UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE FÍSICA

Fenomenologia da aceleração cósmica

Valéria dos Santos Rodrigues

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Orientador: Prof. Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

Rio de Janeiro

Fevereiro de 2025

Fenomenologia da aceleração cósmica

Valéria dos Santos Rodrigues

Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Aprovada por:

.....

Prof. Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis, IF-UFRJ

(Presidente e Orientador)

.....

Prof. Dr. Carlos Augusto Domingues Zarro, IF-UFRJ

.....

Prof. Dr. Armando Bartolome Bernui Leo, ON

.....

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Fevereiro de 2025

CIP - Catalogação na Publicação

R696f

Rodrigues, Valéria dos Santos
Fenomenologia da aceleração Cósmica / Valéria dos Santos Rodrigues. -- Rio de Janeiro, 2025.
58 f.

Orientador: Ribamar Rondon de Rezende dos Reis.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós Graduação em Física, 2025.

1. Aceleração cósmica. I. Reis, Ribamar Rondon de Rezende dos, orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob a responsabilidade de Miguel Romeu Amorim Neto - CRB-7/6283.

R696f Valéria dos Santos Rodrigues
Fenomenologia da aceleração cósmica / Valéria dos Santos Rodrigues - Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2024.
xiv, 154f.
Orientador: Prof. Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis
Dissertação (mestrado) - UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-graduação em Física, 2024.
Referências Bibliográficas: f. 124-145.

Resumo

Fenomenologia da aceleração cósmica

Valéria dos Santos Rodrigues

Orientador: Prof. Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

É possível encontrar propostas fenomenológicas na literatura para explicar a aceleração na expansão do Universo em que os autores propõem modelos para o comportamento do parâmetro de desaceleração q, definido a partir do fator de escala da métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, e suas derivadas, sem impor um modelo específico de gravitação ou especificar o conteúdo de matéria e energia no Universo. Neste trabalho, compilamos resultados dos vínculos, obtidos a partir de observáveis, como supernovas do tipo Ia (SNIa), oscilações acústicas de bárions (BAO, do inglês *Baryon Acoustic Oscillations*), cronômetros cósmicos (que fornecem medidas do parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho, H(z)) e radiação cósmica de fundo (CMB, do inglês *Cosmic Microwave Background*), sobre as parametrizações de q propostas na literatura. Também fornecemos novos vínculos sobre o modelo proposto por pesquisadores do grupo ARCOS (Astrofísica, Relatividade e COSmologia) do IF-UFRJ, conhecido como *kink-like*, usando dados recentes de SNIa da compilação PantheonPlus, BAO das colaborações BOSS (*Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*) e DESI (*Dark Energy Spectroscopic Instrument*), combinados com informação de CMB da colaboração Planck, e de H(z). Verificamos, num contexto mais geral, a tendência dos dados mais recentes de preferir modelos com energia escura dinâmica (variável no tempo).

Palavras-chave: aceleração cósmica, supernovas Ia, oscilações acústicas de bárions

Abstract

Cosmic acceleration phenomenology

Valéria dos Santos Rodrigues

Orientador: Prof. Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

Abstract da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Since the 1990s, evidences for an acceleration of the universe have been growing. It is possible to find phenomenological propositions in the literature to explain the acceleration in the expansion of the Universe in which the authors present models to the deceleration parameter q, defined from the scale factor in the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker metric and its derivatives, without assume a specific gravitation model or detail the matter and energy content of the universe. In this work, we compile constraints from observables, such as type Ia supernovae (SNIa), baryon acoustic oscillations (BAO), cosmic chronometers (which provide measurements for Hubble parameter as a function of redshift $H(z)$) and cosmic microwave background (CMB), on different parametrizations for q proposed in the literature. We also show new constraints on the model proposed by ARCOS (Astrophysics, Relativity and COSmology) of IF-UFRJ, usually known as *kink-like*, using recent data for SNIa, from the PantheonPlus compilation, BAO from BOSS (*Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*) and DESI (*Dark Energy Spectroscopic Instrument*), combined with CMB information from Planck, and H(z). This analysis gave us the opportunity for verifying, in a more general context, the alleged preference of recent data for models with dynamical (time varying) dark energy.

Keywords: cosmic acceleration, type Ia supernovae, baryon acoustic oscillations

Agradecimentos

Agradeço à Deus por sempre ter me acompanhado nas longas e cansativas viagens ao Fundão.

Ao meu orientador, Ribamar, por ter me recebido na UFRJ, pelas longas conversas e conselhos ao longo dos últimos anos. Serei sempre grata por ter me dado a oportunidade de desenvolver minha pesquisa sob sua orientação.

Ao meu esposo Rafael, pelo suporte, incentivo e paciência, me fazendo acreditar que posso mais do que imagino.

Às amigas que a UFRJ me deu, Paula e Catherine, que estiveram ao meu lado nos momentos de incerteza.

À minha colaboradora e colega, Cássia.

A todos os professores do Instituto de Física da UFRJ, que contribuíram para a minha formação acadêmica e pessoal.

À CAPES, pelo apoio financeiro que possibilitou a realização desta pesquisa.

Sumário

Sumário viii

Abreviações x

Lista de Figuras xi

Lista de Figuras xii

1 Introdução 1

2 Noções de Cosmologia 3

2.1 Equações de Einstein 4

2.2 Equações de Friedmann 5

2.3 Equação de continuidade 6

2.4 Modelo $\omega_0\omega_a$CDM 7

2.5 Distâncias em cosmologia 7

2.5.1 Distância própria 7

2.5.2 Distância comóvel 8

2.5.3 Distância de diâmetro angular 9

2.5.4 Distância de luminosidade 9

2.6 O *redshift* cosmológico 10

2.7 Parâmetro de desaceleração 10

3 Revisão bibliográfica 12

4 A parametrização *kink-like* de $q(z)$ 17

5 Vínculos atualizados **22**

5.1 Supernovas do tipo Ia 22

5.2 Oscilações acústicas de bárions e radiação cósmica de fundo 24

5.3 $H(z)$ 29

6 Resultados **32**

7 Conclusão **40**

Referências Bibliográficas **42**

A Matrizes de covariância inversas da combinação BAO/CMB **48**

A.1 Combinação SDSS, 6dF Galaxy Survey, WiggleZ e Planck 2018 48

A.2 Combinação DESI 2024 e Planck 2018 49

Abreviações

SNIa - Supernovas do tipo Ia

BAO - Baryon Acoustic Oscillations

CMB - Cosmic Microwave Background

Λ**CDM** - modelo padrão da cosmologia

FΛ**CDM** - modelo padrão da cosmologia com curvatura nula

$\omega_0\omega_a$**CDM** - modelo cosmológico com energia dinâmica (CPL)

H(z) - Parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho

Lista de Figuras

6.1 Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para a combinação BAO/CMB com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$ 33

6.2 Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para a combinação BAO/CMB, incluindo BAO/CMB3 com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$ 34

6.3 Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para SN Ia+BAO/CMB1+$H(z)$ e SN Ia+BAO/CMB2+$H(z)$ com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$ 36

6.4 Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para SN Ia+BAO/CMB1+H(z) e SN Ia+BAO/CMB2+$H(z)$ com $q_i = 0.5$ e $q_f = -1$ 36

6.5 Comparação dos vínculos para os parâmetros z_t, τ e q_0 para a combinação SN Ia + BAO/CMB2 + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre, com o resultado antigo. 38

6.6 Comparação dos vínculos para os parâmetros z_t, τ e q_0 para a combinação SN Ia + BAO/CMB3 + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre, com o resultado antigo. 39

Lista de Tabelas

4.1 Valores de melhor ajuste para os parâmetros z_t, τ e q_0 para as combinações MLCS2k2+BAO/CMB e SALT2+BAO/CMB da referência [32]. 20

4.2 Valores de melhor ajuste para os parâmetros z_t, τ e q_0 para as combinações SN Ia + BAO/CMB(Planck)+H(z) da referência [39] 21

5.1 Medidas retiradas da coluna *TT,TE,EE+lowE+lensing results* da segunda tabela da referência [44], exceto l_A que é calculado a partir de θ_*. 26

5.2 Dados extraídos de `https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/`. 26

5.3 PDF's extraídas de `https://academic.oup.com/mnras/article/449/1/835/1298372#supplementary-data` e `https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/` 27

5.4 Dados extraídos de `https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/`. 27

5.5 PDFs extraídas de `https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/` [56]. 27

5.6 Compilação de r_d/D_V a partir das medidas de BAO do *Sloan Digital Sky Survey* DR12 à DR16, do *6dF Galaxy Survey* e do *WiggleZ Dark Energy Survey* 28

5.7 Compilação de r_d/D_V a partir das medidas de BAO do *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI) 29

5.8 Medidas de $H(z)$ a partir de Cronômetros Cósmicos 31

6.1 Distribuições marginalizadas obtidas para as diferentes amostras de BAO/CMB com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$. 33

6.2 Distribuições marginalizadas obtidas para as combinações SN Ia + BAO/CMB + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$. 35

6.3 Distribuições marginalizadas obtidas para as combinações SN Ia + BAO/CMB + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre. 37

Capítulo 1

Introdução

Um grande número de observações cosmológicas sugerem que o universo está em uma fase de expansão acelerada atualmente (veja, por exemplo, [1] e suas referências). Para explicar esse fenômeno, o modelo padrão da cosmologia (ΛCDM) postula a existência da energia escura, uma componente de origem ainda desconhecida que corresponde a aproximadamente 68,3% da energia total do universo. Outra abordagem estabelecida são modificações da teoria da relatividade geral em grandes escalas.

No contexto da investigação de modelos alternativos, especialmente aqueles que levam em consideração a variação da energia escura ao longo do tempo, isto é, como uma entidade dinâmica, a parametrização do parâmetro de desaceleração, q, desempenha um papel importante, pois é uma ferramenta útil para uma caracterização mais completa da história da evolução do universo.

Diante deste cenário, este trabalho apresenta resultados da investigação da adequação ao modelo padrão e a modelos com energia escura dinâmica através de uma nova parametrização do parâmetro q usando dados observacionais recentes, incluindo a compilação PantheonPlus de SNe Ia, medições de oscilações acústicas de bárions (BAO) das colaborações BOSS e DESI, informações da radiação cósmica de fundo (CMB) da colaboração Planck, e medições diretas da taxa de expansão H(z). Para a análise, empregamos métodos estatísticos robustos, como Monte Carlo e ajustes por mínimos quadrados, garantindo uma avaliação quantitativa precisa da nova parametrização proposta.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no capítulo 2, apresentamos al-

guns conceitos básicos de cosmologia que serão úteis para o desenvolvimento do trabalho; no capítulo 3, apresentamos uma compilação de modelos propostos na literatura para descrever o parâmetro de desaceleração; no capítulo 4, apresentamos o modelo usado por nós e revisamos os resultados anteriores obtidos para ele; no capítulo 5, descrevemos os dados e a análise utilizada no trabalho; no capítulo 6, mostramos os novos resultados obtidos com dados mais atuais; e no capítulo 7, apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Noções de Cosmologia

Neste capítulo, apresentamos alguns conceitos básicos de cosmologia que serão utilizados nos capítulos seguintes.

Segundo o princípio cosmológico (PC) o universo é homogêneo (todos os pontos são equivalentes) e isotrópico (todas as direções são equivalentes). Isso está em bom acordo com observações em grandes escalas, isto é, escalas superiores a aproximadamente 100 Mpc[1] [2]. Em outras palavras, estas propriedades significam que o universo não possui posições ou direções privilegiadas, parecendo o mesmo para qualquer observador.

O princípio cosmológico implica invariância da métrica sob certas transformações. Em três dimensões, temos três translações independentes, de acordo com a homogeneidade, e três rotações independentes, de acordo com a isotropia.

A métrica para um espaço tridimensional, homogêneo e isotrópico, em coordenadas esféricas pode ser escrita como

$$dl^2 = a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \tag{2.1}$$

onde

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2, \tag{2.2}$$

a é positivo e k pode assumir valores iguais a: 0, corresponde ao espaço plano; $+1$, à esfera tridimensional de curvatura constante positiva; -1; ao espaço hiperbólico tridimensional de curvatura constante negativa.

[1] 1 parsec(pc) é a distância de um objeto visto da Terra com uma paralaxe de 1 segundo de arco

2.1 Equações de Einstein

A cosmologia moderna tem como base a Teoria da Relatividade Geral, através da resolução das equações de Einstein, sendo a sua forma mais geral a seguinte [3]

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \tag{2.3}$$

com os índices μ e ν tomando os valores de 0 a 3. G é a constante de gravitação universal e c a velocidade da luz no vácuo. O termo Λ é a chamada constante cosmológica, introduzida inicialmente por Einstein para obter um efeito cósmico repulsivo e, assim, contrabalançar exatamente o efeito atrativo da matéria e da radiação do universo. Isto é, utilizada para obter um universo estático [4]. No entanto, atualmente a constante cosmológica foi introduzida novamente para estudar o efeito de componentes exóticos, por exemplo, a energia escura [5], componente responsável pela aceleração na expansão do universo.

O tensor $R_{\mu\nu}$ é chamado tensor de curvatura de Ricci é definido por

$$R_{\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\alpha\nu}, \tag{2.4}$$

onde o subscrito "$,\alpha$" representa derivada parcial usual com respeito às coordenadas x^{α}, e $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda}$ são os símbolos de Chistoffel definidos por

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} \equiv \frac{g^{\mu\alpha}}{2}(g_{\alpha\nu,\lambda} + g_{\alpha\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\alpha}), \tag{2.5}$$

e $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico ou métrica do espaço-tempo. R é o escalar de curvatura definido por

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, \tag{2.6}$$

$T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento que descreve a distribuição de matéria e energia no espaço. A hipótese de homogeneidade e isotropia nos leva a considerar um fluido perfeito, caracterizado por densidade de energia ρ e pressão p considerando $c = 1$ é [5]

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} - pg_{\mu\nu}, \tag{2.7}$$

onde u_{μ} é a quadri-velocidade do meio.

Assim, a equação 2.3 relaciona a geometria do espaço-tempo (lado esquerdo) ao conteúdo de energia-momento (lado direito).

2.2 Equações de Friedmann

No modelo padrão, consideramos o espaço-tempo como uma entidade geométrica definida por três coordenadas espaciais e uma temporal. A métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) descreve um elemento de linha do espaço-tempo mais geral, de acordo com o PC, e é dada por [6, 7]

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2\right) \tag{2.8}$$

onde foi introduzida a dependência temporal para o parâmetro a presente na equação (2.1) a fim de preservar a homogeneidade e isotropia do universo. O fator $a(t)$ é uma grandeza adimensional e é chamado de fator de escala e é responsável pela dependência temporal da distância relativa entre dois pontos do universo [5].

