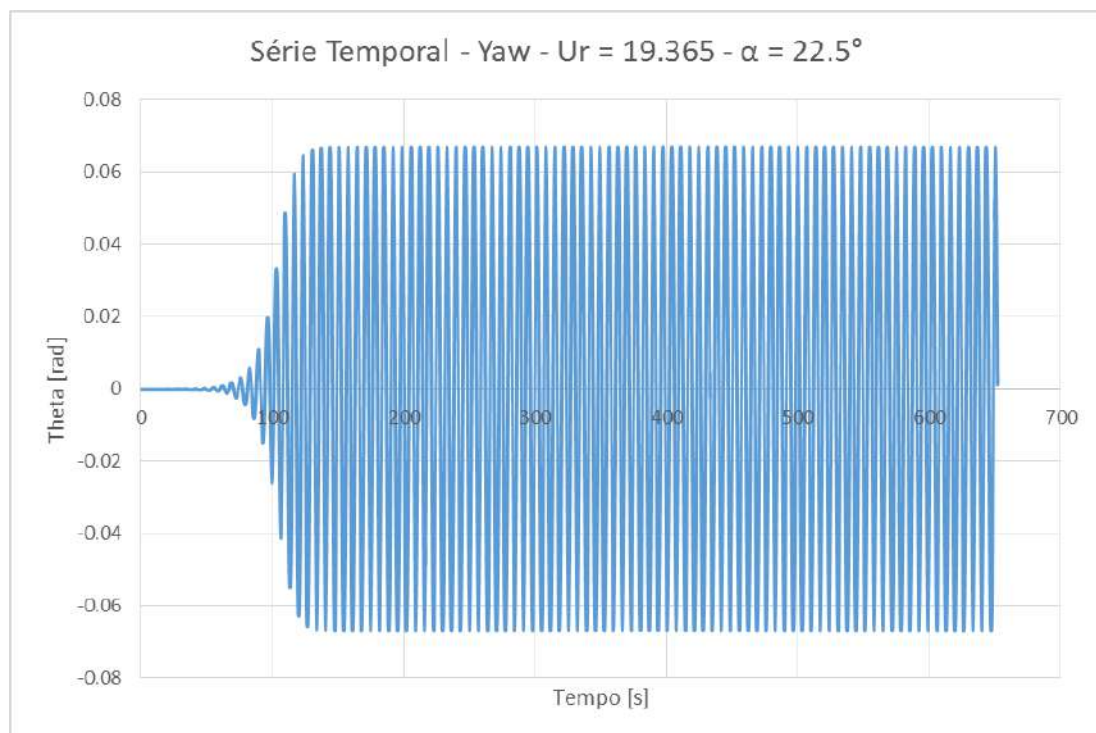


Figura D.13 Série Temporal – Yaw – $U_r = 19.365 - \alpha = 22.5^\circ$

D.4 Yaw – $\alpha = 45^\circ$

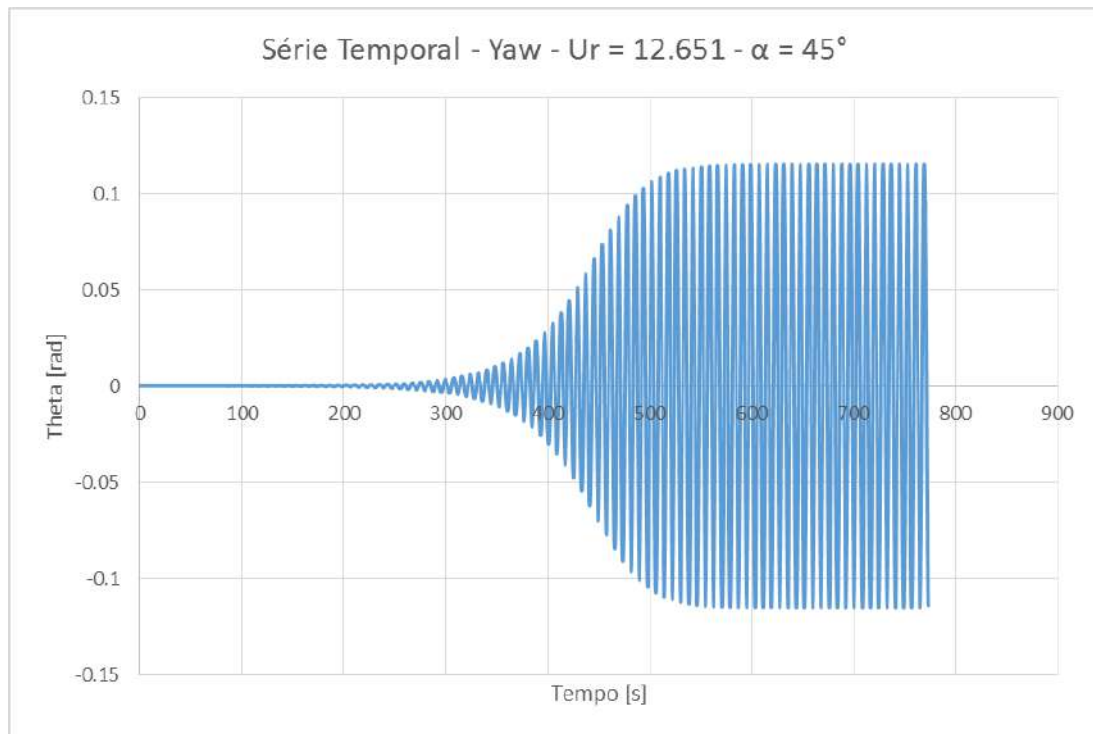