A métrica de FLRW é diagonal, então as únicas equações de Einstein que não são nulas são as que possuem o mesmo índice. Portanto, utilizando a métrica de FLRW (2.8) e calculando para as componentes 00 e ii obtemos, a partir das equações de Einstein (2.3), as equações de Friedmann,

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \tag{2.9}$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}, \tag{2.10}$$

onde H é chamado de parâmetro de Hubble, e representa a taxa de expansão do universo. Λ é a constante cosmológica, associada à energia escura. O fator de escala $a(t)$ é, por definição, positivo, mas sua derivada pode ser negativa. Isto representaria um universo em contração. Note que o lado esquerdo da equação (2.9) é positivo. Portanto, $\dot{a} = da/dt$ só pode se anular se $k > 0$, isto é, para um universo espacialmente fechado. Isto implica que, se $k \leq 0$ e se existe um instante para o qual $\dot{a} > 0$, então o universo se expandirá para sempre [3].

A equação 2.9 pode ser escrita em termos de parâmetros de densidade adimensionais [6]

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_K, \tag{2.11}$$

onde

$$\Omega_{m0} \equiv \frac{8\pi G\rho_{m0}}{3H_0^2}, \Omega_{r0} \equiv \frac{8\pi G\rho_{r0}}{3H_0^2}, \Omega_{\Lambda} \equiv \frac{8\pi G\rho_{\Lambda 0}}{3H_0^2}, \Omega_K \equiv -\frac{K}{(a_o H_0)^2}, \tag{2.12}$$

são os parâmetros relacionados à matéria, radiação, energia escura ou constante cosmológica e curvatura do universo, respectivamente.

Considerando tempos recentes, isto é, $z \leq 2$, logo $\Omega_{r0} \sim 10^{-5}$. Dessa forma, podemos desprezar tal contribuição e escrever o parâmetro de Hubble adimensional para o modelo cosmológico padrão como

$$E_{\Lambda CDM}(z,\theta) = \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda 0} + (1-\Omega_{m0}-\Omega_{\Lambda 0})(1+z)^2}. \tag{2.13}$$

.

2.3 Equação de continuidade

Multiplicando 2.9 por a^2, diferenciando e usando 2.10 encontramos a equação de continuidade ou de conservação do fluido [6]

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \tag{2.14}$$

que também pode ser obtida de $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$, onde ∇_μ denota a derivada covariante. Esta pode ser facilmente resolvida para uma equação de estado da forma [3]

$$p = w\rho. \tag{2.15}$$

onde ω é uma constante independente do tempo. O termo $\rho+3p$ da equação 2.10 determina uma expansão acelerada quando o mesmo é negativo. Portanto, temos $w < -1/3$. Dessa forma, substituindo a equação 2.15 em 2.14, supondo que w é constante, obtemos

$$\rho = \rho_0 a^{-3(1+w)}, \tag{2.16}$$

onde ρ_0 é a densidade de energia atual, isto é, quando $a_0 = 1$. Existem três valores de w de grande importância na cosmologia, são eles [3]

Matéria fria, ou não relativística: $w = 0$, ou seja, $p = 0$ para o qual $\rho = \rho_0 a^{-3}$. Também é chamada de poeira e engloba todas as partículas não-relativísticas conhecidas, que geralmente são chamadas de bárions.

Matéria quente, ou relativística: $w = 1/3$, ou seja, $p = \rho/3$, para o qual $\rho = \rho_0 a^{-4}$. As partículas que compõem esse tipo de matéria são relativísticas e são conhecidas como radiação.

Constante cosmológica: $w = -1$, ou seja, $p = -\rho$ e ρ é uma constante, que durante muito tempo forneceu a melhor descrição que temos para a energia escura.

2.4 Modelo $\omega_0\omega_a$CDM

No contexto do modelo padrão ΛCDM, pela equação 2.10, é preciso que haja um componente no universo com pressão suficientemente negativa. Tal componente, no entanto, não precisa ser constante, pode evoluir com o tempo. É como representar uma energia escura dinâmica por meio de parametrizações do parâmetro w. Uma bastante comum na literatura é a proposta por Chevalier, Polarski e Linder [8, 9]

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a). \tag{2.17}$$

Neste caso, o parâmetro de Hubble adimensional é definido como

$$E_{\omega_0\omega_a\mathrm{CDM}}(z, \theta) = \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\mathrm{DE0}}(1+z)^{3(\omega_0+\omega_a+1)}\mathrm{e}^{\frac{-3\omega_a z}{1+z}} + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\mathrm{DE0}})(1+z)^2} \tag{2.18}$$

e é possível recuperar o modelo ΛCDM quando $w_0 = -1$ e $w_a = 0$.

2.5 Distâncias em cosmologia

2.5.1 Distância própria

Para tomar a medida da distância entre dois eventos devemos especificar o tempo de emissão e de recepção do sinal pois o universo está em expansão. Supondo um observador na origem e um objeto em uma posição com coordenadas comóvel (r, θ, ϕ), a distância própria D_p entre os dois pontos é igual ao comprimento da geodésica espacial entre os mesmos quando o fator de escala é fixado no valor $a(t)$ [2]. Em outras palavras, a distância própria é definida sobre uma superfície de tempo constante.

Considerando a métrica de FLRW, equação 2.8, para um tempo fixo t e integrando sobre a coordenada radial, temos que a distância própria da origem ao evento $(t; r, 0, 0, 0)$

é

$$D_p(t,r) = a(t)\int_0^r \left(\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}\right) = \begin{cases} a(t)\,\mathrm{sen}^{-1}r, & k=+1 \\ a(t)\,r, & k=0 \\ a(t)\,\mathrm{senh}^{-1}r, & k=-1 \end{cases}. \tag{2.19}$$

2.5.2 Distância comóvel

A distância comóvel é definida de forma a compensar a expansão do universo e, portanto, não depender do tempo. Em outras palavras, é a distância entre dois eventos que seria medida com réguas no momento em que estão sendo observados (a distância própria) dividida pela razão do fator de escala do universo de então até agora, isto é, a distância própria multiplicada por $(1+z)$ [10].

A distância comóvel D_C ao longo da linha de visada pode ser escrita como

$$D_C(z) = D_H\int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \tag{2.20}$$

onde $E(z)$ é o parâmetro de Hubble adimensional definido pela equação (2.13) e D_H é a distância de Hubble definida por

$$D_H(z=0) \equiv \frac{c}{H_0} = 3000\,h^{-1}\mathrm{Mpc} = 9,26\times10^{25}\,h^{-1}\mathrm{m}, \tag{2.21}$$

e que corresponde à distância de um objeto que se afasta de nós, devido a expansão, com velocidade igual à da luz. c é velocidade da luz no vácuo e H_0 é a chamada constante de Hubble, cujo valor atual é próximo de $100h$ kms$^{-1}Mpc^{-1}$. A constante de Hubble significa que, para cada Mpc de distância, uma fonte recua $100h$ mais rápido, onde h é um número adimensional da ordem de 1. O inverso da constante de Hubble é uma medida aproximada da idade do universo e é chamado de tempo de Hubble t_H

$$t_H \equiv \frac{1}{H_0} = 9,78\times10^{9}\,h^{-1}\text{anos-luz} = 3,09\times10^{17}\,h^{-1}\mathrm{s}. \tag{2.22}$$

Para dois objetos separados por um ângulo $\delta\theta$, e no mesmo *redshift*, a distância comóvel é dada por

$$D_C(z) = D_M\delta\theta, \tag{2.23}$$

onde D_M é a distância comóvel transversa definida como

$$D_M(z) = \begin{cases} D_H \dfrac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \text{senh}\left[\sqrt{\Omega_k} D_c/D_H\right], & \Omega_k > 0 \\ D_C, & \Omega_k = 0\,. \\ D_H \dfrac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sen}\left[\sqrt{|\Omega_k|} D_c/D_H\right], & \Omega_k < 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

2.5.3 Distância de diâmetro angular

A distância de diâmetro angular D_A é utilizada para converter separações angulares de imagens de telescópio em separações próprias na fonte. Objetos que tem seu tamanho l conhecido são chamados de réguas padrão. Uma vez tendo a informação do tamanho e tomada a medida da separação angular $\delta\theta$ entre suas extremidades em um *redshift* z é possível determinar a distância até o objeto

$$D_A \equiv \frac{l}{\delta\theta}. \tag{2.25}$$

A fórmula acima é válida apenas para o caso $\delta\theta \ll 1$ [2]. Em um universo em expansão ou curvo, a distância de diâmetro angular é relacionada à distância comóvel transversa por

$$D_A(z) = \frac{D_M}{1+z}. \tag{2.26}$$

2.5.4 Distância de luminosidade

Objetos que tem a luminosidade L conhecida, isto é, a energia emitida por unidade de tempo, são chamados de vela padrão. Tendo em mãos o fluxo bolométrico (em todos os comprimentos de onda) f e a luminosidade do objeto é possível definir uma função chamada distância de luminosidade [2]

$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}. \tag{2.27}$$

Ela é relacionada à distância transversal e à distância de diâmetro angular por [10]

$$D_L(z) = (1+z)D_M = (1+z)^2 D_A. \tag{2.28}$$

2.6 O *redshift* cosmológico

Na década de 1920 Slipher e Hubble encontraram que o comprimento de onda observado λ_0 das linhas de absorção de alguns elementos químicos de galáxias distantes são mais largas que o comprimento de onda λ no referencial em repouso. Isso se deve ao fato do comprimento de onda ser alargado em proporção ao fator de escala em um universo em expansão. A fim de quantificar este efeito, introduzimos o *redshift* [6]

$$z \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 = \frac{a_0}{a} - 1, \tag{2.29}$$

onde a segunda igualdade pode ser deduzida a partir da métrica de FLRW. Como fator de escala para a época atual a_0 é tomado como sendo o valor 1, o *redshift* atual é nulo e à medida que voltamos ao passado se torna maior, uma vez que o fator de escala varia de 0 a 1.

Ao observar o afastamento das galáxias em relação a nós, Hubble relacionou de forma linear a velocidade de recessão v, isto é, a velocidade com que objetos se afastam devido à expansão do universo e a distância d da seguinte forma

$$v = H_0 d. \tag{2.30}$$

Tal relação ficou conhecida como lei de Hubble-Lemaître. A equação (2.30) é, na verdade, uma aproximação para *redshifts* pequenos, para os quais vale $v \approx cz$. Pode-se mostrar que a relação mais geral, válida para qualquer modelo homogêneo e isotrópico é

$$v(t) = H(t) d_P(t) \tag{2.31}$$

2.7 Parâmetro de desaceleração

Dados observacionais de Supernovas Tipo Ia revelam que o universo está se expandindo de forma acelerada e que a responsável por este fato é a energia escura. Ela é caracterizada por uma pressão negativa diferentemente dos bárions e da radiação, por exemplo. Essa pressão negativa leva à aceleração cósmica ao compensar a atração gravitacional [6]. Um parâmetro conveniente sem dimensão que caracteriza tal expansão é o

parâmetro de desaceleração definido por

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}}{aH^2}, \tag{2.32}$$

e, para um universo dominado por constante cosmológica, ao dividir a equação 2.10 pela equação 2.9, pode-se mostrar que q assume o valor -1 [2].

O fato de se chamar parâmetro de desaceleração se deve ao fato de ter sido definido pela primeira vez em meados da década de 1950, quando informações limitadas disponíveis favoreciam um universo dominado por matéria com $\ddot{a} < 0$ [2]. Para este universo sem contribuição de energia escura e radiação e com curvatura espacial plana ($k = 0$) o parâmetro de desaceleração assume o valor $1/2$. Esse modelo de universo conhecido como universo Einstein-de Sitter não prevê uma expansão acelerada e é inconsistente com a idade do universo, pois determina uma idade menor do que a idade de alguns aglomerados globulares [3].

Capítulo 3

Revisão bibliográfica

Muitas abordagens teóricas têm sido sugeridas para investigar a fonte da aceleração cósmica, um dos maiores desafios da cosmologia moderna. A investigação de múltiplas parametrizações do parâmetro de desaceleração tem sido feita na literatura, servindo como um objeto importante para a compreensão da evolução cósmica e sendo uma ferramenta vantajosa por ser genérica. Ao parametrizar q em termos de z, as suposições relativas à energia e matéria escuras são mínimas e não é necessário restringir-nos à relatividade geral, bastando apenas assumir uma teoria métrica da gravidade homogênea e isotrópica. Neste contexto, Mamon e Das (2017) [11] propõem a seguinte parametrização para o parâmetro de desaceleração em um modelo para o universo FLRW espacialmente plano, preenchido por energia escura e matéria escura não relativística

$$q(z) = q_0 + q_1 \left(\frac{\ln (N+z)}{1+z} - \ln N \right) \text{ (modelo 1)}, \tag{3.1}$$

onde q_0, q_1 e N são parâmetros arbitrários do modelo. Mamom e Das (2017) [11] também comparam sua parametrização proposta com as seguintes parametrizações bem conhecidas na literatura:

i)

$$q(z) = q_0 + q_1 z \,(\text{modelo 2}), \tag{3.2}$$

onde, q_0 e q_1 representam o valor de $q(z)$ e de sua primeira derivada hoje, respectivamente.

ii)

$$q(z) = q_0 + \frac{q_1 z}{1+z} \,(\text{modelo 3}), \tag{3.3}$$

iii)

$$q(z) = -1 + \frac{3}{2\left[1 + \frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}(1+z)^{-3}\right]}(\Lambda CDM), \tag{3.4}$$

onde $\Omega_{\Lambda o} + \Omega_{m0} = 1$.

Para impor restrições aos parâmetros dos modelos, foram utilizados os seguintes conjuntos de dados observacionais: SN Ia obtidas pelas colaborações SDSS-II e SNLS ; resultados de BAO de WiggleZ Survey, amostras do SDSS Galaxy e conjunto de dados de 6dF Galaxy Survey. Também foram utilizados dados de CMB provinientes do Planck2015.

Considerando o modelo 1, com valores inteiros de N no intervalo $[2, 5]$, foi obtido através da técnica de minimização de χ^2 que $-0,56 \leq q_0 \leq -0,45$ para o modelo proposto pelos autores. O resultado obtido mostra exatamente o comportamento desejado, uma desaceleração em altos limites de z e uma aceleração para baixos limites de z, ocorrendo a transição em $0,85 \leq z_t \leq 1,31$. Segundo os autores, esses resultados são consistentes com os resultados obtidos em trabalhos de outras autorias a partir de diferentes considerações e que os valores de melhor ajuste para esses parâmetros estão em bom acordo com o modelo ΛCDM no nível de confiança de 2σ. Entretanto, observa-se que, à medida que z se aproxima de -1, a evolução de $q(z)$ se desvia do modelo ΛCDM.

Mamon (2018) [12] propõe o modelo

$$q(z) = q_0 + q_1\left[\frac{(1+z)^{-\alpha} - 1}{\alpha}\right], \tag{3.5}$$

onde q_0 é o valor atual de q, q_1 é a derivada de q com respeito a z e, em limites específicos do parâmetro α, é possível observar a reprodução de três modelos de parametrização

$$q(z) = \begin{cases} q_0 + q_1 z, & \text{para } \alpha = -1 \\ q_0 + q_1 \ln(1+z), & \text{para } \alpha \to 0 \\ q_0 + q_1\left(\frac{z}{1+z}\right), & \text{para } \alpha = +1 \end{cases}. \tag{3.6}$$

Para a análise foi utilizada uma compilação de 30 medições do parâmetro Hubble obtidas pelo método cronômetro cósmico (CC) [13, 14], em combinação com o valor atual da constante de Hubble da ref. [15], e a amostra de dados de módulo de distância proviniente do Joint light curve (JLA). Observou-se que q passa por uma suave transição da fase desacelerada para uma fase acelerada de expansão no passado recente ocorrendo

nos *redshifts* $z_t = 0,69; 0.65$ e $0,61$ dentro de 1σ de erro para $\alpha = -0,5; 0,5$ e $1,5$, respectivamente. Segundo Mamon (2019) [12], os resultados obtidos são consistentes com o modelo ΛCDM ($z_t \approx 0,7$).

Outra parametrização proposta recentemente pode ser encontrada na referência [16]

$$q(z) = q_1 + (q_0 - q_1)(z+1)e^{{z_c}^2-(z+z_c)^2}, \tag{3.7}$$

onde q_1 é o parâmetro de desaceleração em altos valores de *redshift* e o *redshift* característico z_c é um parâmetro livre relacionado ao *redshift* da transição, z_t.

Para estimar os valores dos parâmetros q_0 e z_c foi realizada uma análise Bayesiana, tendo sido utilizados 31 pontos de H(z) por meio de CC [17], a amostra de SN Ia JLA[18] e a Pantheon [19].

Após verificação, concluiu-se que a amostra do Pantheon aparenta fornecer restrições cosmológicas mais rígidas que a amostra JLA, de acordo com os contornos de confiança conjunta. Por conseguinte, a amostra do Pantheon foi utilizada na análise conjunta com $H(z)$ estimar o valor *redshift* da transição, $z_t = 0,65$. Esta estimativa está de acordo com resultados obtidos na literatura indicando que o universo passou de uma fase desacelerada para acelerada em $z \approx 0,7$. O valor atual obtido para q, $q_0 = -0,51$ e a reconstrução de Ω_m estão de acordo com a dinâmica do modelo padrão. A componente matéria é dominante em relação à componente energia escura para valores de *redshift* elevados, ocorrendo o contrário em tempos recentes.

Na referência [20] são estudadas parametrizações correspondentes ao modelo 2 (equação (3.2)) e ao modelo 3 (equação (3.3)) mencionadas por [11]. Os dados utilizados foram os mesmos da referência [16] (Pantheon [19] e 31 medidas de $H(z)$[17]). Como resultado obtiveram os valores $q_0 = -0,51$ e $q_0 = -0,63$, no nível de confiança de 95%.

Diferentemente dos trabalhos mencionados anteriormente, Gadbail, Mandal, Sahoo (2022) [21] trabalham no referencial da gravidade $f(q)$ parametrizando q da seguinte forma

$$q(z) = q_0 + \frac{q_1 z}{(1+z)^2}, \tag{3.8}$$

onde q_1 representa a variação do parâmetro de desaceleração em função de z. O valor do parâmetro de desaceleração atual foi estimado usando apenas medidas de H(z) compilados

por [22] obtendo como resultado o valor $q_0 = -0,832$.

Em um trabalho recente, Bouali *et al.* [23] consideram algumas parametrizações propostas por outros autores. São elas:

$$q(z) = -1 + \frac{q_1(1+z) + 2q_2(1+z)^2}{3[q_0 + q_1(1+z) + q_2(1+z)^2]}, \tag{3.9}$$

$$q(z) = \frac{q_0 + q_1 \log(1+z)}{1 + q_2 \log(1+z)}, \tag{3.10}$$

$$q(z) = \frac{q_0 + q_1(1+z)}{1 + q_2(1+z)}, \tag{3.11}$$

onde q_0, q_1 e q_2 são constantes e propõe um novo modelo

$$q(z) = q_0 + \frac{2 + (1+z)^3}{q_1 + q_2(1+z)^3}. \tag{3.12}$$

Foi feita uma análise estatística para obter os valores de melhor ajuste dos parâmetros do modelo através do método Monte Carlo via Cadeias de Markov, do inglês *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), usando 57 medidas de $H(z)$ compiladas em [24], dados de SN Ia do Pantheon [25] e referências nela contidas, 17 medidas de BAO [26] complementadas por informação de CMB[27]. A partir do método *Akaike Information Criteria* (AIC) onde menores valores de ΔAIC indicam modelos que se aproximam do modelo de melhor ajuste de dados (modelo ΛCDM) em termos de qualidade de ajuste, conclui-se que os modelos referentes às equações 3.9, 3.10 e 3.11 estão relativamente mais próximos do modelo ΛCDM. Entretanto, [23] afirmam que os valores de ΔAIC fornecem um ponto de partida para a comparação de modelos, e são necessárias mais análises e investigações para tirar conclusões definitivas sobre a sua superioridade em relação ao melhor modelo em consideração.

Apesar de não obterem um valor numérico para q, é feita a comparação dos modelos 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 em relação ao modelo ΛCDM a partir do plot de q com respeito a z. O modelo 3.9 assemelha-se muito ao comportamento do modelo ΛCDM tanto em *redshifts* altos como baixos, acabando por transitar para uma fase de de Sitter, isto é, fase em que

o universo se expande exponencialmente, em *redshifts* baixos. O modelo 3.10 apresenta diferenças sistemáticas em comparação com o modelo ΛCDM tanto em altos como em baixos *redshifts*, mas também termina numa fase de Sitter. O modelo 3.11 comporta-se de forma semelhante ao ΛCDM em altos *redshifts*, mas em baixos *redshifts*, sofre uma evolução mais lenta e acelerada com um parâmetro de desaceleração de $q(-1) \approx -0,7$. Finalmente, o modelo 3.12 apresenta uma expansão super-acelerada a baixos *redshifts* durante um certo período antes de entrar na fase de Sitter.

Capítulo 4

A parametrização *kink-like* de $q(z)$

O parâmetro de desaceleração (2.32) em termos do parâmetro de Hubble também pode ser escrito como

$$q = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{H}\right) - 1 \tag{4.1}$$

A derivada do parâmetro de Hubble com respeito ao tempo cósmico t é $\dot{H} = -(1+q)H^2$. Portanto, integrando essa expressão, obtemos que a relação entre o parâmetro de Hubble e o parâmetro de desaceleração é

$$H(z) = H_0 \exp \int_0^z (q(x)+1) d\ln(1+x). \tag{4.2}$$

Após a época dominada por radiação, Ishida *et al.* (2008)[28] propõem a seguinte dependência funcional fenomenológica com *redshift* para o parâmetro de desaceleração

$$q(z) \equiv q_f + \frac{(q_i - q_f)}{1 - \frac{q_i}{q_f}\left(\frac{1+z_t}{1+z}\right)^{\left(\frac{1}{\tau}\right)}}, \tag{4.3}$$

onde z_t é o *redshift* da transição da desaceleração para a aceleração cósmica, q_i corresponde ao valor inicial para o parâmetro de desaceleração e q_f ao seu valor final. O parâmetro τ é associado a largura da transição e é relacionado a derivada de q com respeito ao *redshift* em $z = z_t$ da seguinte forma

$$\tau^{-1} = \left(\frac{1}{q_i} - \frac{1}{q_f}\right)\left[\frac{dq(z)}{d\ln(1+z)}\right]_{z=z_t}, \tag{4.4}$$

e z_t pode ser definido como $q(z_t) = 0$, o que leva a

$$z_t = \left[\frac{\ln H(z)}{dz}\right]^{-1}_{z=z_t} - 1. \tag{4.5}$$

Utilizando (4.3) e (4.2) encontramos uma expressão analítica para $H(z)$

$$\left[\frac{H(z)}{H_0}\right]^2 = (1+z)^{2(1+q_i)} \left[\frac{q_i(\frac{1+z_t}{1+z})^{1/\tau} - q_f}{q_i(1+z_t)^{1/\tau} - q_f}\right]^{2\tau(q_i - q_f)}. \tag{4.6}$$

Também podemos escrever o parâmetro de desaceleração final em termos do valor dele atualmente ($q_0 \coloneqq q(z=0)$)

$$q_f = \frac{q_i(1+z_t)^{1/\tau}}{1 - \frac{q_i}{q_0}\left[1 - (1+z_t)^{1/\tau}\right]}, \tag{4.7}$$

e substituindo a equação acima em 4.3 obtemos

$$q(z) = \frac{q_0 q_i \left[\left(\frac{1+z_t}{1+z}\right)^{1/\tau} - 1\right]}{(1+z)^{-1/\tau}\left[q_0 + (1+z_t)^{1/\tau} - q_i\right] - q_0}. \tag{4.8}$$

Um modelo cosmológico viável requer que o universo tenha passado por uma fase dominada por matéria, em que a formação de estruturas em largas escalas é favorecida [2]. A parametrização proposta foi projetada para descrever a evolução cósmica a partir de tal fase, portanto, o valor $q_i = 1/2$ é fixo. Dessa maneira, o modelo deixa três parâmetros livres; q_f, z_t e τ.

Primeiramente, Ishida *et al.* (2008) [28] assume $q_f = -1$, ou seja, um universo que tende no futuro ($z = -1$) a um universo dominado constante cosmológica, Λ, ou energia escura. Utilizando duas amostras de SN Ia, a *Gold182* [29] processada com o ajustador de curvas de luz MLCS2K2 e 115 SN Ia do levantamento Supernova Legacy Survey (SNLS)[30] analisado com SALT, concluem que para os dois conjuntos de dados $z_t < 0$ não é permitido em um alto nível de confiança, indicando que a transição ocorreu no passado. A mesma conclusão se aplica ao caso $q_f \neq -1$. Contudo, as duas amostras não são capazes de impor fortes restrições ao valor máximo permitido de z_t. A fim de solucionar tal problema, as amostras de SNe Ia são combinadas com a razão da distância comóvel na última superfície de espalhamento $S_k(z_{ls=1098})$ e a escala de distância de BAO, $D_v(z)$, em $z_{BAO} = 0,2$ e $z_{BAO} = 0,35$ provenientes de [31].

Para a combinação $S_k/D_v + Gold182$ tem-se como resultado $z_t = 0,84^{+0,13}_{-0,17}$ e $\tau = 0,51^{+0,23}_{-0,17}$ e para $S_k/D_v + SNLS$, $z_t = 0,88^{+0,12}_{-0,10}$ e $\tau = 0,35^{+0,12}_{-0,10}$, a qual está em bom acordo com o modelo ΛCDM ($\tau = 1/3$). É válido ressaltar que os valores foram obtidos fixando $q_f = -1$. Para o caso $q_f \in (-\infty, 0)$ é possível limitar q_0 em termos de z_t, τ e q_f tendo como resultado $-1,4 \lesssim q_0 \lesssim -0,3$.

Ishida *et al.* (2008)[28] concluem o trabalho afirmando que uma análise mais detalhada sobre as consequências da parametrização no caso $q_f \neq -1$ é necessária e que a parametrização em questão não é capaz de descrever, em todos os intervalos de *redshift*, modelos que estão agora acelerando, mas que voltarão a desacelerar no futuro. E que, portanto, seria interessante investigar em que condições seria possível descrever, com tal parametrização, o comportamento deste tipo de modelo para $z > 0$. Também propõem que o caso $q_i \neq 1/2$ deve ser investigado.

Um trabalho posterior [32] foi feito utilizando a mesma parametrização (4.3), entretanto, os conjuntos de dados e os métodos utilizados para restringir os valores da parametrização foram diferentes.

Em primeira análise, foi considerada 282 SN Ia de 288 SN Ia da compilação do SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*) [33] processada com os filtros MLCS2K2 e SALT. Tomando os valores fixos $q_f = -1$ e $q_i = 1/2$ obtiveram para os dois tipos de processamento a mesma conclusão do trabalho anterior, isto é, que a transição da fase desacelerada para a acelerada ocorreu no passado. Para fazer combinações com os dados de SN Ia foram utilizadas observações de BAO da amostra SDSS *Luminous Red Galaxy* [34], dos conjuntos de dados *WiggleZ Survey* [35] e *6dF Galaxy Survey* [36] e também de anisotropias de CMB (*cosmic microwave background*) do WMAP7 [37]. Ainda mantendo os mesmos valores fixos, verificaram que há uma melhoria nas restrições de z_t e τ quando utilizaram seis medidas de $r_s(z_d)/D_V(z)$ em comparação com apenas duas medidas do trabalho anterior.

No caso onde não impuseram o valor fixo $q_f = -1$ obtiveram os resultados dispostos na Tabela 4.1.

Ao contrário do trabalho anterior, em que a diferença entre os resultados foi atribuída ao próprio conjunto de dados, visto terem sido utilizadas duas amostras de SN Ia, neste

	MLCS2k2+BAO/CMB	SALT2+BAO/CMB
z_t	$0,56$	$0,64$
τ	$0,47$	$0,36$
q_0	$-0,31$	$-0,56$

Tabela 4.1: Valores de melhor ajuste para os parâmetros z_t, τ e q_0 para as combinações MLCS2k2+BAO/CMB e SALT2+BAO/CMB da referência [32].

trabalho a diferença entre os resultados é atribuída ao ajustador de curvas de luz utilizado. Afinal, utilizaram o mesmo conjunto de dados, mas o analisaram com dois tipos de ajustadores de curvas de luz diferentes. Ao combinarem os dados de SN Ia analisados com o MLCS2K2 com os BAO/CMB, obtiveram que esta tende para o modelo Dvali-Gabadadze-Porrati ($\tau = 0,5$) [38], enquanto a combinação dos dados de SN Ia com os BAO/CMB analisados com o SALT tende para o modelo ΛCDM.

Giostri *et al.* (2012) [32] aponta que a resolução da questão da diferença entre os resultados obtidos a partir dos dois filtros de curva de luz é crucial para a determinação do *redshift* da transição e/ou do valor atual do parâmetro de desaceleração.