Figura D.16 Série Temporal – Yaw – $Ur = 12.651 - \alpha = 45^\circ$

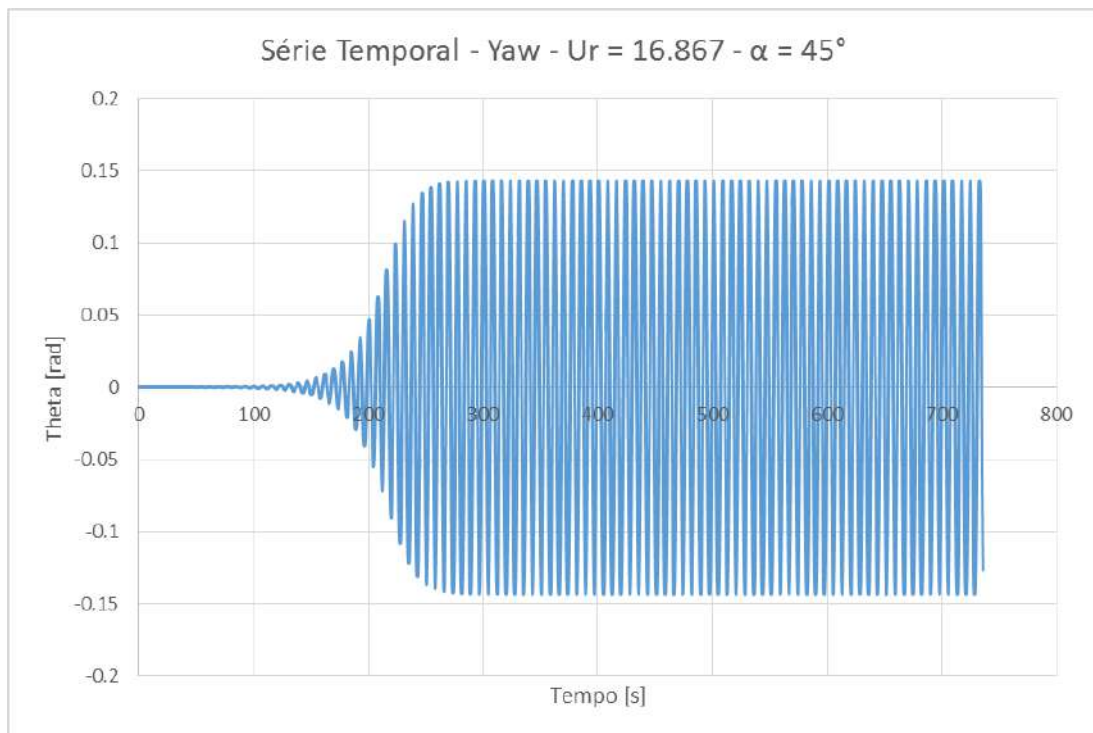


Figura D.15 Série Temporal – Yaw – $Ur = 16.867 - \alpha = 45^\circ$

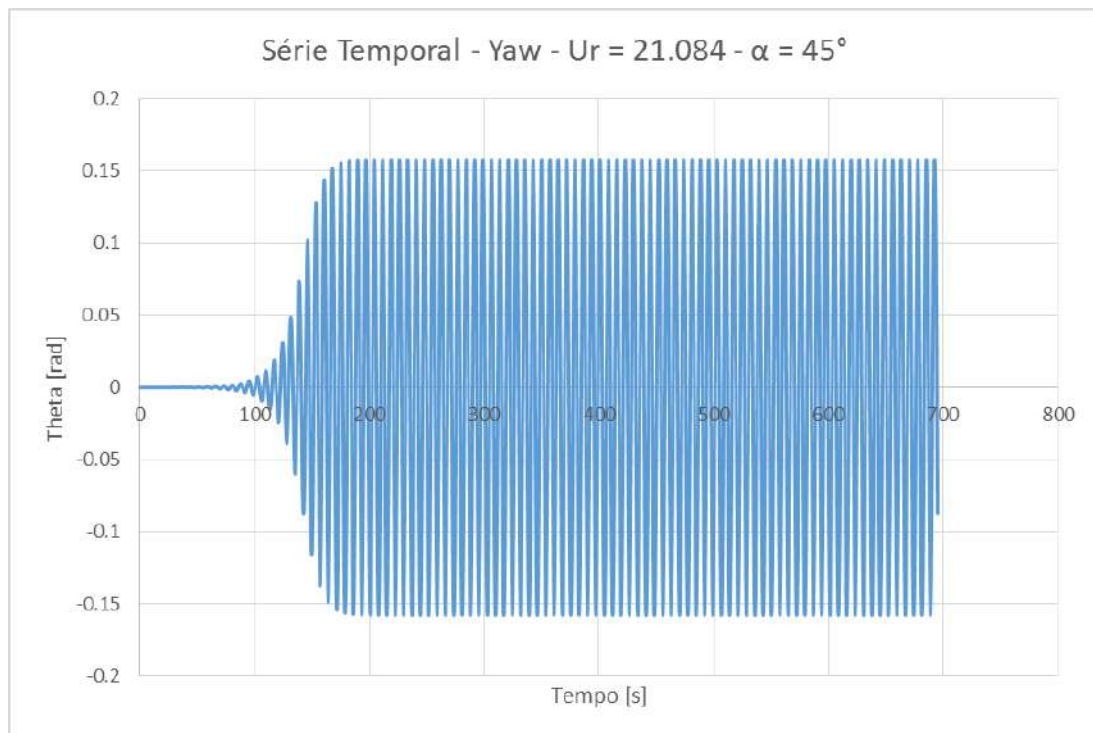