Santos, Reis e Waga (2016) [39] também investigam a transição desaceleração-aceleração cósmica a partir da parametrização (4.3). Para tal análise utilizaram a amostra de supernovas do tipo Ia JLA [18], uma combinação de CMB do Planck 2015 [40] com seis medidas de BAO, e 27 medidas de $H(z)$.

Em primeira análise, verificou-se que os dados de $H(z)$, em combinação com SN Ia e BAO/CMB(Planck), não mudam significativamente os contornos nem o melhor ajuste quando se assume uma prévia uniforme sobre H_0. Os vínculos mais rigorosos são obtidos quando os dados são marginalizados sobre H_0 com prévias Gaussianas. Contudo, todos os casos analisados estão em excelente concordância com o modelo ΛCDM.

Neste trabalho, os autores excluem dados de BAO em $z = 0,2$ e $z = 0,35$ e consideram estimativas mais precisas em $z = 0,35$ e $z = 0,57$, em combinação com dados de CMB do WMPA9 e do Planck 2015. Ao fim, concluem que os novos dados de BAO desempenham um papel fundamental na melhoria dos vínculos, indicando que medidas mais precisas de BAO são muito importantes para se obterem restrições mais rigorosas dos parâmetros. É importante destacar que, para realizar as análises seguintes, foram considerados os dados do Planck 2015, uma vez que estes apresentaram restrições mais rigorosas em relação aos

	prévia uniforme		prévia Aubourg *et al.*		prévia Riess *et al.*	
	$q_f = -1$	q_f livre	$q_f = -1$	q_f livre	$q_f = -1$	q_f livre
z_t	$0,66^{+0,03(0,06)}_{-0,03(0,07)}$	$0,67^{+0,10(0,22)}_{-0,08(0,13)}$	$0,67^{+0,03(0,05)}_{-0,03(0,06)}$	$0,67^{+0,10(0,22)}_{-0,08(0,12)}$	$0,69^{+0,03(0,05)}_{-0,03(0,06)}$	$0,70^{+0,09(0,18)}_{-0,08(0,13)}$
τ	$0,33^{+0,04(0,09)}_{-0,04(0,07)}$	$0,26^{+0,14(0,26)}_{-0,10(0,18)}$	$0,33^{+0,04(0,08)}_{-0,03(0,06)}$	$0,26^{+0,14(0,26)}_{-0,10(0,17)}$	$0,31^{+0,03(0,07)}_{-0,03(0,06)}$	$0,24^{+0,13(0,25)}_{-0,09(0,16)}$
q_0	-	$-0,48^{+0,11(0,20)}_{-0,13(0,27)}$	-	$-0,48^{+0,11(0,18)}_{-0,13(0,26)}$	-	$-0,53^{+0,11(0,19)}_{-0,14(0,28)}$

Tabela 4.2: Valores de melhor ajuste para os parâmetros z_t, τ e q_0 para as combinações SN Ia + BAO/CMB(Planck)+H(z) da referência [39]

dados do WMPA9, quando marginalizados sobre H_0 com uma prévia uniforme.

Na Tabela 4.2 estão o melhor ajuste e os limites de confiança de 68% e 95% para cada parâmetro livre após a marginalização de todos os outros parâmetros com uma prévia uniforme. As colunas nomeadas como Aubourg e Riess são onde foram utilizadas o valor de H_0 fornecido nas referências [41] e [42], respectivamente, para a prévia Gaussiana. Nos casos em que fixaram $q_f = -1$, usaram a equação 4.8 para obter q_0, cujos valores são, $q_0 = 0,54$, $q_0 = -0,56$ e $q_0 = -0,59$ para a prévia plana, Aubourg e Riess, respectivamente, com 68% de nível de confiança.

Em última análise, assumindo q_f livre e uma prévia uniforme marginalização sobre H_0, observam que os dados estão em boa concordância com o modelo ΛCDM. No entanto, o modelo DGP é excluído com um nível de confiança superior a 99%. Em complemento, também analisam o caso para o modelo ωCDM, onde os resultados indicam $-1,22 < \omega < -0,78$ em mais de 99% de nível de confiança.

Capítulo 5

Vínculos atualizados

Os vínculos mais recentes obtidos para a parametrização (4.3) são os da referência [39], apresentados no capítulo anterior. Nessa seção apresentaremos nossos vínculos atualizados para os parâmetros livres z_t, τ, q_f ou q_0, a partir de análises conjuntas de alguns observáveis, são eles:

- dados de SN Ia das amostras *Pantheon*[19] e *PantheonPlus*[43];
- onze medidas de BAO, sendo a maioria proveniente do *Sloan Digital Sky Survey* em combinação com medidas de CMB do *Planck 2018*[44];
- sete medidas de BAO do *Dark Energy Spectroscopic Instrument*(DESI) [45] em combinação com medidas de CMB do *Planck 2018*[44];
- trinta e uma medidas de $H(z)$ a partir de Cronômetros Cósmicos independentes de BAO.

Nas subseções seguintes, é descrita a análise estatística utilizada para esses observáveis, de acordo com a referência [39], e são compilados resultados de um trabalho em andamento [46].

5.1 Supernovas do tipo Ia

Estrelas de baixa massa passam por um estágio evolutivo onde são chamadas de anãs brancas. Neste estágio, elas não possuem fonte de produção de energia interna, mas são

estáveis devido à contração gravitacional sustentada pela pressão de degenerescência dos elétrons. Quando uma anã branca faz parte de um sistema binário, explosões em sua superfície podem acontecer, fazendo com que seu brilho aumente abruptamente e depois diminua gradualmente ao logo de vários meses ou anos. Este fenômeno é chamado de nova e não altera a anã branca. Entretanto, uma anã branca também pode explodir completamente se ela fizer parte de um sistema binário onde adquire massa o suficiente para ultrapassar o limite de Chandrasekhar e a este evento é dado o nome supernova tipo Ia.

Diversos modelos vêm sendo empregados na cosmologia para prever empiricamente módulos de distâncias de SNe Ia. Um deles é o SALT2 (*Spectral Adaptive Light curve Template*) que utiliza uma superfície bidimensional no tempo e no comprimento de onda que descreve a evolução temporal da distribuição da energia espectral ou do fluxo por unidade de comprimento de onda da SN Ia. Mais detalhes sobre este ajustador de curvas de luz podem ser encontrados em[47].

A contribuição de SN Ia para nosso trabalho é obtida fazendo a comparação entre a previsão empírica dada pelo modelo SALT2 e a previsão teórica expressa por

$$\mu(z;h,\theta) = 5\log[D_L(z;\theta)] + \mu_0(h) \tag{5.1}$$

onde

$$\mu_0(h) = 42,38 - 5\log h \tag{5.2}$$

e h é a constante de Hubble em unidades de 100 km/s Mpc^{-1} dado pelas equações (4.6) e (4.7), D_L a distância de luminosidade dada por (2.27) e θ é o conjunto de parâmetros cosmológicos de interesse (z_t, τ,q_0).

A função de verossimilhança para SN Ia é dada por

$$L_{SN} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det C}} \exp(-\chi^2_{SN}/2) \tag{5.3}$$

onde C é a matriz de covariância $N \times N$ de N observações de SNe Ia e

$$\chi^2_{SN} = (\mu(z_{SN}) - \mathcal{M} - 5\log D_L(z_{SN},\theta))^t C_b^{-1} (\mu(z_{SN}) - \mathcal{M} - 5\log D_L(z_{SN},\theta)) \tag{5.4}$$

onde $\mathcal{M} = M - 5\log h + 42,38$ e C é a matriz de covariância entre os dados.

Os vínculos cosmológicos foram obtidos marginalizando analiticamente sobre o parâmetro $\mathcal{M}$ através da seguinte expressão

$$\chi^2_{SN,marg} = A - \frac{B^2}{C} \tag{5.5}$$

onde os termos A, B e C são

$$A = (\mu(z_{SN}) - 5\log D_L(z_{SN},\theta))^t C_{SN}^{-1}(\mu(z_{SN}) - 5\log D_L(z_{SN},\theta)) \tag{5.6}$$

$$B = (\mu(z_{SN}) - 5\log D_L(z_{SN},\theta))^t C_{SN}^{-1}\mathbf{1} \tag{5.7}$$

$$C = \mathbf{1}^t C_{SN}^{-1}\mathbf{1} \tag{5.8}$$

e z_{SN} assume os valores de *redshift* atribuídos ao conjunto de supernovas considerado.

Para a análise foi utilizada a compilação Pantheon [19] composta de 1048 eventos espectroscopicamente confirmados com *redshift* variando entre 0,01 e 2,3 e para ela utilizamos o módulo de distância binado com matriz de covariância completa. Outra amostra utilizada é a PantheonPlus [43], constituída de 1701 curvas de luz de 1550 SNe com o valor de z variando entre 0,001 e 2,26. No entanto, seguindo a sugestão do artigo original desta compilação, no ajuste cosmológico apenas foram utilizados os eventos com *redshift* superior a 0,01.Também utilizamos a matriz de covariância completa, considerando contribuições estatísticas e sistemáticas.

5.2 Oscilações acústicas de bárions e radiação cósmica de fundo

No universo primitivo, a competição entre a força da gravidade e a pressão de radiação no plasma quente e denso composto por fótons e matéria bariônica (antes do último espalhamento) deu origem a ondas esféricas que se propagaram à velocidade do som no fluido, as chamadas Oscilações Acústicas de Bárions (BAO).

No centro superdenso de uma dessas ondas sonoras esféricas, havia matéria escura devido à sua interação ser apenas por meio de forças gravitacionais. Porém, os bárions e os fótons propagam-se para fora, formando uma concha esférica. Na era da última

dispersão, os fótons desacoplaram-se da matéria e a força de pressão anula-se devido à falta de interações fóton-matéria. A ausência de pressão impediu que os bárions se propagassem mais além, sendo esta distância entre o centro e o anel efetivo de bárions denominada horizonte acústico. Através da interação gravitacional entre os bárions e a matéria escura, ambos tenderão a aglomerar-se nesta escala. O raio característico da concha esférica formada quando a onda de bárions congelou está impresso como um excesso de densidade onde existe uma probabilidade ligeiramente maior de formação de galáxias. Após o desacoplamento, os fótons propagam-se livremente, formando o que atualmente observamos como radiação cósmica de fundo (CMB).

O horizonte acústico observado na CMB e BAO são utilizadas na cosmologia moderna como uma régua padrão. Isto é, um objeto geométrico (casca esférica) de tamanho conhecido num único *redshift* ou uma população de objetos em diferentes *redshifts*, cujo tamanho muda de uma forma conhecida com o *redshift*. Essa ferramenta é utilizada para medir distância cosmológicas ao comparar o tamanho físico da régua padrão com o seu tamanho aparente. Essa ferramenta utiliza o fato de que as galáxias podem se agrupar em uma escala preferida. Se essa escala preferencial for conhecida, observar aglomerados de galáxias em diferentes *redshifts* pode restringir distâncias de diâmetro angular.

Podemos encontrar a razão da distância comóvel de diâmetro angular no desacoplamento dos fótons, $d_A(z_*)$, para a distância média $D_V(z_{BAO})$ como

$$\frac{d_A(z_*)}{D_V(z_{BAO})} = \frac{\pi}{\pi}\frac{r_s(z_*)}{r_s(z_*)}\frac{d_A(z_*)}{D_V(z_{BAO})} = \frac{l_A}{\pi}\frac{r_s(z_*)}{D_V(z_{BAO})} = \frac{l_A}{\pi}\frac{r_s(z_*)}{D_V(z_{BAO})}\frac{r_s(z_d)}{r_s(z_d)} \tag{5.9}$$

rearranjando os termos

$$\frac{d_A(z_*)}{D_V(z_{BAO})} = \frac{l_A}{\pi}\frac{r_s(z_d)}{D_V(z_{BAO})}\frac{r_s(z_*)}{r_s(z_d)} \tag{5.10}$$

onde $r_s(z_*)$ é a distância comóvel máxima que a onda sonora pode ter percorrido até a época do desacoplamento, chamada de horizonte acústico comóvel (tamanho da nossa régua padrão). $r_s(z_d)$ é o horizonte acústico comóvel na época de arrasto dos bárions onde a pressão dos fótons não é capaz de evitar a instabilidade gravitacional dos bárions e $l_A = \pi\frac{d_A(z_*)}{r_s(z_*)} = \frac{\pi}{\theta_*}$ é a escala acústica. De acordo com Planck 2018 [44], os valores atuais

Grandeza	medida	Referência
$100\theta_*$	1,04110 ± 0,00031	[44]
l_A	301,76 ± 0,09	
$r_s(z_d)$[Mpc]	147,09 ± 0,26	
$r_s(z_*)$[Mpc]	144,43 ± 0,26	
z_*	1089,92 ± 0,25	
z_d	1059,94 ± 0,30	

Tabela 5.1: Medidas retiradas da coluna *TT,TE,EE+lowE+lensing results* da segunda tabela da referência [44], exceto l_A que é calculado a partir de θ_*.

z_{eff}	D_M/r_d	$\sigma^2_{D_M/r_d}$	D_H/r_d	$\sigma^2_{D_H/r_d}$	$\sigma_{D_M/r_d}\ \sigma_{D_H/r_d}$	Referência
0,698	17,858	0,108	19,326	0,284	-0,058	[48] [49]
1,48	30,688	0,637	13,261	0,305	0,171	[50] [51]

Tabela 5.2: Dados extraídos de https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/.

estimados para essas grandezas e o resultado obtido para l_A estão dispostos na Tabela 5.1.

Os termos do lado esquerdo da equação 5.9 são calculados a partir de 2.20 definida como distância comóvel de diâmetro angular e $D_V(z) = \left[\frac{d_A^2(z)cz}{H(z)}\right]^{1/3}$ é a escala de dilatação, com $H(z)$ dado pela equação 4.6. Para o cálculo da primeira e da terceira razão do lado direito da 5.9, foram utilizados dados de CMB do Planck 2018 [44], que fornecem estimativas recentes das grandezas envolvidas.

Por simplicidade, chamaremos $D_V(z_{BAO})$ por D_V e $r_s(z_d)$ por r_d. O cálculo da razão entre essas quantidades presente na equação 5.9 não foi feito de forma direta, uma vez que os dados de BAO fornecem as razões D_M/r_d e D_H/r_d. Para este fim, escrevemos

$$\frac{D_V}{r_d} = \left[\frac{zD_M^2 D_H}{r_d^3}\right]^{1/3} \tag{5.11}$$

onde D_H é a distância transversa 2.21, também chamada de distância de Hubble e D_M é a distância comóvel transversa 2.24. Em seguida, calculamos r_d/D_V e seu desvio padrão. A seguir, apresentamos detalhes dessas grandezas relatadas na literatura para os *redshifts* selecionados:

- Para $z_{eff} = 0{,}698$ e $z_{eff} = 1{,}48$, temos os resultados da Tabela 5.2.