Figura D.18 Série Temporal – Yaw – $Ur = 21.084 - \alpha = 45^\circ$

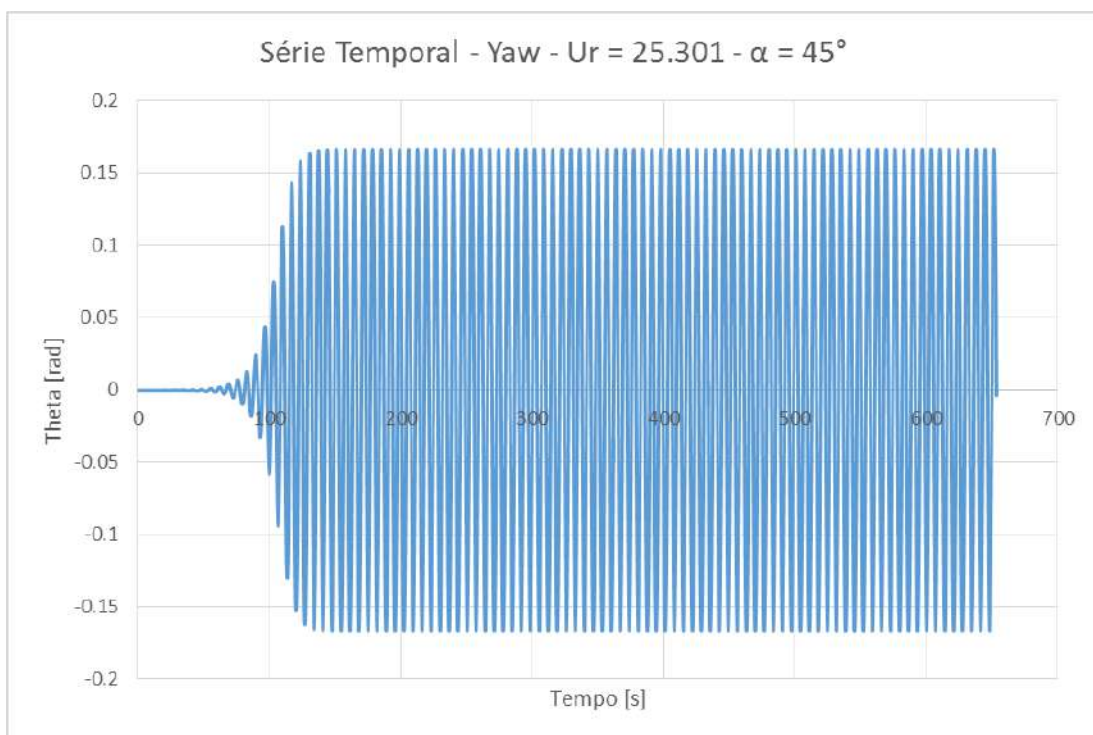


Figura D.17 Série Temporal – Yaw – $Ur = 25.301 - \alpha = 45^\circ$