- Para $z_{eff} = 0{,}15$ e $z_{eff} = 0{,}845$ foram encontradas na literatura suas respectivas PDFs (abreviação do inglês *Probability Density Functions*) de D_v/r_d. Para nosso

z_{eff}	D_V/r_d	σ_{D_V/r_d}	Referência
0,15	4,476	0,170	[52]
0,845	18,278	0,645	[53] [54]

Tabela 5.3: PDF's extraídas de https://academic.oup.com/mnras/article/449/1/835/1298372#supplementary-data e https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/

	$z_{eff} = 0,38$	$z_{eff} = 0,51$	Referência
D_M/r_d	10,234	13,366	
$\sigma^2_{D_M/r_d}$	0,029	0,041	
D_H/r_d	24,981	22,317	
$\sigma^2_{D_H/r_d}$	0,531	0,327	
$\sigma_{D_M/r_d,D_H/r_d}$	-0,0494	-0,0487	[55]
$\sigma_{D_M(0.38)/r_d,D_M(0.51)/r_d}$		0,015	
$\sigma_{D_H(0.38)/r_d,D_H(0.51)/r_d}$		0,177	
$\sigma_{D_M(0.38)/r_d,D_H(0.51)/r_d}$		-0,014	
$\sigma_{D_H(0.38)/r_d,D_M(0.51)/r_d}$		-0,024	

Tabela 5.4: Dados extraídos de https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/.

uso fizemos a aproximação das PDFs por distribuições Gaussianas. Os resultados obtidos são os da Tabela 5.3.

- Para $z_{eff} = 0,38$ e $z_{eff} = 0,51$, temos os resultados da Tabela 5.4.

- Para $z_{eff} = 2,334$ temos a PDF conjunta para D_M/r_d e D_H/r_d cujos dados estão na Tabela 5.5. Aqui mostramos a correlação entre as medidas ao invés da covariância.

Nos casos em que a covariância não é apresentada, supomos que é igual a zero. Fazendo uso da equação 5.11, obtemos os resultados apresentados na Tabela 5.6, onde os sete primeiros *redshifts* são os coletados recentemente e os quatro últimos são remanescentes do trabalho [39].

Grandeza ($z_{eff} = 2,334$)	valor
D_M/r_d	37,620
σ_{D_M/r_d}	1,709
D_H/r_d	8,926
σ_{D_H/r_d}	0,264
corr	-0,483

Tabela 5.5: PDFs extraídas de https://svn.sdss.org/public/data/eboss/DR16cosmo/tags/v1_0_0/likelihoods/BAO-only/ [56].

z_{eff}	r_d/D_V	correlação
0,106	0,336 ± 0,015	–
0,15	0,2234 ± 0,0085	–
0,38	0,1002 ± 0,0011	0,4655 (z_{eff}=0,51)
0,51	0,0789 ± 0,0008	0,4655 (z_{eff}=0,38)
0,698	0,0615 ± 0,0008	–
0,845	0,0547 ± 0,0019	–
1,48	0,0378 ± 0,0010	–
2,334	0,0324 ± 0,0009	–
0,44	0,0916 ± 0,0071	0,39 (z_{eff}=0,60) -2,12417×10^{-7} (z_{eff}=0,73)
0,60	0,0726 ± 0,0034	0,39 (z_{eff}=0,44) 0,453 (z_{eff}=0,73)
0,73	0,0592 ± 0,0032	-2,12417×10^{-7} (z_{eff}=0,44) 0,453 (z_{eff}=0,60)

Tabela 5.6: Compilação de r_d/D_V a partir das medidas de BAO do *Sloan Digital Sky Survey* DR12 à DR16, do *6dF Galaxy Survey* e do *WiggleZ Dark Energy Survey*.

Podemos escrever a função χ^2 para BAO/CMB como

$$\chi^2_{BAO/CMB} = \boldsymbol{X}^t \boldsymbol{C}^{-1} \boldsymbol{X}, \tag{5.12}$$

onde o vetor de resíduos é dado por

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}106)} - 30,8418 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}15)} - 20,5085 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}38)} - 9,19685 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}51)} - 7,24549 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}698)} - 5,64387 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}845)} - 5,02195 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(1{,}48)} - 3,47173 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(2{,}334)} - 2,97128 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}44)} - 8,40805 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}60)} - 6,66402 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}73)} - 5,43403 \end{pmatrix}, \tag{5.13}$$

e a matriz de covariância inversa está apresentada no apêndice A, equação A.1. Para termos de comparação iremos nos referir aos vínculos com essa compilação como BAO/CMB2 e aos vínculos com a amostra da referência [39] como BAO/CMB1.

Utilizando as medidas recentes do *Dark Energy Spectroscopic Instrument*(DESI). [45] representadas na Tabela 5.7 e seguindo um procedimento análogo, produzimos outra compilação com o seguinte vetor de resíduos

z_{eff}	r_d/D_V
0,295	0,1261 ± 0,0024
0,51	0,0796 ± 0,0009
0,706	0,0629 ± 0,0008
0,93	0,0503 ± 0,0004
1,317	0,0414 ± 0,0006
1,491	0,0384 ± 0,0010
2,33	0,0317 ± 0,0004

Tabela 5.7: Compilação de r_d/D_V a partir das medidas de BAO do *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI)

$$\mathbf{X}_{DESI} = \begin{pmatrix} \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}295)} - 11,5752 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}51)} - 7,30393 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}706)} - 5,77046 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(0{,}93)} - 4,62108 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(1{,}317)} - 3,80344 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(1{,}491)} - 3,52094 \\ \frac{d_A(z_*)}{D_V(2{,}33)} - 2,91252 \end{pmatrix}, \tag{5.14}$$

com matriz de covariância inversa apresentada no apêndice A, equação A.2. Chamamos os vínculos dessa compilação como BAO/CMB3.

5.3 $H(z)$

A abordagem dos Cronômetros Cósmicos é utilizada para medir a taxa de expansão do universo como uma função do tempo cósmico. Ela é baseada no estudo do *redshift* de galáxias que estão evoluindo passivamente em uma escala de tempo muito maior do que sua diferença de idade, podendo ser usadas como relógios padrão. O método consiste em medir a diferença de idade, Δt, entre duas galáxias em evolução passiva que se formaram ao mesmo tempo, mas estão separadas por um pequeno intervalo de redshift, Δz. Com isso, é possível inferir a derivada dz/dt para a razão $\Delta z/\Delta t$. Essa quantidade medida está diretamente relacionada ao parâmetro de Hubble [57]

$$H(z) = -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{dt}. \tag{5.15}$$

Para vincular o conjunto de parâmetros do modelo, utilizamos a seguinte função χ^2_H

$$\chi^2_H = \sum_{i=1}^{31} \left[\frac{H_{th}(z_i, H_0, \theta) - H_{obs,i}}{\sigma_{H,i}} \right]^2 \tag{5.16}$$

onde $H_{th}(z_i, H_0, \theta)$ denota o parâmetro de Hubble em z_i previsto pelo modelo 4.6, $H_{obs,i}$ é o i-ésimo valor medido e $\sigma_{H,i}$ é sua incerteza. Para obter a contribuição para a função χ^2, marginalizamos analiticamente sobre H_0, cuja expressão é

$$\chi^2_{H,marg} = \ln A - \frac{B^2}{A} \tag{5.17}$$

onde A e B são dados por

$$A = E(z_H, \theta)^t C_H^{-1} E(z_H, \theta) \tag{5.18}$$

$$A = E(z_H, \theta)^t C_H^{-1} H_{obs}(z_H, \theta) \tag{5.19}$$

e $E(z_H, \theta)$ é o parâmetro adimensional de Hubble em unidades de H_0 para o conjunto de parâmetros cosmológicos de interesse $\theta = (z_t, \tau, q_0)$ calculado para cada z_H, $H_{obs}(z_H)$ são as medidas compiladas na Tabela 5.8 e C_H^{-1} é a matriz de covariância inversa dessas observações construída a partir das variâncias das medidas e covariâncias disponíveis.

Para termos de comparação chamaremos esta nova compilação de $H_2(z)$ e a referente ao trabalho [39] de $H_1(z)$.

z	$H(z)$	σ_H	Referência
0,1791	74,91	3,8069262	
0,1993	74,96	4,9001352	
0,3519	82,78	13,94843	
0,5929	103,8	12,49752	[58]
0,6797	91,6	7,961872	
0,7812	104,5	12,19515	
0,8754	125,1	16,70085	
1,037	153,7	19,6736	
1,363	160	32,63	[59]
1,965	186,5	49,58	
0,3802	83	13,54	
0,4004	76,97	10,18	
0,4247	87,08	11,24	[57]
0,4497	92,78	12,9	
0,4783	80,91	9,044	
0,09	69	12	[60]
0,17	83	8	
0,27	77	14	
0,4	95	17	
0,9	117	23	[61]
1,3	168	17	
1,43	177	18	
1,53	140	14	
1,75	202	40	
0,48	97	62	[62]
0,88	90	40	
0,07	69	19,6	
0,12	68,6	26,2	[63]
0,2	72,9	29,6	
0,28	88,8	36,6	
0,47	89	49,6	[64]

Tabela 5.8: Medidas de H(z) a partir de Cronômetros Cósmicos. As primeiras 15 medições apresentadas nessa tabela possuem suas covariâncias estimadas por [65] e disponibilizadas em https://gitlab.com/mmoresco/CCcovariance.

Capítulo 6

Resultados

Visto que os dados de SN Ia, BAO/CMB e $H(z)$ são independentes uns dos outros, podemos escrever para a estatística χ^2 combinado

$$\chi^2 = \chi^2_{SN,marg} + \chi^2_{BAO/CMB} + \chi^2_{H,marg} \tag{6.1}$$

onde $\chi^2_{SN,marg}$, $\chi^2_{BAO/CMB}$ e $\chi^2_{H,marg}$ são dados, respectivamente, pelas equações 5.5, 5.12, 5.17. Os vínculos apresentados nesta seção foram obtidos através do método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC) utilizando a bibliotece *emcee* [66] do *Python*.

Consideremos primeiro o caso em que fixamos $q_i = 1/2$ e $q_f = -1$, ou seja, um universo dominado por uma constante cosmológica, cujos resultados estão dispostos na Tabela 6.1 e nas figuras 6.1 e 6.2. Nestas figuras mostramos regiões de 68%, 95% e 99% de nível de confiança no plano (z_t, τ). No painel esquerdo da figura 6.1, temos os contornos para BAO/CMB1 e BAO/CMB2, no painel direito, mostramos o zoom da região de interferência das duas amostras. Na figura 6.2, temos os contornos para as três amostras de BAO/CMB. Com as atualizações das amostras BAO/CMB, obtemos contornos mais restritivos, mas com todos resultados compatíveis entre si na região de 68% de confiança. Para a amostra BAO/CMB2, os resultados preferem valores menores de z_t em comparação ao resultado anterior (BAO/CMB1 [39]). Em contrapartida, BAO/CMB3 prefere valores maiores de z_t em comparação a BAO/CMB2. A linha preta horizontal em todas os painéis representa o modelo FΛCDM[1], $\tau = 1/3$, que para a amostra BAO/CMB2, vemos um bom acordo na região de 68% de confiança e para BAO/CMB3 em 95%.

[1] FΛCDM representa o modelo ΛCDM com curvatura nula.

amostra	z_t	τ
BAO/CMB1	$0,69^{+0,05}_{-0,12}$	$0,27^{+0,17}_{-0,10}$
BAO/CMB2	$0,60^{+0,04}_{-0,06}$	$0,30^{+0,06}_{-0,06}$
BAO/CMB3	$0,67^{+0,02}_{-0,04}$	$0,23^{+0,04}_{-0,03}$

Tabela 6.1: Distribuições marginalizadas obtidas para as diferentes amostras de BAO/CMB com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$.

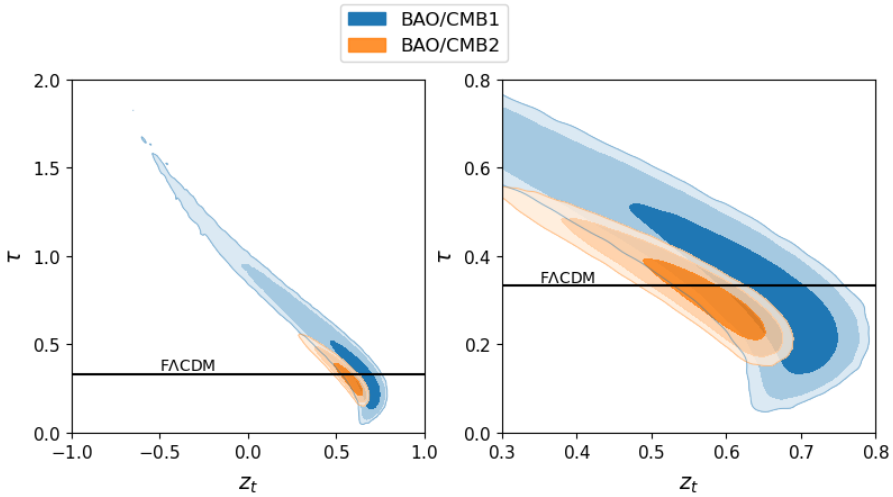

Figura 6.1: Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para a combinação BAO/CMB com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$. Temos os contornos de 68%, 95% e 99% de confiança para duas amostras. Em azul para a referência [39] (aqui referida como BAO/CMB1) e em laranja para a nova combinação, aqui chamada BAO/CMB2. A linha preta sólida representa o modelo FΛCDM, onde $\tau = 1/3$.

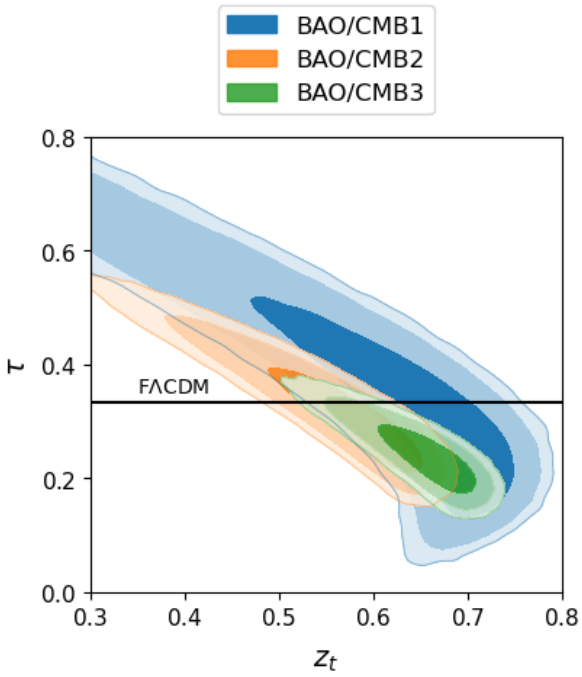

Figura 6.2: Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ para a combinação BAO/CMB com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$. Temos os contornos de 68%, 95% e 99% de confiança para três amostras. Em azul para a referência [39] (BAO/CMB1), em laranja para a nova combinação, BAO/CMB2, e em verde para a combinação com dados do DESI, aqui chamada BAO/CMB3.

Nas figuras 6.3 e 6.4, temos os vínculos no espaço de parâmetros (z_t, τ) para as combinações de SN Ia, BAO/CMB e $H(z)$. No painel esquerdo da figura 6.3, em que BAO/CMB1 foi utilizada em todas as combinações, observamos que os resultados do PantheonPlus preferem valores menores de z_t em comparação com os do Pantheon e JLA. O mesmo comportamento é ressaltado no caso onde consideramos a amostra BAO/CMB2, representada no painel direito da mesma figura e também quando consideramos a amostra BAO/CMB3, representado na figura 6.4. Outro aspecto observado é a exibição de menores estimativas para τ ao considerar as combinações com PantheonPlus juntamente com BAO/CMB2 e também com BAO/CMB3 em comparação a BAO/CMB1, com boa concordância com o modelo FΛCDM ($\tau = 1/3$) na região de confiança de 68%. Já as soluções do Pantheon apresentam estimativas menores para τ, sendo compatíveis com FΛCDM apenas na região de 99% de confiança para as combinações com BAO/CMB2 ou BAO/CMB3. No painel à direita da Figura 6.6, traçamos as curvas de q_0 constante. Na Tabela 6.2, estão os resultados obtidos para cada combinação, sendo possível visualizar os comportamentos mencionados.

	z_t	τ
JLA + BAO/CMB1 + $H_1(z)$	$0,67^{+0,03}_{-0,04}$	$0,32^{+0,04}_{-0,03}$
JLA + BAO/CMB2 + $H_1(z)$	$0,60^{+0,02}_{-0,03}$	$0,29^{+0,03}_{-0,03}$
JLA + BAO/CMB3 + $H_1(z)$	$0,63^{+0,03}_{-0,03}$	$0,28^{+0,02}_{-0,02}$
Pantheon + BAO/CMB1 + $H_2(z)$	$0,66^{+0,02}_{-0,03}$	$0,31^{+0,03}_{-0,03}$
Pantheon + BAO/CMB2 + $H_2(z)$	$0,60^{+0,02}_{-0,02}$	$0,28^{+0,02}_{-0,02}$
Pantheon + BAO/CMB3 + $H_2(z)$	$0,62^{+0,02}_{-0,02}$	$0,28^{+0,02}_{-0,02}$
PantheonPlus + BAO/CMB1 + $H_2(z)$	$0,61^{+0,03}_{-0,03}$	$0,38^{+0,03}_{-0,03}$
PantheonPlus + BAO/CMB2 + $H_2(z)$	$0,56^{+0,02}_{-0,02}$	$0,33^{+0,02}_{-0,02}$
PantheonPlus + BAO/CMB3 + $H_2(z)$	$0,57^{+0,02}_{-0,03}$	$0,33^{+0,02}_{-0,02}$

Tabela 6.2: Distribuições marginalizadas obtidas para as combinações SN Ia + BAO/CMB + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$.

Consideremos agora o caso em que $q_i = 1/2$ e q_f pode assumir qualquer valor. Neste caso, temos três parâmetros livres (z_t, τ, q_f) a serem determinados. Entretanto, em vez de trabalhar com q_f, usamos q_0, o valor do parâmetro de desaceleração atual, como mencionado em [39]. Na equação 4.8 reescrevemos $q(z)$ em termos dos parâmetros τ, q_0 e q_i.

Na Tabela 6.3 estão os resultados das distribuições marginalizadas para cada combinação de SN Ia, BAO/CMB e $H(z)$ realizada. Notamos a preferência por valores maiores de τ e menores de z_t nas combinações com Pantheon, sugerindo, portanto, uma transição lenta e mais recente. Em contrapartida, as combinações com BAO/CMB3, independente das amostras de SN Ia e de $H(z)$ utilizadas, apresentam o comportamento contrário, isto é, menores estimativas para τ e maiores estimativas para z_t. Além disso, percebemos a forte relação entre a amostra de SN Ia utilizada na combinação e o valor do parâmetro de desaceleração atual. Nas combinações em que a amostra Pantheon foi utilizada, os menores valores do parâmetro q_0 foram obtidos, sendo acentuado quando combinada com BAO/CMB1. Uma vez que valores negativos de q_0 representam a expansão acelerada do universo, a amostra Pantheon fornece uma estimativa maior para a aceleração do universo em comparação com as compilações JLA e PantheonPlus.

Na figura 6.5, temos os vínculos nos planos (z_t, τ),(z_t, q_0) e (τ, q_0) para os contornos da referência[39] (JLA + BAO/CMB1 + $H_1(z)$), Pantheon + BAO/CMB2 + $H_2(z)$ e para a combinação PantheonPlus + BAO/CMB2 + $H_2(z)$, respectivamente. Na figura 6.6, também temos a combinação da referência [39] e as combinações feitas com BAO/CMB3. As

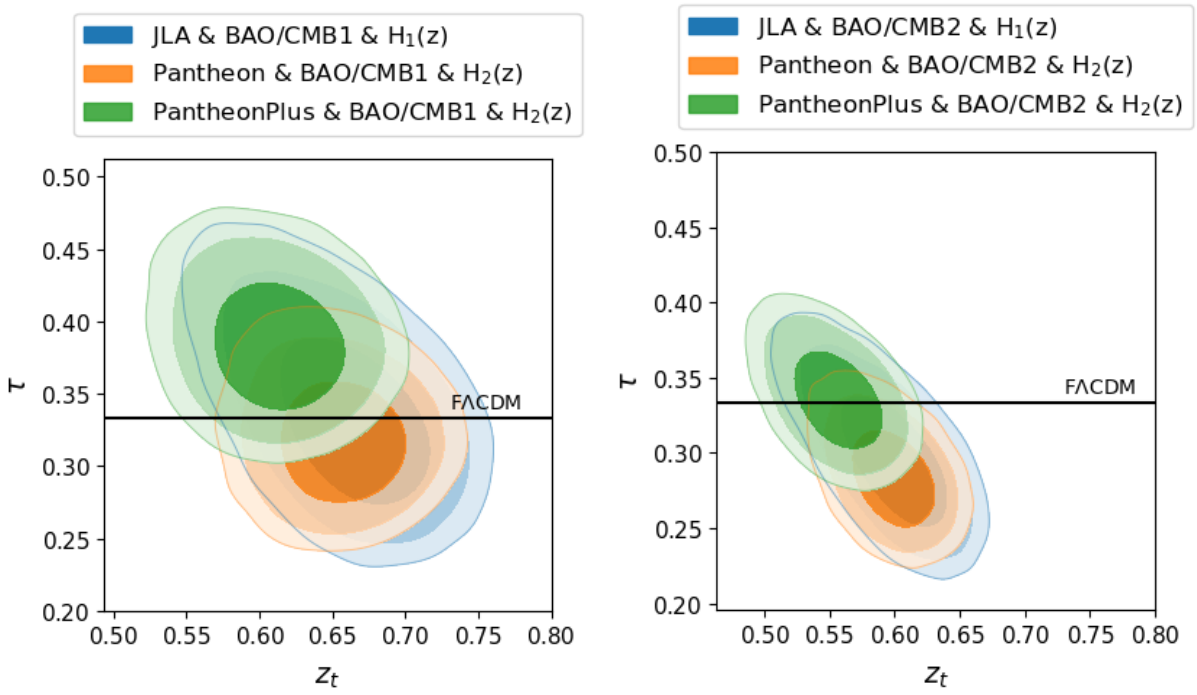

Figura 6.3: Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$ para SN Ia+BAO/CMB1+$H(z)$ à esquerda e SN Ia+BAO/CMB2+H(z) à direita. A linha sólida preta representa a solução para o FΛCDM, $\tau = 1/3$.

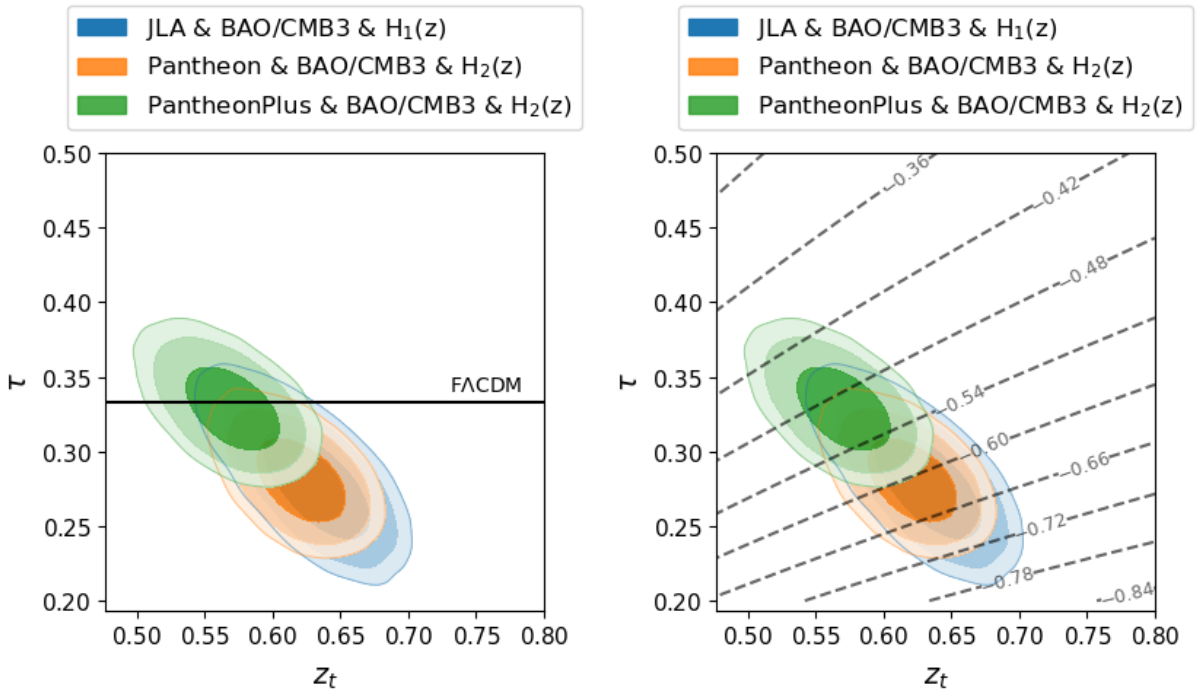

Figura 6.4: Vínculos no espaço de parâmetros $z_t \times \tau$ com $q_i = 0,5$ e $q_f = -1$ para SN Ia+BAO/CMB3+$H(z)$. No painel à direita incluímos as curvas de q_0 constante.

combinação	z_t	τ	q_0
JLA + BAO/CMB1 + $H_1(z)$	$0,66^{+0,11}_{-0,07}$	$0,28^{+0,11}_{-0,12}$	$-0,49^{+0,11}_{-0,14}$
JLA + BAO/CMB2 + $H_1(z)$	$0,64^{+0,07}_{-0,09}$	$0,23^{+0,09}_{-0,08}$	$-0,46^{+0,11}_{-0,14}$
JLA + BAO/CMB3 + $H_1(z)$	$0,75^{+0,07}_{-0,08}$	$0,16^{+0,06}_{-0,05}$	$-0,41^{+0,09}_{-0,11}$
Pantheon + BAO/CMB1 + $H_2(z)$	$0,61^{+0,10}_{-0,05}$	$0,34^{+0,11}_{-0,11}$	$-0,58^{+0,12}_{-0,10}$
Pantheon + BAO/CMB2 + $H_2(z)$	$0,59^{+0,07}_{-0,06}$	$0,27^{+0,08}_{-0,09}$	$-0,56^{+0,11}_{-0,12}$
Pantheon + BAO/CMB3 + $H_2(z)$	$0,70^{+0,06}_{-0,07}$	$0,20^{+0,06}_{-0,05}$	$-0,48^{+0,08}_{-0,10}$
PantheonPlus + BAO/CMB1 + $H_2(z)$	$0,68^{+0,12}_{-0,09}$	$0,23^{+0,14}_{-0,09}$	$-0,37^{+0,07}_{-0,07}$
PantheonPlus + BAO/CMB2 + $H_2(z)$	$0,67^{+0,10}_{-0,08}$	$0,18^{+0,09}_{-0,06}$	$-0,34^{+0,06}_{-0,07}$
PantheonPlus + BAO/CMB3 + $H_2(z)$	$0,75^{+0,09}_{-0,08}$	$0,16^{+0,05}_{-0,06}$	$-0,32^{+0,05}_{-0,06}$

Tabela 6.3: Distribuições marginalizadas obtidas para as combinações SN Ia + BAO/CMB + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre.

linhas tracejadas em todos os painéis representam o mapeamento do melhor ajuste para o modelo F$\omega_0\omega_a$CDM [2]obtido na referência [45] com a amostra DESI+CMB+PantheonPlus e $\omega_0 = -0,827$ e $\omega_a = -0,75$.

A partir dos vínculos apresentados nas Figuras 6.5 e 6.6 é possível notar como as novas amostras mudaram a compatibilidade com o modelo FΛCDM. As novas combinações realizadas concordam satisfatoriamente com o modelo F$\omega_0\omega_a$CDM, em especial com as feitas em combinação com PantheonPlus. O resultado da combinação PantheonPlus+BAO/CMB3+$H_2(z)$ é compatível com o modelo FΛCDM apenas na região de 99% de confiança, mas é compatível na região de 68% de confiança com a solução encontrada para o modelo F$\omega_0\omega_a$CDM na referência [45].

[2]F$\omega_0\omega_a$CDM representa o modelo $\omega_0\omega_a$CDM com curvatura nula.

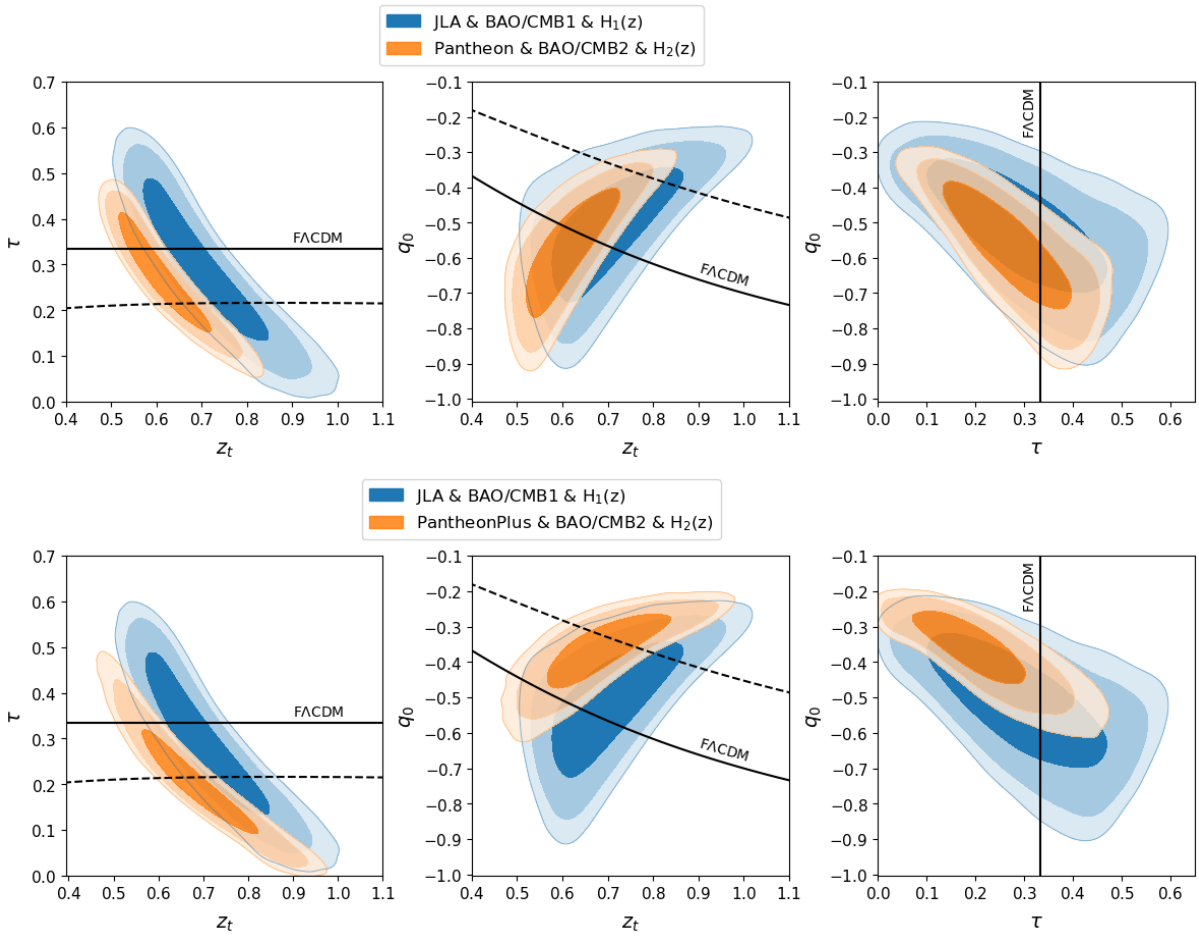

Figura 6.5: Comparação dos vínculos para os parâmetros z_t, τ e q_0 para a combinação SN Ia + BAO/CMB2 + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre, com o resultado antigo. Em ambos painéis em azul temos os contornos de 68%, 95% e 99% de confiança da referência [39] (JLA+BAO/CMB1+$H(z)$). No painel do topo, os contornos laranjas representam os resultados para o Pantheon com a amostra BAO/CMB2 e nova compilação de $H(z)$. No painel de baixo o Pantheon é substituído pelo Pantheon Plus. A linha sólida preta representa a solução para o FΛCDM, e a curva tracejada é o mapeamento do best-fit da análise com Pantheon Plus e DESI BAO reportada na referência [45] para o modelo $\omega_0\omega_a$CDM.

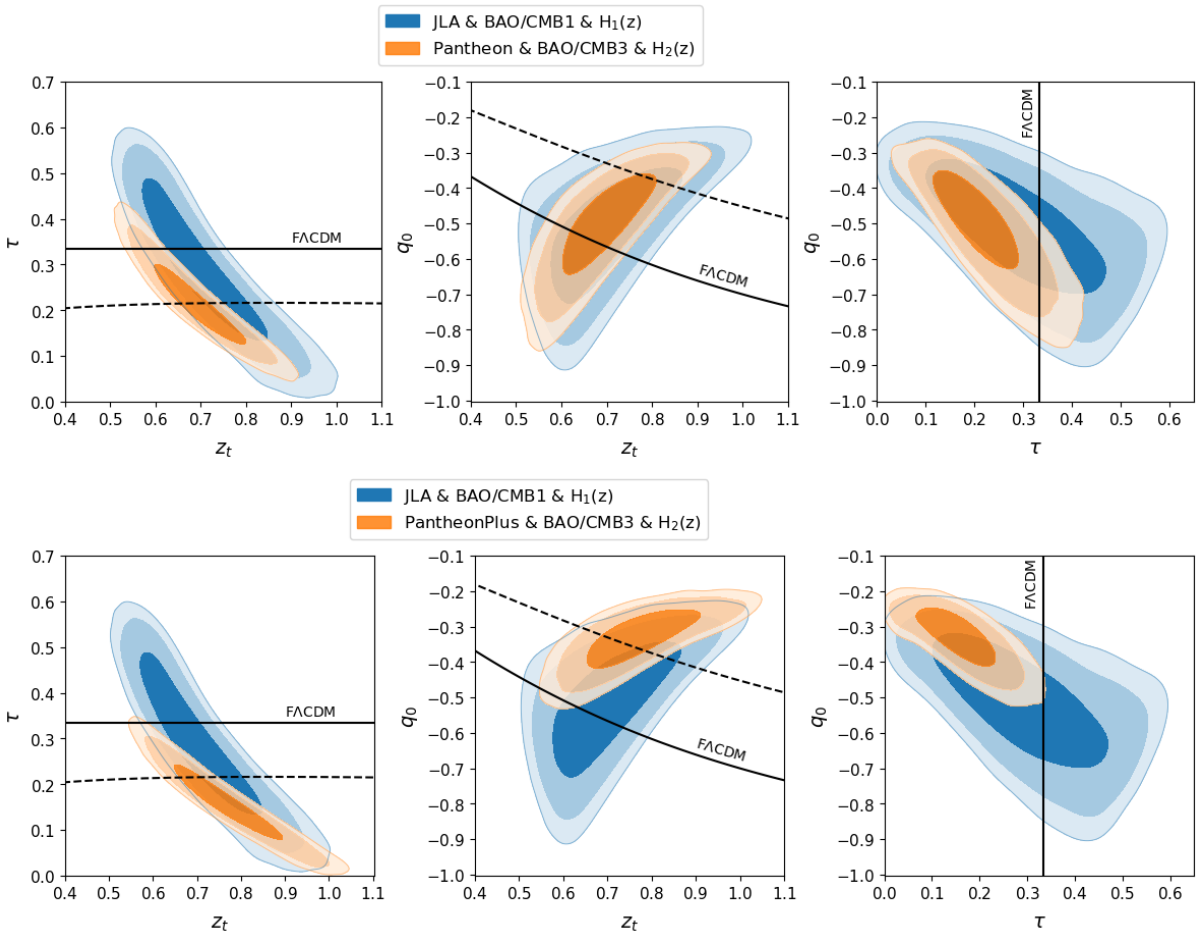

Figura 6.6: Comparação dos vínculos para os parâmetros z_t, τ e q_0 para a combinação SN Ia + BAO/CMB3 + $H(z)$ com $q_i = 0,5$ e q_f livre, com o resultado antigo. Em ambos painéis em azul temos os contornos de 68%, 95% e 99% de confiança da referência [39] (JLA+BAO/CMB1+$H(z)$). No painel do topo, os contornos laranjas representam os resultados para o Pantheon com a amostra BAO/CMB3 e nova compilação de $H(z)$. No painel de baixo o Pantheon é substituído pelo Pantheon Plus. A linha sólida preta representa a solução para o FΛCDM, e a curva tracejada é o mapeamento do best-fit da análise com Pantheon Plus e DESI BAO reportada na referência [45] para o modelo $\omega_0\omega_a$CDM.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho, revisitamos uma proposta de parametrização do parâmetro de desaceleração, analisando o *redshift* da transição, a largura da transição e o parâmetro da expansão cósmica. Também avaliamos a adequação dos parâmetros cosmológicos obtidos com a parametrização ao modelo padrão da cosmologia e a modelos de energia escura dinâmica. Para o efeito, utilizamos dados observacionais recentes, incluindo a compilação PantheonPlus de supernovas tipo Ia (SNe Ia), medições de oscilações acústicas de bárions (BAO) das colaborações BOSS e DESI, informações da radiação cósmica de fundo (CMB) da colaboração Planck, e medições diretas da taxa de expansão $H(z)$.

Identificamos que outros tipos de parametrizações para $q(z)$ foram realizados recentemente [11, 12, 16, 20, 21, 23]. Entretanto, não identificamos nenhuma que tenha analisado a adequação da parametrização a modelos com energia escura dinâmica.

Notamos que as novas amostras de BAO/CMB desempenham um papel importante na obtenção de contornos mais restritivos. Os resultados indicam que a combinação entre CMB e BAO feita com dados em sua maioria provinientes do SDSS, está em conformidade com a previsão de τ para o modelo FΛCDM na região de 68%. A combinação feita com dados do DESI concorda com o modelo padrão na região de 95%. Uma vez que o valor de τ obtido é menor em comparação com a primeira combinação, temos uma transição desaceleração-aceleração da expansão do universo mais rápida, por outro lado, esta indica que tal fenômeno ocorreu em tempos mais antigos.

Observamos também uma forte dependência entre a amostra de SN Ia adotada em cada combinação e o parâmetro de desaceleração atual. Em relação às combinações com

PantheonPlus, esses resultados sugerem uma transição desaceleração-aceleração da expansão cósmica mais rápida e em tempos mais antigos, em comparação com as combinações com Pantheon. Outra observação com respeito aos resultados obtidos com PantheonPlus são os valores para τ e q_0. Estes valores diferem mais nitidamente da previsão do modelo padrão da cosmologia quando o valor do parâmetro de desaceleração no final da transição é um parâmetro livre. Por outro lado, mostram uma boa concordância com esse mesmo modelo quando esse parâmetro é fixo em -1. Esse comportamento é semelhante a resultados recentes obtidos com as mesmas amostras para o modelo cosmológico F$\omega_0\omega_a$CDM, onde a energia escura é dinâmica.

De um modo geral, verificamos que a parametrização consegue reproduzir de forma consistente as observações cosmológicas, apresentando um bom ajuste ao modelo padrão da cosmologia. Além disso, é capaz de reproduzir um modelo com energia escura variável com um nível de confiança muito elevado, utilizando dados recentes.

Em suma, este trabalho traz contribuições para o debate sobre a aceleração cósmica ao introduzir uma nova abordagem para a descrição da expansão cósmica, demonstrando sua viabilidade tanto no contexto do modelo padrão da cosmologia quanto em modelos alternativos de energia escura dinâmica. A continuidade dessa linha de pesquisa poderá fornecer novos *insights* sobre a natureza da energia escura e os mecanismos responsáveis pela aceleração cósmica.

Bibliografia

[1] S. Navas et al. "Review of Particle Physics". Em: *Phys. Rev. D* 110 (3 ago. de 2024), p. 030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.110.030001.

[2] Barbara Ryden. *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press, 2003.

[3] O. Piattella. *Lecture Notes in Cosmology*. UNITEXT for Physics. Springer International Publishing, 2018. ISBN: 9783319955704. URL: https://books.google.com.br/books?id=T_xlDwAAQBAJ.

[4] Domingos Soares. "Os fundamentos físico-matemáticos da cosmologia relativista". Em: *Revista Brasileira de Ensino de Física* 35.3 (jul. de 2013), p. 3302. ISSN: 1806-1117. DOI: 10.1590/S1806-11172013000300002. URL: https://doi.org/10.1590/S1806-11172013000300002.

[5] Joan Arnau Romeu. "Derivation of Friedman equations". Em: (2014).

[6] Luca Amendola e Shinji Tsujikawa. *Dark Energy: Theory and Observations*. Cambridge University Press, jan. de 2015. ISBN: 978-1-107-45398-2.

[7] V. Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Oxford: Cambridge University Press, 2005. ISBN: 978-0-521-56398-7. DOI: 10.1017/CBO9780511790553.

[8] Chevallier, M. and Polarski, D. "Accelerating universes with scaling dark matter". Em: *Int. J. Mod. Phys. D* 10 (2001), pp. 213–224. DOI: 10.1142/S0218271801000822. arXiv: gr-qc/0009008.

[9] Linder, E. V. "Exploring the expansion history of the universe". Em: *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), p. 091301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.091301. arXiv: astro-ph/0208512.

[10] David W. Hogg. *Distance measures in cosmology*. 2000. arXiv: astro-ph/9905116 [astro-ph]. URL: https://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116.

[11] Abdulla Al Mamon e Sudipta Das. "A parametric reconstruction of the deceleration parameter". Em: *The European Physical Journal C* 77.7 (2017), p. 495.

[12] Abdulla Al Mamon. "Constraints on a generalized deceleration parameter from cosmic chronometers". Em: *Modern Physics Letters A* 33.10n11 (2018), p. 1850056.

[13] Michele Moresco et al. "A 6% measurement of the Hubble parameter at z 0.45: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration". Em: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2016.05 (2016), p. 014.

[14] Michele Moresco. "Raising the bar: new constraints on the Hubble parameter with cosmic chronometers at z 2". Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 450.1 (2015), pp. L16–L20.

[15] Jan Tauber et al. “Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 571 (2014), A16–A82.

[16] Jaime Román-Garza et al. “Constraints on barotropic dark energy models by a new phenomenological q (z) parameterization”. Em: *The European Physical Journal C* 79.11 (2019), p. 890.

[17] Juan Magana et al. “The Cardassian expansion revisited: constraints from updated Hubble parameter measurements and type Ia supernova data”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 476.1 (2018), pp. 1036–1049.

[18] MEA Betoule et al. “Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 568 (2014), A22.

[19] Daniel Moshe Scolnic et al. “The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample”. Em: *The Astrophysical Journal* 859.2 (2018), p. 101.

[20] D Benndorf, JF Jesus e SH Pereira. “Determination of the kinematic parameters from SNe Ia and cosmic chronometers”. Em: *The European Physical Journal C* 82.5 (2022), pp. 1–14.

[21] Gaurav N Gadbail, Sanjay Mandal e Pradyumn Kumar Sahoo. “Parametrization of deceleration parameter in f (q) gravity”. Em: *Physics* 4.4 (2022), pp. 1403–1412.

[22] Haveesh Singirikonda e Shantanu Desai. “Model comparison of Λ CDM vs R h= ct using cosmic chronometers”. Em: *The European Physical Journal C* 80.8 (2020), p. 694.

[23] Amine Bouali et al. “Data analysis of three parameter models of deceleration parameter in FLRW universe”. Em: *The European Physical Journal Plus* 138.9 (2023), p. 816.

[24] Amine Bouali et al. “Cosmological tests of the osculating Barthel–Kropina dark energy model”. Em: *The European Physical Journal C* 83.2 (2023), p. 121.

[25] Dan Scolnic et al. “The Pantheon+ analysis: the full data set and light-curve release”. Em: *The Astrophysical Journal* 938.2 (2022), p. 113.

[26] David Benisty e Denitsa Staicova. “Testing late-time cosmic acceleration with uncorrelated baryon acoustic oscillation dataset”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 647 (2021), A38.

[27] Lu Chen, Qing-Guo Huang e Ke Wang. “Distance priors from Planck final release”. Em: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2019.02 (2019), p. 028.

[28] Émille E. O. Ishida et al. “When did cosmic acceleration start? How fast was the transition?” Em: *Astroparticle Physics* 28.6 (jan. de 2008), pp. 547–552. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2007.10.004. arXiv: 0706.0546 [astro-ph].

[29] Adam G Riess et al. “New Hubble space telescope discoveries of type Ia supernovae at $z \geq 1$: narrowing constraints on the early behavior of dark energy”. Em: *The Astrophysical Journal* 659.1 (2007), p. 98.

[30] Pierre Astier et al. “The Supernova Legacy Survey: measurement of, and w from the first year data set”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 447.1 (2006), pp. 31–48.

[31] Will J Percival et al. "Measuring the baryon acoustic oscillation scale using the sloan digital sky survey and 2dF galaxy redshift survey". Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 381.3 (2007), pp. 1053–1066.

[32] R. Giostri et al. "From cosmic deceleration to acceleration: new constraints from SN Ia and BAO/CMB". Em: *JCAP* 2012.3, 027 (mar. de 2012), p. 027. DOI: 10.1088/1475-7516/2012/03/027. arXiv: 1203.3213 [astro-ph.CO].

[33] Richard Kessler et al. "First-Year Sloan Digital Sky Survey-II Supernova Results: Hubble Diagram and Cosmological Parameters". Em: *Astrophys. J. Supp.* 185.1 (nov. de 2009), pp. 32–84. DOI: 10.1088/0067-0049/185/1/32. arXiv: 0908.4274 [astro-ph.CO].

[34] Will J. Percival et al. "Baryon acoustic oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 galaxy sample". Em: *MNRAS* 401.4 (fev. de 2010), pp. 2148–2168. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.15812.x. arXiv: 0907.1660 [astro-ph.CO].

[35] Chris Blake et al. "The WiggleZ Dark Energy Survey: mapping the distance-redshift relation with baryon acoustic oscillations". Em: *MNRAS* 418.3 (dez. de 2011), pp. 1707–1724. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.19592.x. arXiv: 1108.2635 [astro-ph.CO].

[36] Florian Beutler et al. "The 6dF Galaxy Survey: baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant". Em: *MNRAS* 416.4 (out. de 2011), pp. 3017–3032. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.19250.x. arXiv: 1106.3366 [astro-ph.CO].

[37] E. Komatsu et al. "Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation". Em: *Astrophys. J. Supp.* 192.2, 18 (fev. de 2011), p. 18. DOI: 10.1088/0067-0049/192/2/18. arXiv: 1001.4538 [astro-ph.CO].

[38] Gia Dvali, Gregory Gabadadze e Massimo Porrati. "4D gravity on a brane in 5D Minkowski space". Em: *Physics Letters B* 485.1-3 (2000), pp. 208–214.

[39] M. Vargas dos Santos, R. R. R. Reis e I. Waga. "Constraining the cosmic deceleration-acceleration transition with type Ia supernova, BAO/CMB and H(z) data". Em: *JCAP* 2016.2, 066 (fev. de 2016), p. 066. DOI: 10.1088/1475-7516/2016/02/066. arXiv: 1505.03814 [astro-ph.CO].

[40] Planck Collaboration et al. "Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters". Em: *Astronomy & Astrophysics* 594 (2016), A13.

[41] Éric Aubourg et al. "Cosmological implications of baryon acoustic oscillation measurements". Em: *Phys. Rev. D* 92.12, 123516 (dez. de 2015), p. 123516. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.123516. arXiv: 1411.1074 [astro-ph.CO].

[42] Adam G. Riess et al. "A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3". Em: *Astrophys. J.* 730.2, 119 (abr. de 2011), p. 119. DOI: 10.1088/0004-637X/730/2/119. arXiv: 1103.2976 [astro-ph.CO].

[43] Dillon Brout et al. "The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints". Em: *Astrophys. J.* 938.2, 110 (out. de 2022), p. 110. DOI: 10.3847/1538-4357/ac8e04. arXiv: 2202.04077 [astro-ph.CO].

[44] Planck Collaboration et al. "Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters". Em: *Astron. and Astrophys.* 641, A6 (set. de 2020), A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].

[45] AG Adame et al. “DESI 2024 VI: Cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations”. Em: *arXiv preprint arXiv:2404.03002* (2024).

[46] C. S. Nascimento et al. “Revisiting cosmic acceleration with stage III/IV type Ia supernova and BAO data”. Em: *em preparação* (2024).

[47] Bruno L Lago et al. “Type Ia supernova parameter estimation: a comparison of two approaches using current datasets”. Em: *Astronomy & Astrophysics* 541 (2012), A110.

[48] Julian E Bautista et al. “The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: measurement of the BAO and growth rate of structure of the luminous red galaxy sample from the anisotropic correlation function between redshifts 0.6 and 1”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 500.1 (2021), pp. 736–762.

[49] Héctor Gil-Marín et al. “The Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: measurement of the BAO and growth rate of structure of the luminous red galaxy sample from the anisotropic power spectrum between redshifts 0.6 and 1.0”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 498.2 (2020), pp. 2492–2531.

[50] Jiamin Hou et al. “The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: BAO and RSD measurements from anisotropic clustering analysis of the quasar sample in configuration space between redshift 0.8 and 2.2”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 500.1 (2021), pp. 1201–1221.

[51] Richard Neveux et al. “The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: BAO and RSD measurements from the anisotropic power spectrum of the quasar sample between redshift 0.8 and 2.2”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499.1 (2020), pp. 210–229.

[52] Ross, A. J. et al. “The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample – I. A 4 per cent distance measure at z = 0.15”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 449.1 (mar. de 2015), pp. 835–847. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/stv154. eprint: https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/449/1/835/13767551/stv154.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnras/stv154.

[53] de Mattia, A. et al. “The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: measurement of the BAO and growth rate of structure of the emission line galaxy sample from the anisotropic power spectrum between redshift 0.6 and 1.1”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 501.4 (dez. de 2020), pp. 5616–5645. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/staa3891. eprint: https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/501/4/5616/35989608/staa3891.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnras/staa3891.

[54] Raichoor, A. et al. “The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: large-scale structure catalogues and measurement of the isotropic BAO between redshift 0.6 and 1.1 for the Emission Line Galaxy Sample”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 500.3 (out. de 2020), pp. 3254–3274. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/staa3336. eprint: https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/500/3/3254/34636989/staa3336.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnras/staa3336.

[55] Alam, S. et al. "The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample". Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 470.3 (mar. de 2017), pp. 2617–2652. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/stx721. eprint: https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/470/3/2617/18315003/stx721.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnras/stx721.

[56] Hélion du Mas des Bourboux et al. "The Completed SDSS-IV Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Baryon Acoustic Oscillations with Lyα Forests". Em: *Astrophys. J.* 901.2, 153 (out. de 2020), p. 153. DOI: 10.3847/1538-4357/abb085. arXiv: 2007.08995 [astro-ph.CO].

[57] Moresco, M. et al. "A 6% measurement of the Hubble parameter at $z \sim 0.45$: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration". Em: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2016.05 (mai. de 2016), p. 014. DOI: 10.1088/1475-7516/2016/05/014. URL: https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2016/05/014.

[58] Moresco, M. et al. "Improved constraints on the expansion rate of the Universe up to $z \sim 1.1$ from the spectroscopic evolution of cosmic chronometers". Em: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2012.08 (ago. de 2012), p. 006. DOI: 10.1088/1475-7516/2012/08/006. URL: https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2012/08/006.

[59] Moresco, M. "Raising the bar: new constraints on the Hubble parameter with cosmic chronometers at $z \sim 2$". Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 450.1 (abr. de 2015), pp. L16–L20. ISSN: 1745-3925. DOI: 10.1093/mnrasl/slv037. eprint: https://academic.oup.com/mnrasl/article-pdf/450/1/L16/54653923/mnrasl_450_1_l16.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnrasl/slv037.

[60] Jimenez, R. et al. "Constraints on the Equation of State of Dark Energy and the Hubble Constant from Stellar Ages and the Cosmic Microwave Background". Em: *The Astrophysical Journal* 593.2 (ago. de 2003), p. 622. DOI: 10.1086/376595. URL: https://dx.doi.org/10.1086/376595.

[61] Simon, J. et al. "Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential". Em: *Phys. Rev. D* 71 (12 jun. de 2005), p. 123001. DOI: 10.1103/PhysRevD.71.123001. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.71.123001.

[62] Stern, D. et al. "Cosmic chronometers: constraining the equation of state of dark energy. I: H(z) measurements". Em: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2010.02 (fev. de 2010), p. 008. DOI: 10.1088/1475-7516/2010/02/008. URL: https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2010/02/008.

[63] Zhang C. et al. "Four new observational H(z) data from luminous red galaxies in the Sloan Digital Sky Survey data release seven". Em: *Research in Astronomy and Astrophysics* 14.10 (out. de 2014), p. 1221. DOI: 10.1088/1674-4527/14/10/002. URL: https://dx.doi.org/10.1088/1674-4527/14/10/002.

[64] Ratsimbazafy, A. L. et al. "Age-dating luminous red galaxies observed with the Southern African Large Telescope". Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 467.3 (fev. de 2017), pp. 3239–3254. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/stx301. eprint: https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/467/3/3239/10875972/stx301.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/mnras/stx301.

[65] Moresco, M. et al. “Setting the Stage for Cosmic Chronometers. II. Impact of Stellar Population Synthesis Models Systematics and Full Covariance Matrix”. Em: *The Astrophysical Journal* 898.1 (jul. de 2020), p. 82. DOI: 10.3847/1538-4357/ab9eb0. URL: https://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab9eb0.

[66] Foreman-Mackey, D. et al. “emcee: The MCMC Hammer”. Em: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 125.925 (2013), p. 306. DOI: 10.1086/670067. URL: https://dx.doi.org/10.1086/670067.

Apêndice A

Matrizes de covariância inversas da combinação BAO/CMB

A.1 Combinação SDSS, 6dF Galaxy Survey, WiggleZ e Planck 2018

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.526012 & -0.00306544 & -0.0465151 & -0.0906936 & -0.101281 & -0.0145648 \\ -0.00306544 & 1.63439 & -0.0962076 & -0.187582 & -0.20948 & -0.0301246 \\ -0.0465151 & -0.0962076 & 114.633 & -79.7353 & -3.17866 & -0.457111 \\ -0.0906936 & -0.187582 & -79.7353 & 229.447 & -6.19765 & -0.89126 \\ -0.101281 & -0.20948 & -3.17866 & -6.19765 & 190.063 & -0.995305 \\ -0.0145648 & -0.0301246 & -0.457111 & -0.89126 & -0.995305 & 31.6924 \\ -0.0386057 & -0.0798486 & -1.21163 & -2.36239 & -2.63817 & -0.379385 \\ -0.0422399 & -0.0873651 & -1.32568 & -2.58477 & -2.88651 & -0.415098 \\ -0.00112984 & -0.00233687 & -0.0354597 & -0.0691381 & -0.0772092 & -0.0111032 \\ -0.00360669 & -0.00745975 & -0.113195 & -0.220703 & -0.246467 & -0.0354435 \\ -0.00400182 & -0.008277 & -0.125595 & -0.244882 & -0.273469 & -0.0393265 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.0386057 & -0.0422399 & -0.00112984 & -0.00360669 & -0.00400182 \\ -0.0798486 & -0.0873651 & -0.00233687 & -0.00745975 & -0.008277 \\ -1.21163 & -1.32568 & -0.0354597 & -0.113195 & -0.125595 \\ -2.36239 & -2.58477 & -0.0691381 & -0.220703 & -0.244882 \\ -2.63817 & -2.88651 & -0.0772092 & -0.246467 & -0.273469 \\ -0.379385 & -0.415098 & -0.0111032 & -0.0354435 & -0.0393265 \\ 121.058 & -1.10026 & -0.0294302 & -0.0939471 & -0.104239 \\ -1.10026 & 154.844 & -0.0322006 & -0.102791 & -0.114052 \\ -0.0294302 & -0.0322006 & 2.91075 & -2.98624 & 1.43294 \\ -0.0939471 & -0.102791 & -2.98624 & 15.9662 & -7.69869 \\ -0.104239 & -0.114052 & 1.43294 & -7.69869 & 15.2804 \end{pmatrix} \quad \text{(A.1)}$$

A.2 Combinação DESI 2024 e Planck 2018

$$\mathbf{C}_{DESI}^{-1} = \begin{pmatrix} 20.5628 & -1.21926 & -1.38799 & -3.65344 & -1.4202 & -0.528914 & -2.18654 \\ -1.21926 & 130.71 & -5.69816 & -14.9986 & -5.83038 & -2.17136 & -8.97644 \\ -1.38799 & -5.69816 & 189.067 & -17.0742 & -6.63726 & -2.47186 & -10.2187 \\ -3.65344 & -14.9986 & -17.0742 & 597.816 & -17.4704 & -6.50637 & -26.8974 \\ -1.4202 & -5.83038 & -6.63726 & -17.4704 & 296.781 & -2.52922 & -10.4558 \\ -0.528914 & -2.17136 & -2.47186 & -6.50637 & -2.52922 & 121.186 & -3.89397 \\ -2.18654 & -8.97644 & -10.2187 & -26.8974 & -10.4558 & -3.89397 & 594.249 \end{pmatrix} \tag{A.2}$$